

Análisis y Diseño de Algoritmos I

Tema 2: Repaso de las ecuaciones de recurrencia

13 de octubre de 2006

1. Resuelva las siguientes ecuaciones de recurrencia:
6. Halle la solución general de las siguientes recurrencias no lineales:

a) $\forall n \geq 2 \quad f_n = 5f_{n-1} - 6f_{n-2}$

b) $\forall n \geq 2 \quad f_n = 3f_{n-1} + 4f_{n-2}$

a) $\forall n \geq 1 \quad f_n = 2^n f_{n-1}^2$

b) $\forall n \geq 2 \quad f_n = \sqrt{f_{n-1} f_{n-2}}$

Concrete la solución general obtenida para las condiciones iniciales $f_0 = 0$ y $f_1 = 1$.

7. Calcule la forma explícita de la siguiente función:

2. Resuelva la siguiente ecuación de recurrencia:

$$\forall n \geq 2 \quad f_n + f_{n-2} = 2f_{n-1}$$

$$f_0 = 1, f_1 = 4$$

$$f(n) = \begin{cases} \frac{1}{3 - 2f(n-1)}, & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \end{cases}$$

Nota. Este problema no es sencillo. De hecho, requiere de cierto ingenio.

3. Calcule la forma explícita de los términos de la sucesión de *Fibonacci*. Exprésela en función del *número áureo*, $\phi = (1 + \sqrt{5})/2$.
4. Halle la solución de máxima generalidad de las siguientes ecuaciones de recurrencia no homogéneas:

a) $f_{n+2} - 2f_{n+1} + f_n = 2^n$

b) $f_{n+2} - 3f_{n+1} + f_n = 3n - 5$

c) $f_{n+2} - 5f_{n+1} + 6f_n = (2n + 3)5^n$

d) $f_{n+2} - 2f_{n+1} + f_n = 3n - 5$

e) $f_{n+1} + 5f_n = n + 6n3^n + 3^{n+2} + 1$

Compruebe las soluciones obtenidas.

5. Calcule la forma explícita de la siguiente función:

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{n+1} f(n-1) + 2^n, & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \end{cases}$$