

# Anotaciones Examen Parcial

Jesus Mauricio Huayhua Flores

2024-05-12

## Librerías

```
library(DescTools)
library(ggplot2)
library(MASS)
```

## Lectura de archivos

```
# Para leer archivos xlsx
data <- read_xlsx(path="directory/file.xlsx")
head(data)
# Para leer archivos csv
data <- read.csv("directory/file.csv")
```

## Pruebas de bondad de ajuste

### Distribución multinomial

- Repetir  $n$  veces, de forma independiente
- $k (k \geq 2)$  resultados o categorías
- $C_1, C_2, \dots, C_k$  con  $p_1, p_2, \dots, p_k$
- $\sum_{i=1}^k p_i = 1$
- Notación:  $(X_1, X_2, \dots, X_k) \sim Mult(n, p_1, p_2, \dots, p_k)$

### Función de probabilidad conjunta

Si  $(X_1, X_2, \dots, X_k) \sim Mult(n, p_1, p_2, \dots, p_k)$

$$P(X_1 = x_1, \dots, X_k = x_k) = \frac{n!}{x_1! \dots x_k!} p_1^{x_1} \dots p_k^{x_k}$$

- $X_1, X_2, \dots, X_k$  **NO** son independientes -  $X_1 \sim B(n, p_i), \forall i = 1, \dots, k$  -  $E(X_i) = np_i$  -  $V(X_i) = np_i(1 - p_i)$
- $Cov(X_i, X_j) = -np_i p_j, (si) i \neq j$

## Pruebas Chi-cuadrado

Utilizado para contrastar hipótesis acerca de los parámetros, de 1 o varias distribuciones multinomiales.

$$W = \sum_{i=1}^k \frac{(X_i - E_i)^2}{E_i}$$

### Teorema 1

Si  $n$  es grande,  $\forall i = 1, \dots, k$  se cumple que  $E_i = np_i \geq 5$

$$W = \sum_{i=1}^k \frac{(X_i - E_i)^2}{E_i} = \sum_{i=1}^k \frac{(X_i - np_i)^2}{np_i}$$

Tiene distribución Chi-cuadrado con  $(K - 1)$  grados de libertad  $W \sim X_{(k-1)}^2$

### Prueba Chi-cuadrado para bondad de ajuste

Es la prueba para determinar si la variable que observamos se ajusta o no a una distribución teórica.

$$\begin{cases} H_0 : & F_Y = F_o \\ H_1 : & F_Y \neq F_o \end{cases}$$

Experimento multinomial de  $k$  categorías excluyentes.

- $C_1, \dots, C_k$  con probabilidades  $p_1, \dots, p_k$
- Frecuencias observadas  $x_1, \dots, x_k$ , donde  $\sum_{i=1}^k x_i = n$
- $X_i$  números de veces en que ocurre la categoría  $C_i$
- Contrastar si las frecuencias observadas de cada categoría difieren significativamente, de las frecuencias esperadas  $e_i = np_i$

$$\begin{cases} H_0 : & \forall i : p_i = p_i^o \\ H_1 : & \exists i : p_i \neq p_i^o \end{cases}$$

Si  $e_i = np_i^o \geq 5$ , la estadística de prueba:

$$W = \sum_{i=1}^k \frac{(X_i - np_i^o)^2}{np_i^o} = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - e_i^o)^2}{e_i^o}$$

Punto crítico, se distribuye Chi-cuadrado con  $k - 1$  grados de libertad:  $W \sim X_{k-1}^2$ .

### Pasos para la prueba de Chi-cuadrado(x^2) de bondad de ajuste

1. Establecer las hipótesis sobre la función de distribución desconocida

$$\begin{cases} H_0 : & F_Y = F_0, \text{ con } F_0 \text{ conocida} \\ H_1 : & F_Y \neq F_0 \end{cases}$$

2. Obtener una tabla aleatoria de tamaño  $n$  de  $Y$ , con una tabla de distribución de frecuencias.

| Intervalos | marca de clase | frecuencia observada | frecuencia esperada |

3. Se calculan las frecuencias esperadas  $E_i^o$
4. Se calcula Estadístico de prueba

$$U_0 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i^o)^2}{E_i^o} \sim X_{(k-1)}^2$$

5. Se rechaza si  $U_0 > X_{1-\alpha, k-m-1}^2$ , donde  $r$  es la cantidad de parámetros desconocidos.

## Comandos utiles en R

### Opción1:

```
normalityTest(horas ~ pastillas, test="shapiro.test", data=Dataset)
```

### Opción2:

```
# Histograma
```

```
auxhist <- hist(X,xlab="Largo (mm)", main= "Histograma del Largo") # Al crear el histograma se guardan las características de la distribución.
```

```
# Prueba de bondad de ajuste
```

```
cortes_histo <- auxhist$breaks
```

```
probAcum_DistNormal <- pnorm(cortes_histo, mean = mean(X), sd = sd(X))
```

```
n <- length(probAcum_DistNormal)
```

```
intervalos <- data.frame(probAcum_DistNormal[-n],probAcum_DistNormal[-1])
```

```
prop.esperada <- intervalos[,2]-intervalos[,1]
```

```
freq.esperada <- (prop.esperada/sum(prop.esperada))*length(X)
```

```
freq.observada <- auxhist$counts
```

```
chisq.test(freq.observada, p=prop.esperada, rescale.p=TRUE, simulate.p.value = T)
```