Nombre y Apellidos:

CUESTIONARIO

1. Para que la desviación típica de una distribución sea pequeña, debe ocurrir que:

   a) El dato máximo debe ser pequeño en valor absoluto
   b) Todos los datos deben ser positivos
   c) $\boxed{\text{Todos los datos deben estar próximos a la media aritmética}}$
   d) Debe haber más de una moda en la distribución

2. Se ha calculado el percentil 85 sobre las estadísticas de siniestrabilidad laboral en el sector de la construcción durante el último año y se ha obtenido como valor 2.5. El significado de este resultado es:

   a) El 2.5 % de los trabajadores del sector de la construcción sufren más de 85 accidentes al año
   b) El 15 % de los trabajadores del sector de la construcción sufren menos de 85 accidentes al año
   c) El 2.5 % de los trabajadores del sector de la construcción sufren menos de 85 accidentes al año
   d) $\boxed{\text{El 85 \% de los trabajadores del sector de la construcción sufren menos de 2.5 accidentes al año}}$

3. Si las variables presentan una relación inversa:

   a) $\boxed{\text{La nube de puntos presenta un patrón descendente}}$
   b) La nube de puntos no presenta outliers
   c) La nube de puntos presenta un patrón ascendente
   d) La nube de puntos presenta un patrón indefinido

4. Al elevar al cuadrado el coeficiente de correlación de Pearson se obtiene:

   a) La pendiente de la recta
   b) $\boxed{\text{El coeficiente de determinación}}$
   c) La ordenada en el origen
   d) El coeficiente de regresión

5. Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. ¿Cuál es la probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de 3?

   a) 0.4
   b) 0.25
   c) 0.1666
   d) $\boxed{0.3333}$

6. La variable aleatoria X, nº de intentos necesarios hasta conseguir la primera cara en el lanzamiento de una moneda es, desde el punto de vista teórico, una variable:
   a) Continua y con rango un intervalo infinito
   b) Continua y con rango un intervalo finito
   c) $\boxed{\text{Discreta con rango infinito}}$
   d) Discreta con rango finito
7. Un estudiante de GITI tiene un despertador que sonará a la hora fijada con probabilidad 0.7. Si suena, le despertará a tiempo para llegar a su clase de Estadística con una probabilidad 0.8. Si no suena, la probabilidad de que llegue a tiempo a clase es de 0.3. La probabilidad de que un día cualquiera el estudiante llegue a tiempo a clase es:
   a) 0.35
   b) $\boxed{0.65}$
   c) 0.80
   d) 0.30
8. Dados los sucesos A y B incompatibles y pertenecientes al mismo espacio de sucesos. Siempre podemos afirmar que:
   a) $\boxed{P(A/B) = 0}$
   b) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
   c) $P(B/A) = P(B)$
   d) $P(B/A) \neq P(A/B)$
9. Indica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
   a) Hay estimadores que no son estadísticos
   b) Hay funciones de estimadores que no son estadísticos
   c) $\boxed{\text{Todos los estimadores son estadísticos}}$
   d) Todos los estadísticos son estimadores
10. En un contraste de hipótesis unilateral, los valores o puntos críticos de la región de aceptación:
   a) Están a la izquierda de la estimación puntual
   b) Coinciden con los extremos del intervalo de confianza
   c) Están a la derecha de la estimación puntual
   d) $\boxed{\text{Son aquellos que dejan en una cola del área el nivel de significación de dicho contraste}}$

CUESTIONARIO

PREGUNTA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(a)			X					X		
(b)				X			X			
(c)	X					X			X	
(d)		X			X					X

Nota: Cada respuesta correcta suma 0,20 y cada respuesta errónea resta 0,067.

Nombre y Apellidos:

EJERCICIOS (A)

1. **(1 pto.) Para realizar un estudio sobre la resistencia a la ruptura de un determinado tipo de madera, se seleccionaron al azar 8 vigas de este tipo de madera y se les aplicaron esfuerzos hasta que se rompieron. La tabla siguiente muestra los datos de densidad de la madera (medida en (kg/m^3)) y resistencia a la ruptura (medida en (kg/mm^2)), obtenidos para cada una de las vigas.**

Densidad	**600**	**510**	**480**	**520**	**450**	**610**	**540**	**560**
Resistencia	**13.2**	**11.7**	**10.5**	**11.6**	**10.2**	**13.4**	**12**	**14**

¿Qué densidad se espera para una viga de madera con una resistencia a la ruptura de 12,5 kg/mm^2?

SOLUCIÓN: Completamos la siguiente tabla de cálculos, donde *X=Densidad* e *Y=Resistencia*. Para la realización de estos cálculos podemos utilizar el modo estadístico de nuestra calculadora.

x_i	y_i	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
600	13,2	174,24	7920
510	11,7	136,89	5967
480	10,5	110,25	5040
520	11,6	134,56	6032
450	10,2	104,04	4590
610	13,4	179,56	8174
540	12	144	6480
560	14	196	7840
$\sum(x_i) = 4270$	$\sum(y_i) = 96{,}6$	$\sum\left(y_i^2\right) = 1179{,}54$	$\sum(x_i \cdot y_i) = 52043$

$$\overline{x} = \frac{\sum(x_i)}{n} = \frac{4270}{8} = 533{,}75 \quad S_y^2 = \frac{\sum\left(y_i^2\right)}{n} - \overline{y}^2 = \frac{1179{,}54}{8} - 12{,}075^2 = 1{,}636875$$

$$\overline{y} = \frac{\sum(y_i)}{n} = \frac{96{,}6}{8} = 12{,}075 \quad S_{xy} = \frac{\sum(x_i \cdot y_i)}{n} - \overline{x} \cdot \overline{y} = \frac{52063}{8} - 533{,}75 \cdot 12{,}075 = 60{,}34375$$

Obtenemos la Recta de Regresión de la Densidad (X) sobre la Resistencia (Y):

$$\left.\begin{array}{l} b' = \frac{S_{xy}}{S_y^2} = \frac{60{,}34375}{1{,}636875} = 36{,}865 \\ \\ a' = \overline{x} - b' \cdot \overline{y} = 533{,}75 - 36{,}865 \cdot 12{,}075 = 88{,}605 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \hat{x}(y) = a' + b' \cdot y = 88{,}605 + 36{,}865 \cdot y$$

Sustituimos en la recta obtenida el valor y=12.5:

$$\hat{x}(12{,}5) = 88{,}605 + 36{,}865 \cdot 12{,}5 = \boxed{549{,}4175\ kg/m^3}$$

2. **El control de calidad para cierto tipo de motor incluye dos pruebas: A (ensayo de sobrecarga) y B (ensayo de consumo). Sabiendo que el 10 % de los motores no supera la prueba A, el 8 % no supera la prueba B y el 84 % supera las dos pruebas:**

   a) **(0.5 ptos.) ¿Cuál es la probabilidad de que un motor elegido aleatoriamente presente fallos en al menos una de las dos pruebas?**

   b) **(0.5 ptos.) De los motores que superan la prueba A, ¿qué porcentaje falla en la prueba B?**

   SOLUCIÓN:

   a) Definimos los sucesos A y B del siguiente modo:

   A={*El motor supera la prueba A de sobrecarga*}
   B={*El motor supera la prueba B de consumo*}

   Del enunciado pueden deducirse los siguientes datos:

$$P(\overline{A}) = 0{,}10 \quad \Rightarrow \quad P(A) = 0{,}90$$
$$P(\overline{B}) = 0{,}08 \quad \Rightarrow \quad P(A) = 0{,}92$$
$$P(A \cap B) = 0{,}84$$

   La probabilidad de que un motor presente al menos un fallo se determina como:

$$P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = P\left(\overline{A \cap B}\right) = 1 - P\left(A \cap B\right) = 1 - 0{,}84 = \boxed{0{,}16}$$

   b) En este caso calculamos la $P(\overline{B}/A)$ aplicando la definición de probabilidad condicionada:

$$P(\overline{B}/A) = \frac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}90 - 0{,}84}{0{,}90} = \boxed{0{,}0667}$$

3. **Se sabe que el 20 % de los mensajes que llegan a un determinado servidor llevan algún fichero adjunto.**

   a) **(0.5 ptos.) Determine la probabilidad de que, de los próximos 12 mensajes que se reciban, exactamente 4 lleven algún fichero adjunto.**

   b) **(0.5 ptos.)¿Cuál es la probabilidad de que haya que observar exactamente 7 mensajes para encontrar dos con algún fichero adjunto?**

   SOLUCIÓN:

   a) La variable aleatoria X=*"Nº de mensajes con algún fichero adjunto en un grupo de 12 elegidos aleatoriamente"* sigue una distribución Binomial de parámetros $n = 12$ y $p = 0{,}2$:

$$X \sim Bi(12; 0{,}2) \quad \Rightarrow \quad P[X = 4] = \binom{12}{4}(0{,}2)^4(0{,}8)^8 = \boxed{0{,}1329}$$

   b) La variable aleatoria Y=*"Nº de mensajes que se reciben en el servidor hasta que llegan dos con algún fichero adjunto"* sigue una distribución Binomial Negativa de parámetros $r = 2$ y $p = 0{,}2$:

$$Y \sim BN(2; 0{,}2) \quad \Rightarrow \quad P[Y = 7] = \binom{7-1}{2-1}(0{,}2)^2(0{,}8)^5 = \boxed{0{,}0786}$$

4. **(1 punto) Para analizar la degradación de la señal emitida por una antena, se realizaron 10 pruebas y se obtuvieron los siguientes datos: la frecuencia de la señal en el momento de ser emitida (x_1) y la frecuencia de la señal al ser recibida (x_2). Los resultados medidos en megahercios fueron los siguientes:**

Señal emitida (x_1)	**1.75**	**1.8**	**1.78**	**2.01**	**2.48**	**2.58**	**2.98**	**2.65**	**2.01**	**3.87**
Señal recibida (x_2)	**1.56**	**1.45**	**1.75**	**0.84**	**2.02**	**2.41**	**2.75**	**1.44**	**1.55**	**2.02**

Suponiendo normalidad en los datos, estime mediante un intervalo de confianza al 99 % la degradación media de la señal emitida por esta antena.

SOLUCIÓN: Las mediciones sobre la degradación de la señal emitida por la antena se obtiene restando la frecuencia en el momento de ser emitida menos la frecuencia en el momento de ser recibida ($x_1 - x_2$):

$$\text{Degradación señal}(x_1 - x_2): \quad 0{,}19 \quad 0{,}35 \quad 0{,}03 \quad 1{,}17 \quad 0{,}46 \quad 0{,}17 \quad 0{,}23 \quad 1{,}21 \quad 0{,}46 \quad 1{,}85$$

Los datos muestrales sobre degradación nos sirven para obtener (con la calculadora) los parámetros muestrales habituales: $\overline{d} = 0{,}612$ y $S_{c_d}^2 = 0{,}3527$. Con esta información podemos construir el intervalo pedido:

$$\begin{aligned} IC_{0,99}(\mu_d) &= \left(\overline{d} \pm t_{0,995}(n-1)\frac{S_{c_d}}{\sqrt{n}}\right) = \left(\overline{d} \pm t_{0,995}(9)\frac{S_{c_d}}{\sqrt{n}}\right) = \\ &= \left(0{,}612 \pm 3{,}250\frac{\sqrt{0{,}3527}}{\sqrt{10}}\right) = (0{,}612 \pm 0{,}610) = \boxed{(0{,}002\ ;\ 1{,}222)} \end{aligned}$$

5. **(1 punto) Se sabe que el 70 % de las personas a las que se realiza una determinada prueba requieren algún tipo de explicación adicional. Para determinar si un nuevo método reduce el porcentaje de explicaciones, se aplica éste a 30 personas de los cuales 17 requieren alguna explicación adicional. Con un nivel de significación del 2 %, ¿puede afirmarse que el nuevo método reduce el porcentaje de explicaciones?**

SOLUCIÓN: Para poder concluir que el nuevo método reduce el porcentaje de explicaciones por debajo del 70 %, tenemos que plantear el siguiente contraste de hipótesis:

$$\left.\begin{array}{l} H_0 \equiv \pi = 0{,}7 \\ H_1 \equiv \pi < 0{,}7 \end{array}\right\} \qquad z_{exp} = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0 \cdot (1-\pi_0)}{n}}} = \frac{\frac{17}{30} - 0{,}7}{\sqrt{\frac{0{,}7 \cdot (1-0{,}7)}{30}}} = -1{,}5936$$

La región crítica del contraste al 2 % de significación, teniendo en cuenta la distribución del estadístico z_{exp} y que el contraste planteado es unilateral izquierdo quedaría:

$$\text{R.C.} = \{z_{exp} < Z_\alpha = Z_{0,02} = -2{,}05\} \quad \Rightarrow \quad H_0$$

Por tanto no podemos rechazar H_0 para $\alpha = 0{,}02$, es decir, no podemos afirmar que el nuevo método reduzca de modo significativo el número de explicaciones para $\alpha = 0{,}02$.