Universidad Autonoma de Nuevo León

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Tarea 1

Ecuaciones de movimiento

Autores:

Jesús Eduardo Loera Casas 1898887

Cesar Efrén Valladares Rocha 1841555

Vrani Chavez Islas 1990044

24 de febrero de 2021

Índice

Resumen

En este documento nuestro equipo presenta la tarea 2 del curso de mecánica teórica, donde planteamos el problema del oscilador armónico y encontramos sus ecuaciones de movimiento.

1. Problema del oscilador armónico

Encontrar las ecuaciones de movimiento y velocidad respecto al tiempo de un oscilador armónico simple.

Por segunda ley de Newton:

$$F = ma$$

$$-kx = m\ddot{x}$$

Donde tenemos la siguiente igualdad $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, entonces:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

2. Solución

Solución.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

Observación: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ es una ecuación diferencial lineal no homogénea de orden dos con coeficientes constantes.

Identificamos la ecuación característica: $m^2 + \omega_0^2 = 0$
Ahora buscamos despejar para m:

$$\begin{aligned} m^2 + \omega_0^2 &= 0 \\ m^2 &= -\omega_0^2 \\ \Rightarrow m &= 0 \pm \omega_0 i \end{aligned}$$

Observación: Hemos obtenido raíces complejas conjugadas.

Identificamos $a = 0 y b = \omega$, la solución general de la ecuación diferencial es de la forma:

$$x_g(t) = C_1 e^{at} Cos(bt) + C_2 e^{at} Sen(bt)$$

Sustituyendo a y b:

$$\begin{aligned} x_g(t) &= C_1 e^{(0)t} Cos((\omega_0)t) + C_2 e^{(0)t} Sen((\omega_0)t) \\ x_g(t) &= C_1(1) Cos(\omega_0 t) + C_2(1) Sen(\omega_0 t) \\ \Rightarrow x_g(t) &= C_1 Cos(\omega_0 t) + C_2 Sen(\omega_0 t) \end{aligned}$$

3. Ecuaciones de movimiento

Por lo tanto la ecuación del movimiento del oscilador armónico simple es:

- $x(t) = C_1 Cos(\omega_0 t) + C_2 Sen(\omega_0 t)$

Que puede reescribirse como:

- $x(t) = ACos(\omega_0 t - \phi)$
- $x(t) = ASen(\omega_0 t - \delta)$