Acuña Alcázar, Flora

Adrados Betrón, Rubén

Afán Espinosa, Miguel

Álvarez González, Alberto

Arce Iniesta, Francisco

Arias Reyes, María del Pilar

Armario Ruiz, Ángel

Arriaza García, Mario

Arrieta Soto, José Manuel

Astorga Morillo, José Luis

Azcunaga Veíga, Mario Humberto

Azofra Gómez, José Vicente

Barba Aguilar, Eduardo

Barba López, Francisco José

Baro Torres, Pablo

Barrios Román, Luis

Bascuñana León, Cristina

Beato García, María

Benítez García, Marco Adrían

Bernal Pérez, Guillermo Jesús

Blanco Vélez, Luis María

Bocarando Sánchez, Carlos

Brea Lebrero, Roberto

Caballero Marín, Ignacio

Cabello Cabello, Carlos

Cabral Ramírez, Miguel

Cáceres Aranega, Álvaro

Calo Del Pino, José

Candón Berenguer, Fernando

Cantos López, Alejandro

Carmona García, Eduardo

Carpio Gavira, Luis Miguel

Castaño Torres, José María

Castilla Rodríguez, Alejandro

Castillo Caro, Iván

Coello López, Alberto

Cordero Rodríguez, Adrían

Cortés Pantoja, Luis Manuel

Cumbrera Sánchez, José Luis

Cumbreras Hernández, Pablo

De Arístegui Sánchez, Jaime

De Celis Muñoz, Luis

De la Higuera Cuesta, Jesús

De los Ríos Gestoso, Pablo

Delgado Arroyo, Salvador

Descalzo Fénix, Rubén Manuel

Díaz Durán, Rubén Fermín

Escribano Corrales, Raúl

Espinosa Barrios, Antonio

Facio Treceño, Jesús

Fernández Blanco, Francisco José

Fernández Galindo, Javier

Fernández Rodríguez, David

Fernández Torrejón, Manuel Jesús

Ferral Garrido, Miguel Ángel

Gallardo Ortegón, Francisco

Gallo Chaves, Miguel Ángel

García Dormido, Javier

García Moreno, Antonio

García Navarro, Sergio

García Pérez, Luis Miguel

García Rebollo, Luis

García Salguero, Ángel Yeray

García-Pardo Montero, Javier David

Gaviria Ruiz, Johan Javier

Gómez Coronil, Francisco Javier

Gómez de la Torre López, Francisco José

Gómez Rodríguez, Sergio

Gordillo Fernández, Adrián

Granados Valencia, Pablo

Güelfo Pineda, Manuel Jesús

Guerrero Doval, Rafael

Guerrero Guzmán, Diego

Güeto Matavera, Jordi

Helices Arena, José Ángel

Hormigo Invernón, Jesús

Iglesias Jiménez-Mena, José Lorenzo

Izquierdo Álvarez, José Ángel

Jiménez Santana, Jesús

Jiménez Vázquez, Jesús

Lago Carrera, Carmen Beatriz

Llamas Jaén, Carlos

Loiz Jordán, Carlos

López Cala, Kevin

López García, Guillermo

López Márquez, Pablo

López Narbona, Juan Manuel

López Sierra, Javier

Márquez Jiménez, José María

Martín Lloret, Javier

Martínez Chanivet, Manuel

Martínez Iniesta, Raimundo

Martínez Manito, Manuel Jesús

Martínez Mariscal, Victor

Martínez Márquez, Teodoro

Martínez-Esparza Castro, Paloma

Meléndez Lapi, Ignacio

Melero Ligero, Teresa

Mellado Gómez, Enrique

Merlo Cuadra, Jesús

Milán Real, Juan Jesús

Montero Domínguez, Rubén

Morón González, Joaquín

Muras González, Roberto

Núñez García, Pablo

Olivero Hedrera, José Manuel

Olmo Barberá, José Luis

Olvera Ruiz, Jesús

Orellana Romero, Aitor Manuel

Ortega Cabrera, Manuel

Ortega de la Rosa, Diego

Palacios Castro, Juan Antonio

Parada Cómez, Alejandro

Peña Puchi, Kevin

Peña Rodríguez, Juan Antonio

Perales Montero, Alberto Antonio

Peralta Barcia, Paula

Peralta Mateos, Juan Manuel

Peregrina Pérez, María Jesús

Pérez Baturone, Jaime

Pérez-Calderón Ortíz, José Joaquín

Pérez López, Juan Carlos

Pérez Ortega, Manuel

Periñán Campos, Álvaro

Periñán Freire, José Manuel

Piedad Garrido, Pablo

Pinto Torrejón, Alberto

Prián Pérez, Miguel Alejandro

Ramírez Lerate, Germán

Ramírez Ruz, Javier

Rendón Salvador, Marta

Riol Sánchez, José María

Riqué Bermúdez, Borja

Rivero Litrán, María Isabel

Rivero Rivera, Lucía Judith

Robles Sorroche, Luis

Rodríguez Celdrán, Jaime

Rodríguez Escobar, David

Rodríguez Gómez, Pablo

Rodríguez González, Gabriel

Rodríguez Gracia, Juan Pedro

Rodríguez Heras, Jesús

Rodríguez Jiménez, Jesús

Rodríguez Moreno, Juan Pastor

Rodríguez Pericacho, Félix

Rodríguez Visglerio, Sergio

Román Aguilar, Rafael

Romero Arias, Pablo

Romero Fernández, Borja

Romero Gómez, Luis

Romero Oliva, Christian

Rondán Rodríguez, Marta

Rosa Colomo, Alejandro

Ruiz Bonald, Juan

Ruiz de Celis, Carmen del Mar

Ruiz Gómez, Alberto

Ruiz Pino, Sergio

Salado Bornes, Esperanza

Sanabria Flores, Carlos Rodrigo

Sánchez Hernández, Paulo

Sánchez Muñoz, Antonio José

Sánchez Peña, Jaime

Sánchez Rivero, Antonio

Santana Mesa, Enrique

Segundo Galindo, Mario

Sepúlveda Cornejo, Mario

Sibello Litrán, Nicolás

Sibón Jiménez, Teodoro Antonio

Sobrero Grosso, Roberto

Solano Carrasco, Pedro Ignacio

Soler Melero, José María

Soriano Roldán, Claudia

Soto Rosado, David

Soto Vera, Francisco Javier

Suazo Cote, David

Tejada Pérez, Juan Antonio

Toledo Caravaca, Juan Jesús

Torres Gómez, Pablo Antonio

Ulibarri García, Gonzalo

Urrutia Sánchez, Iñaki

Vargas Torres, Guillermo

Velo Huerta, Cristobal José

Vidal Jiménez, Juan Carlos

Zarzuela Aparicio, Adrián

Zarzuela Morales, Javier Miguel

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a - 1$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5619, 2178) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6578, 1598) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7558, 2167) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(8158, 3309) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 175 y el valor de la misma no se altera sumando 30 al numerador y 42 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 664 y su m.c.m, 1920, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 420 y su m.c.m., 600, entonces

a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 756 y su m.c.m., 252, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a + 1$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. V F
   (b) $4 \,|\, a + b$. V F
   (c) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F
   (d) $a - b$ es múltiplo de 2. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5620, 2179) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6579, 1599) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7559, 2168) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9369, 2178) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 210 y el valor de la misma no se altera sumando 35 al numerador y 49 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 747 y su m.c.m, 2160, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 540 y su m.c.m., 600, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 40 y la diferencia de sus cuadrados, 336, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. V F

   (b) $S_a = 142142$. V F

   (c) $N_a = 72$. V F

   (d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\quad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x+60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

(b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) r o $r+5$ o $r+10$. V F
   (b) $3r$. V F
   (c) 0 o 5 o 10. V F
   (d) $5r$. V F

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) a^2-1 es múltiplo de 8. V F
   (b) a^2+1 es múltiplo de 4. V F
   (c) $(a+1)(a-1)$ es divisible por 8. V F
   (d) a^2+1 da resto 2 al dividir por 4. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(5621, 2180) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(6580, 1600) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(8160, 3311) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(7560, 2169) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 245 y el valor de la misma no se altera sumando 40 al numerador y 56 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 830 y su m.c.m, 2400, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2100 y su m.c.m., 420, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 660 y su m.c.m., 600, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

   Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

    (c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es impar. V F
   (b) $a^2 + b^2$ es par. V F
   (c) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (d) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. V F
   (b) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. V F
   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(5622, 2181) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(6581, 1601) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(8161, 3312) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(9371, 2180) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 280 y el valor de la misma no se altera sumando 45 al numerador y 63 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 913 y su m.c.m, 2640, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 3024 y su m.c.m., 504, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 60 y la diferencia de sus cuadrados, 756, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\|x-y\|$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz | Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. | Matemática Discreta
Curso 16-17 | Prueba no presencial 2

Teoría de Números | Arce Iniesta, Francisco

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5623, 2182) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6582, 1602) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9372, 2181) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7562, 2171) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 315 y el valor de la misma no se altera sumando 50 al numerador y 70 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 371 y su m.c.m, 1680, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 70 y la diferencia de sus cuadrados, 1029, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 540 y su m.c.m., 840, entonces

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Arias Reyes, María del Pilar

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5624, 2183) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6583, 1603) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9373, 2182) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(8163, 3314) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 350 y el valor de la misma no se altera sumando 55 al numerador y 77 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 424 y su m.c.m, 1920, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 80 y la diferencia de sus cuadrados, 1344, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 5376 y su m.c.m., 672, entonces

a				
b				

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\quad\cdot\quad}{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\quad\cdot\quad}{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si $a - 1$, a y $a + 1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + 1$ es múltiplo de 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5625, 2184) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7564, 2173) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6584, 1604) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(8164, 3315) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 385 y el valor de la misma no se altera sumando 60 al numerador y 84 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = $ ——
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 900 y su m.c.m., 840, entonces

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 477 y su m.c.m, 2160, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 6804 y su m.c.m., 756, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Arriaza García, Mario

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 0 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 4 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5626, 2185) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7565, 2174) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6585, 1605) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9375, 2184) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 420 y el valor de la misma no se altera sumando 65 al numerador y 91 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 420 y su m.c.m., 1080, entonces

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 530 y su m.c.m, 2400, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 100 y la diferencia de sus cuadrados, 2100, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a + 1$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F
2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. V F
   (b) a da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (c) $a - 1$ es múltiplo de 3. V F
   (d) a da resto 2 al dividirlo entre 3. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5627, 2186) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7566, 2175) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(8166, 3317) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6586, 1606) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 455 y el valor de la misma no se altera sumando 70 al numerador y 98 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 660 y su m.c.m., 1080, entonces

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 10164 y su m.c.m., 924, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 583 y su m.c.m, 2640, entonces
   $a =$
   $b =$
5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

(b) $6q+3$ con q entero. V F

(c) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

(d) $6q$ con q entero. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 120$. V F

(b) $S_a = 180$. V F

(c) a es múltiplo de 2. V F

(d) $S_a = 60$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

(b) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

(c) $S_a = 7651$. V F

(d) $a = 576$ y $b = 48$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

(b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(c) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

(d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Astorga Morillo, José Luis

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 0 o 5 o 10. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $3r$ o $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a y b son primos entre si. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a - b$ es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5628, 2187) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7567, 2176) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(8167, 3318) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9377, 2186) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 60 y el valor de la misma no se altera sumando 15 al numerador y 25 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1020 y su m.c.m., 1080, entonces

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 12096 y su m.c.m., 1008, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 20 y la diferencia de sus cuadrados, 396, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

Azcunaga Veíga, Mario Humberto

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es impar. V F
   (b) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F
   (c) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (d) $a^2 + b^2$ es par. V F
2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. V F
   (b) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. V F
   (c) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (d) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5629, 2188) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7568, 2177) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9378, 2187) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6588, 1608) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 75 y el valor de la misma no se altera sumando 18 al numerador y 30 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \overline{\qquad}$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1140 y su m.c.m., 1080, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 30 y la diferencia de sus cuadrados, 891, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 248 y su m.c.m, 1920, entonces
   $a =$

$b =$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a + b, a + 2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a + b, a^2 - ab + b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(a + b, a^2 - ab + b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(a + b, a^2 + b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Azofra Gómez, José Vicente

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(5630, 2189) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(7569, 2178) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(9379, 2188) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(8169, 3320) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 90 y el valor de la misma no se altera sumando 21 al numerador y 35 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 540 y su m.c.m., 1320, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 40 y la diferencia de sus cuadrados, 1584, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 16464 y su m.c.m., 1176, entonces

a				
b				

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. V F

   (b) $6q + 3$ con q entero. V F

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. V F

   (b) $N_a = 72$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 1093680$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\quad\quad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\quad\quad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

(d) $a \not\equiv b \pmod 2$ o $a \not\equiv b \pmod 3 \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz | Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. | Matemática Discreta
Curso 16-17 | Prueba no presencial 2

Teoría de Números | Barba Aguilar, Eduardo

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5631, 2190) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(8170, 3321) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6590, 1610) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7570, 2179) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 105 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 40 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 18900 y su m.c.m., 1260, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 310 y su m.c.m, 2400, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 780 y su m.c.m., 1320, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. V F

(b) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. V F

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. V F

(d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 120$. V F

(b) a es múltiplo de 2. V F

(c) $S_a = 60$. V F

(d) $S_a = 180$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

(b) $S_a = 7651$. V F

(c) $a = 576$ y $b = 48$. V F

(d) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

(b) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

(b) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

(c) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

(d) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F
   (c) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
   (b) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (c) $a^3 - a$ es divisible por 2. V F
   (d) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5632, 2191) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(8171, 3322) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6591, 1611) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9381, 2190) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 120 y el valor de la misma no se altera sumando 27 al numerador y 45 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ______
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 240 y su m.c.m., 120, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 341 y su m.c.m, 2640, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 60 y la diferencia de sus cuadrados, 3564, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \Longrightarrow x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \Longrightarrow x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \Longrightarrow y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \Longrightarrow y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \Longrightarrow x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \Longrightarrow y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es un número entero, entonces

   (a) a^2 es múltiplo de 3. V F

   (b) a^2 es impar. V F

   (c) a^2 es par. V F

   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. V F

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces

   (a) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F

   (b) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F

   (c) a^2 da resto 4 al dividir por 5. V F

   (d) a^2+1 es múltiplo de 5. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(7521, 1723) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(4443, 1726) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(5842, 1725) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(6235, 1724) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 135 y el valor de la misma no se altera sumando 30 al numerador y 50 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 540 y su m.c.m., 180, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1380 y su m.c.m., 1320, entonces

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 413 y su m.c.m, 1540, entonces

   $a =$
   $b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

(b) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

(c) $6q+3$ con q entero. V F

(d) $6q$ con q entero. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 120$. V F

(b) a es múltiplo de 2. V F

(c) $S_a = 180$. V F

(d) $S_a = 60$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

(b) $S_a = 7651$. V F

(c) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

(d) $a = 576$ y $b = 48$. V F

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\quad\cdot\quad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

(b) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

(c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. V F
2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 0 V F
   (b) 3 V F
   (c) 2 V F
   (d) 4 V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7522, 1723) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4444, 1726) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5843, 1725) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3127, 1727) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 150 y el valor de la misma no se altera sumando 33 al numerador y 55 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 960 y su m.c.m., 240, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 660 y su m.c.m., 1560, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 80 y la diferencia de sus cuadrados, 6336, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. V F

   (b) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. V F

   (c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. V F

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. V F

   (b) $S_a = 1093680$. V F

   (c) $N_a = 72$. V F

   (d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x + 60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Bascuñana León, Cristina

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   - (a) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (b) 0 o 5 o 10. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (c) $3r$ o $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (d) $3r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   - (a) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (b) $a - 1$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (d) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   - (a) m.c.d.$(7523, 1723) =$
     $p =$
     $q =$
   - (b) m.c.d.$(4445, 1726) =$
     $p =$
     $q =$
   - (c) m.c.d.$(3128, 1727) =$
     $p =$
     $q =$
   - (d) m.c.d.$(6237, 1724) =$
     $p =$
     $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   - (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 165 y el valor de la misma no se altera sumando 36 al numerador y 60 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   - (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1500 y su m.c.m., 300, entonces

a				
b				

   - (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 90 y la diferencia de sus cuadrados, 8019, entonces

a		
b		
a		
b		

   - (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 531 y su m.c.m, 1980, entonces
     $a =$

$b =$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. V F

   (b) a es múltiplo de 2. V F

   (c) a es múltiplo de 3. V F

   (d) $S_a = 60$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

   (b) $S_a = 7651$. V F

   (c) $S_b = 124$. V F

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. V F

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

   Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+ 6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(b) $a \not\equiv b \pmod 2$ o $a \not\equiv b \pmod 3 \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod 4$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod 6$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Beato García, María

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es impar. V F
   (b) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (c) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (d) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. V F
   (b) a y b son primos entre si. V F
   (c) $a - b$ es múltiplo de 2. V F
   (d) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7524, 1723) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4446, 1726) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3129, 1727) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5845, 1725) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 180 y el valor de la misma no se altera sumando 39 al numerador y 65 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2160 y su m.c.m., 360, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 100 y la diferencia de sus cuadrados, 9900, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1500 y su m.c.m., 1560, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q+r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\lvert x-y\rvert$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7525, 1723) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3130, 1727) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6239, 1724) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5846, 1725) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 195 y el valor de la misma no se altera sumando 42 al numerador y 70 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \frac{}{}$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 110 y la diferencia de sus cuadrados, 11979, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 649 y su m.c.m, 2420, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1620 y su m.c.m., 1560, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser múltiplo de 4. V F
   (b) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F
   (c) a puede ser impar. V F
   (d) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F
2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. V F
   (b) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F
   (c) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. V F
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7526, 1723) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3131, 1727) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6240, 1724) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4448, 1726) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 96 y el valor de la misma no se altera sumando 15 al numerador y 40 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ———
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 28 y la diferencia de sus cuadrados, 180, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 343 y su m.c.m, 1540, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 3840 y su m.c.m., 480, entonces

a				
b				

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Blanco Vélez, Luis María

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F
   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F
   (d) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 - a$ es divisible por 2. V F
   (b) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (c) $a^3 - a$ es divisible por 3. V F
   (d) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7527, 1723) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3132, 1727) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5848, 1725) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6241, 1724) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 120 y el valor de la misma no se altera sumando 18 al numerador y 48 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 42 y la diferencia de sus cuadrados, 405, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 420 y su m.c.m., 1800, entonces

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 392 y su m.c.m, 1760, entonces
   $a =$

$b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Bocarando Sánchez, Carlos

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7528, 1723) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3133, 1727) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5849, 1725) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4450, 1726) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 144 y el valor de la misma no se altera sumando 21 al numerador y 56 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 56 y la diferencia de sus cuadrados, 720, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 660 y su m.c.m., 1800, entonces

a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 6000 y su m.c.m., 600, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{2.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Brea Lebrero, Roberto

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
   (b) a^2+1 da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
   (c) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F
   (d) a^2+1 es múltiplo de 5. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7529, 1723) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3134, 1727) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4451, 1726) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6243, 1724) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 168 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 64 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 70 y la diferencia de sus cuadrados, 1125, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 7260 y su m.c.m., 660, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 490 y su m.c.m, 2200, entonces
   $a =$

$b =$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces
   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F
   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F
   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F
   (d) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces
   (a) $S_a = 120$. V F
   (b) a es múltiplo de 3. V F
   (c) a es múltiplo de 2. V F
   (d) $S_a = 60$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces
   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. V F
   (b) $S_b = 124$. V F
   (c) $S_a = 7651$. V F
   (d) $a = 576$ y $b = 48$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.
   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.
   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es
   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.
   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F
   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ V F
   (c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F
   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Caballero Marín, Ignacio

---

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $3r$ o $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 0 o 5 o 10. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 0 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 4 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 3 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7530, 1723) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3135, 1727) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4452, 1726) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5851, 1725) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 192 y el valor de la misma no se altera sumando 27 al numerador y 72 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 84 y la diferencia de sus cuadrados, 1620, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 8640 y su m.c.m., 720, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1020 y su m.c.m., 1800, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. V F

   (b) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (c) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

   (d) $6q + 3$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. V F

   (b) $N_a = 60$. V F

   (c) $S_a = 1093680$. V F

   (d) $N_a = 72$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ V F

   (c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es par. V F
   (b) $a^2 + b^2$ es impar. V F
   (c) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F
   (d) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F
2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a da resto 2 al dividirlo entre 3. V F
   (b) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. V F
   (c) a da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (d) $a - 1$ es múltiplo de 3. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6245, 756) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7531, 755) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5852, 757) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4453, 758) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 217 y su m.c.m, 1540, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 216 y el valor de la misma no se altera sumando 30 al numerador y 80 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ―――
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1740 y su m.c.m., 1800, entonces

a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 10140 y su m.c.m., 780, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. V F

(b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. V F

(c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. V F

(d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 60$. V F

(b) $S_a = 120$. V F

(c) $S_a = 180$. V F

(d) a es múltiplo de 2. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 576$ y $b = 48$. V F

(b) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

(c) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

(d) $S_a = 7651$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\quad\quad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\quad\quad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ V F

(b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Cabral Ramírez, Miguel

---

1. Si a es entero e impar, entonces

   (a) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces

   (a) $4 \,|a + b$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a - b$ es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(6246, 761) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(7532, 760) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(5853, 762) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(3137, 764) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 248 y su m.c.m, 1760, entonces
   $a =$
   $b =$

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 240 y el valor de la misma no se altera sumando 33 al numerador y 88 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ———

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1860 y su m.c.m., 1800, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 112 y la diferencia de sus cuadrados, 2880, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Cáceres Aranega, Álvaro

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $(a + 1)(a - 1)$ es divisible por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6247, 762) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7533, 761) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4455, 764) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5854, 763) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 279 y su m.c.m, 1980, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 264 y el valor de la misma no se altera sumando 36 al numerador y 96 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \frac{\quad}{\quad}$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 13500 y su m.c.m., 900, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 120 y su m.c.m., 900, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q$ con q entero. V F

(b) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

(c) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

(d) $6q+3$ con q entero. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. V F

   (b) $S_a = 120$. V F

   (c) a es múltiplo de 2. V F

   (d) $S_a = 180$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

   (c) $S_a = 7651$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

   (c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.

   (a) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces

   (a) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(6248, 763) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(7534, 762) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(4456, 765) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(3139, 766) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 310 y su m.c.m, 2200, entonces
   $a =$
   $b =$

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 288 y el valor de la misma no se altera sumando 39 al numerador y 104 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \text{———}$

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 560 y su m.c.m., 280, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 140 y la diferencia de sus cuadrados, 4500, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

    (c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6249, 764) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7535, 763) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3140, 767) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5856, 765) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 341 y su m.c.m, 2420, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 312 y el valor de la misma no se altera sumando 42 al numerador y 112 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \frac{\quad}{\quad}$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 154 y la diferencia de sus cuadrados, 5445, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 840 y su m.c.m., 900, entonces

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es divisible por 2. V F
   (b) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
   (c) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (d) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6250, 765) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7536, 764) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3141, 768) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4458, 767) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1477 y su m.c.m, 1470, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 120 y el valor de la misma no se altera sumando 15 al numerador y 50 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 28 y la diferencia de sus cuadrados, 780, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2240 y su m.c.m., 560, entonces

a				
b				

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q$ con q entero. V F

   (b) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

   (c) $6q+r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. V F

   (b) $N_a = 45$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 1093680$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x+60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

(b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $3r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 0 o 5 o 10. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a^2+1 es múltiplo de 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6251, 766) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5858, 767) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7537, 765) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4459, 768) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1688 y su m.c.m, 1680, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 240 y su m.c.m., 1260, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 150 y el valor de la misma no se altera sumando 18 al numerador y 60 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 3500 y su m.c.m., 700, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	

Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+ 6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod 2$ o $a \not\equiv b \pmod 3 \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es par. V F
   (b) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F
   (c) $a^2 + b^2$ es impar. V F
   (d) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F
2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 1 V F
   (b) 2 V F
   (c) 0 V F
   (d) 4 V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6252, 767) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5859, 768) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7538, 766) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3143, 770) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1899 y su m.c.m, 1890, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 600 y su m.c.m., 1260, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 180 y el valor de la misma no se altera sumando 21 al numerador y 70 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 56 y la diferencia de sus cuadrados, 3120, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\lvert x-y\rvert$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es par. V F
   (b) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F
   (d) a^2 es impar. V F
2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a da resto 2 al dividirlo entre 3. V F
   (b) a da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (c) $a - 1$ es múltiplo de 3. V F
   (d) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6253, 768) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5860, 769) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4461, 770) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7539, 767) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2110 y su m.c.m, 2100, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1200 y su m.c.m., 1260, entonces

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 6860 y su m.c.m., 980, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 210 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 80 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \_\_\_\_$
5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q$ con q entero. V F

(b) $6q+3$ con q entero. V F

(c) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

(d) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. V F

   (b) $S_a = 180$. V F

   (c) a es múltiplo de 2. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (c) $S_a = 7651$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

   (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

   (b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser impar. V F
   (b) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. V F
   (c) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F
   (d) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) $4 \,|a + b$. V F
   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F
   (c) a y b son primos entre si. V F
   (d) $a - b$ es múltiplo de 2. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6254, 769) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5861, 770) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4462, 771) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3145, 772) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2321 y su m.c.m, 2310, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1320 y su m.c.m., 1260, entonces

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 8960 y su m.c.m., 1120, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 84 y la diferencia de sus cuadrados, 7020, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) $N_a = 72$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Castillo Caro, Iván

---

1. Sea a un entero positivo.

   (a) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero impar, entonces

   (a) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(6255, 770) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(5862, 771) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(3146, 773) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(7541, 769) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 749 y su m.c.m, 1470, entonces
   $a =$
   $b =$

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 660 y su m.c.m., 1440, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 98 y la diferencia de sus cuadrados, 9555, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 270 y el valor de la misma no se altera sumando 30 al numerador y 100 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = $ ——

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. V F

   (b) $S_a = 180$. V F

   (c) a es múltiplo de 3. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (c) $S_b = 124$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} . \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (b) a^2 es par. V F
   (c) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. V F
   (d) a^2 es impar. V F

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. V F
   (b) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. V F
   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6256, 771) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5863, 772) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3147, 774) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4464, 773) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 856 y su m.c.m, 1680, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1380 y su m.c.m., 1440, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 112 y la diferencia de sus cuadrados, 12480, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 14000 y su m.c.m., 1400, entonces

a				
b				

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q$ con q entero. V F

   (b) $6q + 3$ con q entero. V F

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. V F

   (b) $N_a = 72$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 1093680$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

(d) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a + 1$. V F
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
   (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (c) $a^2 - a$ es divisible por 2. V F
   (d) $a^3 - a$ es divisible por 3. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6257, 772) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4465, 774) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7543, 771) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5864, 773) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 963 y su m.c.m, 1890, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 480 y su m.c.m., 240, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 330 y el valor de la misma no se altera sumando 36 al numerador y 120 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ______
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1500 y su m.c.m., 1440, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $3r$. V F
   (b) 0 o 5 o 10. V F
   (c) r o $r+5$ o $r+10$. V F
   (d) $3r$ o $5r$. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es divisible por 2. V F
   (b) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (c) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
   (d) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6258, 773) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4466, 775) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7544, 772) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3149, 776) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1070 y su m.c.m, 2100, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1080 y su m.c.m., 360, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 360 y el valor de la misma no se altera sumando 39 al numerador y 130 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ______
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 140 y la diferencia de sus cuadrados, 19500, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. V F

   (b) $S_a = 1093680$. V F

   (c) $N_a = 45$. V F

   (d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Cumbrera Sánchez, José Luis

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es par. V F
   (b) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (c) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F
   (d) $a^2 + b^2$ es impar. V F
2. Si $a - 1$, a y $a + 1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) $a^2 + 1$ es múltiplo de 5. V F
   (b) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F
   (c) a^2 da resto 4 al dividir por 5. V F
   (d) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6259, 774) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4467, 776) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5866, 775) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7545, 773) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1177 y su m.c.m, 2310, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1920 y su m.c.m., 480, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 840 y su m.c.m., 1980, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 390 y el valor de la misma no se altera sumando 42 al numerador y 140 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es entero e impar, entonces

   (a) a^2 es par. V F

   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F

   (c) a^2 es múltiplo de 4. V F

   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. V F

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:

   (a) 1 V F

   (b) 3 V F

   (c) 2 V F

   (d) 4 V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) $\text{m.c.d.}(6260, 775) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) $\text{m.c.d.}(4468, 777) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) $\text{m.c.d.}(5867, 776) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) $\text{m.c.d.}(3151, 778) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 511 y su m.c.m, 1470, entonces
   $a =$
   $b =$

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 3000 y su m.c.m., 600, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1920 y su m.c.m., 1980, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 36 y la diferencia de sus cuadrados, 308, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\quad\quad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\quad\quad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser impar. V F
   (b) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F
   (c) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F
   (d) a puede ser múltiplo de 4. V F

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a da resto 2 al dividirlo entre 3. V F
   (b) $a - 1$ es múltiplo de 3. V F
   (c) a es múltiplo de 3. V F
   (d) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6261, 776) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4469, 778) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3152, 779) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7547, 775) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 584 y su m.c.m, 1680, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 4320 y su m.c.m., 720, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 54 y la diferencia de sus cuadrados, 693, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 165 y el valor de la misma no se altera sumando 18 al numerador y 66 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. V F

   (b) a es múltiplo de 2. V F

   (c) a es múltiplo de 3. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (b) $S_a = 7651$. V F

   (c) $S_b = 124$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.

   (a) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F

   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F

   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F

   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces

   (a) $4 \,|a + b$. V F

   (b) a y b son primos entre si. V F

   (c) $a - b$ es múltiplo de 2. V F

   (d) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(6262, 777) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(4470, 779) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(3153, 780) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(5869, 778) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 657 y su m.c.m, 1890, entonces
   $a =$
   $b =$

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 5880 y su m.c.m., 840, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 72 y la diferencia de sus cuadrados, 1232, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 600 y su m.c.m., 2340, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q$ con q entero. V F

   (b) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

   (c) $6q+r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q+3$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. V F

   (b) $S_a = 1093680$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $N_a = 72$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \Longrightarrow x_0 = \underline{\qquad\qquad} \Longrightarrow x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \Longrightarrow y_0 = \underline{\qquad\qquad} \Longrightarrow y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \Longrightarrow x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \Longrightarrow y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

De la Higuera Cuesta, Jesús

---

1. Si a es un número entero, entonces

   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero impar, entonces

   (a) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(6263, 778) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(3154, 781) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(7549, 777) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(5870, 779) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 730 y su m.c.m, 2100, entonces
   $a =$
   $b =$

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 90 y la diferencia de sus cuadrados, 1925, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 231 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 88 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 960 y su m.c.m., 2340, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — De los Ríos Gestoso, Pablo

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 2 al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6264, 779) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3155, 782) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7550, 778) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4472, 781) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 803 y su m.c.m, 2310, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 108 y la diferencia de sus cuadrados, 2772, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 264 y el valor de la misma no se altera sumando 27 al numerador y 99 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 9720 y su m.c.m., 1080, entonces

a				
b				

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

   $$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{}{} \implies x_0 =$$
   $$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

   $$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
   $$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x+60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Delgado Arroyo, Salvador

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $3r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $3r$ o $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6265, 780) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3156, 783) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5872, 781) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7551, 779) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 329 y su m.c.m, 1470, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 126 y la diferencia de sus cuadrados, 3773, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2400 y su m.c.m., 2340, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 297 y el valor de la misma no se altera sumando 30 al numerador y 110 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q$ con q entero. V F

(b) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

(c) $6q + 3$ con q entero. V F

(d) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 60$. V F

(b) a es múltiplo de 3. V F

(c) $S_a = 180$. V F

(d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 576$ y $b = 48$. V F

(b) $S_b = 124$. V F

(c) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

(d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \rule{5cm}{0.4pt} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \rule{5cm}{0.4pt} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	

Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+ 6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Teoría de Números — Descalzo Fénix, Rubén Manuel

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es par. V F
   (b) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (c) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F
   (d) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es divisible por 2. V F
   (b) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (c) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. V F
   (d) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(6266, 781) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(3157, 784) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(5873, 782) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(4474, 783) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 376 y su m.c.m, 1680, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 144 y la diferencia de sus cuadrados, 4928, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 660 y su m.c.m., 2520, entonces

a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 960 y su m.c.m., 480, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\lvert x-y \rvert$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Díaz Durán, Rubén Fermín

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es par. V F
   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. V F
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F
   (d) a^2 es impar. V F

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a^2+1 es múltiplo de 5. V F
   (b) a^2+1 da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
   (c) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F
   (d) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6267, 782) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3158, 785) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4475, 784) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7553, 781) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 423 y su m.c.m, 1890, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 162 y la diferencia de sus cuadrados, 6237, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2160 y su m.c.m., 720, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 363 y el valor de la misma no se altera sumando 36 al numerador y 132 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. V F

   (b) a es múltiplo de 3. V F

   (c) a es múltiplo de 2. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (b) $S_b = 124$. V F

   (c) $S_a = 7651$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser impar. V F
   (b) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F
   (c) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F
   (d) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. V F

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 1 V F
   (b) 4 V F
   (c) 3 V F
   (d) 2 V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6268, 783) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3159, 786) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4476, 785) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5875, 784) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 470 y su m.c.m, 2100, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 180 y la diferencia de sus cuadrados, 7700, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 3840 y su m.c.m., 960, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1020 y su m.c.m., 2520, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q$ con q entero. V F

   (b) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (c) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

   (d) $6q + 3$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. V F

   (b) $N_a = 60$. V F

   (c) $S_a = 1093680$. V F

   (d) $N_a = 72$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ V F

   (c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F
   (b) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (c) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (b) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. V F
   (c) a da resto 2 al dividirlo entre 3. V F
   (d) $a - 1$ es múltiplo de 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(5876, 785) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(7555, 783) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(6269, 784) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(4477, 786) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1140 y su m.c.m., 2520, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 429 y el valor de la misma no se altera sumando 42 al numerador y 154 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \_\_\_\_$
   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 517 y su m.c.m, 2310, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 6000 y su m.c.m., 1200, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es par. V F
   (b) a^2 es múltiplo de 3. V F
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (d) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. V F
2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F
   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. V F
   (c) $4 \mid a + b$. V F
   (d) $a - b$ es múltiplo de 2. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5877, 786) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7556, 784) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6270, 785) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3161, 788) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1380 y su m.c.m., 2520, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 24 y el valor de la misma no se altera sumando 10 al numerador y 15 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ____
   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 205 y su m.c.m, 1050, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 36 y la diferencia de sus cuadrados, 1292, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. V F

   (b) $N_a = 45$. V F

   (c) $S_a = 142142$. V F

   (d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a^2+a$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) a^2+1 da resto 2 al dividir por 4. V F
   (b) a^2-1 es múltiplo de 8. V F
   (c) $(a+1)(a-1)$ es divisible por 8. V F
   (d) a^2+1 es múltiplo de 4. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5878, 787) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7557, 785) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4479, 788) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6271, 786) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2460 y su m.c.m., 2520, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 30 y el valor de la misma no se altera sumando 12 al numerador y 18 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 11760 y su m.c.m., 1680, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 246 y su m.c.m, 1260, entonces
   $a =$
   $b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

   (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $5r$. V F
   (b) r o $r+5$ o $r+10$. V F
   (c) 0 o 5 o 10. V F
   (d) $3r$ o $5r$. V F
2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. V F
   (b) a^2-1 es múltiplo de 24. V F
   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5879, 788) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7558, 786) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4480, 780) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3163, 781) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2580 y su m.c.m., 2520, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 36 y el valor de la misma no se altera sumando 14 al numerador y 21 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \rule{2em}{0.4pt}$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 15360 y su m.c.m., 1920, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 72 y la diferencia de sus cuadrados, 5168, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces

   (a) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^2 + b^2$ es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a^2 + b^2$ es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces

   (a) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) $\text{m.c.d.}(5880, 789) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) $\text{m.c.d.}(7559, 787) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) $\text{m.c.d.}(3164, 791) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) $\text{m.c.d.}(6273, 788) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 120 y su m.c.m., 2100, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 42 y el valor de la misma no se altera sumando 16 al numerador y 24 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\hspace{2em}}$

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 90 y la diferencia de sus cuadrados, 8075, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 328 y su m.c.m, 1680, entonces

   $a =$
   $b =$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. V F

   (b) $S_a = 120$. V F

   (c) a es múltiplo de 3. V F

   (d) $S_a = 60$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

   (c) $S_b = 124$. V F

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (b) a^2 es impar. V F
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. V F
   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. V F
   (b) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
   (c) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (d) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5881, 790) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7560, 788) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3165, 792) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4482, 791) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 300 y su m.c.m., 840, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 48 y el valor de la misma no se altera sumando 18 al numerador y 27 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 108 y la diferencia de sus cuadrados, 11628, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 24000 y su m.c.m., 2400, entonces

a				
b				

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 3$ con q entero. V F

   (b) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. V F

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. V F

   (b) $N_a = 45$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 1093680$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Ferral Garrido, Miguel Ángel

---

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces

   (a) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces

   (a) a^2 da resto 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a^2+1 es múltiplo de 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(5882, 791) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(6275, 790) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(7561, 789) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(4483, 792) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2040 y su m.c.m., 2100, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 410 y su m.c.m, 2100, entonces

   $a =$
   $b =$

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 54 y el valor de la misma no se altera sumando 20 al numerador y 30 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ———

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 360 y su m.c.m., 180, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz | Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. | Matemática Discreta
Curso 16-17 | Prueba no presencial 2

Teoría de Números | Gallardo Ortegón, Francisco

---

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F
   (b) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (c) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 2 V F
   (b) 1 V F
   (c) 0 V F
   (d) 4 V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5883, 792) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6276, 791) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7562, 790) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3167, 794) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2160 y su m.c.m., 2100, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 451 y su m.c.m, 2310, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 60 y el valor de la misma no se altera sumando 22 al numerador y 33 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 144 y la diferencia de sus cuadrados, 20672, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. V F

   (b) $S_a = 142142$. V F

   (c) $N_a = 45$. V F

   (d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

   (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Gallo Chaves, Miguel Ángel

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a - 1$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5884, 793) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6277, 792) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4485, 794) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7563, 791) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 180 y su m.c.m., 2400, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 492 y su m.c.m, 2520, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1440 y su m.c.m., 360, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 66 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 36 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ——
5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

   (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — García Dormido, Javier

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. V F
2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) m.c.d.$(a+b, 4) = 2$. V F
   (b) $4 \,|a+b$. V F
   (c) a y b son primos entre si. V F
   (d) $a-b$ es múltiplo de 2. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5885, 794) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6278, 793) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4486, 795) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3169, 796) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 780 y su m.c.m., 2400, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 533 y su m.c.m, 2730, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2250 y su m.c.m., 450, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 180 y la diferencia de sus cuadrados, 32300, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x + 60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $5r$. V F
   (b) $3r$. V F
   (c) $3r$ o $5r$. V F
   (d) r o $r+5$ o $r+10$. V F
2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) a^2+1 da resto 2 al dividir por 4. V F
   (b) a^2+1 es múltiplo de 4. V F
   (c) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (d) a^2-1 es múltiplo de 8. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5886, 795) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6270, 794) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3170, 797) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7565, 793) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2340 y su m.c.m., 2400, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 574 y su m.c.m, 2940, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 198 y la diferencia de sus cuadrados, 39083, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 78 y el valor de la misma no se altera sumando 28 al numerador y 42 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ———

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. V F

   (b) $S_a = 60$. V F

   (c) a es múltiplo de 3. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (c) $S_b = 124$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

   Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+ 6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — García Navarro, Sergio

---

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + b^2$ es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5887, 796) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6280, 795) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3171, 798) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4488, 797) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2460 y su m.c.m., 2400, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 185 y su m.c.m, 1050, entonces
   $a =$
   $b =$

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 44 y la diferencia de sus cuadrados, 468, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 4410 y su m.c.m., 630, entonces

a				
b				

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 3$ con q entero. V F

   (b) $6q$ con q entero. V F

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. V F

   (b) $S_a = 142142$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 1093680$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \rule{3cm}{0.4pt} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \rule{3cm}{0.4pt} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\lvert x - y \rvert$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5888, 797) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4489, 798) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7567, 795) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6281, 796) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 240 y su m.c.m., 2700, entonces

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 5760 y su m.c.m., 720, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 50 y el valor de la misma no se altera sumando 12 al numerador y 30 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ______
   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 222 y su m.c.m, 1260, entonces
   $a =$
   $b =$
5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\qquad\qquad}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\qquad\qquad}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

   (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — García Rebollo, Luis

---

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(5889, 798) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(4490, 799) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(7568, 796) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(3173, 800) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 840 y su m.c.m., 2700, entonces

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 7290 y su m.c.m., 810, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 60 y el valor de la misma no se altera sumando 14 al numerador y 35 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 88 y la diferencia de sus cuadrados, 1872, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) $\text{m.c.d.}(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

(b) $\text{m.c.d.}(2a+b, a+2b) = 2$. V F

(c) $\text{m.c.d.}(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

(d) $\text{m.c.d.}(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $N_a = 72$. V F

(b) $S_a = 1093680$. V F

(c) $N_a = 45$. V F

(d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

(b) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

(c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

(d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

(b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

1. Sea a un entero positivo.

   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F

   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F

   (c) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F

   (d) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F

2. Si $a - 1$, a y $a + 1$ no son múltiplos de 5, entonces

   (a) a^2 da resto 4 al dividir por 5. V F

   (b) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F

   (c) $a^2 + 1$ es múltiplo de 5. V F

   (d) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(5890, 799) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(4491, 800) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(6283, 798) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(7569, 797) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2640 y su m.c.m., 2700, entonces

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 9000 y su m.c.m., 900, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 296 y su m.c.m, 1680, entonces

   $a =$
   $b =$

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 70 y el valor de la misma no se altera sumando 16 al numerador y 40 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+3$ con q entero. V F

(b) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

(c) $6q$ con q entero. V F

(d) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. V F

   (b) a es múltiplo de 2. V F

   (c) $S_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (b) $S_a = 7651$. V F

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (b) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

   (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

García-Pardo Montero, Javier David

---

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 3 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 4 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5891, 800) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4492, 801) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6284, 799) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3175, 802) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2760 y su m.c.m., 2700, entonces

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 10890 y su m.c.m., 990, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 333 y su m.c.m, 1890, entonces
   $a =$
   $b =$

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 132 y la diferencia de sus cuadrados, 4212, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a-1$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5892, 801) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4493, 802) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3176, 803) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7571, 799) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 360 y su m.c.m., 3300, entonces

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 12960 y su m.c.m., 1080, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 154 y la diferencia de sus cuadrados, 5733, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 90 y el valor de la misma no se altera sumando 20 al numerador y 50 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ______

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:

   (a) $5r$. V F

   (b) 0 o 5 o 10. V F

   (c) $3r$ o $5r$. V F

   (d) $3r$. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces

   (a) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F

   (b) a y b son primos entre si. V F

   (c) $a - b$ es múltiplo de 2. V F

   (d) $4\,|a + b$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(5893, 802) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(4494, 803) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(3177, 804) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(6286, 801) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 960 y su m.c.m., 3300, entonces

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 15210 y su m.c.m., 1170, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 176 y la diferencia de sus cuadrados, 7488, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 407 y su m.c.m, 2310, entonces

   $a =$

$b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 3$ con q entero. V F

   (b) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. V F

   (b) $S_a = 1093680$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 142142$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{2cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{2cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

   (b) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Gómez de la Torre López, Francisco José

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces

   (a) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a^2 + b^2$ es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a^2 + b^2$ es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero impar, entonces

   (a) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(5894, 803) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(3178, 805) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(7573, 801) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(6287, 802) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 3240 y su m.c.m., 3300, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 198 y la diferencia de sus cuadrados, 9477, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 110 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 60 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 444 y su m.c.m, 2520, entonces

   $a =$
   $b =$

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $\text{m.c.d.}(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y $\text{m.c.d.}(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. V F
   (c) a^2 es impar. V F
   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F
2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. V F
   (b) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F
   (c) a^2-1 es múltiplo de 24. V F
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5895, 804) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3179, 806) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7574, 802) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4496, 805) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 3360 y su m.c.m., 3300, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 220 y la diferencia de sus cuadrados, 11700, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 120 y el valor de la misma no se altera sumando 26 al numerador y 65 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \text{———}$
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 20250 y su m.c.m., 1350, entonces

a				
b				

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod 2$ o $a \not\equiv b \pmod 3 \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz | Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. | Matemática Discreta
Curso 16-17 | Prueba no presencial 2

Teoría de Números | Gordillo Fernández, Adrián

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5896, 805) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3180, 807) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6280, 804) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7575, 803) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1380 y su m.c.m., 3000, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 242 y la diferencia de sus cuadrados, 14157, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 518 y su m.c.m, 2940, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 130 y el valor de la misma no se altera sumando 28 al numerador y 70 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ———

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q+r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Granados Valencia, Pablo

1. Sea a un entero positivo.

   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces

   (a) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a^3 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) $\text{m.c.d.}(5897, 806) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) $\text{m.c.d.}(3181, 808) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) $\text{m.c.d.}(6290, 805) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) $\text{m.c.d.}(4498, 807) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1620 y su m.c.m., 3000, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 44 y la diferencia de sus cuadrados, 1932, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 155 y su m.c.m, 1050, entonces
   $a =$
   $b =$

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2430 y su m.c.m., 810, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) $N_a = 60$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) $S_a = 1093680$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Güelfo Pineda, Manuel Jesús

1. Si a es un número entero, entonces

   (a) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si $a - 1$, a y $a + 1$ no son múltiplos de 5, entonces

   (a) a^2 da resto 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^2 + 1$ da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) $\text{m.c.d.}(5898, 807) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) $\text{m.c.d.}(3182, 809) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) $\text{m.c.d.}(4499, 808) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) $\text{m.c.d.}(7577, 805) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2940 y su m.c.m., 3000, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 66 y la diferencia de sus cuadrados, 4347, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 4320 y su m.c.m., 1080, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 70 y el valor de la misma no se altera sumando 12 al numerador y 42 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ______

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. V F

   (b) a es múltiplo de 3. V F

   (c) a es múltiplo de 2. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (b) $S_b = 124$. V F

   (c) $S_a = 7651$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\quad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Guerrero Doval, Rafael

---

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a + 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 4 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 3 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5899, 808) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3183, 810) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4500, 809) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6292, 807) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 3060 y su m.c.m., 3000, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 88 y la diferencia de sus cuadrados, 7728, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 6750 y su m.c.m., 1350, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 217 y su m.c.m, 1470, entonces
   $a =$

$b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x + 60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) 0 o 5 o 10. V F
   (b) r o $r+5$ o $r+10$. V F
   (c) $3r$. V F
   (d) $5r$. V F

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) $a-1$ es múltiplo de 3. V F
   (b) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. V F
   (c) a da resto 2 al dividirlo entre 3. V F
   (d) a da resto 1 al dividirlo entre 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4501, 810) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7579, 807) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6293, 808) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5900, 809) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 9720 y su m.c.m., 1620, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 98 y el valor de la misma no se altera sumando 16 al numerador y 56 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 248 y su m.c.m, 1680, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 420 y su m.c.m., 3600, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	

Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

    (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces

   (a) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^2 + b^2$ es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a^2 + b^2$ es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces

   (a) a y b son primos entre si. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $4 \,|a + b$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a - b$ es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(4502, 811) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(7580, 808) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(6294, 809) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(3185, 812) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 13230 y su m.c.m., 1890, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 112 y el valor de la misma no se altera sumando 18 al numerador y 63 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ——

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 279 y su m.c.m, 1890, entonces

   $a =$
   $b =$

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 132 y la diferencia de sus cuadrados, 17388, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a + b, a + 2b) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(2a + b, a + 2b) = 1$ o 3. V F

   (c) m.c.d.$(a + b, a^2 + b^2) = 1$ o 2. V F

   (d) m.c.d.$(a + b, a^2 - ab + b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. V F

   (b) $N_a = 45$. V F

   (c) $S_a = 142142$. V F

   (d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\|x - y\|$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Helices Arena, José Ángel

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F
   (b) a^2 es impar. V F
   (c) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (d) a^2 es par. V F
2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $(a+1)(a-1)$ es divisible por 8. V F
   (b) a^2-1 es múltiplo de 8. V F
   (c) a^2+1 da resto 2 al dividir por 4. V F
   (d) a^2+1 es múltiplo de 4. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(4503, 812) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(7581, 809) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(5902, 811) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(6295, 810) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 17280 y su m.c.m., 2160, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 126 y el valor de la misma no se altera sumando 20 al numerador y 70 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1020 y su m.c.m., 3600, entonces

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 310 y su m.c.m, 2100, entonces
   $a =$
   $b =$
5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod 2$ o $a \not\equiv b \pmod 3 \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod 2$ y $a \equiv b \pmod 3$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod 6$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod 6$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

   (a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Hormigo Invernón, Jesús

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F
   (b) a puede ser múltiplo de 4. V F
   (c) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. V F
   (d) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F
   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. V F
   (c) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. V F
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4504, 813) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7582, 810) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5903, 812) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3187, 814) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 21870 y su m.c.m., 2430, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 140 y el valor de la misma no se altera sumando 22 al numerador y 77 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = $ ——

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1140 y su m.c.m., 3600, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 176 y la diferencia de sus cuadrados, 30912, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.

   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F

   (b) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F

   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F

   (d) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F

2. Si a es un número entero, entonces

   (a) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F

   (b) $a^2 - a$ es divisible por 2. V F

   (c) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. V F

   (d) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(4505, 814) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(7583, 811) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(3188, 815) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(6297, 812) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 27000 y su m.c.m., 2700, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 154 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 84 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \overline{}$

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 198 y la diferencia de sus cuadrados, 39123, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 372 y su m.c.m, 2520, entonces

   $a =$

$b =$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es impar. V F
   (b) a^2 es múltiplo de 3. V F
   (c) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. V F
   (d) a^2 es par. V F
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (b) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
   (c) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (d) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4506, 815) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7584, 812) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3189, 816) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5905, 814) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 600 y su m.c.m., 300, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 168 y el valor de la misma no se altera sumando 26 al numerador y 91 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 220 y la diferencia de sus cuadrados, 48300, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1680 y su m.c.m., 3600, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q+r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a + 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + 1$ es múltiplo de 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4507, 816) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6299, 814) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7585, 813) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5906, 815) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1350 y su m.c.m., 450, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 434 y su m.c.m, 2940, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 182 y el valor de la misma no se altera sumando 28 al numerador y 98 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 3540 y su m.c.m., 3600, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Jiménez Vázquez, Jesús

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) 0 o 5 o 10. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $3r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $3r$ o $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 3 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 0 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 4 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4508, 817) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6300, 815) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7586, 814) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3191, 818) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2400 y su m.c.m., 600, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 145 y su m.c.m, 1050, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 72 y el valor de la misma no se altera sumando 10 al numerador y 45 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 24 y la diferencia de sus cuadrados, 28, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. V F

   (b) $S_a = 142142$. V F

   (c) $N_a = 45$. V F

   (d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \overline{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \overline{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

   (d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + b^2$ es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + b^2$ es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) $a - 1$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4509, 818) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6301, 816) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5908, 817) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7587, 815) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 3750 y su m.c.m., 750, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 174 y su m.c.m, 1260, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 480 y su m.c.m., 3900, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 90 y el valor de la misma no se altera sumando 12 al numerador y 54 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$
5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Llamas Jaén, Carlos

---

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) a y b son primos entre si. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $4 \,|a + b$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a - b$ es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4510, 819) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6302, 817) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5909, 818) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3193, 820) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 5400 y su m.c.m., 900, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 203 y su m.c.m, 1470, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1080 y su m.c.m., 3900, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 48 y la diferencia de sus cuadrados, 112, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Loiz Jordán, Carlos

---

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F
   (b) a puede ser impar. V F
   (c) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F
   (d) a puede ser múltiplo de 4. V F

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $(a+1)(a-1)$ es divisible por 8. V F
   (b) a^2+1 es múltiplo de 4. V F
   (c) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (d) a^2-1 es múltiplo de 8. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4511, 820) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6303, 818) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3194, 821) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7589, 817) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 7350 y su m.c.m., 1050, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 232 y su m.c.m, 1680, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 60 y la diferencia de sus cuadrados, 175, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 126 y el valor de la misma no se altera sumando 16 al numerador y 72 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ——

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. V F

   (b) $S_a = 60$. V F

   (c) a es múltiplo de 3. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. V F

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (c) $S_b = 124$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — López Cala, Kevin

---

1. Sea a un entero positivo.

   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces

   (a) a^2 da resto 2 al dividir por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(4512, 821) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(6304, 819) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(3195, 822) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(5911, 820) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 9600 y su m.c.m., 1200, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 261 y su m.c.m, 1890, entonces
   $a =$
   $b =$

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 72 y la diferencia de sus cuadrados, 252, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 3960 y su m.c.m., 3900, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q+r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es impar. V F
   (b) a^2 es par. V F
   (c) a^2 es múltiplo de 3. V F
   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (b) $a^3 - a$ es divisible por 3. V F
   (c) $a^2 - a$ es divisible por 2. V F
   (d) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4513, 822) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5912, 821) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7591, 819) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6305, 820) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 12150 y su m.c.m., 1350, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 180 y su m.c.m., 4200, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 162 y el valor de la misma no se altera sumando 20 al numerador y 90 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \_\_\_$
   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 290 y su m.c.m, 2100, entonces
   $a =$
   $b =$
5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz | Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. | Matemática Discreta
Curso 16-17 | Prueba no presencial 2

Teoría de Números | López Márquez, Pablo

---

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a^2+a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4514, 823) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5913, 822) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7592, 820) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3197, 824) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 15000 y su m.c.m., 1500, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 540 y su m.c.m., 4200, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 180 y el valor de la misma no se altera sumando 22 al numerador y 99 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 96 y la diferencia de sus cuadrados, 448, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. V F

   (b) $N_a = 72$. V F

   (c) $N_a = 45$. V F

   (d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\qquad}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\qquad}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x+60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

(b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) 0 o 5 o 10. V F
   (b) $5r$. V F
   (c) $3r$. V F
   (d) r o $r+5$ o $r+10$. V F

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F
   (b) a^2 da resto 4 al dividir por 5. V F
   (c) a^2+1 es múltiplo de 5. V F
   (d) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4515, 824) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5914, 823) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6307, 822) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7593, 821) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1200 y su m.c.m., 600, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1020 y su m.c.m., 4200, entonces

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 348 y su m.c.m, 2520, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 198 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 108 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \frac{\quad}{\quad}$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b)=12$, entonces

(a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \rule{4cm}{0.4pt} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \rule{4cm}{0.4pt} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	

Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+6=$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

   (a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — López Sierra, Javier

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (b) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F
   (c) $a^2 + b^2$ es par. V F
   (d) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 3 V F
   (b) 2 V F
   (c) 1 V F
   (d) 4 V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(4516, 825) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(5915, 824) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(6308, 823) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(3199, 826) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2700 y su m.c.m., 900, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1140 y su m.c.m., 4200, entonces

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 377 y su m.c.m, 2730, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 120 y la diferencia de sus cuadrados, 700, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\lvert x-y \rvert$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Márquez Jiménez, José María

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) $a - 1$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4517, 826) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5916, 825) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3200, 827) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7595, 823) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 4800 y su m.c.m., 1200, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1980 y su m.c.m., 4200, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 132 y la diferencia de sus cuadrados, 847, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 234 y el valor de la misma no se altera sumando 28 al numerador y 126 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a + b, a + 2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a + b, a^2 - ab + b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(a + b, a^2 - ab + b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(2a + b, a + 2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Martín Lloret, Javier

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F
   (b) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. V F
   (c) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F
   (d) a puede ser impar. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) a y b son primos entre si. V F
   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F
   (c) $a - b$ es múltiplo de 2. V F
   (d) $4 \,|a + b$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4518, 827) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5917, 826) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3201, 828) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6310, 825) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 7500 y su m.c.m., 1500, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2220 y su m.c.m., 4200, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 24 y la diferencia de sus cuadrados, 572, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 955 y su m.c.m, 950, entonces
   $a =$

$b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Martínez Chanivet, Manuel

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $(a + 1)(a - 1)$ es divisible por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(4519, 828) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(3202, 829) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(7597, 825) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(6311, 826) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 10800 y su m.c.m., 1800, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 36 y la diferencia de sus cuadrados, 1287, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 110 y el valor de la misma no se altera sumando 12 al numerador y 66 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1146 y su m.c.m, 1140, entonces
   $a =$

$b =$

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $\text{m.c.d.}(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y $\text{m.c.d.}(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Martínez Iniesta, Raimundo

---

1. Si a es un número entero, entonces

   (a) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces

   (a) a^2 da resto 2 al dividir por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a^2 da resto 2 al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) $\text{m.c.d.}(4520, 829) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) $\text{m.c.d.}(3203, 830) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) $\text{m.c.d.}(7598, 826) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) $\text{m.c.d.}(5919, 828) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 14700 y su m.c.m., 2100, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 48 y la diferencia de sus cuadrados, 2288, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 132 y el valor de la misma no se altera sumando 14 al numerador y 77 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 4260 y su m.c.m., 4200, entonces

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. V F

   (b) $N_a = 60$. V F

   (c) $N_a = 45$. V F

   (d) $N_a = 72$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (b) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (c) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
   (d) $a^2 - a$ es divisible por 2. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4521, 830) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3204, 831) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6313, 828) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7599, 827) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 19200 y su m.c.m., 2400, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 60 y la diferencia de sus cuadrados, 3575, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1528 y su m.c.m, 1520, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 154 y el valor de la misma no se altera sumando 16 al numerador y 88 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\quad\cdot\quad}{\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\quad\cdot\quad}{\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) 0 o 5 o 10. V F
   (b) $3r$ o $5r$. V F
   (c) $3r$. V F
   (d) $5r$. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (b) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (c) $a^3 - a$ es divisible por 2. V F
   (d) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4522, 831) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3205, 832) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6314, 829) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5921, 830) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 24300 y su m.c.m., 2700, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 72 y la diferencia de sus cuadrados, 5148, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1719 y su m.c.m, 1710, entonces
   $a =$
   $b =$

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 660 y su m.c.m., 1680, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

    (b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

    (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Martínez Márquez, Teodoro

---

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + b^2$ es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si $a - 1$, a y $a + 1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + 1$ da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4523, 832) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3206, 833) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5922, 831) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7601, 829) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 30000 y su m.c.m., 3000, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 84 y la diferencia de sus cuadrados, 7007, entonces

a		
b		
a		
b		

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1620 y su m.c.m., 1680, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 198 y el valor de la misma no se altera sumando 20 al numerador y 110 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \rule{2em}{0.4pt}$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. V F

   (b) a es múltiplo de 3. V F

   (c) $S_a = 180$. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. V F

   (b) $S_b = 124$. V F

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Martínez-Esparza Castro, Paloma

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 3 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 4 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(4524, 833) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(3207, 834) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5923, 832) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6316, 831) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 720 y su m.c.m., 360, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 96 y la diferencia de sus cuadrados, 9152, entonces

a		
b		

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1740 y su m.c.m., 1680, entonces

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2101 y su m.c.m, 2090, entonces
   $a =$

$b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

   (b) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (c) $6q + 3$ con q entero. V F

   (d) $6q$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. V F

   (b) $N_a = 60$. V F

   (c) $N_a = 72$. V F

   (d) $S_a = 142142$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (b) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (d) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3208, 835) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7603, 831) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6317, 832) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5924, 833) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 108 y la diferencia de sus cuadrados, 11583, entonces

a		
b		
a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 242 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 132 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2292 y su m.c.m, 2280, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 60 y su m.c.m., 3360, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) $a - b$ es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $4 \,|a + b$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a y b son primos entre si. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3209, 836) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7604, 832) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6318, 833) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4526, 835) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 120 y la diferencia de sus cuadrados, 14300, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 264 y el valor de la misma no se altera sumando 26 al numerador y 143 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2483 y su m.c.m, 2470, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2880 y su m.c.m., 720, entonces

a				
b				

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2)=2$. V F

(b) m.c.d.$(2a+b, a+2b)=1$ o 3. V F

(c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2)=1$ o 2. V F

(d) m.c.d.$(2a+b, a+2b)=2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $N_a=60$. V F

(b) $N_a=45$. V F

(c) $S_a=142142$. V F

(d) $S_a=1093680$. V F

7. Si $a+b=127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a=49392$ y $b=77616$. V F

(b) $a=15876$ y $b=111132$. V F

(c) $a=7056$ y $b=119952$. V F

(d) $a=35280$ y $b=91728$. V F

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0=\frac{cp}{d} \implies x_0= \underline{\qquad\qquad} \implies x_0=$$
$$y_0=\frac{cq}{d} \implies y_0= \underline{\qquad\qquad} \implies y_0=$$

(c) Solución general,

$$x=x_0+k\frac{b}{d} \implies x=$$
$$y=y_0-k\frac{a}{d} \implies y=$$

(d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a\equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a\not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ V F

(b) $a\equiv b\,(\text{mód } 12)\implies a\equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a\equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

(c) $a\equiv b\,(\text{mód } 12)\implies a\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Mellado Gómez, Enrique

---

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(3210, 837) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(7605, 833) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(5926, 835) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(6319, 834) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 132 y la diferencia de sus cuadrados, 17303, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 286 y el valor de la misma no se altera sumando 28 al numerador y 154 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \_\_\_\_$

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 3300 y su m.c.m., 3360, entonces

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2674 y su m.c.m, 2660, entonces
   $a =$
   $b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\quad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz | Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. | Matemática Discreta
Curso 16-17 | Prueba no presencial 2

Teoría de Números | Merlo Cuadra, Jesús

---

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a + 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) a^2 da resto 2 al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3211, 838) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7606, 834) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5927, 836) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4528, 837) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 30 y la diferencia de sus cuadrados, 64, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 80 y el valor de la misma no se altera sumando 25 al numerador y 20 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 3420 y su m.c.m., 3360, entonces

a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 6480 y su m.c.m., 1080, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\qquad}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\qquad}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x+60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Milán Real, Juan Jesús

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $3r$ o $5r$. V F
   (b) r o $r+5$ o $r+10$. V F
   (c) 0 o 5 o 10. V F
   (d) $3r$. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (b) $a^2 - a$ es divisible por 2. V F
   (c) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (d) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(3212, 839) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(7607, 835) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(4529, 838) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(6321, 836) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 45 y la diferencia de sus cuadrados, 144, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 100 y el valor de la misma no se altera sumando 30 al numerador y 24 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 8820 y su m.c.m., 1260, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 582 y su m.c.m, 1140, entonces
   $a =$

$b =$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

   Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Montero Domínguez, Rubén

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (b) $a^2 + b^2$ es impar. V F
   (c) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (d) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (b) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
   (c) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (d) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3213, 840) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7608, 836) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4530, 839) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5929, 838) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 60 y la diferencia de sus cuadrados, 256, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 120 y el valor de la misma no se altera sumando 35 al numerador y 28 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 11520 y su m.c.m., 1440, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 960 y su m.c.m., 3780, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\|x-y\|$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Morón González, Joaquín

---

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a^2+1 da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2+1 es múltiplo de 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(3214, 841) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(6323, 838) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(7609, 837) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(5930, 839) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 75 y la diferencia de sus cuadrados, 400, entonces

a		
b		
a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 776 y su m.c.m, 1520, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 140 y el valor de la misma no se altera sumando 40 al numerador y 32 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 3720 y su m.c.m., 3780, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Muras González, Roberto

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F
   (b) a puede ser impar. V F
   (c) a puede ser múltiplo de 4. V F
   (d) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 4 V F
   (b) 1 V F
   (c) 0 V F
   (d) 3 V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3215, 842) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6324, 839) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7610, 838) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4532, 841) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 90 y la diferencia de sus cuadrados, 576, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 873 y su m.c.m, 1710, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 160 y el valor de la misma no se altera sumando 45 al numerador y 36 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 18000 y su m.c.m., 1800, entonces

a				
b				

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 60$. V F

   (b) $S_a = 142142$. V F

   (c) $N_a = 45$. V F

   (d) $S_a = 1093680$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Núñez García, Pablo

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F
   (b) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F
   (d) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a es múltiplo de 3. V F
   (b) a da resto 2 al dividirlo entre 3. V F
   (c) a da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (d) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3216, 843) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6325, 840) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5932, 841) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7611, 839) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 105 y la diferencia de sus cuadrados, 784, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 970 y su m.c.m, 1900, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 240 y su m.c.m., 4620, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 180 y el valor de la misma no se altera sumando 50 al numerador y 40 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ______

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Olivero Hedrera, José Manuel

---

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. V F
   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (c) a^2 es par. V F
   (d) a^2 es impar. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) $a - b$ es múltiplo de 2. V F
   (b) $4 \,|a + b$. V F
   (c) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F
   (d) a y b son primos entre si. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3217, 844) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6326, 841) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5933, 842) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4534, 843) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 120 y la diferencia de sus cuadrados, 1024, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1067 y su m.c.m, 2090, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1080 y su m.c.m., 4620, entonces

a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 3240 y su m.c.m., 1080, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. V F

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. V F

   (c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. V F

   (d) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 60$. V F

   (b) $S_a = 142142$. V F

   (c) $N_a = 72$. V F

   (d) $S_a = 1093680$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Olmo Barberá, José Luis

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $(a+1)(a-1)$ es divisible por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3218, 845) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6327, 842) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4535, 844) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7613, 841) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 135 y la diferencia de sus cuadrados, 1296, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1164 y su m.c.m, 2280, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 5760 y su m.c.m., 1440, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 220 y el valor de la misma no se altera sumando 60 al numerador y 48 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ______

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. V F

   (b) $S_a = 60$. V F

   (c) a es múltiplo de 2. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. V F

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (c) $S_a = 7651$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $3r$ o $5r$. V F
   (b) $3r$. V F
   (c) 0 o 5 o 10. V F
   (d) $5r$. V F

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F
   (b) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. V F
   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F
   (d) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3219, 846) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6328, 843) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4536, 845) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5935, 844) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 150 y la diferencia de sus cuadrados, 1600, entonces

a		
b		
a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1261 y su m.c.m, 2470, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 9000 y su m.c.m., 1800, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 4680 y su m.c.m., 4620, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (b) $6q$ con q entero. V F

   (c) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

   (d) $6q + 3$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 60$. V F

   (b) $S_a = 142142$. V F

   (c) $S_a = 1093680$. V F

   (d) $N_a = 72$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \text{—————} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \text{—————} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Orellana Romero, Aitor Manuel

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (b) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F
   (c) $a^2 + b^2$ es impar. V F
   (d) $a^2 + b^2$ es par. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (b) $a^3 - a$ es divisible por 3. V F
   (c) $a^2 - a$ es divisible por 2. V F
   (d) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3220, 847) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5936, 845) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7615, 843) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6329, 844) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 165 y la diferencia de sus cuadrados, 1936, entonces

a		
b		
a		
b		

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 300 y su m.c.m., 5040, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 260 y el valor de la misma no se altera sumando 70 al numerador y 56 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1358 y su m.c.m, 2660, entonces
   $a =$
   $b =$

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz | Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. | Matemática Discreta
Curso 16-17 | Prueba no presencial 2

Teoría de Números | Ortega Cabrera, Manuel

---

1. Si a es entero e impar, entonces

   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. V F

   (b) a^2 es múltiplo de 4. V F

   (c) a^2 es impar. V F

   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F

2. Si a es un número entero, entonces

   (a) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F

   (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. V F

   (c) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F

   (d) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(3221, 848) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(5937, 846) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(7616, 844) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(4538, 847) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 30 y la diferencia de sus cuadrados, 896, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1020 y su m.c.m., 5040, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 120 y el valor de la misma no se altera sumando 25 al numerador y 30 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 17640 y su m.c.m., 2520, entonces

a				
b				

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2)=2$. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2)=1$ o 3. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b)=1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b)=2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a=60$. V F

   (b) $N_a=72$. V F

   (c) $N_a=45$. V F

   (d) $S_a=1093680$. V F

7. Si $a+b=127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a=49392$ y $b=77616$. V F

   (b) $a=47628$ y $b=79380$. V F

   (c) $a=15876$ y $b=111132$. V F

   (d) $a=35280$ y $b=91728$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0=\frac{cp}{d} \Longrightarrow x_0=\frac{\cdot}{} \Longrightarrow x_0=$$
$$y_0=\frac{cq}{d} \Longrightarrow y_0=\frac{\cdot}{} \Longrightarrow y_0=$$

   (c) Solución general,

$$x=x_0+k\frac{b}{d} \Longrightarrow x=$$
$$y=y_0-k\frac{a}{d} \Longrightarrow y=$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a\equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a\not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ V F

   (b) $a\equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a\not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (c) $a\equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a\equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a\equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

(d) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Ortega de la Rosa, Diego

---

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a^2+1 da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2+1 es múltiplo de 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(3222, 849) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(5938, 847) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(6331, 846) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(7617, 845) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 45 y la diferencia de sus cuadrados, 2016, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1140 y su m.c.m., 5040, entonces

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 258 y su m.c.m, 1140, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 150 y el valor de la misma no se altera sumando 30 al numerador y 36 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ———

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

(b) $6q + 3$ con q entero. V F

(c) $6q$ con q entero. V F

(d) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) a es múltiplo de 3. V F

(b) $S_a = 180$. V F

(c) $S_a = 60$. V F

(d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $S_b = 124$. V F

(b) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

(c) $a = 576$ y $b = 48$. V F

(d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

(b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F
   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F
   (c) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F
2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 4 V F
   (b) 2 V F
   (c) 1 V F
   (d) 3 V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(3223, 850) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(5939, 848) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(6332, 847) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(4540, 849) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 60 y la diferencia de sus cuadrados, 3584, entonces

a		
b		
a		
b		

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1500 y su m.c.m., 5040, entonces

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 301 y su m.c.m, 1330, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 29160 y su m.c.m., 3240, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

Teoría de Números

Parada Cómez, Alejandro

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. V F
   (b) a^2 es par. V F
   (c) a^2 es impar. V F
   (d) a^2 es múltiplo de 3. V F

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a es múltiplo de 3. V F
   (b) a da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (c) $a - 1$ es múltiplo de 3. V F
   (d) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3224, 851) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5940, 849) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4541, 850) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7619, 847) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 75 y la diferencia de sus cuadrados, 5600, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1860 y su m.c.m., 5040, entonces

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 36000 y su m.c.m., 3600, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 210 y el valor de la misma no se altera sumando 40 al numerador y 48 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2)=2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2)=1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) m.c.d.$(2a+b, a+2b)=2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) m.c.d.$(2a+b, a+2b)=1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a=180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a=120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b)=12$, entonces

(a) $S_b=124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a=2916$ y $b=48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a=7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a=2916$ y $b=162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0=\frac{cp}{d} \Longrightarrow x_0=\underline{\qquad\qquad} \Longrightarrow x_0=$$

$$y_0=\frac{cq}{d} \Longrightarrow y_0=\frac{\cdot}{\qquad\qquad} \Longrightarrow y_0=$$

(c) Solución general,

$$x=x_0+k\frac{b}{d} \Longrightarrow x=$$

$$y=y_0-k\frac{a}{d} \Longrightarrow y=$$

(d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a\equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a\not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a\equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a\not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a\not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a\not\equiv b\,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a\not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a\equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a\equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a\equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) $a - b$ es múltiplo de 2. V F
   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F
   (c) a y b son primos entre si. V F
   (d) $4 \,|a + b$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3225, 852) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5941, 850) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4542, 851) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6334, 849) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 90 y la diferencia de sus cuadrados, 8064, entonces

a		
b		
a		
b		

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 4980 y su m.c.m., 5040, entonces

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 672 y su m.c.m., 336, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 387 y su m.c.m, 1710, entonces
   $a =$

$b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma
   (a) $6q + r$, con q entero y r impar. V F
   (b) $6q + 3$ con q entero. V F
   (c) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F
   (d) $6q$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces
   (a) $N_a = 60$. V F
   (b) $N_a = 72$. V F
   (c) $S_a = 1093680$. V F
   (d) $S_a = 142142$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces
   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F
   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F
   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F
   (d) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?
   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es
   (b) Solución particular,
   $$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
   $$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\cdot\qquad} \implies y_0 =$$
   (c) Solución general,
   $$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
   $$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$
   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x + 60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Peña Rodríguez, Juan Antonio

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $3r$ o $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 0 o 5 o 10. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $3r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $(a+1)(a-1)$ es divisible por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2-1 es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2+1 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3226, 853) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4543, 852) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7621, 849) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6335, 850) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 105 y la diferencia de sus cuadrados, 10976, entonces

a		
b		
a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1512 y su m.c.m., 504, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 270 y el valor de la misma no se altera sumando 50 al numerador y 60 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ———
   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 430 y su m.c.m, 1900, entonces
   $a =$

$b =$

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) a es múltiplo de 2. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) $S_a = 7651$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

   Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

(b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Perales Montero, Alberto Antonio

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (b) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (c) $a^2 + b^2$ es impar. V F
   (d) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F
2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F
   (b) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F
   (c) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. V F
   (d) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3227, 854) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4544, 853) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7622, 850) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5943, 852) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 120 y la diferencia de sus cuadrados, 14336, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2688 y su m.c.m., 672, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 300 y el valor de la misma no se altera sumando 55 al numerador y 66 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 360 y su m.c.m., 5460, entonces

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 60$. V F

   (b) $S_a = 1093680$. V F

   (c) $N_a = 45$. V F

   (d) $N_a = 72$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\lvert x-y\rvert$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

   (b) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Peralta Barcia, Paula

---

1. Si a es entero e impar, entonces
   - (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (c) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (d) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   - (a) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (c) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   - (d) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   - (a) m.c.d.$(3228, 855) =$
     $p =$
     $q =$
   - (b) m.c.d.$(4545, 854) =$
     $p =$
     $q =$
   - (c) m.c.d.$(6337, 852) =$
     $p =$
     $q =$
   - (d) m.c.d.$(7623, 851) =$
     $p =$
     $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   - (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 135 y la diferencia de sus cuadrados, 18144, entonces

a		
b		

a		
b		

   - (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 4200 y su m.c.m., 840, entonces

a				
b				

   - (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 516 y su m.c.m, 2280, entonces
     $a =$
     $b =$
   - (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 330 y el valor de la misma no se altera sumando 60 al numerador y 72 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \rule{2em}{0.4pt}$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (b) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

   (c) $6q$ con q entero. V F

   (d) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. V F

   (b) a es múltiplo de 2. V F

   (c) $S_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. V F

   (b) $S_a = 7651$. V F

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Peralta Mateos, Juan Manuel

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F
   (b) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F
   (c) a puede ser impar. V F
   (d) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (b) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (c) $a^3 - a$ es divisible por 2. V F
   (d) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3229, 856) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4546, 855) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6338, 853) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5945, 854) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 150 y la diferencia de sus cuadrados, 22400, entonces

a		
b		
a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 6048 y su m.c.m., 1008, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 559 y su m.c.m, 2470, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 5400 y su m.c.m., 5460, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\quad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\quad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Peregrina Pérez, María Jesús

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F
   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F
   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F
   (d) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
2. Si $a - 1$, a y $a + 1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) $a^2 + 1$ da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
   (b) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F
   (c) a^2 da resto 4 al dividir por 5. V F
   (d) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(3230, 857) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(4547, 856) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(5946, 855) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(7625, 853) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 165 y la diferencia de sus cuadrados, 27104, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 8232 y su m.c.m., 1176, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 150 y su m.c.m., 500, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 390 y el valor de la misma no se altera sumando 70 al numerador y 84 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ——

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2)=2$. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b)=2$. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2)=1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b)=1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. V F

   (b) a es múltiplo de 2. V F

   (c) $S_a = 180$. V F

   (d) $S_a = 120$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b)=12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. V F

   (b) $S_a = 7651$. V F

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ V F

   (b) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 4 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 3 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(3231, 858) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(4548, 857) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5947, 856) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6340, 855) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 42 y la diferencia de sus cuadrados, 160, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 10752 y su m.c.m., 1344, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 350 y su m.c.m., 500, entonces

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 145 y su m.c.m, 950, entonces
   $a =$

$b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (b) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

   (c) $6q + 3$ con q entero. V F

   (d) $6q$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 60$. V F

   (b) $S_a = 1093680$. V F

   (c) $N_a = 72$. V F

   (d) $S_a = 142142$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (d) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

   (b) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a - 1$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7627, 855) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6341, 856) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5948, 857) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4549, 858) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 200 y el valor de la misma no se altera sumando 30 al numerador y 48 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 174 y su m.c.m, 1140, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 450 y su m.c.m., 500, entonces

a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 13608 y su m.c.m., 1512, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $3r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $3r$ o $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $4\,|a + b$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a - b$ es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7628, 856) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6342, 857) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5949, 858) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3233, 851) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 240 y el valor de la misma no se altera sumando 35 al numerador y 56 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 203 y su m.c.m, 1330, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 550 y su m.c.m., 500, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 84 y la diferencia de sus cuadrados, 640, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

(b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

(c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

(d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $N_a = 45$. V F

(b) $S_a = 142142$. V F

(c) $N_a = 72$. V F

(d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

(b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

(c) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

(d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

(b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Pérez Ortega, Manuel

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es impar. V F
   (b) $a^2 + b^2$ es par. V F
   (c) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (d) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. V F
   (b) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. V F
   (c) $(a + 1)(a - 1)$ es divisible por 8. V F
   (d) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7629, 857) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6343, 858) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4551, 860) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5950, 859) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 280 y el valor de la misma no se altera sumando 40 al numerador y 64 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 232 y su m.c.m, 1520, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1008 y su m.c.m., 504, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 250 y su m.c.m., 700, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es entero e impar, entonces

   (a) a^2 es impar. V F

   (b) a^2 es par. V F

   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F

   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. V F

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces

   (a) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. V F

   (b) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. V F

   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F

   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(7630, 858) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(6344, 859) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(4552, 861) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(3235, 862) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 320 y el valor de la misma no se altera sumando 45 al numerador y 72 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = $ ———

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 261 y su m.c.m, 1710, entonces
   $a =$
   $b =$

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2268 y su m.c.m., 756, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 126 y la diferencia de sus cuadrados, 1440, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Periñán Freire, José Manuel

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7631, 859) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6345, 860) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3236, 863) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5952, 861) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 360 y el valor de la misma no se altera sumando 50 al numerador y 80 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 290 y su m.c.m, 1900, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 147 y la diferencia de sus cuadrados, 1960, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 650 y su m.c.m., 700, entonces

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. V F

   (b) $S_a = 60$. V F

   (c) a es múltiplo de 3. V F

   (d) $S_a = 180$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (c) $S_b = 124$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz | Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. | Matemática Discreta
Curso 16-17 | Prueba no presencial 2

Teoría de Números | Piedad Garrido, Pablo

---

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7632, 860) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6346, 861) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(3237, 864) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4554, 863) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 400 y el valor de la misma no se altera sumando 55 al numerador y 88 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ______
   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 319 y su m.c.m, 2090, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 168 y la diferencia de sus cuadrados, 2560, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 6300 y su m.c.m., 1260, entonces

a				
b				

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

   (b) $6q$ con q entero. V F

   (c) $6q+r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. V F

   (b) $S_a = 142142$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 1093680$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\quad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

(d) $a \not\equiv b \pmod 2$ o $a \not\equiv b \pmod 3 \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 3. V F
   (b) a^2 es par. V F
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (d) a^2 es impar. V F

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
   (b) a^2 da resto 4 al dividir por 5. V F
   (c) a^2+1 es múltiplo de 5. V F
   (d) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7633, 861) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5954, 863) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6347, 862) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(4555, 864) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 440 y el valor de la misma no se altera sumando 60 al numerador y 96 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 350 y su m.c.m., 900, entonces

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 348 y su m.c.m, 2280, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 9072 y su m.c.m., 1512, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. V F

(b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. V F

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. V F

(d) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 120$. V F

(b) $S_a = 180$. V F

(c) $S_a = 60$. V F

(d) a es múltiplo de 2. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

(b) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

(c) $a = 576$ y $b = 48$. V F

(d) $S_a = 7651$. V F

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

(b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a + 1$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. V F
2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 0 V F
   (b) 2 V F
   (c) 1 V F
   (d) 4 V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7634, 862) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5955, 864) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6348, 863) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(3239, 866) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 480 y el valor de la misma no se altera sumando 65 al numerador y 104 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 550 y su m.c.m., 900, entonces

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 377 y su m.c.m, 2470, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 210 y la diferencia de sus cuadrados, 4000, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. V F

   (b) $N_a = 72$. V F

   (c) $S_a = 142142$. V F

   (d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x+60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) r o $r+5$ o $r+10$. V F
   (b) $5r$. V F
   (c) 0 o 5 o 10. V F
   (d) $3r$. V F

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. V F
   (b) a da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (c) $a - 1$ es múltiplo de 3. V F
   (d) a da resto 2 al dividirlo entre 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7635, 863) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5956, 865) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(4557, 866) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6349, 864) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 520 y el valor de la misma no se altera sumando 70 al numerador y 112 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \overline{\qquad}$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 850 y su m.c.m., 900, entonces

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 16128 y su m.c.m., 2016, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 406 y su m.c.m, 2660, entonces
   $a =$
   $b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	

Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es impar. V F
   (b) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F
   (c) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (d) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F
2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. V F
   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F
   (c) a y b son primos entre si. V F
   (d) $a - b$ es múltiplo de 2. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5562, 2121) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7501, 2110) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(8101, 3252) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9311, 2120) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 180 y el valor de la misma no se altera sumando 25 al numerador y 45 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 950 y su m.c.m., 900, entonces

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 20412 y su m.c.m., 2268, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 42 y la diferencia de sus cuadrados, 1760, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\lvert x-y\rvert$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es entero e impar, entonces

   (a) a^2 es impar. V F

   (b) a^2 es múltiplo de 4. V F

   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. V F

   (d) a^2 es par. V F

2. Si a es un número entero impar, entonces

   (a) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. V F

   (b) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. V F

   (c) a^2 es múltiplo de 4. V F

   (d) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(5563, 2122) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(7502, 2111) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(9312, 2121) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(6522, 1542) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 225 y el valor de la misma no se altera sumando 30 al numerador y 54 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 450 y su m.c.m., 1100, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 63 y la diferencia de sus cuadrados, 3960, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1566 y su m.c.m, 1560, entonces

   $a =$

$b =$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a + b, a + 2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a + b, a^2 - ab + b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(a + b, a^2 - ab + b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(a + b, a^2 + b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Riol Sánchez, José María

---

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 2 al dividir por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(5564, 2123) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(7503, 2112) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(9313, 2122) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(8103, 3254) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 270 y el valor de la misma no se altera sumando 35 al numerador y 63 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 650 y su m.c.m., 1100, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 84 y la diferencia de sus cuadrados, 7040, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 504 y su m.c.m., 252, entonces

a				
b				

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. V F

   (b) $6q + 3$ con q entero. V F

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. V F

   (b) $N_a = 72$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 1093680$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ V F

   (d) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F
   (c) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^2 - a$ es divisible por 2. V F
   (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F
   (c) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
   (d) $a^3 - a$ es divisible por 3. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(5565, 2124) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(8104, 3255) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(6524, 1544) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(7504, 2113) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 315 y el valor de la misma no se altera sumando 40 al numerador y 72 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1134 y su m.c.m., 378, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2088 y su m.c.m, 2080, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1050 y su m.c.m., 1100, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. V F

(b) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. V F

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. V F

(d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 120$. V F

(b) a es múltiplo de 2. V F

(c) $S_a = 60$. V F

(d) $S_a = 180$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

(b) $S_a = 7651$. V F

(c) $a = 576$ y $b = 48$. V F

(d) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

(b) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Rivero Litrán, María Isabel

---

1. Si a es un número entero, entonces

   (a) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces

   (a) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a^3 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a^5 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(5566, 2125) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(8105, 3256) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(6525, 1545) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(9315, 2124) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 360 y el valor de la misma no se altera sumando 45 al numerador y 81 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2016 y su m.c.m., 504, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2349 y su m.c.m, 2340, entonces

   $a =$
   $b =$

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 126 y la diferencia de sus cuadrados, 15840, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 45$. V F

   (b) $S_a = 1093680$. V F

   (c) $S_a = 142142$. V F

   (d) $N_a = 60$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (d) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

   (b) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Rivero Rivera, Lucía Judith

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F
2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
   (b) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F
   (c) a^2 da resto 4 al dividir por 5. V F
   (d) a^2+1 es múltiplo de 5. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(5567, 2126) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(8106, 3257) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7506, 2115) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6526, 1546) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 405 y el valor de la misma no se altera sumando 50 al numerador y 90 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = $ ———
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 3150 y su m.c.m., 630, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 550 y su m.c.m., 1300, entonces

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2610 y su m.c.m, 2600, entonces
   $a =$
   $b =$
5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

   (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Robles Sorroche, Luis

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $3r$. V F
   (b) r o $r+5$ o $r+10$. V F
   (c) $5r$. V F
   (d) 0 o 5 o 10. V F
2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 1 V F
   (b) 0 V F
   (c) 2 V F
   (d) 3 V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6527, 1547) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5568, 2127) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7507, 2116) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(8107, 3258) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2871 y su m.c.m, 2860, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 450 y el valor de la misma no se altera sumando 55 al numerador y 99 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 750 y su m.c.m., 1300, entonces

a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 4536 y su m.c.m., 756, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Rodríguez Celdrán, Jaime

---

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + b^2$ es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6528, 1548) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5569, 2128) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7508, 2117) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9318, 2127) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 3132 y su m.c.m, 3120, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 495 y el valor de la misma no se altera sumando 60 al numerador y 108 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1250 y su m.c.m., 1300, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 189 y la diferencia de sus cuadrados, 35640, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

(b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

(c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

(d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 60$. V F

(b) $S_a = 120$. V F

(c) $S_a = 180$. V F

(d) a es múltiplo de 3. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

(a) $a = 576$ y $b = 48$. V F

(b) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

(c) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

(d) $S_b = 124$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \Longrightarrow x_0 = \frac{\cdot}{\quad} \Longrightarrow x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \Longrightarrow y_0 = \frac{\cdot}{\quad} \Longrightarrow y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \Longrightarrow x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \Longrightarrow y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es par. V F
   (b) a^2 es impar. V F
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F
   (d) a^2 es múltiplo de 4. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) $4 \,|a + b$. V F
   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. V F
   (c) a y b son primos entre si. V F
   (d) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6529, 1549) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5570, 2129) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(8109, 3260) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7509, 2118) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 3393 y su m.c.m, 3380, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 540 y el valor de la misma no se altera sumando 65 al numerador y 117 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\quad}{\quad}$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 8064 y su m.c.m., 1008, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1350 y su m.c.m., 1300, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q$ con q entero. V F

(b) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

(c) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

(d) $6q+3$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 142142$. V F

(b) $N_a = 45$. V F

(c) $S_a = 1093680$. V F

(d) $N_a = 72$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

(b) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

(c) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

(d) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

(b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

(c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

(d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser impar. V F
   (b) a puede ser múltiplo de 4. V F
   (c) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F
   (d) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F
2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. V F
   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. V F
   (c) $(a + 1)(a - 1)$ es divisible por 8. V F
   (d) a^2 es múltiplo de 4. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6530, 1550) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5571, 2130) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(8110, 3261) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9320, 2129) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 3654 y su m.c.m, 3640, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 585 y el valor de la misma no se altera sumando 70 al numerador y 126 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \frac{\quad}{\quad}$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 10206 y su m.c.m., 1134, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 231 y la diferencia de sus cuadrados, 53240, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\quad\cdot\quad}{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\quad\cdot\quad}{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Rodríguez González, Gabriel

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (b) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. V F
   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. V F
   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F
   (d) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6531, 1551) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5572, 2131) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9321, 2130) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7511, 2120) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 345 y su m.c.m, 1300, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 220 y el valor de la misma no se altera sumando 25 al numerador y 55 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 48 y la diferencia de sus cuadrados, 220, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 350 y su m.c.m., 1500, entonces

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

(b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

(c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

(d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 142142$. V F

(b) $N_a = 45$. V F

(c) $N_a = 60$. V F

(d) $N_a = 72$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

(b) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

(c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

(d) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \rule{3cm}{0.4pt} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \rule{3cm}{0.4pt} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6532, 1552) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5573, 2132) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9322, 2131) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(8112, 3263) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 414 y su m.c.m, 1560, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 275 y el valor de la misma no se altera sumando 30 al numerador y 66 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\quad}{\quad}$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 72 y la diferencia de sus cuadrados, 495, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1176 y su m.c.m., 588, entonces

a				
b				

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Rodríguez Heras, Jesús

---

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es divisible por 2. V F
   (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. V F
   (c) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F
   (d) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6533, 1553) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7513, 2122) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5574, 2133) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(8113, 3264) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 483 y su m.c.m, 1820, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 650 y su m.c.m., 1500, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 330 y el valor de la misma no se altera sumando 35 al numerador y 77 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2646 y su m.c.m., 882, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. V F

(b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. V F

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. V F

(d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 142142$. V F

(b) $N_a = 72$. V F

(c) $N_a = 45$. V F

(d) $S_a = 1093680$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

(b) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

(c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

(d) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y	$24x + 60y$

Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

(b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $3r$. V F
   (b) $5r$. V F
   (c) r o $r+5$ o $r+10$. V F
   (d) $3r$ o $5r$. V F
2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a^2+1 es múltiplo de 5. V F
   (b) a^2 da resto 4 al dividir por 5. V F
   (c) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
   (d) a^2+1 da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6534, 1554) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7514, 2123) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5575, 2134) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9324, 2133) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 552 y su m.c.m, 2080, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 850 y su m.c.m., 1500, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 385 y el valor de la misma no se altera sumando 40 al numerador y 88 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 120 y la diferencia de sus cuadrados, 1375, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

   Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+ 6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + b^2$ es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 3 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 0 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6535, 1555) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7515, 2124) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(8115, 3266) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5576, 2135) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 621 y su m.c.m, 2340, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1450 y su m.c.m., 1500, entonces

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 7350 y su m.c.m., 1470, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 440 y el valor de la misma no se altera sumando 45 al numerador y 99 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ———

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\quad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y	$\lvert x-y \rvert$

Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz | Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. | Matemática Discreta
Curso 16-17 | Prueba no presencial 2

Teoría de Números | Rodríguez Pericacho, Félix

---

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a-1$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6536, 1556) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7516, 2125) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(8116, 3267) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9326, 2135) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 690 y su m.c.m, 2600, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1550 y su m.c.m., 1500, entonces

a		
b		

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 10584 y su m.c.m., 1764, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 168 y la diferencia de sus cuadrados, 2695, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) $S_a = 180$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) a es múltiplo de 2. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) $S_a = 7651$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) $S_b = 124$. $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\quad\cdot\quad}{\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\qquad}{\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (c) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

   (d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) $4 \,|a + b$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a - b$ es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6537, 1557) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7517, 2126) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9327, 2136) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5578, 2137) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 759 y su m.c.m, 2860, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 100 y su m.c.m., 750, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 192 y la diferencia de sus cuadrados, 3520, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 550 y el valor de la misma no se altera sumando 55 al numerador y 121 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F
   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. V F
   (b) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. V F
   (c) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (d) $(a + 1)(a - 1)$ es divisible por 8. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(6538, 1558) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(7518, 2127) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(9328, 2137) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(8118, 3269) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 828 y su m.c.m, 3120, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 400 y su m.c.m., 750, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 216 y la diferencia de sus cuadrados, 4455, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 18816 y su m.c.m., 2352, entonces

a				
b				

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es un número entero, entonces

   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. V F

   (b) a^2 es impar. V F

   (c) a^2 es múltiplo de 3. V F

   (d) a^2 es par. V F

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces

   (a) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. V F

   (b) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F

   (c) a^2-1 es múltiplo de 24. V F

   (d) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) $\text{m.c.d.}(6539, 1559) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) $\text{m.c.d.}(8119, 3270) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) $\text{m.c.d.}(5580, 2139) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) $\text{m.c.d.}(7519, 2128) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 897 y su m.c.m, 3380, entonces

   $a =$
   $b =$

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 23814 y su m.c.m., 2646, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 660 y el valor de la misma no se altera sumando 65 al numerador y 143 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ______

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 700 y su m.c.m., 750, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{2.5cm}} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Romero Fernández, Borja

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6540, 1560) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(8120, 3271) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5581, 2140) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9330, 2139) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 966 y su m.c.m, 3640, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 29400 y su m.c.m., 2940, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 715 y el valor de la misma no se altera sumando 70 al numerador y 154 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 264 y la diferencia de sus cuadrados, 6655, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. V F

   (b) a es múltiplo de 2. V F

   (c) $S_a = 120$. V F

   (d) a es múltiplo de 3. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (b) $S_a = 7651$. V F

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

   (d) $S_b = 124$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Romero Gómez, Luis

---

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $3r$. V F
   (b) 0 o 5 o 10. V F
   (c) $5r$. V F
   (d) r o $r+5$ o $r+10$. V F

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es divisible por 2. V F
   (b) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. V F
   (c) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. V F
   (d) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6541, 1561) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(8121, 3272) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7521, 2130) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5582, 2141) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 285 y su m.c.m, 1300, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 420 y su m.c.m., 210, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 200 y su m.c.m., 1050, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 48 y el valor de la misma no se altera sumando 20 al numerador y 15 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q$ con q entero. V F

(b) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

(c) $6q+3$ con q entero. V F

(d) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 142142$. V F

   (b) $S_a = 1093680$. V F

   (c) $N_a = 72$. V F

   (d) $N_a = 45$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (d) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz | Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. | Matemática Discreta
Curso 16-17 | Prueba no presencial 2

Teoría de Números | Romero Oliva, Christian

---

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si $a - 1$, a y $a + 1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) $a^2 + 1$ es múltiplo de 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + 1$ da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(6542, 1562) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(8122, 3273) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7522, 2131) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9332, 2141) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 342 y su m.c.m, 1560, entonces
   $a =$
   $b =$
   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 945 y su m.c.m., 315, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 500 y su m.c.m., 1050, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 72 y la diferencia de sus cuadrados, 5175, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es entero e impar, entonces

   (a) a^2 es múltiplo de 4. V F

   (b) a^2 es impar. V F

   (c) a^2 es par. V F

   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:

   (a) 2 V F

   (b) 0 V F

   (c) 1 V F

   (d) 3 V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) $\text{m.c.d.}(7523, 2132) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) $\text{m.c.d.}(5584, 2143) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) $\text{m.c.d.}(6543, 1563) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) $\text{m.c.d.}(8123, 3274) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1000 y su m.c.m., 1050, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 72 y el valor de la misma no se altera sumando 28 al numerador y 21 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 399 y su m.c.m, 1820, entonces

   $a =$
   $b =$

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1680 y su m.c.m., 420, entonces

a				
b				

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces

   (a) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces

   (a) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) $\text{m.c.d.}(7524, 2133) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) $\text{m.c.d.}(5585, 2144) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) $\text{m.c.d.}(6544, 1564) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) $\text{m.c.d.}(9334, 2143) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1100 y su m.c.m., 1050, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 84 y el valor de la misma no se altera sumando 32 al numerador y 24 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 456 y su m.c.m, 2080, entonces
   $a =$
   $b =$

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 120 y la diferencia de sus cuadrados, 14375, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 3$ con q entero. V F

   (b) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. V F

   (c) $6q$ con q entero. V F

   (d) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. V F

   (b) $S_a = 120$. V F

   (c) $S_a = 60$. V F

   (d) a es múltiplo de 3. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (d) $S_b = 124$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

1. Sea a un entero positivo.

   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces

   (a) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a y b son primos entre si. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $4 \,|a + b$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(7525, 2134) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(5586, 2145) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(8125, 3276) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(6545, 1565) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 250 y su m.c.m., 1200, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 96 y el valor de la misma no se altera sumando 36 al numerador y 27 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 3780 y su m.c.m., 630, entonces

a				
b				

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 513 y su m.c.m, 2340, entonces
   $a =$
   $b =$

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz	Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática.	Matemática Discreta
Curso 16-17	Prueba no presencial 2
Teoría de Números	Ruiz de Celis, Carmen del Mar

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es par. V F
   (b) a^2 es múltiplo de 3. V F
   (c) a^2 es impar. V F
   (d) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. V F

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. V F
   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. V F
   (c) $(a + 1)(a - 1)$ es divisible por 8. V F
   (d) a^2 es múltiplo de 4. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7526, 2135) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5587, 2146) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(8126, 3277) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9336, 2145) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 550 y su m.c.m., 1200, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 108 y el valor de la misma no se altera sumando 40 al numerador y 30 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———

   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 5145 y su m.c.m., 735, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 168 y la diferencia de sus cuadrados, 28175, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. V F

   (b) $S_a = 120$. V F

   (c) a es múltiplo de 2. V F

   (d) a es múltiplo de 3. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

   (c) $S_a = 7651$. V F

   (d) $S_b = 124$. V F

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Ruiz Gómez, Alberto

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. V F
   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. V F
   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 3. V F
   (d) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7527, 2136) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5588, 2147) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9337, 2146) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6547, 1567) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1150 y su m.c.m., 1200, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 120 y el valor de la misma no se altera sumando 44 al numerador y 33 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 192 y la diferencia de sus cuadrados, 36800, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 627 y su m.c.m, 2860, entonces
   $a =$
   $b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q+3$ con q entero. V F

   (b) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

   (c) $6q+r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. V F

   (b) $N_a = 45$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $S_a = 142142$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x+60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

(b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Ruiz Pino, Sergio

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $3r$ o $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 0 o 5 o 10. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7528, 2137) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5589, 2148) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9338, 2147) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(8128, 3279) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1250 y su m.c.m., 1200, entonces

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 132 y el valor de la misma no se altera sumando 48 al numerador y 36 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ______
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 216 y la diferencia de sus cuadrados, 46575, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 8505 y su m.c.m., 945, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{4cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

   Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+ 6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Salado Bornes, Esperanza

---

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + b^2$ es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + b^2$ es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7529, 2138) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6549, 1569) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5590, 2149) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(8129, 3280) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 400 y su m.c.m., 1650, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 741 y su m.c.m, 3380, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 144 y el valor de la misma no se altera sumando 52 al numerador y 39 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ———
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 10500 y su m.c.m., 1050, entonces

a				
b				

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3.5cm}} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y	$\lvert x-y\rvert$

Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \pmod 2$ o $a \not\equiv b \pmod 3 \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Sanabria Flores, Carlos Rodrigo

---

1. Si a es entero e impar, entonces

   (a) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces

   (a) a^2 da resto 4 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a^2+1 es múltiplo de 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a^2+1 da resto 2 o 3 al dividir por 5. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(7530, 2139) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(6550, 1570) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(5591, 2150) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(9340, 2149) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 700 y su m.c.m., 1650, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 798 y su m.c.m, 3640, entonces

   $a =$
   $b =$

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 156 y el valor de la misma no se altera sumando 56 al numerador y 42 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = $ ——

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 264 y la diferencia de sus cuadrados, 69575, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 3$ con q entero. V F

   (b) $6q$ con q entero. V F

   (c) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. V F

   (d) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. V F

   (b) $S_a = 60$. V F

   (c) $S_a = 120$. V F

   (d) a es múltiplo de 3. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

   (d) $S_b = 124$. V F

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\qquad\cdot\qquad}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\qquad\qquad}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Sánchez Hernández, Paulo

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 3 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 0 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(7531, 2140) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(6551, 1571) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(8131, 3282) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(5592, 2151) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1600 y su m.c.m., 1650, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 165 y su m.c.m, 1300, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2835 y su m.c.m., 945, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 80 y el valor de la misma no se altera sumando 20 al numerador y 25 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ———
5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. V F
   (b) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (c) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F
2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (b) a da resto 2 al dividirlo entre 3. V F
   (c) $a - 1$ es múltiplo de 3. V F
   (d) a es múltiplo de 3. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7532, 2141) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6552, 1572) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(8132, 3283) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9342, 2151) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1700 y su m.c.m., 1650, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 198 y su m.c.m, 1560, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 5040 y su m.c.m., 1260, entonces

a				
b				

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 81 y la diferencia de sus cuadrados, 648, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

(b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

(c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

(d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 180$. V F

(b) $S_a = 60$. V F

(c) a es múltiplo de 2. V F

(d) a es múltiplo de 3. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

(b) $a = 576$ y $b = 48$. V F

(c) $S_a = 7651$. V F

(d) $S_b = 124$. V F

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \rule{3cm}{0.4pt} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \rule{3cm}{0.4pt} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

(b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

(c) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Sánchez Peña, Jaime

---

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es par. V F
   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (c) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. V F
   (d) a^2 es múltiplo de 3. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F
   (b) $4 \,|a + b$. V F
   (c) $a - b$ es múltiplo de 2. V F
   (d) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7533, 2142) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6553, 1573) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9343, 2152) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5594, 2153) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 500 y su m.c.m., 1950, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 231 y su m.c.m, 1820, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 108 y la diferencia de sus cuadrados, 1152, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 120 y el valor de la misma no se altera sumando 28 al numerador y 35 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} =$ ——

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 3$ con q entero. V F

   (b) $6q$ con q entero. V F

   (c) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

   (d) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. V F

   (b) $S_a = 142142$. V F

   (c) $N_a = 60$. V F

   (d) $N_a = 45$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. V F

   (d) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Sánchez Rivero, Antonio

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) a^2+1 da resto 2 al dividir por 4. V F
   (b) a^2+1 es múltiplo de 4. V F
   (c) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (d) $(a+1)(a-1)$ es divisible por 8. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7534, 2143) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6554, 1574) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9344, 2153) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(8134, 3285) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 800 y su m.c.m., 1950, entonces

a		
b		

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 264 y su m.c.m, 2080, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 135 y la diferencia de sus cuadrados, 1800, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 11340 y su m.c.m., 1890, entonces

a				
b				

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Los números $2a$ y $4a + 3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números

Santana Mesa, Enrique

---

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 0 o 5 o 10. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $3r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 2 al dividir por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2-1 es múltiplo de 24. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7535, 2144) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(8135, 3286) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5596, 2155) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6555, 1575) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1900 y su m.c.m., 1950, entonces

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 15435 y su m.c.m., 2205, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 160 y el valor de la misma no se altera sumando 36 al numerador y 45 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 297 y su m.c.m, 2340, entonces
   $a =$
   $b =$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

(b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

(c) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

(d) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $N_a = 72$. V F

(b) $S_a = 1093680$. V F

(c) $N_a = 45$. V F

(d) $S_a = 142142$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

(b) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

(c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

(d) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

(b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + b^2$ es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7536, 2145) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(8136, 3287) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5597, 2156) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9346, 2155) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2000 y su m.c.m., 1950, entonces

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 20160 y su m.c.m., 2520, entonces

a				
b				

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 180 y el valor de la misma no se altera sumando 40 al numerador y 50 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 189 y la diferencia de sus cuadrados, 3528, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Sepúlveda Cornejo, Mario

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^3 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7537, 2146) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(8137, 3288) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6557, 1577) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5598, 2157) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 550 y su m.c.m., 2100, entonces

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 25515 y su m.c.m., 2835, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 363 y su m.c.m, 2860, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 200 y el valor de la misma no se altera sumando 44 al numerador y 55 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

(a) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

    (a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Sibello Litrán, Nicolás

---

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces
   (a) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. V F
   (b) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F
   (c) a puede ser impar. V F
   (d) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F

2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a^2 da resto 4 al dividir por 5. V F
   (b) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F
   (c) a^2+1 es múltiplo de 5. V F
   (d) a^2+1 da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(7538, 2147) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(8138, 3289) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6558, 1578) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9348, 2157) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 650 y su m.c.m., 2100, entonces

a		
b		

   (b) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 31500 y su m.c.m., 3150, entonces

a				
b				

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 396 y su m.c.m, 3120, entonces
   $a =$
   $b =$

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 243 y la diferencia de sus cuadrados, 5832, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

(b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

(c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

(d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 180$. V F

(b) a es múltiplo de 2. V F

(c) $S_a = 60$. V F

(d) a es múltiplo de 3. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

(b) $S_a = 7651$. V F

(c) $a = 576$ y $b = 48$. V F

(d) $S_b = 124$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

(b) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Sibón Jiménez, Teodoro Antonio

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 3 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 0 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(8139, 3290) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(5600, 2159) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(6559, 1579) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(7539, 2148) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1120 y su m.c.m., 560, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 240 y el valor de la misma no se altera sumando 52 al numerador y 65 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 429 y su m.c.m, 3380, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 850 y su m.c.m., 2100, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

(b) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

(c) $6q$ con q entero. V F

(d) $6q+3$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. V F

   (b) $N_a = 45$. V F

   (c) $S_a = 142142$. V F

   (d) $N_a = 72$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\qquad}{\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\qquad\cdot\qquad}{\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz
Grado en Ingeniería Informática.
Curso 16-17

Departamento de Matemáticas
Matemática Discreta
Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Sobrero Grosso, Roberto

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) $a - 1$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(8140, 3291) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(5601, 2160) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(6560, 1580) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(9350, 2159) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2520 y su m.c.m., 840, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 260 y el valor de la misma no se altera sumando 56 al numerador y 70 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 462 y su m.c.m, 3640, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 297 y la diferencia de sus cuadrados, 8712, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. V F
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. V F
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a + 1$. V F
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a$. V F

2. Si m.c.d.$(a, 4) = 2$ y m.c.d.$(b, 4) = 2$, entonces
   (a) a y b son primos entre si. V F
   (b) m.c.d.$(a + b, 4) = 4$. V F
   (c) m.c.d.$(a + b, 4) = 2$. V F
   (d) $4 \,|\, a + b$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(8141, 3292) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5602, 2161) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7541, 2150) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6561, 1581) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 4480 y su m.c.m., 1120, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 112 y el valor de la misma no se altera sumando 20 al numerador y 35 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1150 y su m.c.m., 2100, entonces

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1355 y su m.c.m, 1350, entonces
   $a =$
   $b =$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(2a + b, a + 2b) = 2$. V F

(b) m.c.d.$(2a + b, a + 2b) = 1$ o 3. V F

(c) m.c.d.$(a + b, a^2 - ab + b^2) = 1$ o 3. V F

(d) m.c.d.$(a + b, a^2 + b^2) = 1$ o 2. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. V F

   (b) $N_a = 45$. V F

   (c) $N_a = 72$. V F

   (d) $S_a = 142142$. V F

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (c) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

   (d) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x + 60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Soler Melero, José María

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) 0 o 5 o 10. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) r o $r+5$ o $r+10$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $3r$ o $5r$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $(a+1)(a-1)$ es divisible por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(8142, 3293) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5603, 2162) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7542, 2151) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9352, 2161) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 7000 y su m.c.m., 1400, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 140 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 42 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2050 y su m.c.m., 2100, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 81 y la diferencia de sus cuadrados, 6552, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $6q + 1$ o $6q + 5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $6q + 3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $6q + r$, con q entero y r impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

   Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+ 6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 + b^2$ es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 + b^2$ es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) a^2 da resto 2 al dividir por 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 - 1$ es múltiplo de 24. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 2 al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(8143, 3294) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5604, 2163) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(9353, 2162) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6563, 1583) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 10080 y su m.c.m., 1680, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 168 y el valor de la misma no se altera sumando 28 al numerador y 49 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 108 y la diferencia de sus cuadrados, 11648, entonces

a		
b		
a		
b		

   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1897 y su m.c.m, 1890, entonces
   $a =$

$b =$

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 14 días para producir el producto A y 22 días para producir el producto B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de productos, ¿cuántas unidades de cada producto podrán fabricarse si se trabajan 358 días y se requiere que la diferencia entre las unidades fabricadas de A y de B sea la menor posible?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$\lvert x-y \rvert$

   Luego la menor diferencia se obtiene cuando se fabrican unidades del producto A y del producto B.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Soto Rosado, David

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 8. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a^2 es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^2 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^3 - a$ es divisible por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(8144, 3295) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(5605, 2164) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(9354, 2163) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(7544, 2153) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 13720 y su m.c.m., 1960, entonces

a				
b				

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 196 y el valor de la misma no se altera sumando 32 al numerador y 56 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 135 y la diferencia de sus cuadrados, 18200, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 100 y su m.c.m., 1750, entonces

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. V F

   (b) $S_a = 120$. V F

   (c) a es múltiplo de 3. V F

   (d) $S_a = 180$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. V F

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

   (c) $S_b = 124$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

8. El diámetro de una moneda es de 37 mm. y el de otra, 23 mm. ¿De cuántas maneras puede obtenerse la longitud de un metro, alineando monedas de los dos tipos?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\hspace{3cm}} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces

    (a) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) a puede ser impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) a puede ser múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces

    (a) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (b) $a^3 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (c) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

    (d) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

    (a) m.c.d.$(8145, 3296) =$
    $p =$
    $q =$

    (b) m.c.d.$(6565, 1585) =$
    $p =$
    $q =$

    (c) m.c.d.$(5606, 2165) =$
    $p =$
    $q =$

    (d) m.c.d.$(7545, 2154) =$
    $p =$
    $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

    (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 17920 y su m.c.m., 2240, entonces

a				
b				

    (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2439 y su m.c.m, 2430, entonces

    $a =$
    $b =$

    (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 224 y el valor de la misma no se altera sumando 36 al numerador y 63 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ———

    (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 600 y su m.c.m., 1750, entonces

a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. V F

(b) $6q$ con q entero. V F

(c) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. V F

(d) $6q+3$ con q entero. V F

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. V F

   (b) $S_a = 142142$. V F

   (c) $N_a = 45$. V F

   (d) $N_a = 72$. V F

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. V F

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. V F

   (c) $a = 15876$ y $b = 111132$. V F

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. V F

8. Determinar un número entre 400 y 500 tal que al dividirlo por 6 se obtenga resto 5 y al dividirlo por 11, el resto sea 2.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea a el número buscado.
   Sea x
   Sea y
   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	a

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b\,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b\,(\text{mód } 3)$ V F

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. V F
   (b) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (c) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. V F
   (d) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a \neq 1$. V F
2. Si $a-1$, a y $a+1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F
   (b) a^2+1 es múltiplo de 5. V F
   (c) a da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
   (d) a^2+1 da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F
3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(8146, 3297) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6566, 1586) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5607, 2166) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9356, 2165) =$
   $p =$
   $q =$
4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 22680 y su m.c.m., 2520, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2710 y su m.c.m, 2700, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 252 y el valor de la misma no se altera sumando 40 al numerador y 70 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 189 y la diferencia de sus cuadrados, 35672, entonces

a		
b		

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Se han repartido 743 euros entre mujeres y niños. A cada mujer le corresponden 23 euros en el reparto y a cada niño 12 euros. Averiguar cuántas mujeres y niños han entrado en el reparto.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. V F

(c) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(d) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

1. Si a es un número entero, entonces

   (a) a^2 es impar. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) a^2 es par. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a^2 es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:

   (a) 3 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) 0 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) $\text{m.c.d.}(8147, 3298) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) $\text{m.c.d.}(6567, 1587) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) $\text{m.c.d.}(7547, 2156) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) $\text{m.c.d.}(5608, 2167) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 28000 y su m.c.m., 2800, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 2981 y su m.c.m, 2970, entonces
   $a =$
   $b =$

   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1800 y su m.c.m., 1750, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 280 y el valor de la misma no se altera sumando 44 al numerador y 77 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. En una fábrica trabajan aprendices, mujeres y hombres con salarios de 20, 40 y 90 euros diarios, importando la nómina semanal 24540 euros (6 días de trabajo). Suponiendo que el número de hombres sea igual al de mujeres y aprendices juntos, calcular el número de los de cada clase.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea x

Sea y

Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad\cdot\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	Hombres	Mujeres	Aprendices

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 2)$ y $a \equiv b \,(\text{mód } 3)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = a(a+1)$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a+1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) $a-1$ es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) a da resto 2 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) a da resto 1 al dividirlo entre 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(8148, 3299) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(6568, 1588) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(7548, 2157) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(9358, 2167) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 616 y su m.c.m., 308, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 3252 y su m.c.m, 3240, entonces
   $a =$
   $b =$
   (c) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 150 y su m.c.m., 2000, entonces

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 243 y la diferencia de sus cuadrados, 58968, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

(b) $6q$ con q entero. V F

(c) $6q + 3$ con q entero. V F

(d) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) a es múltiplo de 2. V F

(b) $S_a = 60$. V F

(c) $S_a = 180$. V F

(d) a es múltiplo de 3. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

(a) $S_a = 7651$. V F

(b) $a = 576$ y $b = 48$. V F

(c) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

(d) $S_b = 124$. V F

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 11, que dividido por 2, 3, 4, 5, 6 y 7 da siempre resto 1.

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ V F

(b) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 6)$ V F

(d) $a \equiv b \,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b \,(\text{mód } 4)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a-b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. V F

(b) Si $a-b$ es múltiplo de 12, entonces $a-b$ es múltiplo de 6. V F

(c) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

(d) $a-b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) 0 o 5 o 10. V F
   (b) $3r$. V F
   (c) $3r$ o $5r$. V F
   (d) r o $r+5$ o $r+10$. V F

2. Si m.c.d.$(a,4)=2$ y m.c.d.$(b,4)=2$, entonces
   (a) a y b son primos entre si. V F
   (b) $4\,|a+b$. V F
   (c) $a-b$ es múltiplo de 2. V F
   (d) m.c.d.$(a+b,4)=4$. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d=pa+qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(8149,3300)=$
   $p=$
   $q=$
   (b) m.c.d.$(6569,1589)=$
   $p=$
   $q=$
   (c) m.c.d.$(9359,2168)=$
   $p=$
   $q=$
   (d) m.c.d.$(5610,2169)=$
   $p=$
   $q=$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 1386 y su m.c.m., 462, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 3523 y su m.c.m, 3510, entonces
   $a=$
   $b=$
   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 270 y la diferencia de sus cuadrados, 72800, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 336 y el valor de la misma no se altera sumando 52 al numerador y 91 al denominador, entonces $\frac{a}{b}=$ ———

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Hallar el menor múltiplo positivo de 13, que dividido sucesivamente por 3, 4, 5 y 6 da por restos respectivos 2, 3, 4 y 5.

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \rule{3cm}{0.4pt} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \rule{3cm}{0.4pt} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Ulibarri García, Gonzalo

1. Si a y b son enteros positivos e impares, entonces
   (a) $a^2 + b^2 = 4q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (b) $a^2 + b^2$ es par. V F
   (c) $a^2 + b^2 = 2q + r$, con $r \neq 0$. V F
   (d) $a^2 + b^2$ es múltiplo de 4. V F

2. Si a es un número entero impar, entonces
   (a) $(a + 1)(a - 1)$ es divisible por 8. V F
   (b) $a^2 + 1$ es múltiplo de 4. V F
   (c) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (d) $a^2 + 1$ da resto 2 al dividir por 4. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(8150, 3301) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(6570, 1590) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(9360, 2169) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(7550, 2159) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 2464 y su m.c.m., 616, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 3794 y su m.c.m, 3780, entonces
   $a =$
   $b =$

   (c) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 297 y la diferencia de sus cuadrados, 88088, entonces

a		
b		

a		
b		

   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 1950 y su m.c.m., 2000, entonces

a		
b		

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (d) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. V F

   (b) $S_a = 60$. V F

   (c) a es múltiplo de 3. V F

   (d) $S_a = 180$. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. V F

   (b) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (c) $S_b = 124$. V F

   (d) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran seis. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ V F

   (c) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es entero e impar, entonces
   (a) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 4. V F
   (b) a^2 es múltiplo de 4. V F
   (c) a^2 es impar. V F
   (d) a^2 es par. V F

2. Si a es un número entero que no es múltiplo de 2 ni de 3, entonces
   (a) a^2 da resto 2 al dividir por 8. V F
   (b) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 3. V F
   (c) a^2-1 es múltiplo de 24. V F
   (d) $(a-1)(a+1)$ es múltiplo de 8. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(8151, 3302) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7551, 2160) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(5612, 2171) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(6571, 1591) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 3850 y su m.c.m., 770, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2050 y su m.c.m., 2000, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 144 y el valor de la misma no se altera sumando 20 al numerador y 45 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \underline{\qquad}$
   (d) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 685 y su m.c.m, 1350, entonces
   $a =$
   $b =$

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

(a) $6q+1$ y $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $6q+3$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $6q+1$ o $6q+5$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $6q$ con q entero. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

(a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b=127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

(a) $a=35280$ y $b=91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a=47628$ y $b=79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a=15876$ y $b=111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a=7056$ y $b=119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobran dos y si los repartimos entre once niños nos sobran cinco. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y tres niños?

(a) Incógnitas y ecuación a resolver.

Sea a el número buscado.
Sea x
Sea y
Por lo tanto, la ecuación es

(b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

(c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

(d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces

   (a) a puede dar resto 2 al dividirlo entre 4. V F

   (b) a puede dar resto 1 al dividirlo entre 4. V F

   (c) a puede ser múltiplo de 4. V F

   (d) a puede dar resto 3 al dividirlo entre 4. V F

2. Si a es un número entero, entonces

   (a) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 6. V F

   (b) $a^3 - a$ es divisible por 3. V F

   (c) $a^2 - a$ es divisible por 2. V F

   (d) $a^5 - a$ es múltiplo de 6. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.

   (a) m.c.d.$(8152, 3303) =$
   $p =$
   $q =$

   (b) m.c.d.$(7552, 2161) =$
   $p =$
   $q =$

   (c) m.c.d.$(5613, 2172) =$
   $p =$
   $q =$

   (d) m.c.d.$(9362, 2171) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.

   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 5544 y su m.c.m., 924, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 200 y su m.c.m., 2250, entonces

a		
b		

   (c) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 180 y el valor de la misma no se altera sumando 24 al numerador y 54 al denominador, entonces $\frac{a}{b} = \frac{\quad}{\quad}$

   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 90 y la diferencia de sus cuadrados, 99, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Los números $2a$ y $4a+3$ son primos entre sí, para cada $a \in \mathbb{Z}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a+11, 2a+7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a+1$ y $3a+2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $S_a = 180$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 120$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) a es múltiplo de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 2916$ y $b = 162$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $S_b = 124$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Al repartir una cierta cantidad de caramelos entre tres niños sobra uno y si los repartimos entre trece niños nos sobran cuatro. ¿Cuántos caramelos nos sobrarán si repartimos la misma cantidad entre treinta y nueve niños?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea a el número buscado.
      Sea x
      Sea y
      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\cdot}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\cdot}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	
a	

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \Longrightarrow a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Velo Huerta, Cristobal José

1. Sea a un entero positivo.
   (a) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) Si a divide a dos enteros consecutivos, entonces $a = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) Si a divide a dos números pares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) Si a divide a dos números impares consecutivos, entonces $a = 1$ o $a = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si a es un número entero, entonces
   (a) $a^3 - a$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) $a^3 - a$ da resto distinto de cero al dividir por 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) $a^3 - a$ es divisible por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) $a^2 - a$ da resto 1 al dividir por 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(8153, 3304) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(7553, 2162) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6573, 1593) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(5614, 2173) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 7546 y su m.c.m., 1078, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 700 y su m.c.m., 2250, entonces

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 959 y su m.c.m, 1890, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\dfrac{a}{b}$ es 216 y el valor de la misma no se altera sumando 28 al numerador y 63 al denominador, entonces $\dfrac{a}{b} = \underline{\qquad}$

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

(a) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $S_a = 1093680$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a+b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 35280$ y $b = 91728$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Una fábrica necesita 13 días para producir 100 coches del modelo A y 10 días para producir 100 coches del modelo B. Si no puede simultanear la producción de los dos tipos de coches, ¿cuántos coches de cada tipo podrán fabricarse en 365 días?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

   Sea x

   Sea y

   Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\qquad}{} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\qquad}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	Modelo A	Modelo B

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b \pmod{2}$ o $a \not\equiv b \pmod{3} \implies a \not\equiv b \pmod{12}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{6}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

1. Si a es un número entero, entonces
   (a) a^2 es impar. V F
   (b) a^2 es par. V F
   (c) a^2 da resto 1 al dividirlo entre 3. V F
   (d) $a^2 = 3q + 2$, con $q \in \mathbb{Z}$. V F

2. Si $a - 1$, a y $a + 1$ no son múltiplos de 5, entonces
   (a) a da resto 1 o 4 al dividir por 5. V F
   (b) a^2 da resto 4 al dividir por 5. V F
   (c) $a^2 + 1$ es múltiplo de 5. V F
   (d) $a^2 + 1$ da resto 2 o 3 al dividir por 5. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) $\text{m.c.d.}(8154, 3305) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) $\text{m.c.d.}(7554, 2163) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) $\text{m.c.d.}(6574, 1594) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) $\text{m.c.d.}(9364, 2173) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 9856 y su m.c.m., 1232, entonces

a				
b				

   (b) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2200 y su m.c.m., 2250, entonces

a		
b		

   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1096 y su m.c.m, 2160, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 150 y la diferencia de sus cuadrados, 275, entonces

a		
b		
a		
b		

5. Todo número primo distinto de 2 y de 3 es de la forma

   (a) $6q + 1$ y $6q + 5$ con q entero. V F

   (b) $6q + 3$ con q entero. V F

   (c) $6q$ con q entero. V F

   (d) $6q + r$, con q entero y r impar. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 2. V F

   (b) $S_a = 180$. V F

   (c) $S_a = 60$. V F

   (d) a es múltiplo de 3. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a, b) = 12$, entonces

   (a) $S_a = 7651$. V F

   (b) $a = 2916$ y $b = 48$. V F

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (d) $S_b = 124$. V F

8. Un labrador compra patos y pollos. Cada pato costó 80 euros y cada pollo 30 euros. ¿Cuántas aves compró de cada clase, sabiendo que el importe total fue de 640 euros?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies x_0 =$$

$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \underline{\qquad\qquad} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$

$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \not\equiv b\,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b\,(\text{mód } 3) \implies a \not\equiv b\,(\text{mód } 12)$ V F

   (b) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (c) $a \equiv b\,(\text{mód } 12) \implies a \equiv b\,(\text{mód } 6)$ V F

   (d) $a \equiv b\,(\text{mód } 12)$ y $a \not\equiv b\,(\text{mód } 4)$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Zarzuela Aparicio, Adrián

---

1. Sea a un entero positivo.
   (a) m.c.m.$(a, a+1) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) m.c.m.$(a, a+1) = a^2 + a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) m.c.m.$(a, a+1) = a$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) m.c.m.$(a, a+1) = a + 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

2. Si el número entero a es cuadrado perfecto, entonces el resto de dividirlo por 5 puede ser:
   (a) 4 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (b) 0 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (c) 1 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
   (d) 2 $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(9365, 2174) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5616, 2175) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6575, 1595) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(7555, 2164) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 180 y la diferencia de sus cuadrados, 396, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 288 y el valor de la misma no se altera sumando 36 al numerador y 81 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 1233 y su m.c.m, 2430, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si a y b son enteros tales que su diferencia es 2300 y su m.c.m., 2250, entonces

a		
b		

5. Analizar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

   (a) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces $2a + 1$ y $3a + 2$ son primos entre sí. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) Si $a \in \mathbb{Z}$, entonces m.c.d.$(3a + 11, 2a + 7) = 1$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) Si $a \in \mathbb{Z}$ y a^n es múltiplo de un número primo, p, entonces a^n también es múltiplo de p^n. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) Un entero $a > 1$ es cuadrado perfecto si, y sólo si, todos los exponentes de su descomposición en factores primos son pares. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

6. Un número entero a no tiene más factores primos en su descomposición que 2, 3 y 5. El número de sus divisores se reduce en 18 si lo dividimos por 3, en 24 si lo dividimos por 2 y en 12 al dividirlo por 5. Si N_a es el número de divisores de a y S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) $N_a = 60$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $N_a = 45$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $S_a = 142142$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $N_a = 72$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

7. Si $a + b = 127008$ y a y b tienen 45 divisores comunes, entonces

   (a) $a = 49392$ y $b = 77616$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (b) $a = 15876$ y $b = 111132$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (c) $a = 7056$ y $b = 119952$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

   (d) $a = 47628$ y $b = 79380$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

8. Un obrero trabaja 163 horas mensuales en una fábrica de calzado. Durante el siguiente mes la fábrica producirá dos modelos diferentes de zapato, A y B. El obrero emplea 5 horas en la elaboración de un par de zapatos del tipo A y 11 en la del tipo B. Si por un par de zapatos del tipo A recibe 24 euros y 60 por un par de zapatos del tipo B, ¿cuántos de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \frac{\qquad}{} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \frac{\qquad\cdot\qquad}{} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	x	y	$24x + 60y$

   Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio habrá de elaborar pares de zapato del modelo A y del modelo B.

9. Sean a y b dos números enteros.

(a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

(b) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(c) $a \equiv b \pmod{12} \Longrightarrow a \equiv b \pmod{6}$ V F

(d) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{6}$ V F

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. V F

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. V F

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. V F

(d) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 6. V F

Escuela Superior de Ingeniería. Cádiz — Departamento de Matemáticas
Grado en Ingeniería Informática. — Matemática Discreta
Curso 16-17 — Prueba no presencial 2

Teoría de Números — Zarzuela Morales, Javier Miguel

---

1. Si un número entero da resto r al dividir entre 5, entonces su resto al dividirlo por 15 es:
   (a) $3r$ o $5r$. V F
   (b) r o $r+5$ o $r+10$. V F
   (c) $3r$. V F
   (d) 0 o 5 o 10. V F

2. Si un número entero, a, da resto 5 al dividirlo entre 6, entonces
   (a) a es múltiplo de 3. V F
   (b) puede encontrarse un entero q tal que $a = 3q - 1$. V F
   (c) a da resto 2 al dividirlo entre 3. V F
   (d) $a - 1$ es múltiplo de 3. V F

3. Si d es el máximo común divisor de los enteros a y b, entonces existen dos enteros p y q tales que $d = pa + qb$. Hallar d, p y q en todos los casos.
   (a) m.c.d.$(9367, 2176) =$
   $p =$
   $q =$
   (b) m.c.d.$(5618, 2177) =$
   $p =$
   $q =$
   (c) m.c.d.$(6577, 1597) =$
   $p =$
   $q =$
   (d) m.c.d.$(8157, 3308) =$
   $p =$
   $q =$

4. Hallar en cada caso a y b.
   (a) Si el mínimo común múltiplo de a y b es 20 y la diferencia de sus cuadrados, 84, entonces

a		
b		

a		
b		

   (b) Si el mínimo común múltiplo de la fracción $\frac{a}{b}$ es 140 y el valor de la misma no se altera sumando 25 al numerador y 35 al denominador, entonces $\frac{a}{b} =$ ——
   (c) Si a y b son enteros positivos tales que su suma es 581 y su m.c.m, 1680, entonces
   $a =$
   $b =$
   (d) Si el producto de a y b, enteros positivos, es 336 y su m.c.m., 168, entonces

a				
b				

5. Si a y b son dos números enteros primos entre sí, entonces

   (a) m.c.d.$(a+b, a^2-ab+b^2) = 2$. V F

   (b) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 1$ o 3. V F

   (c) m.c.d.$(a+b, a^2+b^2) = 1$ o 2. V F

   (d) m.c.d.$(2a+b, a+2b) = 2$. V F

6. Un número entero a tiene 8 divisores y el producto de los mismos es 331776. Si S_a es la suma de todos ellos, entonces

   (a) a es múltiplo de 3. V F

   (b) $S_a = 120$. V F

   (c) $S_a = 60$. V F

   (d) a es múltiplo de 2. V F

7. Si a tiene 21 divisores, b tiene 10 divisores y m.c.d.$(a,b) = 12$, entonces

   (a) $S_b = 124$. V F

   (b) $a = 2916$ y $b = 162$. V F

   (c) $a = 576$ y $b = 48$. V F

   (d) $S_a = 7651$. V F

8. Un obrero trabaja en turnos de 8 horas, unas veces en turno de día y otras en turno de noche. Si trabajó 215 jornadas durante el año, la hora nocturna se paga 6 euros más que la diurna, ¿cuántos turnos de noche hizo si sus ingresos anuales fueron de 23528 euros? ¿A cuánto le pagaron la hora?

   (a) Incógnitas y ecuación a resolver.

      Sea x

      Sea y

      Por lo tanto, la ecuación es

   (b) Solución particular,

$$x_0 = \frac{cp}{d} \implies x_0 = \rule{4cm}{0.4pt} \implies x_0 =$$
$$y_0 = \frac{cq}{d} \implies y_0 = \rule{4cm}{0.4pt} \implies y_0 =$$

   (c) Solución general,

$$x = x_0 + k\frac{b}{d} \implies x =$$
$$y = y_0 - k\frac{a}{d} \implies y =$$

   (d) Solución del problema,

k	
x	
y	

   Luego el obrero gana euros en el turno de día y teniendo en cuenta que el turno es de 8 horas, cobró la hora de trabajo a euros. Como la hora nocturna se paga a 6 euros más que la diurna, se la pagaron a $+6 =$ euros.

9. Sean a y b dos números enteros.

   (a) $a \equiv b \pmod{12}$ y $a \not\equiv b \pmod{4}$ V F

   (b) $a \equiv b \pmod{12} \implies a \equiv b \pmod{2}$ y $a \equiv b \pmod{3}$ V F

(c) $a \equiv b \,(\text{mód } 12) \Longrightarrow a \equiv b \,(\text{mód } 6)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $a \not\equiv b \,(\text{mód } 2)$ o $a \not\equiv b \,(\text{mód } 3) \Longrightarrow a \not\equiv b \,(\text{mód } 12)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

10. Sean a y b, enteros cualesquiera.

(a) $a - b$ es múltiplo de 12 pero no es múltiplo de 4. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 2 y de 3. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) Si $a - b$ es múltiplo de 12, entonces $a - b$ es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Si $a - b$ no es múltiplo de 2 o de 3, entonces no es múltiplo de 6. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$