Problemas Clase Contrastes de Hipótesis.
Escuela Superior de Ingeniería de Cádiz.
Universidad de Cádiz.

Problemas de Clase de Contrastes de Hipótesis.

Antonio Gámez Mellado y Luis Miguel Marín Trechera

8 Mayo 2011

Índice general

Capítulo 6

Problemas de Clase de Contrastes de Hipótesis

6.1. Contrastes Paramétricos

Problema 1

En un preparado alimenticio infantil se especifica que según los análisis está garantizado que el contenido mínimo de proteínas es del 42 %. Tratamos de comprobar si es cierta esta especificación y para ello tomamos 10 preparados que analizamos para determinar su contenido en proteínas, obteniéndose que la muestra tiene una media del 40 %. Suponiendo que la variable contenido en proteínas tiene una distribución Normal con varianza 16. ¿Es correcta la especificación del fabricante para un nivel de significación $\alpha = 0{,}05$?

Solución:

Hay que realizar un contraste unilateral para la media poblacional con varianza conocida.

1. Las hipótesis a considerar serán:

$$\begin{array}{ll} H_0: & \mu = 0{,}42 \\ H_1: & \mu < 0{,}42 \end{array}$$

2. El nivel de significación es $\alpha = 0{,}05$.

3. El estadístico de decisión del test de hipótesis anterior es

$$z_{exp} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}.$$

   Con lo que en nuestro caso tenemos que:

$$z_{exp} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{0{,}4 - 0{,}42}{4/\sqrt{10}} = -0{,}0158.$$

4. La región crítica del contraste es $z < -z_{1-\alpha} = -z_{0{,}95} = -1{,}64$. Como el valor del estadístico experimental está en la región de aceptación, se acepta H_0, por lo que admitimos como correcta la especificación del preparado alimenticio, ya que la muestra no aporta evidencias suficientes para rechazarla.

Problema 2

Se sabe que la duración de una determinada enfermedad sigue una ley Normal. Para la curación de dicha enfermedad se aplica un determinado antibiótico. Se desea comparar la duración de la enfermedad según que al enfermo se le haya aplicado el antibiótico o se le haya aplicado un placebo. Observamos 6 enfermos a los que se les había suministrado el placebo y la duración media de la enfermedad ha sido de 12 días. También observamos 5 enfermos a los que se les había suministrado el antibiótico, obteniéndose una duración de la enfermedad de 15 días. Si la estimación de la varianza común de ambos grupos es 16. ¿Qué podemos afirmar acerca de la duración media de la enfermedad para $\alpha = 0{,}01$?

Solución:

Hay que realizar un contraste bilateral para la diferencia de medias poblacionales con varianzas iguales pero desconocidas.

Si denominamos μ_X la duración media de la enfermedad si se ha aplicado el antibiótico, y μ_Y la duración media de la enfermedad si no se ha aplicado el antibiótico, entonces tenemos que:

1. Las hipótesis a considerar serán:

$$\begin{array}{ll} H_0: & \mu_X = \mu_Y \\ H_1: & \mu_X \neq \mu_Y \end{array}$$

2. El nivel de significación es $\alpha = 0{,}01$.

3. El estadístico de decisión del test de hipótesis anterior es

$$t_{exp} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_y} + \dfrac{1}{n_Y}}}.$$

   Con lo que en nuestro caso tenemos que:

$$t_{exp} = \frac{12 - 15}{4\sqrt{\dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{5}}} = -1{,}239.$$

4. La región crítica del contraste es $t < -t_{1-\alpha/2}(n_x + n_Y - 2) = -t_{0{,}995}(9g.l.) = -3{,}250$ y $t > t_{1-\alpha/2}(n_x + n_Y - 2) = t_{0{,}995}(9g.l.) = 3{,}250$. Como el valor del estadístico experimental está en la región de aceptación, se acepta H_0, por lo que admitimos que la duración media de la enfermedad es la misma para los enfermos a los que se les ha aplicado el antibiótico y para los que no se les ha aplicado, ya que las muestras no aportan evidencias suficientes para rechazarla.

Problema 3

El número diario de piezas fabricadas en 5 días por una máquina A han sido: 50, 42, 53, 60, 37. Mientras que otra máquina B en esos mismos días ha hecho: 40, 51, 62, 55, 64. Si suponemos que la fabricación de piezas se distribuye normalmente en ambas máquinas. Se pide:

a) Contrastar la hipótesis de que las máquinas tienen varianzas iguales con nivel de significación $\alpha = 0{,}05$.

b) Usando el resultado anterior, construir un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de medias.

Solución:

(a) Para comprobar si puede admitirse que las dos máquinas tiene varianzas iguales, habrá que realizar un contraste de hipótesis de igualdad de varianzas, para lo cual seguiremos el proceso del ejemplo anterior.

1. Las hipótesis a considerar serán:

$$\begin{array}{ll} H_0: & \sigma_A^2 = \sigma_B^2 \\ H_1: & \sigma_A^2 < \sigma_B^2 \end{array}$$

2. El nivel de significación es $\alpha = 0{,}05$.

3. El estadístico de decisión del test de hipótesis anterior es

$$F = \frac{S_A^2}{S_B^2}.$$

   Con lo que en nuestro caso, tenemos que $n_1 = n_2 = 5$, siendo para las dos máquinas la media y la desviación típica muestral:

$$\bar{X}_A = 48{,}4 \qquad S_A = 9{,}0719347 \qquad \bar{X}_B = 54{,}4 \qquad S_B = 9{,}6072889$$

4. El estadístico de decisión para el test de igualdad de varianzas es

$$F = \frac{S_A^2}{S_B^2}$$

   y en nuestro caso, se obtiene que $F = \dfrac{82{,}299}{92{,}3} = 0{,}8916576$.

5. La región crítica de este test de una cola viene dada por aquellos valores de F que son menores que $F_\alpha(n_1-1; n_2-1)$; siendo F el valor de la distribución Fisher-Snedecor con área a la izquierda α , que en nuestro caso usando la propiedad de la distribución F que indica que $F_\alpha(n;m) = 1/F_{1-\alpha}(m;n)$ tenemos

$$F_{0{,}05}(4,4) = \frac{1}{F_{0{,}95}(4,4)} = \frac{1}{6{,}39} = 0{,}1564.$$

   con lo que tenemos que $F > F_\alpha(n_1 - 1; n_2 - 1)$; y por tanto está en la región de aceptación del test, y concluimos que aceptamos la hipótesis nula de igualdad de varianzas.

(b) Ahora tenemos que calcular un intervalo de confianza para la diferencia de medias con un nivel de significación $\alpha = 0{,}05$. Si utilizamos el resultado del apartado anterior se puede suponer que las varianzas son iguales pero desconocidas, con lo que el intervalo de confianza para la diferencia de medias queda:

$$\left[(\bar{X}_B - \bar{X}_A) - t_{1-\alpha/2} \cdot S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}; (\bar{X}_B - \bar{X}_A) + t_{1-\alpha/2} \cdot S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right]$$

siendo $S_p^2 = \dfrac{(n_1-1)S_A^2 + (n_2-1)S_B^2}{n_1 + n_2 - 2}$.

Si calculamos en nuestro caso S_p^2 obtenemos

$$S_p^2 = \frac{4(82{,}299 + 92{,}3)}{8} = 87{,}2995. \qquad \Longrightarrow \qquad S_p = 9{,}3434.$$

Como el valor del percentil de la distribución t-Student con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad para $\alpha = 0,05$ es $t_{8;0{,}975} = 2{,}306$; sustituyendo los valores en el intervalo de confianza tenemos:

$$\left[(54{,}4 - 48{,}4) - 2{,}306 \cdot 9{,}3434 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}\ ;\ (54{,}4 - 48{,}4) + 2{,}306 \cdot 9{,}3434 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}\right]$$

$$[6 - 13{,}626841\ ;\ 6 + 13{,}626841]\,.$$

Y un intervalo de confianza para la diferencia de medias con nivel de confianza del 95 % es

$$-7{,}6268406\ <\ \mu_B - \mu_A\ <\ 19{,}626841\,.$$

Problema 4

Un tratamiento para adelgazar garantiza la pérdida de 4, 5 kilos en dos semanas. Para comprobar si esto es estadísticamente aceptable se estudió una muestra de 7 personas, obteniéndose los siguientes resultados:

Antes del tratamiento	74	60,3	64	82	91	56,7	62,1
Después del tratamiento	70	54,9	58,5	75	84	54,4	69

Suponiendo normalidad, ¿se aceptan los datos de pérdida de peso que garantiza el tratamiento, con un nivel de confianza del 95 % ?

Solución:

Tenemos que efectuar un test con los datos apareados, y observar las diferencias entre las observaciones, las diferencias que obtenemos son:

$$4 \qquad 5{,}4 \qquad 5{,}5 \qquad 7 \qquad 7 \qquad 2{,}3 \qquad -6{,}9.$$

Si seguimos el esquema de los problemas anteriores tenemos:

Las hipótesis a considerar son:

$$H_0:\quad d = 4{,}5 \text{ kg.}$$
$$H_1:\quad d \neq 4{,}5 \text{ kg.}$$

El nivel de significación es $\alpha = 0,05$.

El estadístico de decisión es: $t = \dfrac{(\bar{d} - d_0)}{S_d\,/\sqrt{n}}$ siendo

$$\bar{d} = \frac{24{,}3}{7} = 3{,}47142857 \quad \text{y} \quad S_d^2 = \frac{7 \cdot 226{,}31 - (24{,}3)^2}{7 \cdot 6} = 23{,}659048$$

$$S_d = \sqrt{23{,}659048} = 4{,}8640567.$$

Y sustituyendo en el valor del estadístico tenemos que

$$t = \frac{3{,}47142857 - 4{,}5}{4{,}8640567\,/\sqrt{7}} = -0{,}55948.$$

Como la región crítica del test viene dada por $|t| > t_{n-1;1-\alpha/2}$ siendo $t_{n-1;1-\alpha/2}$ el valor de la función de distribución de t-Student con $n - 1$ grados de libertad.

En nuestro caso, si miramos en la tabla de percentiles de la t-Student tenemos $t_{6;0{,}925} = 2{,}44691$ y por tanto $|t| = 0{,}55948 < 2{,}44691$ y por tanto aceptamos la hipótesis nula.

El tratamiento para adelgazar es por tanto estadísticamente aceptable para una pérdida de peso de 4,5 kilos en dos semanas.

Problema 5

Se quiere comprobar la efectividad de una vacuna contra una enfermedad. Para ello se suministró la vacuna a 100 animales y se les comparó con un grupo de control de otros 100 a los que no se les suministró ninguna vacuna. A los 200 animales se les contagió dicha enfermedad. Entre los animales vacunados murieron 8 como resultado de la enfermedad, y del grupo de control hubo 20 animales muertos como resultado de la enfermedad. ¿Podemos concluir que la vacuna es eficaz para reducir la tasa de mortalidad? (Usar $\alpha = 0{,}05$).

Solución:

Denominamos p_X la probabilidad de morir si se ha suministrado la vacuna, y p_Y la probabilidad de morir si no se ha suministrado la vacuna.

Hay que realizar un contraste unilateral para la diferencia de proporciones.

$$\begin{array}{lrcl} H_0: & p_X - p_Y & = & 0 \\ H_1: & p_X - p_Y & < & 0 \end{array}$$

Como los tamaños de muestra son suficientemente grandes, se puede aplicar el teorema central del límite, y se aproximará a través de una distribución normal.

El estadístico será:

$$z_{exp} = \frac{\hat{p_X} - \hat{p_Y}}{\sqrt{\frac{\hat{p_X}\hat{q_X}}{n_X} + \frac{\hat{p_Y}\hat{q_Y}}{n_Y}}} = \frac{\frac{8}{100} - \frac{20}{100}}{\sqrt{\frac{0{,}08 \cdot 0{,}92 + 0{,}2 \cdot 0{,}8}{100}}} = -2{,}48$$

La región crítica es $z < -z_{1-\alpha}$. En este caso, como $\alpha = 0{,}05$, tenemos que $z_{1-\alpha} = z_{0{,}95} = 1{,}645$.

Como $z_{exp} = -2{,}48 < -z_{0{,}95} = -1{,}645$ se rechaza H_0. Por lo tanto concluimos que dicha vacuna es eficaz para reducir la tasa de mortalidad para dicha enfermedad.

Problema 6

Una compañía textil afirma que a lo sumo el 20 % del público compra ropa de lana. Verifica esta afirmación para $\alpha = 0{,}01$, si una encuesta aleatoria indica que 46 de 200 clientes compran ropa de lana.

Solución:

Sea X = Número de personas que utilizan una prenda de lana.

Donde $X \sim B(200, 0{,}2)$

Como n es suficientemente grande, por el Teorema Central del Límite podemos aproximar esta distribución a una $N(np, \sqrt{npq})$.

El contraste de hipótesis bilateral será el siguiente:

$$\begin{array}{rcl} H_0: & p & = & 0{,}2 \\ H_1: & p & \neq & 0{,}2 \end{array}$$

En esta situación la región crítica, a un nivel de significación $\alpha = 0{,}01$ es: $z < -z_{1-\alpha/2}$ y $z > z_{1-\alpha/2}$.

El valor de $z_{1-\alpha/2} = z_{0{,}995} = 2{,}575$.

El valor del estadístico es $z_{exp} = \dfrac{\dfrac{46}{200} - 0{,}2}{\sqrt{\dfrac{0{,}2 \cdot 0{,}8}{200}}} = \dfrac{0{,}03}{0{,}02828} = 1{,}06$.

Como $z_{exp} = 1{,}06$ está en la región de aceptación, concluiremos diciendo que no podemos rechazar la hipótesis nula, es decir que no hay datos suficientes como para afirmar que la compañía textil se equivoca en sus afirmaciones.

Problema 7

Se quiere comprobar si en un determinado experimento la varianza es 4. Para ello se toma una muestra aleatoria de tamaño 28 de una población Normal con media desconocida, en la que se obtiene que la cuasivarianza muestral es 2. (Usar $\alpha = 0{,}05$).

Solución:

Hay que realizar un contraste bilateral para la varianza poblacional con media desconocida.

$$\begin{array}{rcl} H_0: & \sigma^2 & = & 4 \\ H_1: & \sigma^2 & \neq & 4 \end{array}$$

La distribución del estadístico es:

$$\frac{(n-1)S^2}{{\sigma_0}^2} \quad \sim \quad \chi^2(n-1).$$

Por lo que en nuestro caso sustituyendo tenemos:

$$\chi^2_{exp} = \frac{(28-1)\cdot 2}{4} = 13{,}5.$$

Por otro lado, tenemos que la región crítica es:

$$\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha/2} \quad \text{y} \quad \chi^2 < \chi^2_{\alpha/2}$$

Que en nuestro caso, los valores de la chi-cuadrado son los siguientes:

$$\chi^2_{1-0{,}05/2}(27g.l.) = \chi^2_{0{,}975}(27g.l.) = 43{,}2 \quad \text{y} \quad \chi^2_{0{,}05/2}(27g.l.) = \chi^2_{0{,}025}(27g.l.) = 14{,}6$$

Como

$$\chi^2_{exp} = 13{,}5 < \chi^2_{0{,}025}(27g.l.) = 14{,}6$$

se rechaza la hipótesis nula H_0. Y por tanto se concluye que la varianza no es 4.

Problema 8

Deseamos utilizar un nuevo fármaco para el tratamiento de la diabetes y consideramos que sería muy eficaz si lograse un descenso de 15 mg/dl con respecto al tratamiento habitual, que es el tratamiento estándar. Por estudios previos sabemos que la desviación típica de la glucemia en pacientes que reciben el tratamiento habitual es de 16 mg/dl y que la distribución es normal. Estamos dispuestos a asumir un riesgo $\alpha = 0{,}05$ y deseamos que el test tenga una potencia del 90 % para detectar dichas diferencias, si es que éstas existen. Determinar el tamaño mínimo de las muestras que tendremos que escoger para que se cumplan los requisitos anteriores.

Solución:

Se trata de un contraste de hipótesis para dos poblaciones normales con varianzas conocidas $\sigma^2 = 16^2$ $(\text{mg/dl})^2$.

Si formulamos el contraste de hipótesis correspondiente, y denominamos μ_1 a la media del tratamiento estándar, y μ_2 a la media del tratamiento del nuevo fármaco, tenemos que:

$$\begin{array}{llcl} H_0: & \mu_1 - \mu_2 & = & 15 \text{ mg/dl} \\ H_1: & \mu_1 - \mu_2 & > & 15 \text{ mg/dl} \end{array}$$

Y el tamaño mínimo de la muestra será:

$$n \geq \frac{\left(z_{1-\alpha} + z_{1-\beta}\right)^2 \cdot \left({\sigma_1}^2 + {\sigma_2}^2\right)}{\delta^2}.$$

Como $\alpha = 0{,}05$ y la potencia es $1 - \beta = 0{,}9$, entonces $\beta = 0{,}1$.

Como la diferencia es $\delta = 15$ mg/dl, si ahora calculamos los valores correspondientes de la distribución normal obtenemos que $z_\alpha = z_{0{,}95} = 1{,}645$, y $z_{1-\beta} = z_{0{,}9} = 1{,}282$.

Sustituyendo los valores en la expresión anterior tenemos que:

$$n \geq \frac{\left(z_{1-\alpha} + z_{1-\beta}\right)^2 \cdot \left({\sigma_1}^2 + {\sigma_2}^2\right)}{\delta^2} = \frac{(1{,}645 + 1{,}282)^2 \cdot 2 \cdot 16^2}{15^2} = 19{,}49$$

Y por tanto, el tamaño mínimo de las muestras debe ser de 20.

6.2. Contrastes no Paramétricos

Problema 9

Tenemos una muestra aleatoria simple de 200 hombres casados, con su nivel de estudios y el número de hijos del matrimonio. Los resultados de dicha muestra están recogidos en la tabla siguiente:

Nivel Estudios / Número hijos	0-1	2-3	más de 3
Primaria	14	37	32
Secundaria	19	42	17
Bachiller	12	17	10

Verificar la hipótesis de que el número de hijos de una familia es independiente del nivel de estudios alcanzado por su padre. (Usar $\alpha = 0{,}05$).

Solución:

Tendremos que realizar un contraste no paramétrico de independencia. La hipótesis nula del contraste de hipótesis será:

H_0 : Las características nivel de estudios y número de hijos son independientes entre sí. H_1 : Las características nivel de estudio y número de hijos no son independientes entre sí.

Utilizaremos el Test χ^2 de independencia.

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \sim \chi^2_{(r-1)(s-1)}$$

siendo r el número de filas, y siendo s el número de columnas de la tabla de contingencia.

Definimos los siguientes sucesos:

- L1 = Un individuo posee 0-1 hijos
- L2 = Un individuo posee 2-3 hijos
- L3 = Un individuo posee más de 3 hijos
- M1 =Un individuo posee nivel de primaria
- M2 =Un individuo posee nivel de secundaria
- M3 =Un individuo posee nivel de bachiller

Se obtiene la tabla de contingencia siguiente:

Fr. Obser.	L1	L2	L3	Total
M1	14	37	32	83
M2	19	42	17	78
M3	12	17	10	39
Total	45	96	59	200

Calculemos las frecuencias esperadas bajo hipótesis de independencia:

$$P(L1 \cap M1) = P(L1) \cdot P(M1) = \frac{45}{200} \cdot \frac{83}{200} \rightarrow e_{11} = \frac{45}{200} \cdot \frac{83}{200} \cdot 200 = 18{,}67$$

$$P(L1 \cap M2) = P(L1) \cdot P(M2) = \frac{45}{200} \cdot \frac{78}{200} \rightarrow e_{12} = \frac{45}{200} \cdot \frac{78}{200} \cdot 200 = 17{,}6$$

$$P(L1 \cap M3) = P(L1) \cdot P(M3) = \frac{45}{200} \cdot \frac{39}{200} \rightarrow e_{13} = \frac{45}{200} \cdot \frac{39}{200} \cdot 200 = 8{,}7$$

$$P(L2 \cap M1) = P(L2) \cdot P(M1) = \frac{96}{200} \cdot \frac{83}{200} \rightarrow e_{21} = \frac{96}{200} \cdot \frac{83}{200} \cdot 200 = 39{,}84$$

$$\ldots$$

$$P(L3 \cap M3) = P(L3) \cdot P(M3) = \frac{59}{200} \cdot \frac{39}{200} \rightarrow e_{33} = \frac{59}{200} \cdot \frac{39}{200} \cdot 200 = 11{,}5$$

Resultando la siguiente tabla de frecuencias esperadas:

Nivel Estudios / Número hijos	0-1	2-3	más de 3	Total
Primaria	18.6	39.8	24.4	83
Secundaria	17.6	37.4	23.01	78
Bachiller	8.7	18.7	11.5	39
Total	45	96	59	200

La Región Crítica del contraste de hipótesis viene dada por:

$$\chi^2_{exp} > \chi^2_{0,95}(4g.l.)$$

y

$$\chi^2_{exp} = \frac{(14-18{,}6)^2}{18{,}6} + \frac{(37-39{,}8)^2}{39{,}8} + \cdots + \frac{(10-11{,}5)^2}{11{,}5} = 7{,}54$$

Como $\chi^2_{exp} = 7{,}54 < \chi^2_{0,95}(4g.l.) = 9{,}48773$ no rechazamos H_0 , es decir, no hay evidencias suficientes para poder afirmar que el número de hijos y el nivel de estudios no son independientes, y por tanto aceptamos la hipótesis de independencia, con un nivel de significación $\alpha = 0{,}05$.

Problema 10

Observar, de cara a una simulación, si el tiempo de vida de cierto microorganismo puede considerarse que se distribuye según una $N(3{,}5; 0{,}7)$. Se ha tomado una muestra de tamaño 40, y los datos se han recogido en la tabla siguiente:

Límites	$0{,}9-1{,}95$	$1{,}95-2{,}45$	$2{,}45-2{,}95$	$2{,}95-3{,}45$	$3{,}45-3{,}95$	$3{,}95-4{,}45$	$4{,}45-4{,}62$
N^o obser.	2	1	4	15	10	5	3

Verificar la hipótesis de normalidad $N(3{,}5; 0{,}7)$. (Usar $\alpha = 0{,}05$)

Solución:

En esta situación la hipótesis nula será la siguiente:

H_0 : El tiempo de vida del microorganismo se puede considerar $N(3{,}5, 0{,}7)$, H_1 : El tiempo de vida del microorganismo no se puede considerar $N(3{,}5, 0{,}7)$.

En primer lugar, para poder aplicar el test χ^2 de bondad de ajuste, deberemos determinar las frecuencias esperadas:

$P[X < 1{,}95] = P[\frac{X-3{,}5}{0{,}7} < \frac{1{,}95-3{,}5}{0{,}7}] = P[Z < -2{,}21] = 1 - P[Z < 2{,}21] = 0{,}0135$

$e_1 = 40 \cdot 0{,}0135$

$e1 = 0{,}542$

$P[1{,}95 < X < 2,45] = P[\frac{1{,}95-3{,}5}{0{,}7} < Z < \frac{2{,}45-3{,}5}{0{,}7}] = 0{,}05326$

$e_2 = 40 \cdot 0{,}05326$

$e_2 = 2{,}1304$

...

$P[X > 4{,}45] = P[\frac{X - 3{,}5}{0{,}7} > \frac{4{,}45 - 3{,}5}{0{,}7}] = P[Z > 1{,}3571] = 0{,}0886$

$e_7 = 40 \cdot 0{,}0886 = 3{,}54$

Finalmente obtenemos la tabla de frecuencias esperadas, que es la siguiente:

Límites	$0{,}9 - 1{,}95$	$1{,}95 - 2{,}45$	$2{,}45 - 2{,}95$	$2{,}95 - 3{,}45$	$3{,}45 - 3{,}95$	$3{,}95 - 4{,}45$	$4{,}45 - 4{,}62$
O_i	0.5	2.1	5.9	10.3	10.7	7	3.5

Podemos observar que se tienen intervalos adyacentes donde las frecuencias esperadas son menores que 5. En esta situación hemos de aplicar los criterios de corrección; reduciremos el número de intervalos de 7 a 4 con el fin de que ninguna frecuencia esperada sea inferior a 5. Si hacemos esto, obtenemos la siguiente tabla:

O_i	7	15	10	8
E_i	8.5	10.3	10.7	10.5

Ahora nos encontramos en condiciones de poder aplicar el Test Chi-cuadrado de bondad de ajuste:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \sim \chi^2_{n-1}$$

$$\chi^2_{exp} = \frac{(7 - 8{,}5)^2}{8{,}5} + \frac{(15 - 10{,}3)^2}{10{,}3} + \frac{(10 - 10{,}7)^2}{10{,}7} + \frac{(8 - 10{,}5)^2}{10{,}5} = 3{,}05$$

La Región Crítica del Contraste de Bondad de Ajuste de la χ^2 es la siguiente:

$$\chi^2 > \chi^2_{0{,}95}(3g.l.) = 7{,}81472$$

Como $7{,}81472 > 3{,}05$ no se puede rechazar H_0. Por ello consideraremos que la distribución $N(3{,}5, 0{,}7)$ proporciona un buen ajuste al “tiempo de vida de los microorganismos”.