Monte Carlo

O

CUADRATURA DE GAUSS

Ingenieros en Fiestas Infantiles

Project Plan By Slidesgo

¿Que es?

La integración de Monte Carlo es un proceso de resolución de integrales que tiene numerosos valores para integrar. El proceso de Monte Carlo utiliza la teoría de los grandes números y el muestreo aleatorio para aproximar valores que están muy cerca de la solución real de la integral. Funciona en el promedio de una función denotada por <f(x)>. Luego podemos expandir <f(x)> como la suma de los valores divididos por el número de puntos en la integración y resolver el lado izquierdo de la ecuación para aproximar el valor de la integración en el lado derecho. La derivación es la siguiente.

$$< f(x) > = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

$$(b-a) < f(x) > = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$(b-a)\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(x_i) \approx \int_a^b f(x)\,dx$$

MONTECARLO

VENTAJAS

- El problema puede ser programado en matlab, python, etc. Esto lo hace relativamente fácil de utilizar para personas que no están muy familiarizados con métodos de integración.
- Puede llegarse a resolver bastante rápido dependiendo la complejidad del problema.
- Es bastante preciso y entre mayor número de puntos utilices más cerca al resultado exacto se encontrará.

DESVENTAJAS

- Si un problema llega a ser lo suficientemente complejo, (cuando el valor de p es mayor a 1 / 2), llega a ser bastante tardado resolver por el método de Monte Carlo.
- Aunque la respuesta es precisa y clara el procedimiento no ayuda para nada entender lo que está pasando, es decir, no es interpretable.

Cuadratura de Gauss

VENTAJAS

- La ventaja de este método de integración respecto a otros (como el trapezoide) es que en vez de tener dos puntos fijos de la curva, se toman dos puntos estratégicos, permitiéndonos reducir el error.
- Ya que se puede determinar el área bajo la nueva recta, se pueden equilibrar los errores positivos y negativos.
- Al ser más preciso, se reduce el tiempo de cómputo

DESVENTAJAS

- Se requiere conocer las raíces y los pesos para los polinomios interpolantes de Lagrange.
- No es posible estimar el error sin conocer el resultado exacto.
- Se necesita la función exacta a derivar.

Programa en Matlab Ejemplo

$$\int_{-1}^{1} e^{-x^2}\,dx$$

Monte Carlo

Resulado

1.4946

Error

9.5173e-04

Cuadratura de Gauss

Resulado

```
[16]  1 integral=cuadraturagaussianaNwz(tryfunc,-1,1,6)
      2 integral
```

1.4936475904112452

Error

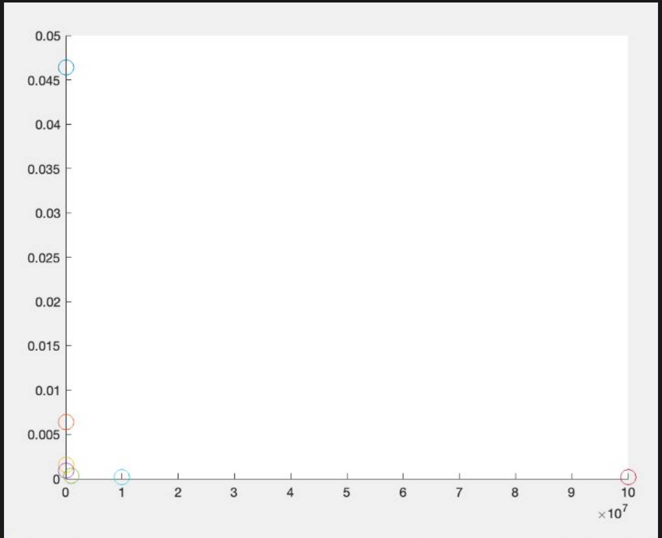
7.459897144457273e-10

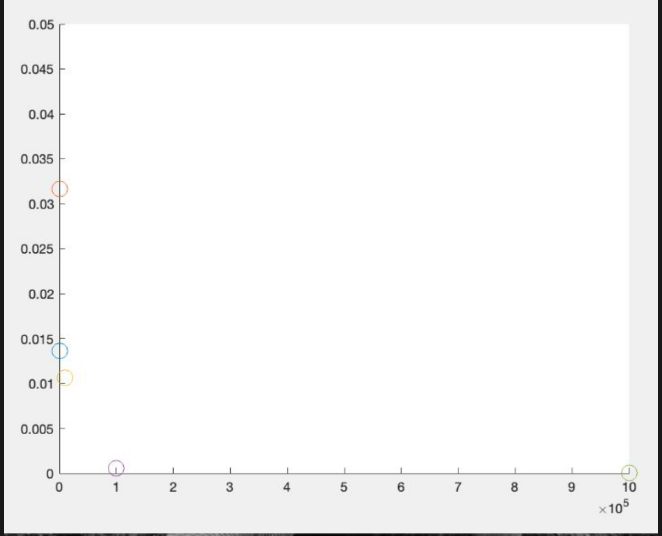
Programa en Matlab

```matlab
clear all
clc

f = @(x) exp(-x.^2);  % función a integrar
area_real = sqrt(pi)*erf(1)

a = -1;
b = 1;  % limites x
m = 0;
N = 100000;  % iteraciones

ys = f(linspace(a,b)); % 100 ys aleatorias
lim_y = max(ys);  % limite y

for i = 1:N
    x = a + (b-a)*rand();
    y = rand() * lim_y;

    fx = f(x);

    if y <= fx
        m = m+1;
    end
end

area = (b-a)* (m/N)

error = abs(area-area_real)
```

Convergencia

Ejemplo





Referencias

- GeeksforGeeks. (2022, March 10). *Monte Carlo integration in Python*. https://www.geeksforgeeks.org/monte-carlo-integration-in-python/
- ritvikmath. (2021, January 6). *Monte Carlo Methods : Data Science Basics* [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=EaR3C4e600k
- Ethan Smith. (2018, June 30). *Monte Carlo Integration* [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=8276ZswRw7M