Algoritmos de caminos de coste mínimo

Algoritmo de Dijkstra

```
template <typename tCoste>
vector<tCoste> Dijkstra(const GrafoP<tCoste>& G,
                        typename GrafoP<tCoste>::vertice origen,
                        vector<typename GrafoP<tCoste>::vertice>& P);
```

Calcula los caminos de coste mínimo entre **`origen`** y todos los vértices del grafo **`G`**.

Salida:

– Un vector de costes mínimos de tamaño **`G.numVert()`**.

– **`P`**, un vector de vértices de tamaño **`G.numVert()`**, tal que **`P[i]`** es el vértice anterior a **`i`** en el camino de coste mínimo desde **`origen`** hasta **`i`**.

```
// Suma de costes
template <typename tCoste>
tCoste suma(tCoste x, tCoste y)
{
   const tCoste INFINITO = GrafoP<tCoste>::INFINITO;

   if (x == INFINITO || y == INFINITO)
      return INFINITO;
   else
      return x + y;
}

template <typename tCoste>
vector<tCoste> Dijkstra(const GrafoP<tCoste>& G,
                        typename GrafoP<tCoste>::vertice origen,
                        vector<typename GrafoP<tCoste>::vertice>& P)
{
   typedef typename GrafoP<tCoste>::vertice vertice;
   vertice v, w;
   const size_t n = G.numVert();
   vector<bool> S(n, false);                // Conjunto de vértices vacío.
   vector<tCoste> D;                        // Costes mínimos desde origen.

   // Iniciar D y P con caminos directos desde el vértice origen.
   D = G[origen];
   D[origen] = 0;                           // Coste origen-origen es 0.
   P = vector<vertice>(n, origen);
```

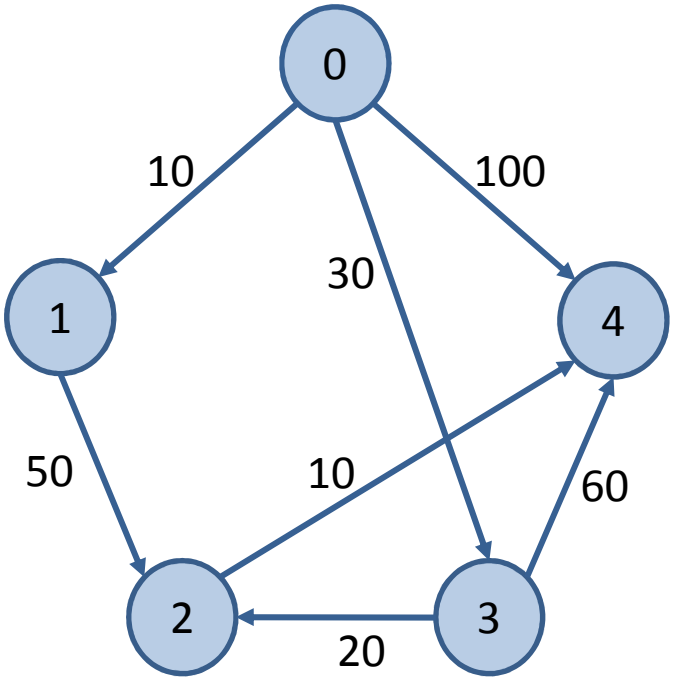
```
   // Calcular caminos de coste mínimo hasta cada vértice.
   S[origen] = true;                          // Incluir vértice origen en S.
   for (size_t i = 1; i <= n-2; i++)
   {
      // Localizar vértice w no incluido en S con menor coste desde origen
      tCoste costeMin = GrafoP<tCoste>::INFINITO;
      for (v = 0; v <= n-1; v++)
         if (!S[v] && D[v] <= costeMin)
         {
            costeMin = D[v];
            w = v;
         }
      S[w] = true;                                  // Incluir vértice w en S.
      // Recalcular coste hasta cada v no incluido en S, a través de w.
      for (v = 0; v <= n-1; v++)
         if (!S[v])
         {
            tCoste Owv = suma(D[w], G[w][v]);
            if (Owv < D[v])
            {
               D[v] = Owv;
               P[v] = w;
            }
         }
   }
   return D;
}
```

```
#include "listaenla.h"
template <typename T> class GrafoP {
public:
   typedef Lista<vertice> tCamino;
   // ...
};

template <typename tCoste> typename GrafoP<tCoste>::tCamino
camino(typename GrafoP<tCoste>::vertice orig,
       typename GrafoP<tCoste>::vertice v,
       const vector<typename GrafoP<tCoste>::vertice>& P)
// Devuelve el camino de orig a v a partir de un vector
// P obtenido mediante la función Dijkstra().
{
   typename GrafoP<tCoste>::tCamino C;

   C.insertar(v, C.primera());
   do {
      C.insertar(P[v], C.primera());
      v = P[v];
   } while (v != orig);
   return C;
}
```

Ejemplo de Dijkstra



Matriz de Costes

	0	1	2	3	4
0	∞	10	∞	30	100
1	∞	∞	50	∞	∞
2	∞	∞	∞	∞	10
3	∞	∞	20	∞	60
4	∞	∞	∞	∞	∞

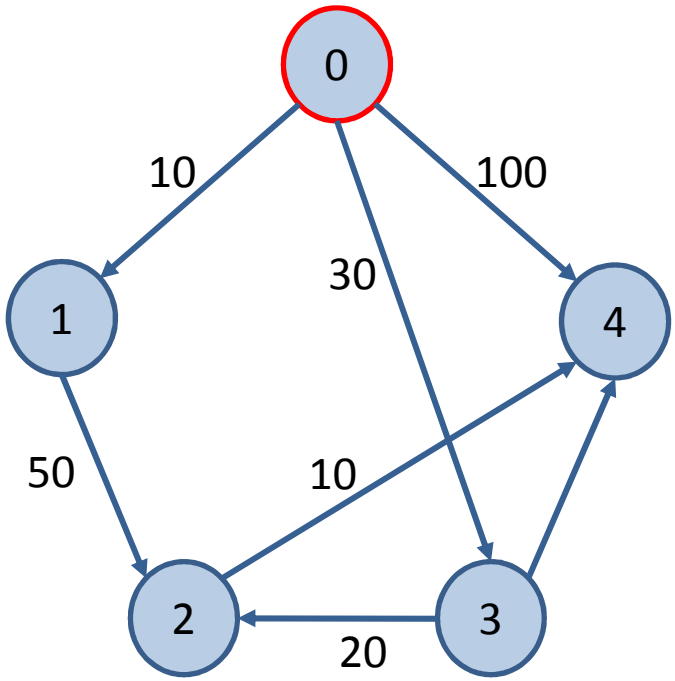
numVert = 5

Inicializamos tomando como origen el vértice 0

	0	1	2	3	4
S	T	F	F	F	F

	0	1	2	3	4
D	0	10	∞	30	100

	0	1	2	3	4
P	0	0	0	0	0



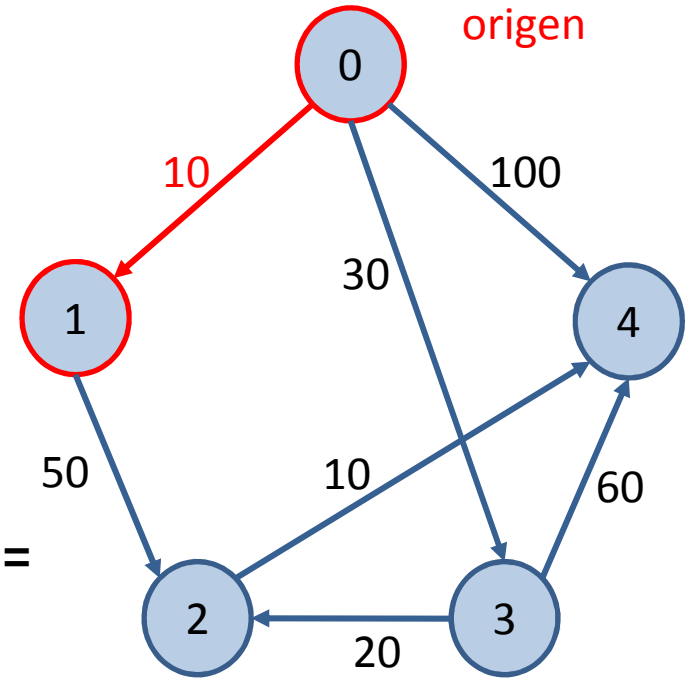
Hacemos las iteraciones

1ª) i = 1

Min {D[1],D[2],D[3],D[4]}= Min {10,∞,30,100}= 10

w = 1

	0	1	2	3	4
S	T	T	F	F	F



Recalculamos los costes a través

del nuevo vértice

D[2]=min{D[2], D[1]+G->Costes[1,2]}=

min{∞, 10+50}=60

	0	1	2	3	4
D	0	10	60	30	100

	0	1	2	3	4
P	0	0	1	0	0

D[3]=min{D[3], D[1]+G->Costes[1,3]}=min{30,10+∞}=30

D y P siguen igual.

D[4]=min{D[4], D[1]+G->Costes[1,4]}=min{100,10+∞}=100

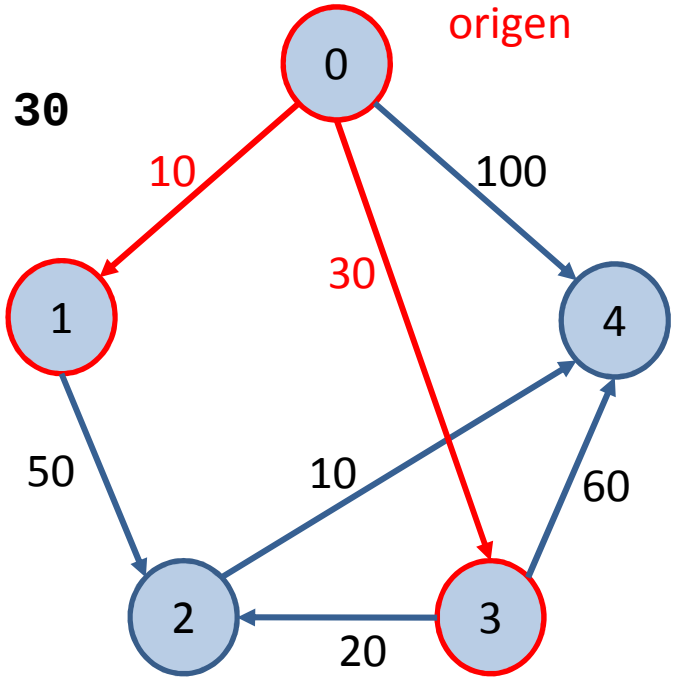
D y P siguen igual

2ª) i = 2

Min {D[2],D[3],D[4]}= Min {60,30,100}= 30

w = 3

	0	1	2	3	4
S	T	T	F	T	F



Recalculamos las distancias a través del nuevo vértice

`D[2]=min{D[2], D[3]+G->Costes[3,2]}=min{60,30+20}=50`

	0	1	2	3	4
D	0	10	50	30	100

	0	1	2	3	4
P	0	0	3	0	0

`D[4]=min{D[4], D[3]+G->Costes[3,4]}=min{100,30+60}=90`

	0	1	2	3	4
D	0	10	50	30	90

	0	1	2	3	4
P	0	0	3	0	3

3ª) i = 3

Min {D[2], D[4]}= Min {50,90}= 50

w = 2

	0	1	2	3	4
S	T	T	T	T	F

Recalculamos las distancias a través

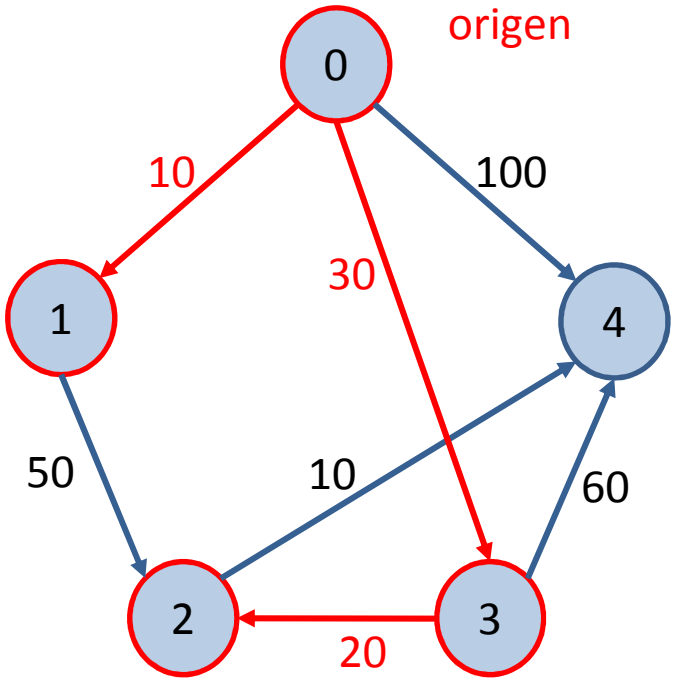
del nuevo vértice

D[4]=min{D[4], D[2]+G->Costes[2,4]}=

min{90,50+10}=60

	0	1	2	3	4
D	0	10	50	30	60

	0	1	2	3	4
P	0	0	3	0	2



Resultado

	0	1	2	3	4
D	0	10	50	30	60

	0	1	2	3	4
P	0	0	3	0	2