诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

教务处填写:

2013 年 06 月__日

考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 线性代数 B ;课程编码: GE03013 试卷编号: A ;考试时间:120 分钟

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
应得分	20	10	11	11	14	13	15	6			100

注意:所有答案均应写在统一配发的答题纸上,写在此试卷上无效!

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

学号:

姓名:

湖南大学教务处

装订线(题目不得超过此线)

一. 填空题(每题 3 分,共 15 分)

1. 设 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}=(\alpha_1,\beta,\gamma),\boldsymbol{B}=(\alpha_2,\beta,\gamma)$ 且 $|\boldsymbol{A}|=2$,$|\boldsymbol{B}|=-1$,则 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}|=$ ________.

2. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&2&0\\3&3&3\end{pmatrix}$ 的伴随矩阵为 $\boldsymbol{A}^*$,则 $(\boldsymbol{A}^*)^{-1}=$ ________.

3. 已知 4 阶矩阵 $\boldsymbol{A}=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$ 且 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关, $\alpha_4=2\alpha_1-\alpha_2$,则方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$ 的通解为________.

4. 若 3 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $-1,0,1$,则与矩阵 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}^3-\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{E}$ 相似的对角矩阵为________.

5. 若实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+ax_2x_3$

(1) a 满足________时,该二次型正定;

(2) a 满足________时,该二次型的秩为 2.

二.(本题 10 分)计算行列式 $D=\begin{vmatrix}-a_1&a_1&0&\cdots&0&0\\0&-a_2&a_2&\cdots&0&0\\0&0&-a_3&\cdots&0&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\0&0&0&\cdots&-a_n&a_n\\1&1&1&\cdots&1&1\end{vmatrix}$.

三.(本题 11 分)设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-1&1\\-1&1&-1\\1&-1&1\end{pmatrix}$.

1. 若矩阵 $\boldsymbol{B}$ 满足 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{AB}$, 试求 $\boldsymbol{B}$;

2. 若列向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 满足 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{\alpha\alpha}^T$, 试求 $\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\alpha}$.

四.(本题 11 分)给定向量组

$$\alpha_1=(1,-1,0,4),\alpha_2=(2,1,5,6),\alpha_3=(1,-1,-2,0),\alpha_4=(3,0,7,k),$$

当 k 为何值时,向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关?当向量组线性相关时,求出它的秩及一个极大线性无关组.

五.(本题 14 分)1. 讨论 a,b 取何值时,线性方程组 $\begin{cases}x_1-bx_2+x_3=4,\\ax_1+x_2+x_3=3,\\2ax_1+x_2+x_3=4\end{cases}$ 有无解、有唯一解或有无穷多解.

2. 已知 3 元非齐次线性方程组的系数矩阵的秩为1, η_1,η_2,η_3 是它的三个解向量,且 $\eta_1+\eta_2=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},\eta_2+\eta_3=\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix},\eta_3+\eta_1=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$, 求该方程组的通解.

六.(本题 13 分)设3维列向量 $\boldsymbol{\alpha}=(1,2,1)^T$.

1. 求3维列向量 $\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$,使 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$ 为正交向量组;

2. 证明 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$ 是 $\mathbf{R}^3$ 的基,并求向量 $\boldsymbol{\eta}=(1,1,1)^T$ 在基 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$ 下的坐标.

七.(本题 15 分)已知实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+2\lambda x_2x_3\ (\lambda>0)$,经过正交变换 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{QY}$ 化为标准形 $y_1^2+2y_2^2+5y_3^2$,求实参数 λ 及正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$.

八.(本题 6 分)已知向量 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$ 是 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的属于不同特征值的特征向量,证明:当 $c_1c_2\neq0$ 时, $c_1\boldsymbol{\alpha}+c_2\boldsymbol{\beta}$ 不是 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量.