

Tarea 12

Jesua Villacis

Link al notebook con las celdas de python para la resolucion de los ejercicios

https://github.com/JesuaVAlc/Deberes-Metodos-Numericos/blob/main/Tarea12_JesuaVillacis.ipynb

1. Use el método de Euler para aproximar las soluciones para cada uno de los siguientes problemas de valor inicial.

a) $y' = te^{3t} - 2y$, $0 \leq t \leq 1$, $y(0) = 0$, con $h = 0.5$

	t_i	w_i (Aprox. Euler)
0	0.00000	0.00000
1	0.50000	0.00000
2	1.00000	1.12042

b) $y' = 1 + (t - y)^2$, $2 \leq t \leq 3$, $y(2) = 1$, con $h = 0.5$

	t_i	w_i (Aprox. Euler)
0	0.00000	0.00000
1	0.50000	0.50000
2	1.00000	1.00000

c) $y' = 1 + \frac{y}{t}$, $1 \leq t \leq 2$, $y(1) = 2$, con $h = 0.25$

	t_i	w_i (Aprox. Euler)
0	1.00000	2.00000
1	1.25000	2.75000
2	1.50000	3.55000
3	1.75000	4.39167
4	2.00000	5.26905

d) $y' = \cos 2t + \sin 3t$, $0 \leq t \leq 1$, $y(0) = 1$, con $h = 0.25$

	t_i	w_i (Aprox. Euler)
0	0.00000	1.00000
1	0.25000	1.25000
2	0.50000	1.63981
3	0.75000	2.02425
4	1.00000	2.23646

2. Las soluciones reales para los problemas de valor inicial en el ejercicio 1 se proporcionan aquí. Compare el error real en cada paso.

a) $y(t) = \frac{1}{5}te^{3t} - \frac{1}{25}e^{3t} + \frac{1}{25}e^{-2t}$

Tabla de comparación:

	t_i	w_i (Aprox. Euler)	y(t_i) (Valor Real)	Error Relativo
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1	0.50000	0.00000	0.28362	1.00000
2	1.00000	1.12042	3.21910	0.65195

b) $y(t) = t + \frac{1}{1-t}$

Tabla de comparación:

	t_i	w_i (Aprox. Euler)	y(t_i) (Valor Real)	Error Relativo
0	0.00000	0.00000	1.00000	1.00000
1	0.50000	0.50000	2.50000	0.80000
2	1.00000	1.00000	inf	NaN

c) $y(t) = t \ln t + 2t$

Tabla de comparación:

	t_i	w_i (Aprox. Euler)	y(t_i) (Valor Real)	Error Relativo
0	1.00000	2.00000	2.00000	0.00000
1	1.25000	2.75000	2.77893	0.01041
2	1.50000	3.55000	3.60820	0.01613
3	1.75000	4.39167	4.47933	0.01957
4	2.00000	5.26905	5.38629	0.02177

d) $y(t) = \frac{1}{2} \sin 2t - \frac{1}{2} \cos 3t + \frac{4}{3}$

Tabla de comparación:

	t_i	w_i (Aprox. Euler)	y(t_i) (Valor Real)	Error Relativo
0	0.00000	1.00000	1.00000	0.00000
1	0.25000	1.25000	1.32915	0.05955
2	0.50000	1.63981	1.73049	0.05240
3	0.75000	2.02425	2.04147	0.00843
4	1.00000	2.23646	2.11798	0.05594

3. Utilice el método de Euler para aproximar las soluciones para cada uno de los siguientes problemas de valor inicial

a) $y' = \frac{y}{t} - \left(\frac{y}{t}\right)^2$, $1 \leq t \leq 2$, $y(1) = 1$, con $h = 0.1$

Resultados de Euler:

	t_i	w_i
0	1.00000	1.00000
1	1.10000	1.00000
2	1.20000	1.00826
3	1.30000	1.02169
4	1.40000	1.03851
5	1.50000	1.05767
6	1.60000	1.07846
7	1.70000	1.10043
8	1.80000	1.12326
9	1.90000	1.14672
10	2.00000	1.17065

b) $y' = 1 + \frac{y}{t} + \left(\frac{y}{t}\right)^2$, $1 \leq t \leq 3$, $y(1) = 0$, con $h = 0.2$

Resultados de Euler:

	t_i	w_i
0	1.00000	0.00000
1	1.20000	0.20000
2	1.40000	0.43889
3	1.60000	0.72124
4	1.80000	1.05204
5	2.00000	1.43725
6	2.20000	1.88426
7	2.40000	2.40227
8	2.60000	3.00284
9	2.80000	3.70060
10	3.00000	4.51428

c) $y' = -(y+1)(y+3), \quad 0 \leq t \leq 2, \quad y(0) = -2, \quad \text{con } h = 0.2$

Resultados de Euler:

	t_i	w_i
0	0.00000	-2.00000
1	0.20000	-1.80000
2	0.40000	-1.60800
3	0.60000	-1.43873
4	0.80000	-1.30174
5	1.00000	-1.19925
6	1.20000	-1.12749
7	1.40000	-1.07975
8	1.60000	-1.04912
9	1.80000	-1.02995
10	2.00000	-1.01815

d) $y' = -5y + 5t^2 + 2t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = \frac{1}{3}, \quad \text{con } h = 0.1$

Resultados de Euler:

	t_i	w_i
0	0.00000	0.33333
1	0.10000	0.16667
2	0.20000	0.10833
3	0.30000	0.11417
4	0.40000	0.16208
5	0.50000	0.24104
6	0.60000	0.34552
7	0.70000	0.47276
8	0.80000	0.62138
9	0.90000	0.79069
10	1.00000	0.98035

4. Aquí se dan las soluciones reales para los problemas de valor inicial en el ejercicio 3. Calcule el error real en las aproximaciones del ejercicio 3.

a) $y(t) = \frac{t}{1+\ln t}$

	t_i	w_i (Aprox. 3a)	y(t_i) (Valor Real)	Error Relativo
0	1.00000	1.00000	1.00000	0.00000
1	1.10000	1.00000	1.00428	0.00426
2	1.20000	1.00826	1.01495	0.00659

3	1.30000	1.02169	1.02981	0.00789
4	1.40000	1.03851	1.04753	0.00861
5	1.50000	1.05767	1.06726	0.00899
6	1.60000	1.07846	1.08843	0.00916
7	1.70000	1.10043	1.11066	0.00920
8	1.80000	1.12326	1.13365	0.00917
9	1.90000	1.14672	1.15723	0.00908
10	2.00000	1.17065	1.18123	0.00896

b) $y(t) = t \tan(\ln t)$

	t_i	w_i (Aprox. 3b)	y(t_i) (Valor Real)	Error Relativo
0	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1	1.20000	0.20000	0.22124	0.09602
2	1.40000	0.43889	0.48968	0.10373
3	1.60000	0.72124	0.81275	0.11259
4	1.80000	1.05204	1.19944	0.12289
5	2.00000	1.43725	1.66128	0.13485
6	2.20000	1.88426	2.21350	0.14874
7	2.40000	2.40227	2.87655	0.16488
8	2.60000	3.00284	3.67848	0.18367
9	2.80000	3.70060	4.65867	0.20565
10	3.00000	4.51428	5.87410	0.23149

c) $y(t) = -3 + \frac{2}{1+e^{-2t}}$

	t_i	w_i (Aprox. 3c)	y(t_i) (Valor Real)	Error Relativo
0	0.00000	-2.00000	-2.00000	0.00000
1	0.20000	-1.80000	-1.80262	0.00146
2	0.40000	-1.60800	-1.62005	0.00744
3	0.60000	-1.43873	-1.46295	0.01655
4	0.80000	-1.30174	-1.33596	0.02562
5	1.00000	-1.19925	-1.23841	0.03162
6	1.20000	-1.12749	-1.16635	0.03331
7	1.40000	-1.07975	-1.11465	0.03131
8	1.60000	-1.04912	-1.07833	0.02709
9	1.80000	-1.02995	-1.05319	0.02207
10	2.00000	-1.01815	-1.03597	0.01720

d) $y(t) = t^2 + \frac{1}{2}e^{-5t}$

	t_i	w_i (Aprox. 3d)	$y(t_i)$ (Valor Real)	Error Relativo
0	0.00000	0.33333	0.33333	0.00000
1	0.10000	0.16667	0.21218	0.21449
2	0.20000	0.10833	0.16263	0.33385
3	0.30000	0.11417	0.16438	0.30546
4	0.40000	0.16208	0.20511	0.20978
5	0.50000	0.24104	0.27736	0.13095
6	0.60000	0.34552	0.37660	0.08252
7	0.70000	0.47276	0.50007	0.05460
8	0.80000	0.62138	0.64611	0.03827
9	0.90000	0.79069	0.81370	0.02828
10	1.00000	0.98035	1.00225	0.02185

5. Utilice los resultados del ejercicio 3 y la interpolación lineal para aproximar los siguientes valores de y . Compare las aproximaciones asignadas para los valores reales obtenidos mediante las funciones determinadas en el ejercicio 4.

a) $y(0.25)$ y $y(0.93)$

	Valor Solicitado	Valor Interpolado	Valor Real	Error Relativo
0	$y(1.25)$	1.01498	1.02196	0.00683
1	$y(1.93)$	1.15390	1.16439	0.00901

b) $y(1.25)$ y $y(1.93)$

	Valor Solicitado	Valor Interpolado	Valor Real	Error Relativo
0	$y(1.25)$	0.25972	0.28365	0.08437
1	$y(1.93)$	1.30243	1.49023	0.12602

c) $y(2.10)$ y $y(2.75)$

	Valor Solicitado	Valor Interpolado	Valor Real	Error Relativo
0	$y(0.25)$	-1.75200	-1.75508	0.00176
1	$y(0.93)$	-1.23512	-1.26941	0.02701

d) $y(0.54)$ y $y(0.94)$

	Valor Solicitado	Valor Interpolado	Valor Real	Error Relativo
0	$y(0.54)$	0.28283	0.31400	0.09926
1	$y(0.94)$	0.86655	0.88663	0.02265

6. Use el método de Taylor de orden 2 para aproximar las soluciones para cada uno de los siguientes problemas de valor inicial.

a)

$$y' = te^{3t} - 2y, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 0, \quad \text{con } h = 0.5$$

	t_i	Taylor 02	Valor Real
0	0.00000	0.00000	0.00000
1	0.50000	0.12500	0.28362
2	1.00000	2.02324	3.21910

b)

$$y' = 1 + (t - y)^2, \quad 2 \leq t \leq 3, \quad y(2) = 1, \quad \text{con } h = 0.5$$

	t_i	Taylor 02	Valor Real
0	2.00000	1.00000	1.00000
1	2.50000	1.75000	1.83333
2	3.00000	2.42578	2.50000

c)

$$y' = 1 + \frac{y}{t}, \quad 1 \leq t \leq 2, \quad y(1) = 2, \quad \text{con } h = 0.25$$

	t_i	Taylor 02	Valor Real
0	1.00000	2.00000	2.00000
1	1.25000	2.78125	2.77893
2	1.50000	3.61250	3.60820
3	1.75000	4.48542	4.47933
4	2.00000	5.39405	5.38629

d)

$$y' = \cos 2t + \sin 3t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 1, \quad \text{con } h = 0.25$$

	t_i	Taylor 02	Valor Real
0	0.00000	1.00000	1.00000
1	0.25000	1.34375	1.32915
2	0.50000	1.77219	1.73049
3	0.75000	2.11068	2.04147
4	1.00000	2.20164	2.11798

7. Repita el ejercicio 6 con el método de Taylor de orden 4

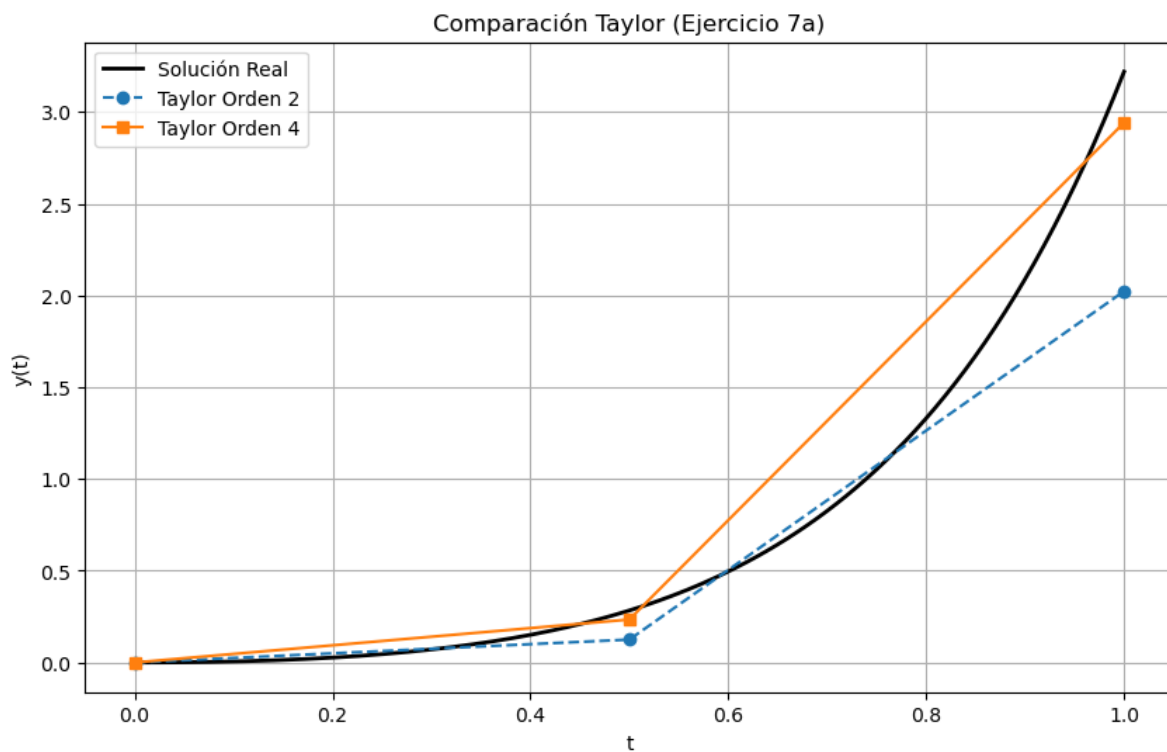
a)

$$y' = te^{3t} - 2y, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 0, \quad \text{con } h = 0.5$$

a)

--- Comparación de Métodos de Taylor (Ejercicio 6a) ---

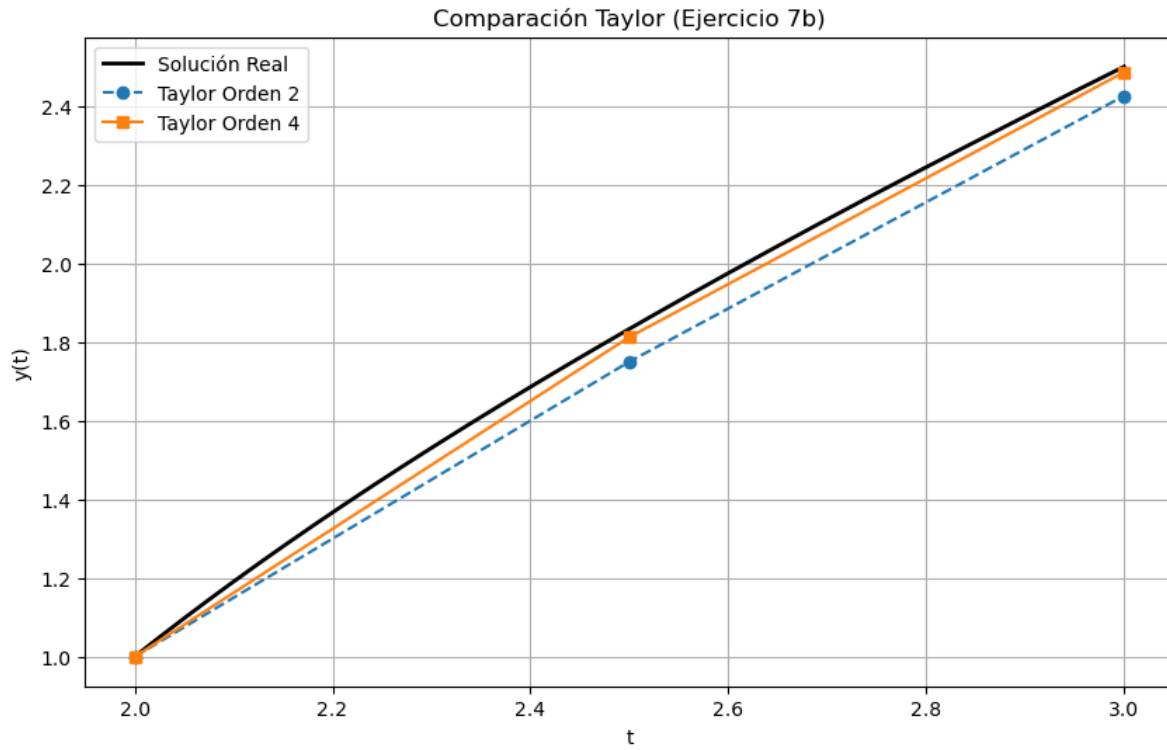
	t_i	Taylor 02	Taylor 04	Valor Real
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1	0.50000	0.12500	0.23437	0.28362
2	1.00000	2.02324	2.94147	3.21910



b)

--- Comparación de Métodos de Taylor (Ejercicio 6b) ---

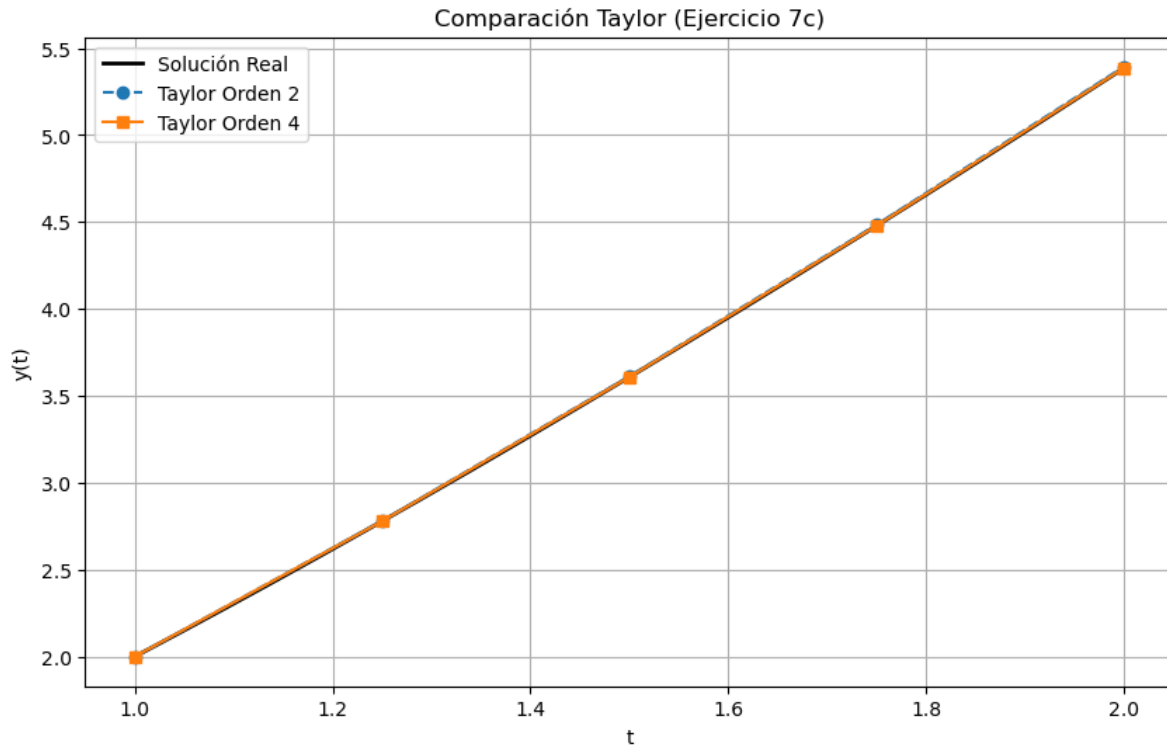
	t_i	Taylor 02	Taylor 04	Valor Real
0	2.00000	1.00000	1.00000	1.00000
1	2.50000	1.75000	1.81250	1.83333
2	3.00000	2.42578	2.48592	2.50000



c)

--- Comparación de Métodos de Taylor (Ejercicio 6c) ---

	t_i	Taylor 02	Taylor 04	Valor Real
0	1.00000	2.00000	2.00000	2.00000
1	1.25000	2.78125	2.77897	2.77893
2	1.50000	3.61250	3.60827	3.60820
3	1.75000	4.48542	4.47942	4.47933
4	2.00000	5.39405	5.38640	5.38629



d)

--- Comparación de Métodos de Taylor (Ejercicio 6d) ---

	t_i	Taylor 02	Taylor 04	Valor Real
0	0.00000	1.00000	1.00000	1.00000
1	0.25000	1.34375	1.32894	1.32915
2	0.50000	1.77219	1.72967	1.73049
3	0.75000	2.11068	2.03993	2.04147
4	1.00000	2.20164	2.11599	2.11798

