1. Asuma un código RS(15,11). Determine el tamaño de símbolo, los símbolos de mensaje, código, bits corregibles, polinomio irreducible (ver tabla en anexo 1), calcule las potencias de 2^i en el campo de Galois correspondiente a este código, y el polinomio generador (Muestre el procedimiento para obtenerlo con $a = 2$ y $b = 1$).

Tabla no exhaustiva de polinomios irreducibles para $GF(2^n)$.

n	polinomio	binario
2	X^2+X+1	111
3	X^3+X+1	1011
4	X^4+X+1	10011
5	X^5+X^2+1	100101
6	X^6+X+1	1000011
7	X^7+X^4+1	10010001
8	$X^8+X^4+X^3+X^2+1$	100011101

Tamaño de símbolo

$n = 2^m - 1 \; ; \; n = 15$

$m = \log_2 (15+1) = 4$ bits/símbolo

Símbolos de mensaje: 11 símbolos.

Bits corregibles: $t = \frac{n-k}{2} = \frac{15-11}{2} = 2$ bits

Símbolos de código: 4 símbolos

Polinomio irreducible: $m=4 \rightarrow GF(2^4)$

De la tabla se extrae que: $g = x^4+x+1 \rightarrow 10011 = 19$

Calculo de Potencias

- $2^0 = 1 \bmod 19 = 1$
- $2^1 = 2 \bmod 19 = 2$
- $2^2 = 2 \cdot 2^1 = 4 \bmod 19 = 4$
- $2^3 = 2 \cdot 2^2 = 8 \bmod 19 = 8$
- $2^4 = 2 \cdot 2^3 = 16 \bmod 19 = 3$
- $2^5 = 2 \cdot 2^4 = 2 \cdot 3 = 6 \bmod 19 = 6$
- $2^6 = 2 \cdot 2^5 = 2 \cdot 6 = 12 \bmod 19 = 12$
- $2^7 = 2 \cdot 2^6 = 2 \cdot 12 = 24 \bmod 19 = 11$
- $2^8 = 2 \cdot 2^7 = 2 \cdot 11 = 22 \bmod 19 = 5$
- $2^9 = 2 \cdot 2^8 = 2 \cdot 5 = 10 \bmod 19 = 10$
- $2^{10} = 2 \cdot 2^9 = 2 \cdot 10 = 20 \bmod 19 = 7$
- $2^{11} = 2 \cdot 2^{10} = 2 \cdot 7 = 14 \bmod 19 = 14$
- $2^{12} = 2 \cdot 2^{11} = 2 \cdot 14 = 28 \bmod 19 = 15$
- $2^{13} = 2 \cdot 2^{12} = 2 \cdot 15 = 30 \bmod 19 = 13$
- $2^{14} = 2 \cdot 2^{13} = 2 \cdot 13 = 26 \bmod 19 = 9$
- $2^{15} = 2 \cdot 2^{14} = 2 \cdot 9 = 18 \bmod 19 = 1$

Polinomio generador.

$g(x) = (x+a^1)(x+a^2)(x+a^3)(x+a^4) \; ; \; a = 2 \longrightarrow (x+2^1)(x+2^2)(x+2^3)(x+2^4)$

$= (x^2 + 6x + 2^3)(x^2 + 11x + 2^7)$

$= x^4 + (11+6)x^3 + (11+15+8)x^2 + (15+7)x + 7 \; ;$ recordar la suma de bits, no decimal!

$= x^4 + 13x^3 + 12x^2 + 8x + 7$

2. Calcule los siguientes productos (muestre el procedimiento): 2*3, 3*4, 6*11, 8*12, 5*15. Descargue y busque información sobre la biblioteca *galois* de python. Verifique sus resultados haciendo uso la biblioteca *galois*. Genere por medio de python la tabla de suma y multiplicación completas para este algoritmo (por medio de python, muestre las tablas en su reporte).

1) $2*3 = 2\cdot 2^4 = 2^5 = 6$

2) $3*4 = 2^4\cdot 2^2 = 2^6 = 12$

3) $6*11 = 2^5\cdot 2^7 = 2^{12} = 15$

4) $8*12 = 2^3\cdot 2^6 = 2^9 = 10$

5) $5*15 = 2^8\cdot 2^{12} = 2^{20} \equiv 2^5 = 6$

Cálculos del polinomio generador (extendidos)

- $(x+2^1)(x+2^2)(x+2^3)(x+2^4)$

$(x^2+2^1x+2^2x+2^1\cdot 2^2)(x+2^3)(x+2^4)$

$(x^2+6x+2^3)(x+2^3)(x+2^4)$

$(x^3+2^3x^2+6x^2+(2^3\cdot 6)x+2^3x+(2^3\cdot 2^3))(x+2^4)$

$(x^3+8x^2+6x^2+(2^3\cdot 2^5)x+2^3x+(2^6))(x+2^4)$

$(x^3+14x^2+5x+8x+12)(x+2^4)$

$(x^3+14x^2+13x+12)(x+2^4)$

$(x^4+2^4x^3+14x^3+(2^4\cdot 14)x^2+13x^2+(2^4\cdot 13)x+12x+(2^4\cdot 12))$

$(x^4+(14+3)x^3+(2^4\cdot 2^{11})x^2+13x^2+(2^4\cdot 2^{13})x+12x+(2^4\cdot 2^6))$

$x^4+13x^3+(1+13)x^2+(4+12)x+(2^{10})$

$x^4+13x^3+12x^2+8x+7$

- $(x+2^1)(x+2^2)(x+2^3)(x+2^4)$

$(x^2+2^1x+2^2x+2^3)(x^2+2^3x+2^4x+(2^3\cdot 2^4))$

$(x^2+6x+2^3)(x^2+11x+11)$

- $x^4+11x^3+11x^2$
- $6x^3+15x^2+15x$
- $8x^2+7x+7$

$$\left.\begin{array}{l} x^4+11x^3+11x^2 \\ 6x^3+15x^2+15x \\ 8x^2+7x+7 \end{array}\right\} \; x^4+(11+6)x^3+(11+15+8)x^2+(15+7)x+7$$

$\hookrightarrow x^4+13x^3+12x^2+8x+7$