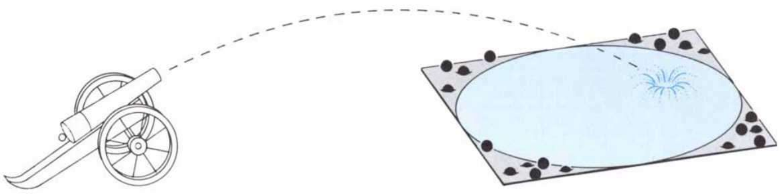
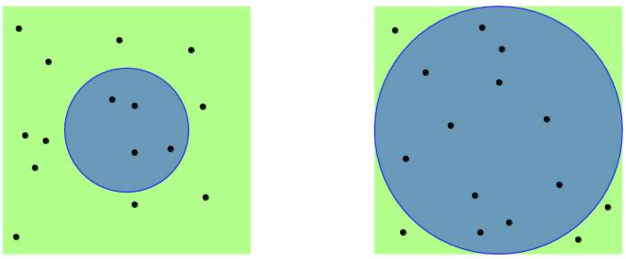
Calculando el número π a cañonazos

Details
Published: 06 August 2015
Hits: 1529



Todo el mundo sabe que el número pi tiene infinitos decimales. Por eso escribimos **π=3,141592...** con puntos suspensivos al final para indicar que siguen y siguen. Ahora bien, **¿habéis pensado alguna vez cómo podríamos calcular esos primeros decimales, o los siguientes?** Hay varias formas de hacerlo, pero quizá la más rara de todas es **lanzando cañonazos a un estanque.** No es broma, se puede calcular a cañonazo limpio.

Imaginemos dos estanques circulares, uno más pequeño y otro más grande, con agua (en azul) situados en sendos jardines (en verde), de manera que el cuadrado total sí que sea del mismo tamaño:



Hemos lanzado 15 cañonazos en cada uno de ellos **de forma *aleatoria*, es decir, sin ninguna puntería.** Así que los disparos (puntos negros) pueden caer al agua o no. Pero lo que está claro es que lo normal es que caigan menos al agua en el estanque de la izquierda (4 de 15) que en el de la derecha (11 de 15), que por algo tiene más agua ¿no? O cómo diría un matemático: **el número de bolas que caen en promedio al estanque es directamente proporcional a su área.** Vamos, que cuanto más superficie tenga el círculo más bolas caerán en él.

Pero queremos ser un poco más concretos. De todas las bolas de cañón que lanzamos, ¿qué proporción esperaríamos que cayeran al agua? Si por ejemplo la zona azul tiene el mismo área que la zona verde esperaríamos que la mitad cayeran al agua y la otra mitad al césped. Pero si el agua ocupa el 20% y la zona verde el otro 80%, entonces, lo habitual es que acaben mojadas el 20%, o sea, 20 de cada 100 cañonazos que se disparen. Dicho de otra forma, **el cociente entre las bolas que caen al agua y las que se lanzan en total está en proporción con el cociente entre el área de la zona azul (círculo) y el área total (cuadrado).** Con esto ya tenemos una fórmula:

$$\text{nº bolas al agua}/\text{nº bolas totales} = \text{área círculo}/\text{área cuadrado}$$

Y **aquí podemos introducir ahora el deseado número π** porque el área de un círculo de radio r es... haced memoria... πr^2 y el área de un cuadrado de lado l es... esta es más fácil... l^2.

Por simplificar todo esto un poco: vamos a fijarnos sólo en la figura de la derecha, la del círculo inscrito en el cuadrado. Si el círculo tiene radio r, entonces el lado del cuadrado mide el doble, o sea, 2r, y su área será $l^2 = (2r)^2 = 4r^2$. Así la fórmula anterior se escribirá como

$$\text{nº bolas al agua}/\text{nº bolas totales} = \pi r^2/4r^2\ ,$$

y las r se cancelan en la segunda fracción. En fin, que despejando el número π nos queda

$$\pi = 4f,$$

donde por abreviar hemos llamado f al cociente $\text{nº bolas al agua}/\text{nº bolas totales}$. Basta, pues, hacer esa división y mutiplicar el resultado por 4.

A ver si sale de verdad el número π: en nuestro ejemplo de la figura de la derecha –la fórmula hemos dicho que es para ese estanque inscrito en el jardín– tenemos que hemos colado al agua 11 de los 15 cañonazos. O sea, que el número f sería f=11/15=0,73333... y al multiplicarlo por 4 nos da que π tiene que ser 2,9333... Ummmh, ¿no tendría que dar 3,14...? Bueno, es que los lanzamientos son aleatorios y con sólo 15 puede pasar cualquier cosa. Conforme tiremos más y más bolas y calculemos f con números grandes, nos iremos poco a poco acercando al valor de π. De hecho, **harían falta miles y miles de cañonazos para empezar a estar más o menos seguros de que los primeros decimales de π están bien calculados.**

¿Y si no tenemos tantas balas de cañón? Bueno, pues en vez de cañonazos se puede hacer algo mucho más rápido y barato: **simular todo esto con un ordenador**. Los ordenadores son capaces de generar ***números (pseudo)aleatorios***. También lo podéis hacer con una calculadora científica con la tecla que pone RAN#. Cada vez se genera un número decimal al azar entre 0 y 1 distinto del anterior. Si cogéis dos de ellos seguidos podéis pensar que se trata de las coordenadas cartesianas (x,y) donde ha caído la bala de cañón. Y se pueden tirar así millones de "balas de cañón". A este tipo de simulaciones basadas en los números (pseudo)aleatorios se les llama ***simulaciones de Monte Carlo* y son una herramienta importantísima que se utiliza hoy en día para un montón de cosas, desde meteorología a radioterapia.** Aunque, ojo, que los números esos no son aleatorios del todo y, de hecho, empieza a repetirse la serie después de unos cuantos millones de números distintos, por eso son PSEUDOaleatorios y por eso tampoco valdrían para encontrar decimales de π indefinidamente.

De todas formas, nadie utiliza en la práctica un método de Monte Carlo para calcular decimales de π porque es **muy lento**. Incluso el antiquísimo ***método exhaustivo* de Arquímedes (/index.php/genios/85-archimedes-the-first-giant-of-mathematics)**tiene una convergencia más rápida. Y no digamos ya los modernos **cálculos de π basados en series** como las que tan bien estudiaron Euler (/index.php/genios/82-euler-a-prolific-mathematician) o Ramanujan (/index.php/genios/81-ramanujan-y-la-matricula-de-un-taxi). Pero sea como fuere, siempre es más impresionante calcular π a cañonazo limpio, ¿verdad? Este método de los cañonazos apareció por primera vez en 1985 en la famosísima revista de divulgación *Scientific American*, en un artículo de la sección *Computer Recreations* de A. K. Dewdney, del que hemos cogido la imagen de comienzo del post... aunque la idea de calcular π lanzando cosas es mucho anterior. **Ya en 1733 al conde de Buffon se le ocurrió tirar agujas** sobre un suelo a rayas y preguntarse por cuántas agujas caerían justo entre dos rayas. Y sí, salía el número π por ahí también.

REFERENCIAS:

A. K. Dewdney, Scientific American Vol. 252, Number 4, April, 1985.

https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_%CF%80 (https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_%CF%80)

http://gaussianos.com/algoritmos-para-el-calculo-de-pi/ (http://gaussianos.com/algoritmos-para-el-calculo-de-pi/)

http://mathworld.wolfram.com/BuffonsNeedleProblem.html (http://mathworld.wolfram.com/BuffonsNeedleProblem.html)

https://en.wikipedia.org/wiki/Buffon%27s_needle (https://en.wikipedia.org/wiki/Buffon%27s_needle)

https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method (https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method)

Prev (/index.php/curiosidades/123-adios-intuicion-hola-matematica)

Next (/index.php/curiosidades/121-un-mundo-en-cuatricromia-el-teorema-de-los-4-colores)

COMMENTS

Sort by Oldest First | Sort by Latest First

No comments found

LEAVE YOUR COMMENTS

Login to post a comment

Username

Password

Register (/index.php/component/users/?view=registration) Forgot password (/index.php/component/users/?view=reset)

Remember me Login

Post comment as a guest

Name (Required):

Email:

0

Your comments are subjected to administrator's moderation.

Subscribe

Submit Comment

Powered by Komento (http://stackideas.com)

Home (/index.php)

Cursos (/index.php/cursos)

Contacto (/index.php/contacto2)

Back to Top