T. 5

Inferencia Estadística

Ejercicio 62 La media de una muestra de 36 elementos de una distribución normal es 4.1. Hallar un intervalo de confianza al 95% para la media. (La desviación típica de la población es 3).

$$\begin{split} \left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) &= \left(4.1 - 1.96 \frac{3}{\sqrt{36}} < \mu < 4.1 + 1.96 \frac{3}{\sqrt{36}}\right) \\ &= \left(4.1 - 0.98, 4.1 + 0.98\right) = \left(3.12, 5.08\right). \end{split}$$

El valor de z se busca en una tabla de una N(0,1). El valor de la probabilidad que hay que buscar en la tabla es 0.975:

$$P\left(z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975 \Longrightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

Ejercicio 63 Se ha repetido un experimento físico 9 veces obteniendose una media de los valores medidos de 42.319 y una cuasi-desviación típica de 5.0 Estimar el valor real de la magnitud con una confianza del 95 por 100

$$\left(\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(42.319 - 2.31 \frac{5}{\sqrt{9}} < \mu < 42.319 + 2.31 \frac{5}{\sqrt{9}}\right) = (38.469, 46.169)$$

El valor de $t_{\frac{\alpha}{2}}$ =2.31 es el que corresponde a una probabilidad de 0.975 en una tabla de la distribución t de Student con n-1=8 grados de libertad

Ejercicio 64 Para probar si una moneda es defectuosa (la cara y la cruz no tienen la misma probabilidad) se recurre al siguiente ensayo. Se tira la moneda 100 veces y se declara defectuosa si el número de caras es un número fuera del intervalo [40, 60].

- 1. Calcular la probabilidad de declarar la moneda como defectuosa una moneda correcta (error tipo I del test de hipótesis)
- 2. Calcular la probabilidad de declararla correcta si la probabilidad de sacar cara fuera: a) 0.6, b) 0.65, c) 0.70, d) 0.80.

1. Hay que calcular la probabilidad de que con una moneda correcta (P(cara) = P(cruz) = 0.5) se obtenga un número de caras fuera del intervalo [40, 60], cuando se arroja 100 veces. Usamos la aproximación de la binomial B(100, 0.5) por la normal $N(100 \times 50, \sqrt{100} \times 0.5 \times 0.5) = N(50, 5)$

$$\alpha = 1 - P(40 \le x \le 60) = 1 - P(39.5 \le x \le 60.5) = 1 - P(\frac{39.5 - 50}{5} \le z \le \frac{60.5 - 50}{5}) \approx 1 - P(-2.1 \le z \le 2.1) = 1 - (F(2.1) - F(-2.1)) = 3.57288 \times 10^{-2} \approx 0.036$$

2.

p = prob.	$\mu = np$	$\sigma = \sqrt{npq}$	$P(40 \le x \le 60)$
0.6	60	4.9	$P(\frac{39.5-60}{4.9} \le z \le \frac{60.5-60}{4.9}) = 0.46$
0.65	65	4.76	$P(\frac{39.5-65}{4.76} \le z \le \frac{60.5-65}{4.76}) = 0.17$
0.70	70	4.6	$P(\frac{39.5-70}{4.6} \le z \le \frac{60.5-70}{4.6}) = 0.02$
0.80	80	4	$P(\frac{39.5 - 80}{4} \le z \le \frac{60.5 - 80}{4}) \approx 0$

En la tabla anterior se aprecia que conforme la moneda se aparta más de los parámetros correctos va siendo más difícil clasificarla erróneamente como correcta.

Ejercicio 65 Diseñar una prueba de hipótesis (al 95% de confianza) para la longitud media de una serie de tornillos basada en muestras de 9 elementos, que permita rechazar los lotes cuya longitud media no sea 5 mm. La longitud de estos tornillos se distribuye según una normal de desviación típica $\sigma = 2$ mm.

El intervalo de confianza para la media de la muestra al 95% es
$$\left(\mu - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \ \mu + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(5 - 1.96 \times \frac{2}{\sqrt{9}}, \ 5 + 1.96 \times \frac{2}{\sqrt{9}}\right) = (3.69333, 6.30667)$$
.

Se aceptará que la media es 5 mm. si la media de una muestra de 9 de estos tornillos esta en el intervalo anterior. (Usando este criterio se rechazará injustamente un 5% de lotes cuya media sea 5)

Ejercicio 66 Un vendedor de bandas elasticas afirma que resisten un estiramiento promedio de 180Kg. Se ha hecho una prueba con 5 de estas banda observandose una resistencia promedio de 169.51Kg. con una cuasi desviación de 5.7 kg

1. ¿Se rechazaría al 99% de confianza la media de resistencia indicada por el vendedor.

- 2. ¿Cual es la región de rechazo para la resistencia promedio de la muestra? ¿Y el valor Crítico?
- 1. El estadístico de contraste es $T=\frac{\overline{X}-\mu}{\sqrt[8]{n}}$ que se distribuye como una t de Student con n-1 grados de libertad. En este caso vamos a usar como hipótesis alternativa que el estiramiento sea menor que 180 kg., ya que no nos parece dañino que las bandas tengan más resistencia que la que declara el fabricante.

Rechazamos la afirmación del vendedor si $T < t_{4,\,0.01};\ P\left(T < t_{4,\,0.01}\right) = 0.01 \Rightarrow t_{4,\,0.01} = T_4^{-1}(0.01) = -3.746\,95$

En este caso es
$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{169.51 - 180}{\frac{5.7}{\sqrt{5}}} = -4.11515 < -3.74695 = t_{4, 0.01}$$

Por lo tanto rechazamos la declaración del fabricante.

2. El valor crítico es el que hace $T = \frac{\overline{X}-180}{\frac{5.7}{\sqrt{5}}} = t_{4, 0.01} = -3.746\,95$, que resulta ser 170.449. La región de rechazo es $(-\infty, 170.449)$. Es decir que si la resistencia media de la muestra de 5 elementos es menor que 170.449Kg. rechazamos la media del fabricante, inclinandonos por la opción de que la resistencia media sea menor que 180 kg.

Ejercicio 67 Un tipo de botes de pintura esta declarada como apta para pintar un promedio de 80 m² con una desviación típica de 8.4 m². Se desea comprobar si puede aceptarse este valor promedio. Con este objetivo se ha decidido probar 100 de estos botes y rechazar la pintura si el promedio de superficie pintada resultará menor que 78 m² Se aceptará el valor de la desviación típica.

- 1. Calcular el nivel de confianza y la significación de esta prueba.
- 2. Si la pintura pintara ralmente un promedio de 79 m² cual sería la probabilidad de no rechazar la media indicada por el fabricante.
- 3. ¿Y si el promedio fuera de 75 m^2
- 1. Realizamos una prueba unilateral. Si μ fuera realmente 80

$$P\left(\overline{x}<78\right)=P\left(\frac{\overline{x}-80}{\frac{8.4}{\sqrt{100}}}<\frac{78-80}{\frac{8.4}{\sqrt{100}}}=-2.3809\right)=0.0087,$$
sería la probabilidad de cometer un error tipo I \Rightarrow $\alpha=0.0087$

El nivel de confianza sería entonces 99.13%

2. El error tipo II (probabilidad de aceptar la hipótesis nula siendo falsa) sería

$$P(\overline{x} > 78) = P\left(\frac{\overline{x} - 79}{\frac{8.4}{\sqrt{100}}} > \frac{78 - 79}{\frac{8.4}{\sqrt{100}}} = -1.19048\right) = 0.88$$

3. Realizando los mismos cálculos sustituyendo 79 por 75 resulta en este caso

$$P(\overline{x} > 78) = P\left(\frac{\overline{x} - 75}{\frac{8.4}{\sqrt{100}}} > \frac{78 - 75}{\frac{8.4}{\sqrt{100}}} = 3.57143\right) = 0.00017$$

Por lo tanto es facil aceptar erroneamente una pintura que pinta por promedio de 79 m², pero dificil aceptarla si este promedio fuera de 75 m²

Ejercicio 68 Un vendedor de neumáticos dice que la vida media de sus neumáticos es de 28000 Km. Admitiendo para la desviación típica el valor 1348 Km. diseñar un test de hipótesis al 99% de confianza, basado en muestras de 40 elementos que permita contrastar la hipótesis nula de ser $\mu = 28000 \, \mathrm{Km}$ usando como hípótesis alternativa $\mu < 28000 \, \mathrm{Km}$

$$P\left(\overline{x} < c\right) = P\left(\frac{\overline{x} - 28000}{\frac{1348}{\sqrt{40}}} < \frac{c - 28000}{\frac{1348}{\sqrt{40}}}\right) = 0.01 \Rightarrow \frac{c - 28000}{\frac{1348}{\sqrt{40}}} = -2.33 \text{ y por tanto } c = 27503.4$$

La prueba consiste en ensayar 40 neumáticos. Aceptariamos $\mu=28000Km$ si el promedio de vida de 40 neumáticos es al menos 27503.4 Km. Si el promedio de duración fuese menor que 27503.4 Km nos inclinaríamos por la opción $\mu<28000Km$.

Ejercicio 69 Si de un total de 100 personas entrevistadas 36 han afirmado que conocen una cierta marca de detergente

- 1. Hallar un intervalo de confianza al 95% para la proporción real de personas que conocen este detergente.
- 2. ¿Cuantas personas se precisan entrevistar para que el intervalo de confianza para la proporción tenga una amplitud de 0.1?
- 1. Si la variable es número de personas x de cada 100 que conocen el detergente usamos el modelo $x \in B(n,p)$. La aproximación normal de la binomial es $N\left(np,\sqrt{npq}\right)$. La proporción de personas de cada muestra que conoce el detergente es $\frac{x}{n}$, que se distribuye con una $N\left(p,\sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$. El intervalo de confianza sería:

$$\left(p - 1.96\sqrt{\frac{pq}{n}}, p - 1.96\sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$

Tomamos como valor central la estimación muestral de p y al valor máximo para amplitud del intervalo Así que sería:

$$\left(0.36 - 1.96\sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{100}}, \ 0.36 + 1.96\sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{100}}\right) =$$

$$= \left(0.36 - 1.96\sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{100}}, \ 0.36 + 1.96\sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{100}}\right) = (0.262, 0.458)$$

el intervalo de confianza para la proporción poblacional.

El radio del intervalo ha de ser 1.96√(0.5×0.5)/n < (0.1/2) = 0.05
 resolviendo la ecuación 1.96√(0.5×0.5)/n = 0.05 resulta para n el valor 384.
 16. Por tanto el número de personas entrevistadas ha de ser al menos 385.

Ejercicio 70 Se desea saber la proporción de personas de una gran ciudad que encuentran adecuado el transporte público. ¿ Cuántas personas hay que entrevistar si se desea estimar esta proporción con un intervalo de confianza de 95% y un error de precisión menor del 6%?.

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}} \leq 0.06 \Rightarrow 1.96\sqrt{\frac{pq}{n}} \leq 0.06$$
. Tomando el mayor valor para el radio del intervalo ($p=0.5,\ q=0.5$) resulta, $1.96\sqrt{\frac{0.25}{n}} \leq 0.06$ y $n \geq 267$. Así que hay que entrevistar a 267 personas.

Ejercicio 71 Encuestadas 267 personas ha resultado que 114 de ellas encuentran satisfactorio el transporte público. Dar un intervalo de confianza para la proporción de personas que encuentran satisfactorio este tipo de transporte. (95% de confianza)

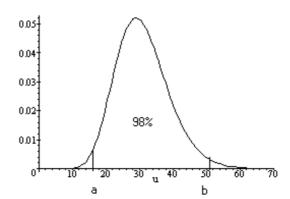
$$\left(\frac{114}{267} - 1.96\sqrt{\frac{0.25}{267}}, \frac{114}{267} + 1.96\sqrt{\frac{0.25}{267}}\right) = (0.36699, 0.48694)$$

Ejercicio 72 32 medidas del punto de ebullución del azufre tienen una cuasidesviación de 0.83 grados. Calcular un intervalo de confianza para la varianza con una confianza del 98%

Usamos el hecho demostrado de que

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \in \chi^2_{n-1}$$

esto es, una chi-cuadrado con n-1 grados de libertad. En este caso sería tendría 31 grados de libertad.



$$\begin{split} P\left(x < {\rm a}\right) &= 0.01 \ \Rightarrow a = 15.655 \\ P\left(x > {\rm b}\right) &= 0.01 \ \Rightarrow b = 52.119 \\ \left(15.655 < \frac{31s^2}{\sigma^2} < 52.119\right) \text{. Tomando s}^2 &= 0.83^2 = 0.688\,9 \text{. se deduce un intervalo de confianza para } \sigma^2, \quad 0.4091 < \sigma^2 < 1.3641. \end{split}$$

Ejercicio 73 Las piezas de una maquina deben ser del mismo tamaño, por eso se exige que la desviación típica de la población sea 0.05 mm. Diseñar un test al 95% de confianza para contrastar la hipótesis de que $\sigma=0.05$ mm. con muestras de 15 elementos

 $\frac{14s^2}{\sigma^2}$ es una chicuadrado con 14 grados de libertad $P\left(\chi_{14}^2 > 23.685\right) = 0.05$

$$\frac{14s^2}{0.05^2} = 23.685 \Rightarrow s^2 = \frac{23.685 \times (0.05)^2}{14} = 4.22946 \times 10^{-3}.$$

En consecuencia si la desviación típica de la muestra de 15 elementos fuera mayor que $\sqrt{4.229\,46\times10^{-3}}=6.503\,43\times10^{-2}=0.065$, rechazamos el valor 0.05 para la desviación típica de la población, concluyendo que es muy posible que sea mayor.

Ejercicio 74 Se ha llevado a cabo un estudio para determinar si hay diferencia entre el tiempo que tardan los hombres y las mujeres en hacer determinada maniobra en una línea de ensamble. Los valores obtenidos en el estudio se resumen en la siguiente tabla

	Nº de elementos	media muestral	Varianza poblacional
hombres	50	42 seg.	18 seg^2
mujeres	50	38 seg	$14 \ seg^2$

¿Es significativa la diferencia de rendimiento entre hombres y mujeres? $(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) \in N\left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_1^2}{n_1}}\right)$

La hipótesis nula es $\mu_1 - \mu_2 = 0$, la hipótesis alternativa es $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

 $z=\frac{42-38-0}{\sqrt{\frac{18}{50}+\frac{14}{50}}}=5.0.$ El valor crítico al 95% de confianza es 1.96 <<

5, lo que parece indicar que el mejor valor de la media masculina es real, y por tanto la diferencia de rendimiento es significativa.

Ejercicio 75 Un fabricante asegura que sus fusibles, con una sobrecarga del 20%, se fundiran por promedio al cabo de 12.40 min. Una muestra de 20 fusibles se sobrecarga un 20%, obteniendose una media de 10.63 y una cuasidesviación de 2.48 min. ¿Confirma la muestra la afirmación del fabricante para el promedio?

Como la muestra es pequeña y la varianza desconocida, hay que estimarla con la muestra. Por eso hay que usar la t de Student en el test de hipótesis:

$$t = \frac{10.63 - 12.40}{\frac{2.48}{\sqrt{20}}} = -3.19181$$

El valor crítico para la t de Student con 19 grados (95% de confianza) es

$$T_{19}^{-1}(0.025) = -2.09302.$$

El valor experimental es más pequeño que -2.09302, luego se rechaza la hipótesis nula. No se confirma la afirmación del fabricante.

Ejercicio 76 Se han recogido muestras de aire para estudiar su contaminación, obteniendose las siguientes cantidades de impurezas en $\frac{Kg}{m^3}$

$$2.2;\ 1.8;\ 3.1;\ 2.0;\ 2.4;\ 2.0;\ 2.1;\ 1.2$$

Dad un intervalo de confianza al 95% para la media de impurezas contenidas en el aire

Calculamos la media y la cuasi desviación de los valores de la muestra, que resultan:

$$\overline{x} = 2.1, \ s = 0.537$$

Ya que la muestra tiene solo 8 elementos usamos para calcular el intervalo de confianza el valor correspondiente a la t de Student con 7 grados de libertad

$$\left(2.1 - 2.364 \times \frac{0.537}{\sqrt{8}}, \ 2.1 + 2.364 \times \frac{0.537}{\sqrt{8}}\right) = (1.65118, 2.54882)$$

Ejercicio 77 El director de un colegio quiere saber el tiempo medio que tardan los alumnos en cambiar de clase, con una confianza del 99% y un error que no sobrepase 0.25 mininutos. Si se puede suponer que el valor de σ es 1.40 minutos, ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra?

Usando la distribución normal, ya que se supone conocida la desviación típica de la población

$$z_{0.995} \times \frac{1.4}{\sqrt{n}} \le 0.25;$$
 $2.5758 \times \frac{1.4}{\sqrt{n}} \le 0.25$

de aquí resulta que

Tomaremos una muestra de 209 alumnos

Ejercicio 78 Se realizó un muestreo para decidir si los sueldos de los peones de albañil de una ciudad A y de otra B son iguales por promedio o no. Para ello se consulto a 100 peones de la ciudad A y a 150 de la ciudad B. Analizadas la respuestas realizadas por dichos operarios se determino que la media de los sueldos de los 100 operarios de la ciudad A era de 760 \in y la de los 150 empleados de ciudad B era de 720 \in . Suponiendo que la desviación típica poblacional de los sueldos de A es $12 \in$ y la de B 9 \in , decidir si el sueldo medio en ambas ciudades es iqual o distinto.

Las muestras son independientes y las varianzas conocidas. El estadístico de contraste es

$$Z = \frac{(\overline{X_1} - \overline{X_2}) - 0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

que se distribuye como una normal estándar. En este caso su valor es

$$Z = \frac{(\overline{X_1} - \overline{X_2}) - 0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{(760 - 720) - 0}{\sqrt{\frac{12^2}{100} + \frac{9^2}{150}}} = 28.427$$

Considerando un intervalo de confianza del 95% el intervalo de aceptación es [-1.96, 1.96]. Por tanto el valor experimental queda claramente fuera de este intervalo, así que se rechaza la hipótesis de igualdad entre las medias de los sueldos de estos empleados. por tanto la diferencia hallada entre las medias es significativa.

Ejercicio 79 Se desea comparar el gasto medio mensual en alimentación entre las familias de dos barrios. Para ello se seleccionaron 20 familias de cada barrio, observando sus gastos mensuales en alimentación. Se determino la media y las cuasidesviaciones típicas, obteniéndose los siguientes resultados muestrales: $(\overline{X_1} = 200, S_1 = 20)$ $\overline{X_2} = 175, S_2 = 17)$. Suponiendo que los gastos se distribuyen normalmente decidir sobre la cuestión planteada. Los gastos medios en alimentación entre ambos barrios, ¿pueden considerarse iquales?

Contrastamos en primer lugar la igualdad entre las varianzas. considerando muestras independientes. El estadístico de contraste es $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$, que se distribuye como una F_{n_1-1,n_2-1} .

En el caso del ejercicio sería $F = \frac{20^2}{17^2} = 1.3841$. El intervalo de aceptación al 95% para F es $[F_{19,19}^{-1}(0.025), F_{19,19}^{-1}(0.975] = [0.39581, 2.5265]$. Por tanto considero que las varianzas son iguales.

Se realiza ahora el test para contrastar la igualdad entre las medias con dos muestras independientes, en el caso de que las varianzas se consideren iguales. El estadístico de contraste es:

$$T = \frac{(\overline{X_1} - \overline{X_2}) - 0}{S\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, siendoS = \sqrt{\frac{S_1^2(n_1 - 1) + S_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$S\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \qquad V \qquad n_1 + n_2 = 2$$
Ahora $S = \sqrt{\frac{20^2(20-1)+17^2(20-1)}{20+20-2}} = 18.561 = 18.321$ y por tanto $T = \frac{(200-175)-0}{18.561\sqrt{\frac{1}{20}+\frac{1}{20}}} = 4.259$ 3.

la región de aceptación para la t de Student con 38 grados de libertad al 95% de confianza es:

$$[T_{38}^{-1}(0.025), T_{38}^{-1}(0.975] = [-2.0244, 2.0244]$$

Por tanto, la decisión sugerida por el test es rechazar la igualdad entre los valores medios de gastos entre ambos barrios, puesto que 4.2593 no pertenece a este intervalo.

Ejercicio 80 Mendel sembró 532 plantas de guisantes usando semillas del mismo tipo y los frutos resultantes los clasificó atendiendo al color en: verde, verde amarillento y amarillo y atendiendo a la forma: redondo, levemente rugoso y rugoso. Obtuvo los siguientes datos:

	Verde	Verde-Amarillo	Amarillo	
Redondo	35	68	38	141
Levemente Rugoso	67	138	60	265
Rugoso	30	68	28	126
	132	274	126	532

¿Había alquna relación de dependencia entre la forma y el color de esos quisantes?

Emplearemos el test Chi-Cuadrado apropiado para tablas de contingencia. Calculamos en primer lugar las frecuencias esperadas en cada casilla si las variables color y forma fueran independientes:

Por ejemplo, en la primera casilla, deben estar los guisantes verdes y redondos: Si suponemos que ambas cualidades, forma y color son independientes, entonces $P(V \cap R_e) = P(V)P(R_e) = \frac{132}{532} \times \frac{141}{532} = 6.5761 \times 10^{-2}$ Por tanto , bajo la hipótesis de independencia, el número esperado de

guisantes en las primera casilla es $np_1 = 532 \times 6.58 \times 10^{-2} = 35.006$

Mostramos ahora los cálculos que habría que realizar en la siguiente casilla de la derecha:

$$np_2 = 532 \times P(VA \cap R_e) = 532 \times \frac{274}{532} \times \frac{141}{532} = 72.62.$$

 $np_2=532\times P(VA\cap R_e)=532 imes rac{274}{532} imes rac{141}{532}=72.62.$ De manera similar se rellenan el resto de las casillas obteniéndose la siguiente tabla de valores esperados

	Verde	Verde-Amarillo	Amarillo	
Redondo	35.006	72.62	33′4096	141
Levemente Rugoso	65 '7552	136 ′458	62′77667	265
Rugoso	31 '2816	64′90468	29'845230	126
	132	274	126	532

Calculamos el valor de la Chi-cuadrado experimental:

$$\chi_{\text{exp}}^2 = \sum_{i=1}^9 \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

realizando las operaciones indicadas obtenemos:
$$\chi^2_{\rm exp} = \sum_{i=1}^9 \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = \frac{(35 - 35.006)^2}{35.006} + \frac{(68 - 72.618)^2}{72.618} + \dots + \frac{(68 - 64.904)^2}{64.904} + \frac{(28 - 29.8452)^2}{29.8452} = 1.4024$$

este valor debe compararse con el valor teórico que corresponde a $\chi^2_{(c-1)(f-1)}$ $\chi^2_{2\times 2}=\chi^2_4$ al nivel de significación que se requiera.

Empleando en esta ocasión un nivel de significación del 95% obtenemos $(\chi_4^2)^{-1}(0.95) = 9.4877$, que es el mayor valor aceptable para $\chi_{\rm exp}^2$. Como el valor obtenido, 1.4024, es bastante menor que 9.4877, consideramos que puede aceptarse la hipótesis de independencia entre las características de forma y color de los guisantes, al 95% de confianza.