Notas sobre Integrales

1 Definición de Integral

La integral definida de una función f(x) en el intervalo [a,b] se define como:

$$\int_{a}^{b} f(x) dx = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_{i}^{*}) \Delta x$$

donde $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ y x_i^* es un punto en el subintervalo i.

2 Propiedades de la Integral

- Linealidad: $\int_a^b [af(x)+bg(x)]\,dx = a\int_a^b f(x)\,dx + b\int_a^b g(x)\,dx$
- Aditividad respecto al intervalo: $\int_a^b f(x) \, dx = \int_a^c f(x) \, dx + \int_c^b f(x) \, dx$
- Si $f(x) \ge 0$ en [a,b], entonces $\int_a^b f(x) \, dx \ge 0$

3 Integrales Indefinidas

La integral indefinida de f(x) es la familia de funciones F(x) tal que F'(x) = f(x):

$$\int f(x) \, dx = F(x) + C$$

donde ${\cal C}$ es la constante de integración.

4 Ejemplos

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \ n \neq -1$
- $\bullet \int e^x dx = e^x + C$
- $\bullet \int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C$