Nombre: Código: Fecha:

TALLER CONJUNTO PRIMER CORTE

Competencias

1. Clasifica los tipos de error bajo los criterios de exactitud y precisión en la solución de modelos matemáticos.
2. Calcula la raíz o raíces de ecuaciones no lineales mediante un método iterativo y lo resuelve con la ayuda de software.

Resultados de aprendizaje

1. Reconoce la diferencia entre soluciones analíticas y numéricas
2. Halla raíces de ecuaciones no lineales mediante métodos abiertos
3. Calcula raíces de ecuaciones no lineales mediante métodos numéricos cerrados.
4. Hace uso de software (Excel, Matlab, Wolfram Alpha) para encontrar las raíces de una ecuación por medio de métodos numéricos.

Preguntas de Selección Múltiple

1. La cantidad de un contaminante radiactivo distribuido uniformemente que se encuentra contenido en un reactor cerrado, se mide por su concentración c (becquerel/litro, o Bq/L). El contaminante disminuye con una tasa de decaimiento proporcional a su concentración, es decir:

$$\text{tasa de crecimiento} = -kc$$

donde k es una constante con unidades de dia^{-1}. Entonces, puede escribirse un balance de masa para el reactor, así:

$$\frac{dc}{dt} = -kc$$

Utilizando la ecuación de Euler

$$\text{valor nuevo} = \text{valor anterior} + \text{pendiente} \times \text{tamaño del paso}$$

con $k = 0{,}175d^{-1}$ y un tamaño de paso de $\Delta t = 0{,}1$, y una concentración inicial en $t = 0$ de $100Bq/L$ se obtiene que

a) la concentración al cabo de un día es de $83{,}8157Bq/L$

b) la concentración al cabo de un día es de $83{,}6828Bq/L$

c) la concentración al cabo de un día es de $79{,}4987Bq/L$

d) la concentración al cabo de un día es de $79{,}6249Bq/L$

2. Al resolver la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ se pueden presentar serios problemas de cancelación catastrófica si una de las raíces es muy pequeña en comparación con la otra. A fin de evitar este problema, en lugar de usar la fórmula

$$r_1, r_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

se usan las fórmulas

$$r_1 = \left|\frac{-b}{2a}\right| + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}};\ r_2 = \frac{c/a}{r_1}$$

Al usar este método alternativo para resolver la ecuación $x^2 - 10^5x + 1 = 0$ y usando truncamiento con 7 cifras, se obtiene que

a) la raíces son $r_1 = 99999{,}99999$ y $r_2 = 0$

b) la raíces son $r_1 = 100000$ y $r_2 = 0{,}00001$

c) la raíces son $r_1 = 100000$ y $r_2 = 0$

d) la raíces son $r_1 = 99999{,}99999$ y $r_2 = 0{,}00001$

3. La velocidad del agua, v (m/s), en la descarga de un tanque cilíndrico a través de un tubo largo se puede calcular como

$$v = \sqrt{2gH}\tanh\left(\frac{\sqrt{2gH}}{2L}t\right)$$

donde $g = 9{,}81m/s^2$, H = carga hidrostática inicial (m), L = longitud de tubo (m) y t = tiempo transcurrido (s). Para un tubo de $4m$ en $2{,}5s$,

a) la carga hidrostática necesaria para obtener una velocidad de $5m/s$ es aproximadamente $1{,}12881m$

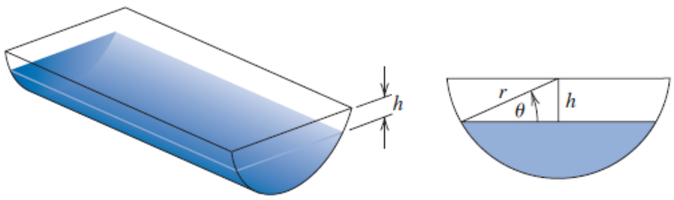
b) la carga hidrostática necesaria para obtener una velocidad de $5m/s$ es aproximadamente $1{,}46589m$

c) la carga hidrostática necesaria para obtener una velocidad de $5m/s$ es aproximadamente $1{,}38425m$

d) la carga hidrostática necesaria para obtener una velocidad de $5m/s$ es aproximadamente $0{,}88588m$

4. Un abrevadero de longitud L tiene una sección transversal en forma de semicírculo con radio r. (Vea la figura.) Cuando se llena con agua hasta una distancia h a partir de la parte superior, el volumen V de agua es

$$V = L[0{,}5\pi r^2 - r^2 \arcsin(h/r) - h(r^2 - h^2)^{1/2}]$$



Si $L = 10$ pies, $r = 1$ pie y $V = 12{,}4\ pies^3$, entonces

a) la profundidad del agua en el abrevadero es de 0.530 pies
b) la profundidad del agua en el abrevadero es de 0.1661 pulgadas
c) la profundidad del agua en el abrevadero es de 0.1661 pies
d) la profundidad del agua en el abrevadero es de 0.530 pulgadas

5. Los problemas relacionados con la cantidad de dinero requerida para pagar una hipoteca por un periodo fijo incluye la fórmula

$$A = \frac{P}{i}[1 - (1 + i)^{-n}]$$

Conocida como ecuación de anualidad ordinaria. En esta ecuación, A es la cantidad de la hipoteca, P es la cantidad de cada pago e i es la tasa de interés por periodo para los n periodos de pago. Suponga que se necesita una hipoteca por \$135000 a 30 años para una vivienda y que el prestatario puede efectuar pagos de máximo \$1000 por mes.

De acuerdo a la situación,

a) la tasa de interés máximo que el prestatario puede pagar es de 8 %
b) la tasa de interés máximo que el prestatario puede pagar es de 5 %
c) la tasa de interés máximo que el prestatario puede pagar es de 7 %
d) la tasa de interés máximo que el prestatario puede pagar es de 11 %

6. Una lata en forma de un cilindro circular recto se construye para contener $1000cm^3$. Las partes superior e inferior de la lata deben tener un radio de $0{,}25cm$ más que el radio de la lata, de tal forma que el exceso se pueda usar para formar un sello con la parte lateral. La hoja de material que se forma dentro de la parte lateral de la lata también debe ser $0{,}25cm$ más grande que la circunferencia de la lata, de tal forma que se pueda formar un sello.

Dentro de 10^{-4},

a) la cantidad mínima de material necesario para construir la lata es de $573{,}64895cm$ aproximadamente.
b) la cantidad mínima de material necesario para construir la lata es de $689{,}756cm^2$ aproximadamente.
c) la cantidad mínima de material necesario para construir la lata es de $596{,}899cm^2$ aproximadamente.
d) la cantidad mínima de material necesario para construir la lata es de $689{,}756cm$ aproximadamente.

7. En ingeniería ambiental, la ecuación siguiente se emplea para calcular el nivel de oxígeno c (mg/L) en un río aguas abajo de la descarga de un drenaje:

$$c = 10 - 20(e^{-0{,}2x} - e^{-0{,}75x})$$

donde x es la distancia aguas abajo en kilómetros. Los niveles de oxígeno por debajo de 5mg/L por lo general son dañinos para ciertas especies de pesca deportiva, como la trucha y el salmón. La distancia aguas abajo en donde el nivel de oxígeno cae a 5mg/L es de:

a) 0.60235

b) 6.81207

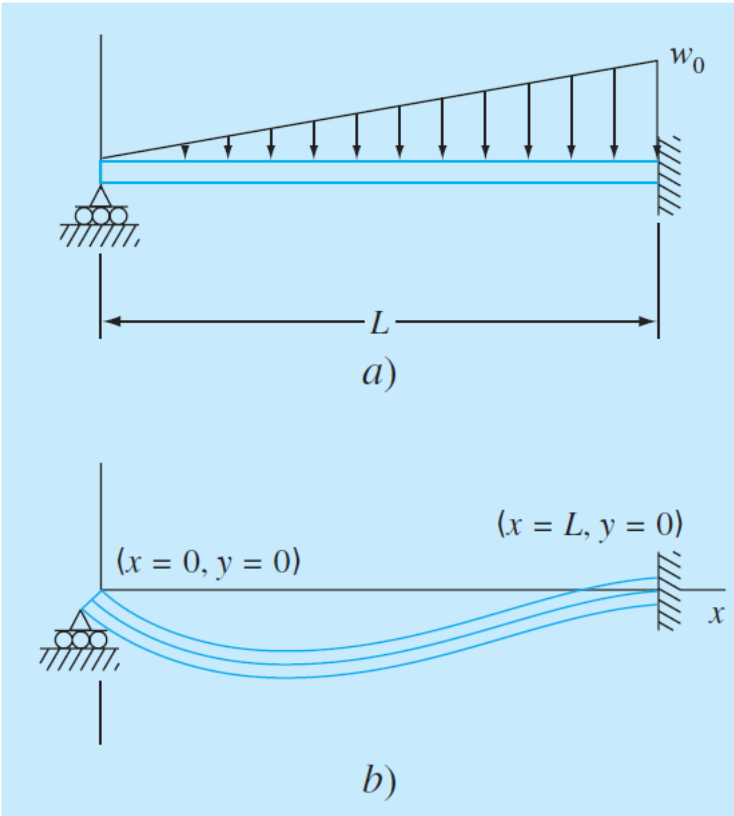
c) 3.14159

d) 2.83263

8. En la figura, se muestra una viga uniforme sujeta a una carga distribuida uniformemente que crece en forma lineal. La ecuación para la curva elástica resultante es la siguiente

$$y = \frac{w_0}{120EIL}(-x^5 + 2L^2x^3 - L^4x)$$

Utilice los siguientes valores para los parámetros: $L = 450$ cm, $E = 50000kN/cm^2$, $I = 30000cm^4$ y $w_0 = 1{,}75kN/cm$ para determinar el punto de máxima deflexión.



a) El punto de máxima deflexión es en x=-450

b) El punto de máxima deflexión es en x=450

c) El punto de máxima deflexión es en x=201.246

d) El punto de máxima deflexión es en x=-201.246

9. Suponga que esta diseñando un tanque esférico para almacenar agua para un poblado pequeño en un país en desarrollo. El volumen de líquido que puede contener se calcula con

$$V = \pi h^2 \frac{(3R - h)}{3}$$

donde V =volumen (m^3), h =profundidad del agua en el tanque (m) y R = radio del tanque (m). Si $R = 3$, la profundidad h a la que debe llenarse de modo que contenga $30m^3$ y, utilizando valores iniciales de 0 y R, es

a) $h = 8{,}6139$
b) $h = 2{,}0269$
c) $h = -1{,}6408$
d) $h = -8{,}6139$

10. La ecuación de estado de Van der Walls para un gas real es

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(V - b) = RT$$

donde P = presión en atm, T= temperatura en K, R= constante universal de los gases en atm-L/(gmol k)=0.08205, V= volumen molar del gas en L/gmol, a y b son constantes particulares para cada gas.
Para el CO_2, a 10 atm y $80°C$, se tiene $a = 3{,}599$ y $b = 0{,}4267$. Por lo tanto, el volumen molar del CO_2 es:

a) $2{,}81475L/gmol$
b) $1{,}36386L/gmol$
c) $0{,}87878L/gmol$
d) $0{,}17981L/gmol$

11. La fórmula de Bazin para la velocidad de un fluido en canales abiertos está dada por

$$v = c(re)^{1/2}$$

con

$$c = \frac{87}{0{,}552 + \frac{m}{r^{1/2}}}$$

donde m = coeficiente de rugosidad, r = radio hidráulico en pies (área dividida entre el perímetro mojado), e = pendiente de la superficie del fluido y v = velocidad del fluido en pies/segundos. Al calcular el radio hidráulico correspondiente a los siguientes datos (dados en unidades consistentes) m = 1.1 e = 0.001 v = 5, se obtiene

a) $r = 3{,}0074$ pies
b) $r = 3{,}5056$ pies
c) $r = 4{,}0074$ pies
d) $r = 4{,}5056$ pies

12. Consideremos el cable AB (véase la figura) con una carga vertical distribuida con intensidad constante γ_L a lo largo del cable. La intensidad de carga γ_L se mide en unidades de fuerza por unidad de longitud. Un cable que cuelga bajo la acción de su propio peso soporta una carga de este tipo,y la curva que adopta corresponde a un coseno hiperbólico o catenaria.

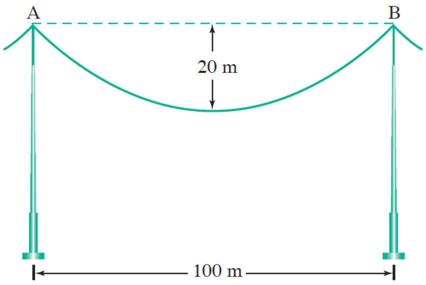


Figura 1: Cable de transmisión suspendido con la acción de su peso

$$\gamma = c\left(\cosh\left(\frac{x}{c}\right) - 1\right)$$

donde c es una constante, siendo T_0 la tensión mínima en el cable, o donde la pendiente de la recta tangente trazada a la curva es cero.

La solución de la catenaria para c es un resultado intermedio para calcular la tensión máxima y mínima en el cable y la longitud s del mismo. Por ejemplo, la densidad de masa del cable de la figura es de un kg/m. Al calcular la longitud s del alambre usando la expresión

$$s = 2c \sinh\left(\frac{x}{c}\right)$$

se obtiene

a) 54.9859 m

b) 109.9718 m

c) 65.5862 m

d) 131.1725 m

13. Para obtener la temperatura de burbuja de una solución líquida de CCl_4 y CF_4 en equilibrio con su vapor, se llegó a la ecuación

$$760 = 0{,}75\left[10^{6{,}898 - \frac{1221{,}8}{T+227{,}4}}\right] + 0,25\left[10^{6{,}195 - \frac{376{,}71}{T+241{,}2}}\right]$$

La temperatura de burbuja T es

a) -380.097

b) 102.30165

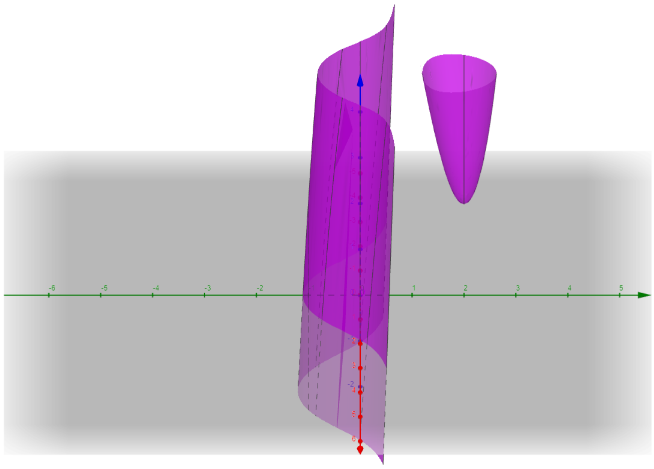
c) -102.30165

d) 380.097

14. Se da la función $f(x, y) = 2y^3 + 4x^2y - 3x^2 - 6y^2 + 10$, la cual tiene cuatro puntos críticos (máximos, mínimos o puntos de silla). Para determinar los puntos críticos se debe plantear el siguiente sistema

$$\frac{df}{dx} = u(x, y) = 0$$

$$\frac{df}{dy} = v(x, y) = 0$$



Dos de las soluciones diferentes a la trivial son:

a) $x_1 = \frac{3\sqrt{10}}{4}$, $y_1 = \frac{3}{8}$; $x_2 = 2$, $y_2 = 0$

b) $x_1 = \frac{-3\sqrt{10}}{4}$, $y_1 = \frac{3}{4}$; $x_2 = 2$, $y_2 = 0$

c) $x_1 = \frac{3\sqrt{10}}{4}$, $y_1 = \frac{3}{8}$; $x_2 = 0$, $y_2 = 2$

d) $x_1 = \frac{3\sqrt{10}}{4}$, $y_1 = \frac{3}{4}$; $x_2 = 0$, $y_2 = 2$

15. Una lámina de termoplástico se emplea hoy en día para la fabricación de diferentes artículos bien sean automotrices, electrónicos, domésticos, entre otros. Una pieza de policloruro de vinilo tipo SWA la cual esta descrita por la función $f(x,y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3 - 129}$, se deja a una temperatura de 90^oC durante 5 minutos, la cual alcanza a deformarse hasta generar una superficie descrita por la función $g(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 9{,}75}$. Luego de esto se vuelve a colocar a una temperatura de 90^oC durante otros 5 minutos más, generando una superficie descrita por la función $h(x,y) = x + y - 9{,}49$. El ingeniero de materiales debe establecer el punto de la pieza que menos deformación presento, para lo cual mediante un software especializado sobrepone las tres piezas y calcula el punto de conjunción. Empleando el método de Newton Raphson multivariado con un valor de $x_0 = (4, 2, -3)$, se puede determinar que el punto es:

a) $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

b) $\left(\frac{1}{5000}, \frac{3}{100}, \frac{-1}{25000}\right)$

c) $\left(\frac{3}{500}, 10^{-8}, \frac{7}{2000000}\right)$

d) $(2{,}58 \times 10^{-11}, -2{,}576 \times 10^{-11}, 1{,}595 \times 10^{-14})$