TUGAS BESAR I

Aplikasi Aljabar Lanjar pada Metode Numerik

Abstrak

Laporan tugas pembuatan program untuk menghitung solusi SPL secara numerik.

- IF2123 Aljabar Geometri -

Jonathan Tjandra – 13516058

Shandy – 13516097

Jessin Donnyson – 13516112

Bab I: Deskripsi Masalah

Tujuan utama dari tugas besar ini adalah membuat program untuk menghitung solusi Sistem Persamaan Linier (SPL) secara numerik dalam bahasa pemrograman *Java* dengan menggunakan metode eliminasi *Gauss* dan/atau *Gauss-Jordan*. SPL dapat memiliki solusi unik, banyak solusi, atau solusi tidak ada. SPL juga digunakan dalam menentukan persamaan polinom interpolasi.

Karena perhitungan menggunakan representasi bilangan titik-kambang (*floating point*) di dalam komputer, maka untuk meminumkan galat perhitungan, digunakan strategi *pivoting* dalam memilih baris yang dijadikan basis dalam operasi baris elementer. Bahasa *Java* digunakan sebagai bahan belajar penggunaan bahasa pemrograman selain *C* dan *Pascal* yang sudah digunakan selama ini.

Spesifikasi program :

1. Program menggunakan bahasa *java*.
2. Program tidak perlu berbasis GUI, cukup berbasis teks saja.
3. Program harus mampu menerima input dari papan ketik dan file eksternal.
4. Keluaran program ditampilkan ke layar monitor dan disimpan dalam file eksternal (format bebas).
5. Program mampu memecahkan SPL yang diketahui *n* peubah dan *m* persamaan.
6. Program mampu memecahkan interpolasi fungsi berderajat *n* yang diketahui f(x) dan x nya sejumlah *(n+1)*.
7. Program mampu menangani SPL yang memiliki solusi unik dan menampilakan solusinya.
8. Program mampu menangani SPL yang memiliki solusi tak terbatas dan menampilakan solusinya dalam parameter.
9. Program mampu menangani SPL yang tidak memiliki dan menampilakan pesan ‘Tidak ada solusi’.

Bab II: Landasan Teori

Beberapa teori dasar dalam aljabar geometri yang dipakai adalah eliminasi *Gauss*, eliminasi *Gauss-Jordan*, strategi *pivoting* ,serta interpolasi polinom.

Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss adalah suatu metode untuk mengoperasikan nilai-nilai di dalam matriks sehingga menjadi matriks yang lebih sederhana lagi dengan melakukan operasi baris elementer. Ini dapat digunakan sebagai salah satu metode penyelesaian persamaan linear dengan menggunakan matriks. Jika matriks A adalah matriks persamaan linear, dan matriks B adalah matriks kolom hasil dari sistem persamaan linear, maka dapat dibuat matriks *augmented* sebagai berikut :

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} & b_1 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \dots & a_{m,n} & b_m \end{array}\right)$$

Gambar 2.1 *Augmented Matrix*

Operasi baris elementer (OBE) yang dilakukan pada matriks merupakan :

1. Tukar satu baris elemen dengan baris lainnya
2. Menambahkan kelipatan baris ke baris lainnya
3. Membagi suatu baris dengan suatu konstanta

Tujuan akhir dari OBE dalam eliminasi *Gauss* adalah mendapatkan matriks *echelon*

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -4 \end{array}\right)$$

Gambar 2.2 *Echelon Matrix*

Setelah didapatkan matriks *echelon*, kemudian dilakukan subtitusi balik untuk mendapatkan hasil sistem persamaan linear tsb.

$$X_3 = -2$$

$$X_2 = -1 - 2X_3 = -1 - 2(-2) = 3$$

$$X_1 = 1 - 2X_2 - 3X_3 = 1 - 6 + 6 = 1$$

Eliminasi Gauss-Jordan

Metode eliminasi *Gauss-Jordan* merupakan versi eliminasi *Gauss* yang dilanjutkan sampai ke tahap *row-reduced echelon*. Jika pada eliminasi *Gauss* dilakukan subtitusi balik, maka pada eliminasi *Gauss-Jordan* ini dilakukan OBE sehingga didapatkan matriks *row-reduced echelon*. Hasil SPL adalah elemen pada kolom paling kanan dari matriks *row-reduced echelon*.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right)\begin{array}{l} -3R_3 \\ -2R_3 \\ \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right)\begin{array}{l} -2R_2 \\ \\ \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

Gambar 2.3 Konversi *Echelon* menjadi *Row-reduced Echelon*

Kasus khusus dalam eliminasi *Gauss* dan *Gauss-Jordan* terjadi jika matriks *Echelon* mempunyai satu baris atau lebih yang berisikan hanya 0, maka sistem persamaan linear tsb. memiliki tak-hingga solusi. Kasus lainnya terjadi saat matriks *Echelon* mempunyai satu baris atau lebih yang berisikan hanya 0 kecuali elemen paling kanan pada baris itu, maka sistem persamaan linear tsb. tidak memiliki solusi.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -7 & -5 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Gambar 2.4 Matriks SPL Solusi Banyak

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Gambar 2.5 Matriks SPL Tidak Punya Solusi

Tatancang Pemorosan (*Pivoting*)

Dalam melakukan OBE pada matriks SPL, apabila SPL diselesaikan dengan computer, maka akan timbul galat pembulatan pada solusinya karena operasi aritmerika bilangan titik-kambang (*floating point)*. Untuk memperoleh solusi SPl yang mengandung galat yang minimal akibat pembulatan, maka digunakan tatancang pemorosan (*pivoting strategy*).

Pivoting dilakukan dengan cara memilih *pivot* dari semua elemen pada kolom p yang mempunyai nilai mutlak terbesar, lalu pertukarkan baris yang mengandung pivot ke baris teratas.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0.02 & 0.01 & 0 & 0 & 0.02 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 100 & 200 & 800 \end{array}\right]$$

$$\downarrow$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0.02 & 0.01 & 0 & 0 & 0.02 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 100 & 200 & 800 \end{array}\right]$$

Gambar 2.6 Ilustrasi Tatancang Pemorosan

Interpolasi

Interpolasi adalah suatu metode untuk mengubah fungsi menjadi suatu polinom berderajat *n*. Interpolasi menggunakan sekumpulan (minimal *n + 1*) data domain dan range dari suatu fungsi, dan membuat suatu sistem persamaan linear yang menggambarkan fungsi tersebut dalam model polinomial.

$$p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x_2 + \ldots + a_nx^n$$

Dengan menyulihkan (*xi, yi)* yang diketahui ke dalam persamaan polinom di atas, untuk *i* = 0, 1, 2, …, *n,* akan diperoleh *n* buah sistem persamaan lanjar dalam a0, a1, a2, …, an,

a0 + a1x0 + a2x02 + ... + anx03 = y0

a0 + a1x1 + a2x12 + ... + anx13 = y1

... ...

a0 + a1xn + a2xn2 + ... + anxn3 = yn

Solusi dari sistem persamaan ini bisa diperoleh menggunakan metode eliminasi *Gauss / Gauss-Jordan*.

Bab III: Implementasi Program

Program dibuat menggunakan 2 class, yaitu:

- Class Matrix yang berisi method untuk memproses sebuah matriks, mulai dari membentuk matriks (konstruktor), memproses matriks, dan menyimpan / menampilkan hasil akhir.
- Class MainMenu yang berisi menu utama yang digunakan untuk mengakses method-method pada class Matrix sehingga Matriks dapat diproses

Class Matrix

Atribut:

- ✓ `int row;` `/* Baris */`
- ✓ `int col;` `/* Kolom */`
- ✓ `int Solution_type;` `/* Tipe Solusi Gauss-Jordan */`
- ✓ `String format = "%7.3f ";` `/* Format elemen yang diprint */`
- ✓ `double [][] matrix;` `/* Array 2 dimensi (matriks) */`

Method:

- ❖ `public Matrix()`
  `/* Konstruktor matriks secara default */`
- ❖ `public Matrix(int row, int col)`
  `/* Konstruktor matriks jika diketahui baris dan kolom */`
- ❖ `private Matrix(Matrix A)`
  `/* Konstruktor matriks (untuk copy matriks) */`
- ❖ `public double Elmt(int row, int col)`
  `/* Mengakses elemen matriks */`
- ❖ `public void show()`
  `/* Menampilkan matriks ke layar */`
- ❖ `public void show(BufferedWriter writer)`
  `/* Menyimpan matriks ke file */`
- ❖ `public void showEx(Matrix B, BufferedWriter writer)`
  `/* Menampilkan matriks augmented */`
- ❖ `public void showFinal(BufferedWriter writer)`
  `/* Menampilkan matriks dengan format hasil akhir */`
- ❖ `public void showPolynom(BufferedWriter writer)`
  `/* Menampilkan polinom */`

- **private boolean** eqDim(Matrix B)

    /* Check apakah dimensi sama */
- **public boolean** eq(Matrix B)

    /* Check apakah matriks sama */
- **public** Matrix plus(Matrix B)

    /* Mengembalikan A+B */
- **public** Matrix minus(Matrix B)

    /* Mengembalikan A-B */
- **public** Matrix times(Matrix B)

    /* Mengembalikan A*B */
- **private void** swap(**int** i, **int** j)

    /* Menukar 2 baris pada matriks */
- **public** Matrix transpose()

    /* Transpose matriks */
- **public static** Matrix random(**int** M, **int** N)

    /* Membuat matriks acak */
- **public static** Matrix unsolvable(**int** M, **int** N,**int** X)

    /* Membuat unsolvable matrix */
- **public static** Matrix interpolate(Matrix func, **int** deg)

    /* Membuat matrix untuk interpolasi polinom */
- **public** Matrix solve(Matrix result)

    /* Menyelesaikan sistem persamaan linear / interpolasi */
- **void** fillMatrix()

    /* Isi matriks dengan input user (dimensi diinput oleh user) */
- **void** fillMatrix(**int** row, **int** col)

    /* Isi matriks dengan input user (dimensi sudah diketahui) */
- **void** fillMatrixExt(Matrix M2)

    /* Membaca baris, kolom, dan isi matrix dari file external, M2 adalah matrix untuk menampung sisi ‘hasil’ dari SPL. */
- **void** save(String input, BufferedWriter writer)

    /* Menyimpan string input kedalam file external dan mencetak string ke layar. */

Class MainMenu

Atribut :

- ✓ `private Scanner in = new Scanner (System.in);`

  `/* Scanner */`
- ✓ `Matrix M1 = new Matrix();`

  `/* Matriks persamaan linear */`
- ✓ `Matrix M2 = new Matrix();`

  `/* Matriks ‘hasil’ setiap persamaan linear */`
- ✓ `boolean X;`

  `/* Flag untuk kedua menu didalam fungsi run */`

Method :

- ❖ `public void run()`

  `/* Isi dari menu (memakai label untuk menjalankan nested menu) */`
- ❖ `public static void main(String[] args)`

Bab IV: Eksperimen

1. Soal a)

```
C:\Windows\System32\cmd.exe
Pilih jenis input yang anda inginkan:
   1) Input manual
   2) Input dari file eksternal
   3) Membuat matriks solvable random
   4) Membuat matriks multisolution random
   5) Membuat matriks unsolvable random
   0) Exit program

Input :
2
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
   1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
   2) Interpolasi polinom
   9) Ulangi input
   0) Exit program
Input :
1
Augmented matrix :
   0.310   0.140   0.300   0.270   1.020
   0.260   0.320   0.180   0.240   1.000
   0.610   0.220   0.200   0.310   1.340
   0.400   0.340   0.360   0.170   1.270

X1 :   1.000
X2 :   1.000
X3 :   1.000
X4 :   1.000

C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

2. Soal b)

```
C:\Windows\System32\cmd.exe
   2) Input dari file eksternal
   3) Membuat matriks solvable random
   4) Membuat matriks multisolution random
   5) Membuat matriks unsolvable random
   0) Exit program

Input :
2
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
   1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
   2) Interpolasi polinom
   9) Ulangi input
   0) Exit program
Input :
1
Augmented matrix :
   1.000   7.000  -2.000   0.000   8.000  -3.000
   1.000   7.000  -1.000   1.000   0.000   2.000
   2.000  14.000  -4.000   1.000 -13.000   3.000
   2.000  14.000  -4.000   0.000  16.000  -6.000
   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000

X1 =   1.500 + -7.000 c +  2.000 X3 +  -0.500 X4 +   6.500 f
X2 =     c
X3 =   0.500 + -0.500 X4 +  -6.500 f
X4 =   9.000 + 29.000 f
X5 =     f

C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

3. Soal c)

   Dicoba Matrix Hilbert untuk n=10 dan 20

```
C:\Windows\System32\cmd.exe
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
1
Augmented matrix :
  1.000   0.500   0.333   0.250   0.200   0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   1.000
  0.500   0.333   0.250   0.200   0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   1.000
  0.333   0.250   0.200   0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   1.000
  0.250   0.200   0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   1.000
  0.200   0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   1.000
  0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   1.000
  0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   1.000
  0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   1.000
  0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   1.000
  0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   1.000

X1 :  -8.006
X2 : 434.018
X3 : -5493.270
X4 : 26855.791
X5 : -56392.428
X6 : 37760.259
X7 : 28612.131
X8 : -37006.369
X9 : -8847.976
X10 : 14157.052

C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

```
C:\Windows\System32\cmd.exe
Input :
2
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
  1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
1
Augmented matrix :
  1.000   0.500   0.333   0.250   0.200   0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   1.000
  0.500   0.333   0.250   0.200   0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   1.000
  0.333   0.250   0.200   0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   1.000
  0.250   0.200   0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   1.000
  0.200   0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   1.000
  0.167   0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   1.000
  0.143   0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   1.000
  0.125   0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   1.000
  0.111   0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   1.000
  0.100   0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   1.000
  0.091   0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   0.033   1.000
  0.083   0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   0.033   0.032   1.000
  0.077   0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   0.033   0.032   0.031   1.000
  0.071   0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   0.033   0.032   0.031   0.030   1.000
  0.067   0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   0.033   0.032   0.031   0.030   0.029   1.000
  0.063   0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   0.033   0.032   0.031   0.030   0.029   0.029   1.000
  0.059   0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   0.033   0.032   0.031   0.030   0.029   0.029   0.028   1.000
  0.056   0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   0.033   0.032   0.031   0.030   0.029   0.029   0.028   0.027   1.000
  0.053   0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   0.033   0.032   0.031   0.030   0.029   0.029   0.028   0.027   0.026   1.000
  0.050   0.048   0.045   0.043   0.042   0.040   0.038   0.037   0.036   0.034   0.033   0.032   0.031   0.030   0.029   0.029   0.028   0.027   0.026   0.026   1.000

X1 :  15.419
X2 : -689.447
X3 : 6922.007
X4 : -22969.945
X5 : 11496.464
X6 : 67116.753
X7 : -92596.126
X8 : 6613.602
X9 : -13713.574
X10 : 47803.585
X11 : -3420.381
X12 : 49227.567
X13 : -5562.490
X14 : -91036.903
X15 : 28578.717
X16 : -42052.262
X17 : 64129.788
X18 : 35631.367
X19 : -74714.050
X20 : 29347.365

C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

4. Soal d)

Dengan keterangan:

X1 = CSR

X2 = Pajak daerah

X3 = Pajak federal

```
C:\Windows\System32\cmd.exe
===================================================
Pilih jenis input yang anda inginkan:
  1) Input manual
  2) Input dari file eksternal
  3) Membuat matriks solvable random
  4) Membuat matriks multisolution random
  5) Membuat matriks unsolvable random
  0) Exit program

Input :
2
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
  1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
1
Augmented matrix :
  1.000   0.100   0.100 10000.000
  0.050   1.000   0.000 5000.000
  0.400   0.400   1.000 40000.000

X1 : 5956.113
X2 : 4702.194
X3 : 35736.677


C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

5. Soal e)

Dengan keterangan:

X1 = i12	X6 = i43
X2 = i52	X7 = V2
X3 = i32	X8 = V3
X4 = i65	X9 = V4
X5 = i54	X10 = V5

```
C:\Windows\System32\cmd.exe
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
1
Augmented matrix :
  1.000   1.000   1.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000
  0.000  -1.000   0.000   1.000  -1.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000
  0.000   0.000  -1.000   0.000   0.000   1.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000
  0.000   0.000   0.000   0.000   1.000  -1.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000
  0.000   0.000  10.000   0.000   0.000   0.000  -1.000   1.000   0.000   0.000   0.000
  0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   5.000   0.000   1.000  -1.000   0.000   0.000
  0.000   0.000   0.000  20.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   1.000   0.000
  5.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   1.000   0.000   0.000   0.000 200.000
  0.000   0.000   0.000   0.000  15.000   0.000   0.000   0.000   1.000  -1.000   0.000
  0.000  10.000   0.000   0.000   0.000   0.000   1.000   0.000   0.000  -1.000   0.000

X1 :   6.667
X2 :  -3.333
X3 :  -3.333
X4 :  -6.667
X5 :  -3.333
X6 :  -3.333
X7 : 166.667
X8 : 200.000
X9 : 183.333
X10 : 133.333


C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

6. Soal f)

Percobaan dengan selang [0..5],

Untuk n = 5, didapatkan :

```
C:\Windows\System32\cmd.exe
 ||  \(^.^)     Welcome to the Matrix      (^.^)/   ||
 ===================================================

Pilih jenis input yang anda inginkan:
  1) Input manual
  2) Input dari file eksternal
  3) Membuat matriks solvable random
  4) Membuat matriks multisolution random
  5) Membuat matriks unsolvable random
  0) Exit program

Input :
2
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
  1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
2
Masukkan derajat interpolasi : 5

Augmented matrix :
  1.000   0.000   0.000   0.000   0.000    0.000   1.000
  1.000   1.000   1.000   1.000   1.000    1.000   0.123
  1.000   2.000   4.000   8.000  16.000   32.000   0.021
  1.000   3.000   9.000  27.000  81.000  243.000   0.004
  1.000   4.000  16.000  64.000 256.000 1024.000    0.001
  1.000   5.000  25.000 125.000 625.000 3125.000    0.000

  1.000 + -1.762 X^1+  1.251 X^2+ -0.433 X^3+  0.072 X^4+ -0.005 X^5
C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

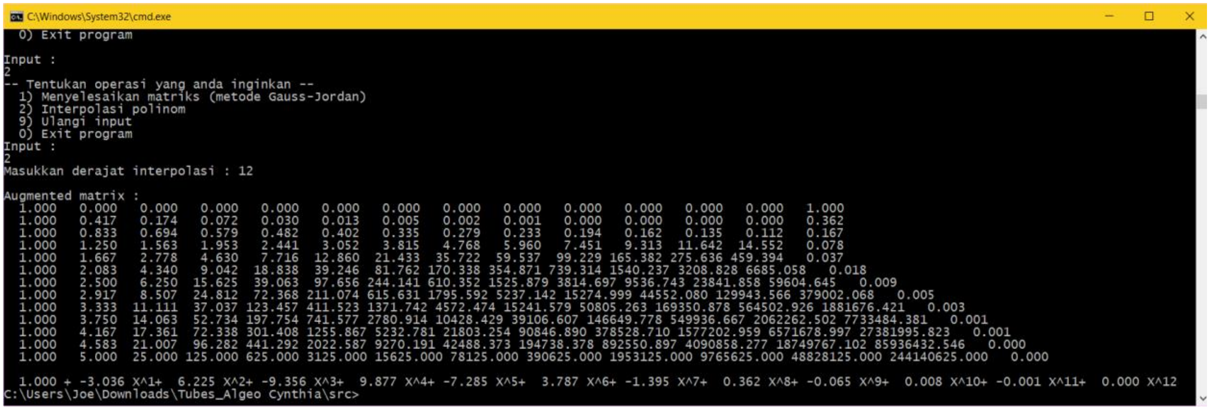
f(x) = $1 - 1.762x + 1.251x^2 - 0.433x^3 + 0.072x^4 - 0.005x^5$

Untuk n=10, didapatkan :

```
C:\Windows\System32\cmd.exe
  5) Membuat matriks unsolvable random
  0) Exit program

Input :
2
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
  1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
2
Masukkan derajat interpolasi : 10

Augmented matrix :
  1.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   1.000
  1.000   0.500   0.250   0.125   0.063   0.031   0.016   0.008   0.004   0.002   0.001   0.310
  1.000   1.000   1.000   1.000   1.000   1.000   1.000   1.000   1.000   1.000   1.000   0.123
  1.000   1.500   2.250   3.375   5.063   7.594  11.391  17.086  25.629  38.443  57.665   0.050
  1.000   2.000   4.000   8.000  16.000  32.000  64.000 128.000 256.000 512.000 1024.000   0.021
  1.000   2.500   6.250  15.625  39.063  97.656 244.141 610.352 1525.879 3814.697 9536.743   0.009
  1.000   3.000   9.000  27.000  81.000 243.000 729.000 2187.000 6561.000 19683.000 59049.000   0.004
  1.000   3.500  12.250  42.875 150.063 525.219 1838.266 6433.930 22518.754 78815.639 275854.735   0.002
  1.000   4.000  16.000  64.000 256.000 1024.000 4096.000 16384.000 65536.000 262144.000 1048576.000   0.001
  1.000   4.500  20.250  91.125 410.063 1845.281 8303.766 37366.945 168151.254 756680.643 3405062.892   0.000
  1.000   5.000  25.000 125.000 625.000 3125.000 15625.000 78125.000 390625.000 1953125.000 9765625.000   0.000

  1.000 + -2.706 X^1+  4.315 X^2+ -4.706 X^3+  3.509 X^4+ -1.779 X^5+  0.610 X^6+ -0.139 X^7+  0.020 X^8+ -0.002 X^9+  0.000 X^10
C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

f(x) = $1 - 2.706x + 4.315X^2 + -4.706X^3 + 3.509X^4 + -1.779X^5 + 0.610X^6 + -0.139X^7 + 0.020X^8 + -0.002X^9 + 0.000X^{10}$

Untuk n=12, didapatkan :



```
C:\Windows\System32\cmd.exe
  0) Exit program

Input :
2
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
  1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
2
Masukkan derajat interpolasi : 12

Augmented matrix :
  1.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   1.000
  1.000   0.417   0.174   0.072   0.030   0.013   0.005   0.002   0.001   0.000   0.000   0.000   0.000   0.362
  1.000   0.833   0.694   0.579   0.482   0.402   0.335   0.279   0.233   0.194   0.162   0.135   0.112   0.167
  1.000   1.250   1.563   1.953   2.441   3.052   3.815   4.768   5.960   7.451   9.313  11.642  14.552   0.078
  1.000   1.667   2.778   4.630   7.716  12.860  21.433  35.722  59.537  99.229 165.382 275.636 459.394   0.037
  1.000   2.083   4.340   9.042  18.838  39.246  81.762 170.338 354.871 739.314 1540.237 3208.828 6685.058   0.018
  1.000   2.500   6.250  15.625  39.063  97.656 244.141 610.352 1525.879 3814.697 9536.743 23841.858 59604.645   0.009
  1.000   2.917   8.507  24.812  72.368 211.074 615.631 1795.592 5237.142 15274.999 44552.080 129943.566 379002.068   0.005
  1.000   3.333  11.111  37.037 123.457 411.523 1371.742 4572.474 15241.579 50805.263 169350.878 564502.926 1881676.421   0.003
  1.000   3.750  14.063  52.734 197.754 741.577 2780.914 10428.429 39106.607 146649.778 549936.667 2062262.502 7733484.381   0.001
  1.000   4.167  17.361  72.338 301.408 1255.867 5232.781 21803.254 90846.890 378528.710 1577202.959 6571678.997 27381995.823   0.001
  1.000   4.583  21.007  96.282 441.292 2022.587 9270.191 42488.373 194738.378 892550.897 4090858.277 18749767.102 85936432.546   0.000
  1.000   5.000  25.000 125.000 625.000 3125.000 15625.000 78125.000 390625.000 1953125.000 9765625.000 48828125.000 244140625.000   0.000

  1.000 + -3.036 X^1+  6.225 X^2+ -9.356 X^3+  9.877 X^4+ -7.285 X^5+  3.787 X^6+ -1.395 X^7+  0.362 X^8+ -0.065 X^9+  0.008 X^10+ -0.001 X^11+  0.000 X^12
C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

f(x) = 1 - 3.036 X + 6.225 X^2 - 9.356 X^3 + 9.877 X^4 -7.285 X^5 + 3.787 X^6 - 1.395 X^7 + 0.362 X^8 - 0.065 X^9 + 0.008 X^{10} -0.001 X^{11} + 0.000 X^{12}

Percobaan dengan selang [-2..2]

NB : Selang minus tidak bisa dipakai karena terdapat fungsi akar.

Untuk n=5 , didapatkan:

Nb: n= 3 -> (-2, -1.2 , -0.4 tidak bisa)

```
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
  1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
2
Masukkan derajat interpolasi : 2

Augmented matrix :
  1.000   0.400   0.160   0.374
  1.000   1.200   1.440   0.085
  1.000   2.000   4.000   0.021

  0.603 + -0.642 X^1+  0.176 X^2
```

f(x) = 0.603 – 0.642 X + 0.176 X^2

Untuk n = 10, didapatkan :

Nb: n=10 -> 6 (-2,-1.6,-1.2,-0,8,-0.4 tdk bisa),

```
C:\Windows\System32\cmd.exe
Pilih jenis input yang anda inginkan:
  1) Input manual
  2) Input dari file eksternal
  3) Membuat matriks solvable random
  4) Membuat matriks multisolution random
  5) Membuat matriks unsolvable random
  0) Exit program

Input :
2
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
  1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
2
Masukkan derajat interpolasi : 5

Augmented matrix :
  1.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   1.000
  1.000   0.400   0.160   0.064   0.026   0.010   0.374
  1.000   0.800   0.640   0.512   0.410   0.328   0.177
  1.000   1.200   1.440   1.728   2.074   2.488   0.085
  1.000   1.600   2.560   4.096   6.554  10.486   0.042
  1.000   2.000   4.000   8.000  16.000  32.000   0.021

  1.000 + -2.660 X^1+  3.750 X^2+ -2.987 X^3+  1.217 X^4+ -0.195 X^5
C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

$f(x) = 1 - 2.66\ x + 3.75\ x^2 - 2.987\ x^3 + 1.217\ x^4 - 0.195\ x^5$

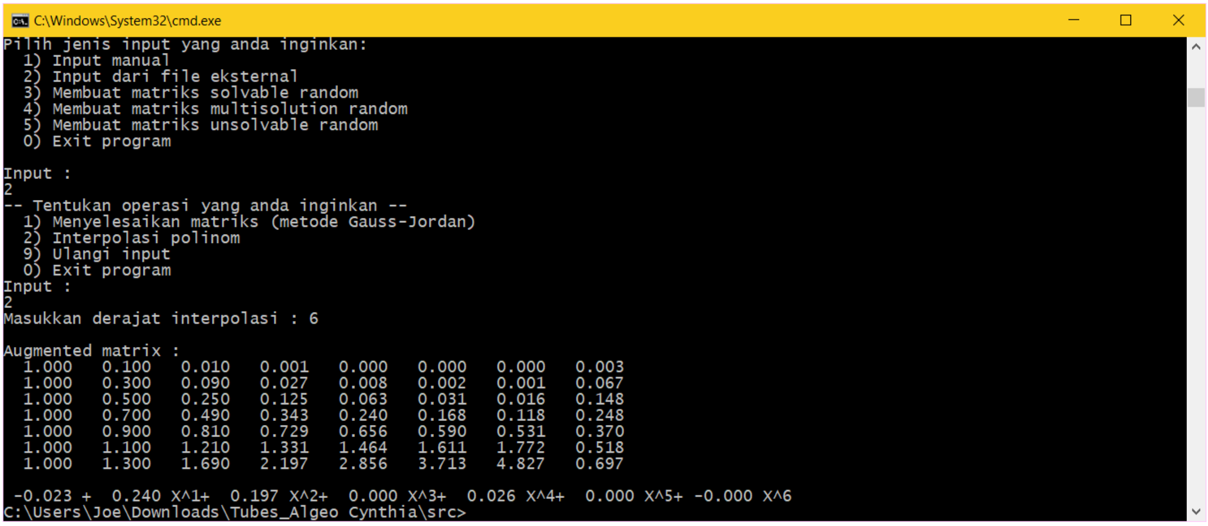
Untuk n = 12, didapatkan :

Nb: n=12 -> 7 (-2,-1.66,-1.33,-1,-0.66,-0.33 tidak bisa)

```
C:\Windows\System32\cmd.exe
Pilih jenis input yang anda inginkan:
  1) Input manual
  2) Input dari file eksternal
  3) Membuat matriks solvable random
  4) Membuat matriks multisolution random
  5) Membuat matriks unsolvable random
  0) Exit program

Input :
2
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
  1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
2
Masukkan derajat interpolasi : 6

Augmented matrix :
  1.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   0.000   1.000
  1.000   0.333   0.111   0.037   0.012   0.004   0.001   0.424
  1.000   0.667   0.444   0.296   0.198   0.132   0.088   0.227
  1.000   1.000   1.000   1.000   1.000   1.000   1.000   0.123
  1.000   1.333   1.778   2.370   3.160   4.214   5.619   0.067
  1.000   1.667   2.778   4.630   7.716  12.860  21.433   0.037
  1.000   2.000   4.000   8.000  16.000  32.000  64.000   0.021

  1.000 + -2.999 X^1+  5.532 X^2+ -6.428 X^3+  4.317 X^4+ -1.512 X^5+  0.213 X^6
C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

$f(x) = 1 - 2.999\ x + 5.532\ x^2 - 6.428\ x^3 + 4.317\ x^4 - 1.512\ x^5 + 0.213\ x^6$

7. Soal g)



```
C:\Windows\System32\cmd.exe
Pilih jenis input yang anda inginkan:
  1) Input manual
  2) Input dari file eksternal
  3) Membuat matriks solvable random
  4) Membuat matriks multisolution random
  5) Membuat matriks unsolvable random
  0) Exit program

Input :
2
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
  1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
2
Masukkan derajat interpolasi : 6

Augmented matrix :
  1.000   0.100   0.010   0.001   0.000   0.000   0.000   0.003
  1.000   0.300   0.090   0.027   0.008   0.002   0.001   0.067
  1.000   0.500   0.250   0.125   0.063   0.031   0.016   0.148
  1.000   0.700   0.490   0.343   0.240   0.168   0.118   0.248
  1.000   0.900   0.810   0.729   0.656   0.590   0.531   0.370
  1.000   1.100   1.210   1.331   1.464   1.611   1.772   0.518
  1.000   1.300   1.690   2.197   2.856   3.713   4.827   0.697

 -0.023 +  0.240 X^1+  0.197 X^2+  0.000 X^3+  0.026 X^4+  0.000 X^5+ -0.000 X^6
C:\Users\Joe\Downloads\Tubes_Algeo Cynthia\src>
```

Dari persamaan polynomial diatas, nilai f(x) bisa didekati sehingga:

$f(x) = -0.022976562500000$
$+ 0.240000000000002\ X$
$+ 0.197395833333324\ X^2$
$+ 0.000000000000019\ X^3$
$+ 0.026041666666648\ X^4$
$+ 0.000000000000007\ X^5$
$- 0.000000000000001\ X^6$

x	f(x)
0.2	0.032960938
0.55	0.171118652
0.85	0.33723584
1.28	0.677541837

8. Soal h)

Dengan menggunakan X = tahun, dan Y = Harga($ juta)

```
Augmented matrix :
  1.000 1950.000 3802500.000 7414875000.000 14459006250000.000 28195062187500000.000 54980371265625000000.000 107211723967968740000000.000  33.525
  1.000 1955.000 3822025.000 7472058875.000 14607875100625.000 28558395821721876.000 55831663831466260000.000 109150902790516550000000.000  46.519
  1.000 1960.000 3841600.000 7529536000.000 14757890560000.000 28925465497600000.000 56693912375296000000.000 111120068255580170000000.000  53.941
  1.000 1965.000 3861225.000 7587307125.000 14909058500625.000 29296299953728124.000 57567229409075765000.000 113119605788833870000000.000  72.319
  1.000 1966.000 3865156.000 7598896696.000 14939430904336.000 29370921157924576.000 57743230996479710000.000 113523192139079110000000.000  75.160
  1.000 1967.000 3869089.000 7610498063.000 14969849689921.000 29445694340074608.000 57919680766926750000.000 113928012068544920000000.000  76.160
  1.000 1968.000 3873024.000 7622111232.000 15000314904576.000 29520619732205568.000 58096579632980560000.000 114334068717705740000000.000  84.690
  1.000 1969.000 3876961.000 7633736209.000 15030826595521.000 29595697566580848.000 58273928508597690000.000 114741365233428860000000.000  90.866

37537583428498928.000 +-113514682655342.880 X^1+142338762637.378 X^2+-94365449.398 X^3+34556.864 X^4+ -6.425 X^5+  0.000 X^6+  0.000 X^7
```

f(x) = 37537583428498928.000000000000000
- 113514682655342.880000000000000 X
+ 142338762637.378330000000000 X^2
- 94365449.398418200000000 X^3
+ 34556.864376035150000 X^4
- 6.424597200754641 X^5
+ 0.000387140093764 X^6
+ 0.000000023130007 X^7

9. Soal i)

Dengan x = suhu (T) dan y = v (10-5 ft2/detik), didapatkan:

```
-- Tentukan operasi yang anda inginkan --
  1) Menyelesaikan matriks (metode Gauss-Jordan)
  2) Interpolasi polinom
  9) Ulangi input
  0) Exit program
Input :
2
Masukkan derajat interpolasi : 5

Augmented matrix :
  1.000  40.000 1600.000  64000.000  2560000.000  102400000.000    1.660
  1.000  50.000 2500.000 125000.000  6250000.000  312500000.000    1.410
  1.000  60.000 3600.000 216000.000 12960000.000  777600000.000    1.220
  1.000  70.000 4900.000 343000.000 24010000.000 1680700000.000    1.060
  1.000  80.000 6400.000 512000.000 40960000.000 3276800000.000    0.930
  1.000  90.000 8100.000 729000.000 65610000.000 5904900000.000    0.840

  6.030 + -0.268 X^1+  0.007 X^2+ -0.000 X^3+  0.000 X^4+ -0.000 X^5
```

f(X) = 6.030000000000042
- 0.267816666666671 X
+ 0.006737500000000 X^2
- 0.000091666666667 X^3
+ 0.000000625000000 X^4
- 0.000000001666667 X^5

Suhu	Viskositas
62	1.185904975
75	1.031296635
88	0.854492961

Bab V: Kesimpulan

a) Kesimpulan

Penyelesaian SPL dan Interpolasi fungsi dapat dilakukan dengan menggunakan matriks dan metode *Gauss* dan *Gauss-Jordan*. Proses penyelesaian dapat diotomasi dengan menggunakan program komputer.

b) Hasil yang dicapai

Penulis & tim telah berhasil membuat program untuk memecahkan SPL dan interpolasi fungsi. Program telah melampaui standar capaian dan spek yang ditentukan.

c) Saran

Untuk orang yang menjadikan laporan ini referensi, pengaturan desimal *floating-point* dan strategi *pivoting* sangat mempengaruhi tingkat akurasi hasil akhir. Dalam menampilkan solusi SPL yang memiliki parametris, bisa dicoba menggunakan algoritma lain yang lebih general. Perhatikan pula standar code yang baik :> .

Daftar Pustaka

http://chronicles.blog.ryanrampersad.com/2011/03/text-based-menu-in-java/

http://arifhidayat659.blogspot.sg/2014/04/metode-eliminasi-gauss-dan-gauss-jordan.html

https://penma2b.id/2017/04/04/eliminasi-gauss-jordan-spl-3-variabel/

Munir,Rinaldi.2011.*Aplikasi Aljabar Lanjar pada Metode Numerik*

Stewart, et.ol.2007.*College Algebra: Matrices and Determinants*

Treil, Sergei.2009.*Linear Algebra Done Wrong*