

Aplicación de la convolución de matrices al filtrado de imágenes

Application to convolution of matrices to image filtering

F. Giménez-Palomares, J. A. Monsoriu, E. Alemany-Martínez

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

fgimenez@mat.upv.es, jmonsori@fis.upv.es, ealemany@mat.upv.es

Abstract

La convolución de matrices tiene muchas e importantes aplicaciones en numerosos campos de la ciencia y la tecnología. Una de las más interesantes es su uso en el filtrado de imágenes, que consiste en la modificación de una imagen de manera que se mejoren o se realcen algunas de las características con vistas a obtener información relevante. En este trabajo se presenta un laboratorio virtual que permite estudiar dicha aplicación de la convolución.

The matrix convolution function has many important applications in many branch of technology and science. One of the most interesting applications is related to image filtering, which is the modification of an image to improve or highlight some characteristics in order to obtain relevant information. This paper presents a virtual laboratory that allows to study the application of the convolution function.

Keywords: convolution, kernel, mask, image filtering, virtual laboratory, MATLAB[©]

Palabras clave: convolución, kernel, mascara, filtrado de imagen, laboratorio virtual, MATLAB[©]

1 Introducción

El uso de las nuevas tecnologías en el campo de la enseñanza va adquiriendo progresivamente una mayor importancia (Bartolomé, 2004). El uso de entornos visuales en las asignaturas de carácter técnico y científico constituye una excelente herramienta que permite la transmisión de conocimientos y el afianzamiento por parte de estudiante de dichos conocimientos (Duffy, 1992). En particular los laboratorios virtuales sirven para visualizar de manera sencilla modelos que representan fenómenos matemáticos y físicos, lo que puede facilitar que el alumno los llegue a comprender más fácilmente, adquiriendo un papel más activo en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Es interesante la posibilidad de poder modificar las variables de entrada del modelo cuando se considere necesario de manera que se pueda analizar su influencia en los resultados finales (Depcik, 2005).

En este trabajo presentamos un laboratorio virtual de carácter docente destinado a los alumnos de cursos de Cálculo Numérico de carreras técnicas con el objetivo de conocer, desde el punto de vista matemático, como se puede aplicar la técnica de la convolución de matrices al filtrado de imagen y la influencia que tienen la elección de la matriz kernel o de convolución en los resultados obtenidos por medio del filtrado. Se estudiará con detalle las matrices kernel más usadas. La aplicación consiste en una interfaz gráfica de usuario (GUI) del paquete matemático multifunción MATLAB[®] (Mathworks-1, 2015) y (Barragan, 2015). Las GUI's son una herramienta muy útil para múltiples y variadas disciplinas. El código generado, además, puede convertirse de forma casi automática en un laboratorio virtual interactivo en red y en un fichero ejecutable. De cara al usuario, el entorno GUI posibilita una gran interactividad, sin que para ello se requiera de conocimientos de programación en MATLAB[®], lo que redunda en una mayor sencillez de uso y motivación para el estudiante.

2 Filtrado de imágenes

El procesamiento digital de imágenes es un tema en el que se está investigando actualmente y se van obteniendo nuevas técnicas que tienen interesantes aplicaciones. Existen una gran variedad de procedimientos que permiten, a partir de una imagen, obtener otra modificada (*técnicas de filtrado*). Se trata de métodos con los que se puede resaltar o suprimir, de forma selectiva, información contenida en una imagen, para destacar algunos elementos de ella, o también para ocultar valores anómalos.

Se pueden distinguir entre *filtros de paso bajo*, *de paso alto*, *direccionales*, *de detección de bordes*, etc. Los filtros de paso bajo tratan de suavizar una imagen, eliminando el posible ruido, o resaltar determinada información presente a una cierta escala. Están basados en la idea de asignar a un pixel el valor en intensidad de color a partir de una ponderación de pixels cercanos. Algunos ejemplos son los filtros de la media, de la media ponderada, de la ediana, adaptativos y gaussianos. Los filtros de paso alto intentan resaltar las zonas de mayor variabilidad, justamente lo contrario que los de paso bajo. Algunos de ellos son los métodos de sustracción de la media y los filtros basados en derivadas (ver la Tabla 1).

Filtros de paso bajo:	Filtros de paso alto:
<ul style="list-style-type: none"> • Suavizado de imagen • Eliminación de ruido • Ejemplo: Desenfoque 	<ul style="list-style-type: none"> • Resalto de zonas de mayor variabilidad • Sustracción de la media • Ejemplo: Enfoque
Filtros direccionales:	Filtros para la detección de bordes:
<ul style="list-style-type: none"> • Resalto de píxeles que determinan direcciones 	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación en ingeniería, estudio del terreno • Ejemplo: Detectar bordes

Tabla 1 – Tipos de filtro.

También son conocidas otras técnicas basadas en especificación de histogramas (ecualización) y en el dominio de la frecuencia (filtros pasa baja y pasa alta).

Muchas de estas técnicas se encuentran en el toolbox *Image Processing Toolbox* (Mathworks-2, 2015), de MATLAB[©], que consta de un conjunto completo de algoritmos, funciones y aplicaciones dedicados el procesamiento, el análisis y la visualización de imágenes, así como para el desarrollo de algoritmos. Puede llevar a cabo análisis de imágenes, segmentación de imágenes, mejora de imágenes, reducción de ruido, transformaciones geométricas y registro de imágenes.

GIMP[©] es un programa libre y gratuito dedicado a la edición de imágenes digitales en forma de mapa de bits, tanto dibujos como fotografías. En su página web (GIMP, 2015) es posible descargarse una revista muy recomendable dedicada al mundo del tratamiento de imágenes.

Las aplicaciones del filtrado de imágenes son multiples: retoque fotográfico, fotografía artística, topografía y agronomía (obtención de información relevante a partir de ortofotos), medicina (radioimagen, tomografía, resonancia magnética), reconocimiento óptico de caracteres, detección de trayectorias, resistencia de materiales (estudio de grietas), reconocimiento de señales de tráfico, conducción autónoma, vision artificial, visualización de fenómenos atmosféricos, inspección automática de objetos industriales, detección de mareas residuales, etc. Sobre el tratamiento de imágenes pueden consultarse las referencias (Gonzalez, 2015), (García, 2008) y (Acharya, 2005).

3 Convolución de matrices

Vamos a describir a continuación en que consiste la técnica de la convolución matricial aplicada al tratamiento de imágenes.

Una imagen puede interpretarse como una función bidimensional $z = F(x, y)$ donde x e y son coordenadas espaciales, y z es el valor de la intensidad de la imagen en el punto (x, y) . Las imágenes analógicas son siempre funciones continuas. Para convertir una imagen a formato digital requiere hacer un proceso de discretización tanto para las coordenadas como para la intensidad. La digitalización de las coordenadas se llama *muestreo*, mientras que la digitalización de la intensidad se denomina *cuantización*.

Una imagen digital en escala de grises viene dada a partir de la matriz $z_{ij} = F(x_i, y_j)$. Cada entrada de la matriz es un pixel y el número de pixels (el orden de la matriz) define la resolución de la imagen digital. El valor de cada pixel está cuantificado en un número determinado de bits desde 0 a $2^p - 1$ posibles. Las variaciones cambian según el contenido en bits de una imagen

(calidad de imagen). Habitualmente se trabaja con $p = 8$, por lo que el rango de intensidades varía de un valor de 0 (negro) a 255 (blanco). Cuando se trata de una imagen digital en color se trabaja con tres matrices R , G y B que proporcionan las intensidades correspondientes a los colores primarios rojo, verde y azul.

El filtrado de imágenes consiste en la modificación de las matrices correspondientes a la imagen digitalizada mediante el procedimiento que se halla diseñado. Uno de los procedimientos más utilizado es la llamada *convolución de matrices*. Vamos a describir a continuación en qué consiste:

Definición. Dada una matriz $A_{m \times n}$ y una matriz $C_{(2N+1) \times (2N+1)}$ con $2N + 1 < m, n$ se define la *convolución* de las matrices A y C como una nueva matriz $D = A * C$ definida a partir de la expresión

$$d_{ij} = \frac{1}{c} \sum_{r=1}^{2N+1} \sum_{s=1}^{2N+1} a_{i-N+r-1, i-N+s-1} c_{r, s}, \quad (1)$$

donde $c = \sum_{i,j=1}^{2N+1} c_{i,j}$ (si $c = 0$ se toma $c = 1$). Obsérvese que $d_{i,j}$ sólo está definido para $i = N + 1, \dots, m - N - 1$ y $j = N + 1, \dots, n - N - 1$.

La matriz C se le denomina *núcleo* o *kernel de la convolución*.

Las dos siguientes figuras muestran el proceso de convolución de una matriz dada por otra de orden 3×3 . La Figura 1 recoge el resultado de la convolución correspondiente a las entradas $(2, 2)$ y $(3, 2)$. La Figura 2 proporciona el resultado final de la convolución en donde a las entradas de la primera y última fila y primera y última columna se les ha asignado el valor original.

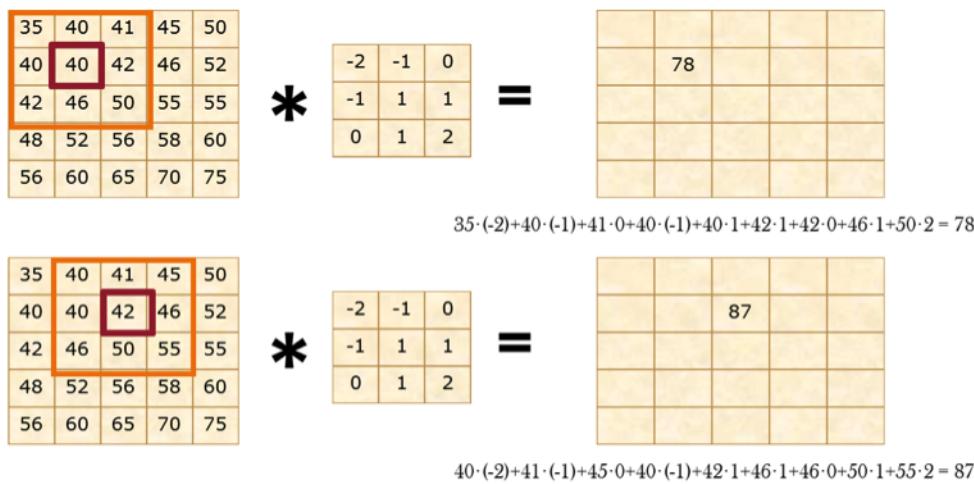


Figura 1 – Proceso de convolución.

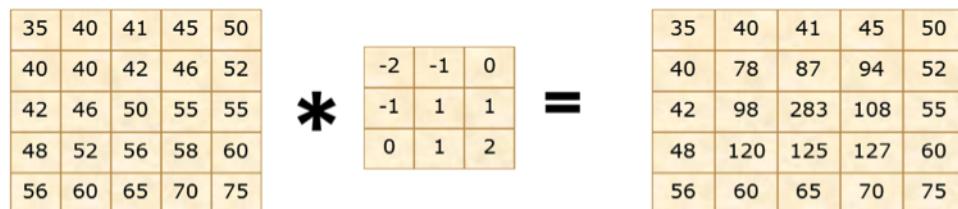


Figura 2 – Resultado de aplicar la convolución .

Para el filtrado de imágenes se usa habitualmente matrices kernel de orden 3×3 o 5×5 . A dichas matrices se les denomina también "sl máscaras. Para poder aplicar también la convolución en los píxeles del borde de la imagen existen varias alternativas, algunas de las cuales son:

- 1) Completar con ceros los valores de alrededor.
- 2) Repetir los valores en el borde.
- 3) Completar con los valores de la parte simétrica opuesta.

Algunos de los filtros que se usan en el campo del tratamiento de la imagen usan valores del parámetro c de la Ecuación 1 arbitrarios, valor que llamaremos divisor y se suele también modificar el resultado final añadiendo un valor fijo cada entrada (que llamaremos *incremento*).

La siguiente tabla muestra algunas de las matrices máscara más usadas.

Enfoque	Desenfoque	Realce de bordes	Repujado
$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$
Detección de bordes	Filtro de tipo Sobel	Filtro de tipo Sharpen	
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$	
Filtro Norte	Filtro Este	Filtro de tipo Gauss	
$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 7 & 11 & 7 & 2 \\ 3 & 11 & 17 & 11 & 3 \\ 2 & 7 & 11 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	

Tabla 2 – Máscaras más usadas.

En la referencia (PHP, 2005) se encuentra un sencillo simulador del efecto que tiene sobre una imagen fija una matriz de convolución dada.

4 El laboratorio virtual

Hemos desarrollado una interfaz gráfica de usuario (GUI) de MATLAB[©] para estudiar desde el punto de vista matemático el filtrado de imágenes basado en la técnica de la convolución. El aspecto gráfico de la aplicación puede verse en la Figura 3.

Los parámetros de entrada son:

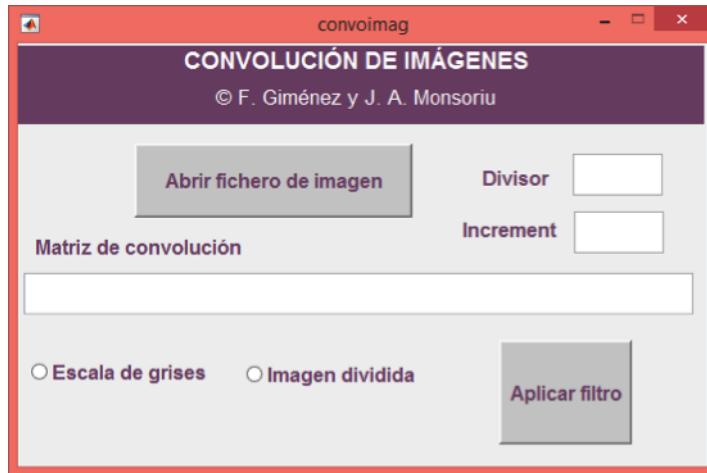


Figura 3 – El laboratorio virtual CONVOIMAG.

- Matriz de convolución: Corresponde a una matriz mascara 3×3 o 5×5 escrita en formato de MATLAB[®], esto es, por ejemplo para una matriz de orden 3, en la forma $[a_{11}, a_{12}, a_{21}; a_{12}, a_{22}, a_{21}; a_{31}, a_{32}, a_{33}]$.
- Divisor: corresponde al valor de c de la Ecuación 1. Si se deja en blanco se calcula automáticamente como se ha explicado más arriba.
- Incremento: valor que se añade a cada d_{ij} . Si se deja en blanco se toma como 0.

Si se pulsa el botón **Abrir fichero de imagen** se abre un dialogo tal y como muestra la Figura 4, para poder seleccionar la imagen con la que se va a trabajar.

Si se pulsa el botón **Aplicar filtro** se ejecuta el programa y en unos segundos se generan dos ventanas gráficas que muestran a la imagen original y a la modificada tras la aplicación del filtro (ver Figura 5). Las ventanas se pueden hacer más grandes o más pequeñas por medio del ratón del ordenador. Opcionalmente se puede seleccionar la opción de Escala de grises si se desea que las imágenes se muestren en dicha forma. También es posible seleccionar la opción de **Imagen partida** para que se muestre una imagen formada por dos partes, la izquierda que muestra la foto original y la derecha la tratada.

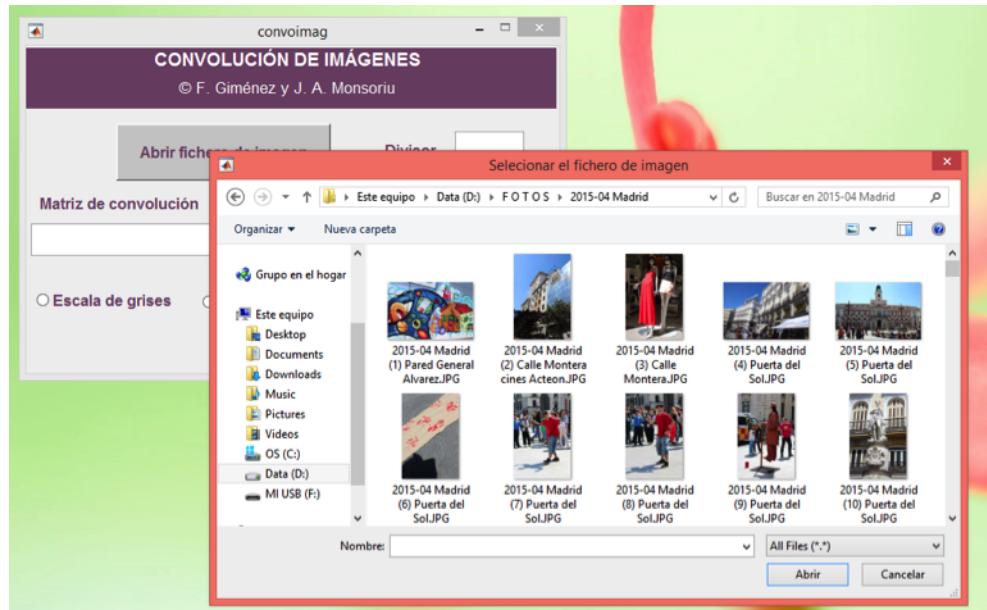


Figura 4 – Elección del fichero imagen.

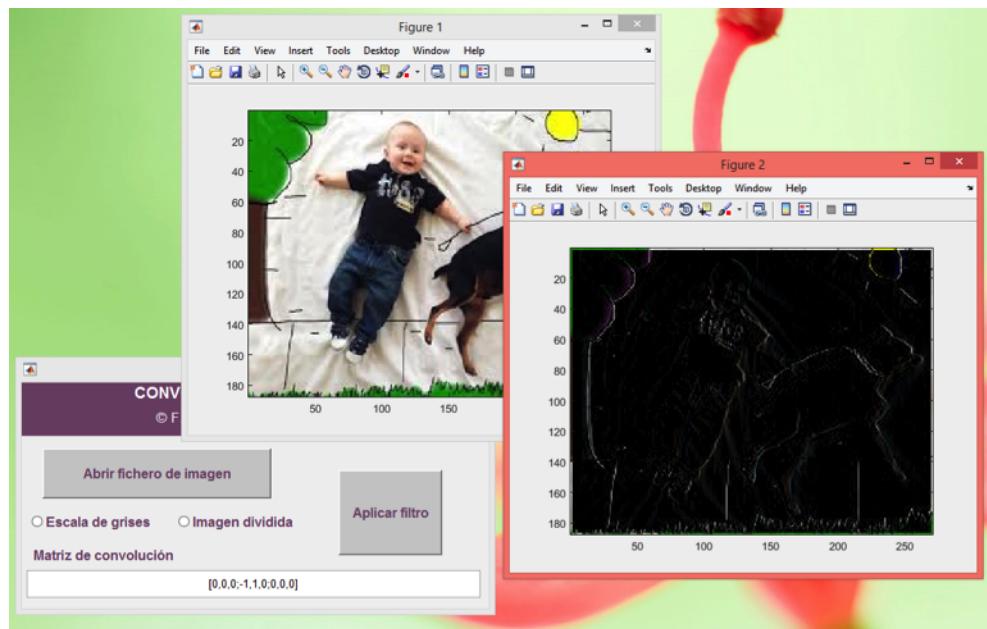


Figura 5 – Ejemplo de aplicación.

Veremos a continuación algunos ejemplos:

En primer lugar se muestra un ejemplo de imagen dividida al aplicar la herramienta que hemos diseñado a una fotografía con la máscara

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7 de divisor y 150 de incremento.



Figura 6 – Imagen dividida.

En la Figuras 7, 8 y 9 se muestra el resultado de efectuar un enfoque, desenfoque y repujado de una fotografía de la Torre Eiffel.

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

- Enfocar



Figura 7 – Enfoque.

1	1	1
1	1	1
1	1	1

- Desenfoque



Figura 8 – Desenfoque.

-2	-1	0
-1	1	1
0	1	2

- Repujado



Figura 9 – Repujado.

En la Figura 10 se muestra el resultado de hacer una realce de bordes para una foto de la ETSI de Diseño de la Universitat Politècnica de València.

- Detección de bordes

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & -4 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

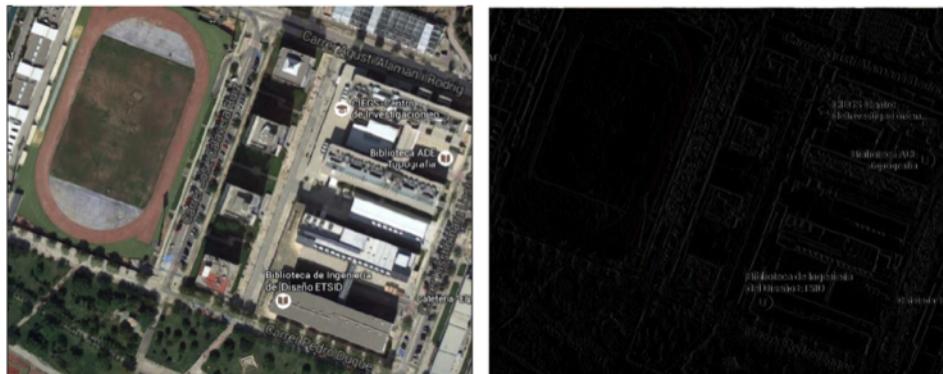


Figura 10 – Detección de bordes.

En la Figura 11 se muestra el resultado de hacer una realce de bordes para una foto aplicando un *Filtro de Sobel*.

- Filtro de Sobel

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

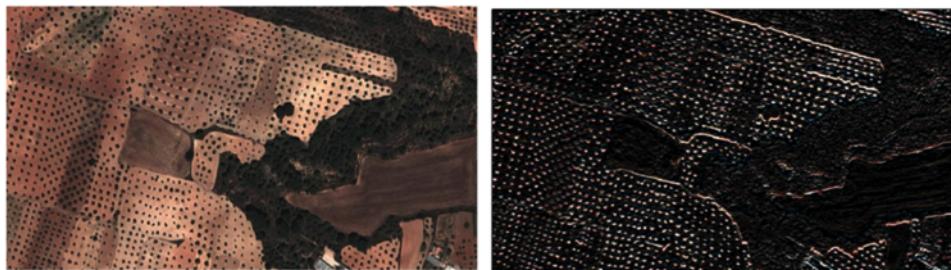


Figura 11 – Filtro de Sobel.

En la Figura 12 se muestra el resultado de hacer un suavizado para una foto escaneada bastante pixelada.

• Suavizado



Figura 12 – Suavizado.

5 Conclusiones

El laboratorio virtual CONVOIMAG permite generar en escasos segundos el resultado de aplicar un filtro de convolución a partir de una máscara dada. Los alumnos disponen de la posibilidad de estudiar los filtros más conocidos, averiguar de qué manera afecta a una máscara dada la modificación ligera de una de sus entradas (condicionamiento) y de una manera sencilla el buscar la máscara ideal para un efecto concreto que se intente lograr. Pueden experimentar con las máscaras que se le vayan ocurriendo y ver de qué manera un mismo filtro afecta a distintos tipos de imágenes.

Se estudia con detalle las propiedades más importantes relacionadas con el filtrado de imágenes mediante la convolución, mostrándose muy útil desde el punto de vista didáctico para afianzar y ampliar los conocimientos sobre el tema.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Instituto de Ciencias de la Educación de la Universitat Politècnica de València por su ayuda al Equipo de Innovación y Calidad Educativa MOMA.

Referencias

-  Acharya, T., Ray, A. K. (2005).
Image processing: principles and applications.
John Wiley & Sons.
-  Bartolomé, A. R. (2004).
Nuevas Tecnologías en el Aula. Guía de Supervivencia.
ICE-Universitat de Barcelona, Ed. Graó de IRIF, S.L.
-  Barragan, D. (2015).
La web de MATLAB, SIMULINK, VHDL, microcontroladores,...
<http://www.matpic.com>
-  Depcik, C., Assanis, D.N. (2005).
Graphical user interfaces in an engineer in educational environment.
Comput. Appl. Eng. Educ. 13, 48–59.
-  Duffy, T., Jonassen, K. (1992).
Constructivism and the technology of instruction.
Lawrence Erlbaum Associates. Hillsdale, New Jersey, USA.
-  GIMP (2015).
<http://www.gimp.org.es/>
-  González, R. C., Woods, R. E. (2002).
Digital Image Processing.
Segunda Edición, Prentice Hall, E.U.A.
-  Mathworks -1 (2015).
MATLAB® Creating Graphical User Interfaces.
The MathWorks, Inc.
-  Mathworks -2 (2015).
<http://es.mathworks.com/products/image/>
-  PHP (2015).
Filtros de convolución .
<http://www.rinconastur.com/php/php134.php>
-  Pitas, I. (2000).
Digital Image Processing Algorithms and Applications.
Ed. Wiley.