Ejercicios Resueltos de Probabilidad.

Estadística y Probabilidad I. **Departamento de Estadística e I.O.**

Escuela Superior de Ingeniería de Cádiz

Ejercicio 1

Dos urnas A y B, que contienen bolas de colores, tienen la siguiente composición:

A: 5 blancas, 3 negras y 2 rojas.

B: 4 blancas y 6 negras.

También tenemos un dado que tiene 4 caras marcadas con la letra A y las otras dos con la letra B. Tiramos el dado y sacamos una bola al azar de la urna que indica el dado.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea blanca?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea roja?

c) La bola extraída ha resultado ser blanca, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B?

Resolución:

Si el dado es normal, es inmediato que la probabilidad de que salga una cara marcada con la letra A es $\frac{2}{3}$ mientras que la de obtener una cara marcada con la letra B será $\frac{1}{3}$. Así pues si denotamos los sucesos:

A: "Elegir la urna A", B: "Elegir la urna B",

A

se tiene que $P(A)=\frac{2}{3}$ y $P(B)=\frac{1}{3}$.

a) Por lo tanto, aplicando el teorema de la probabilidad total:

$$P(blanca)=P(A)\cdot P(blanca/A)+P(B)\cdot P(blanca/B)=$$

$$=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{2}{15}=\frac{7}{15}$$

b) Análogamente,

$$P(roja) = P(A) \cdot P(roja/A) + P(B) \cdot P(roja/B) =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{2}{15}$$

c) En este caso, aplicando el teorema de Bayes:

$$P(B/blanca) = \frac{P(B) \cdot P(blanca/B)}{P(blanca)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{7}{15}} = \frac{2}{7}$$

Ejercicio 2

En el experimento aleatorio de lanzar una moneda tres veces se consideran los siguientes sucesos:

A : "sacar al menos una cara y una cruz".

B : "sacar a lo sumo una cara".

a) Determine el espacio muestral asociado a ese experimento y los sucesos A y B.

b) ¿Son independientes ambos sucesos?

Resolución:

Denotemos por C salir cara, al lanzar una moneda, y por X salir cruz:

a) El espacio muestral será:

$$E = \{CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC, XXX\}$$

$$A = \{CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC\}$$

$$B = \{CXX, XCX, XXC, XXX\}$$

b) Obtengamos la probabilidad de cada suceso y la de su intersección:

$$A \cap B = \{CXX, XCX, XXC\}$$

$$P(A)=\frac{3}{4}, \quad P(B)=\frac{1}{2} \quad P(A\cap B)=\frac{3}{8}, \qquad P(A)\cdot P(B)=\frac{3}{8}.$$

Podemos decir que sí son independientes, pues $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$.

Ejercicio 3

Dado un espacio muestral E se consideran los sucesos A y B, cuyas probabilidades son $P(A)=\frac{2}{3}$ y $P(B)=\frac{1}{2}$.

a) ¿Pueden ser los sucesos A y B incompatibles? ¿Por qué?
b) Suponiendo que los sucesos A y B son independientes, calcule $P(A\cup B)$.
c) Suponiendo que $A\cup B=E$, calcule $P(A\cap B)$.

Resolución:

a) No, si fuesen incompatibles entonces

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{7}{6}>1$$

y la probabilidad de un suceso no puede ser mayor que 1.

b) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

por ser los sucesos A y B independientes

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$$

luego

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$$

c) $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

por ser $A\cup B=E$, entonces $P(A\cup B)=P(E)=1$, luego

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-1=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-1=\frac{1}{6}$$

Ejercicio 4

El 35% de los estudiantes de un centro docente practica el fútbol. El 70% de los que practican el fútbol estudia Matemáticas, así como el 25% de los que no practican el fútbol.
Calcule la probabilidad de que al elegir, al azar, un estudiante de ese centro:
a) Estudie Matemáticas.
b) Practique el fútbol, sabiendo que no estudia de Matemáticas.

Resolución:

Si denotamos los sucesos:

F : "Practica el futbol"
M : "Estudia Matemáticas"
F^c : suceso contrario de F
M^c : suceso contrario de M

Del enunciado se tiene que $P(F)=0.35$, $P(M/F)=0.7$ y $P(M/F^c)=0.25$

a) De los datos anteriores es inmediato que $P(F^c)=0.65$ y aplicando el teorema de la probabilidad total:

$$P(M)=P(F)\cdot P(M/F)+P(F^c)\cdot P(M/F^c)=$$

$$=0.35 \cdot 0.7 + 0.65 \cdot 0.25 = 0.245 + 0.1625 = 0.4075\,.$$

b) Aplicando el teorema de Bayes:

$$P(F/M^c)=\frac{P(F)\cdot P(M^c/F)}{P(M^c)}=\frac{0.35\cdot(1-0.7)}{1-0.4075}=\frac{0.35\cdot 0.3}{0.5925}=\frac{70}{395}=\frac{14}{79}$$

Ejercicio 5

Dos cajas, A y B, tienen el siguiente contenido:

La A: 5 monedas de 1 euro y 3 de 10 pesetas.

La B: 4 monedas de 1 euro, 4 de 10 pesetas y 2 de 25 pesetas.

De una de las cajas, elegida al azar, se extrae una moneda.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de 1 euro?

b) Si la moneda extraída resulta ser de 10 pesetas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la caja B?

Resolución:

Como no se especifica nada, se sobreentiende que la probabilidad de elección de cada caja es la misma, es decir

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$$

y, por la composición de las cajas se tiene que

$$P(1€/A) = \frac{5}{8}, \qquad P(10\,pta/A) = \frac{3}{8},$$

$$P(1€/B) = \frac{2}{5}, \quad P(10\,pta/B) = \frac{2}{5}, \quad P(25\,pta/A) = \frac{1}{5}\ ,$$

por tanto:

a) Aplicando el teorema de la probabilidad total

$$P(1€) = P(A)\cdot P(1€/A) + P(B)\cdot P(1€/B) =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{8} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{5}{8} + \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{41}{40} = \frac{41}{80}$$

b) Aplicando el teorema de Bayes:

$$P(B/10pta) = \frac{P(B)\cdot P(10pta/B)}{P(A)\cdot P(10pta/A) + P(B)\cdot P(10pta/B)} =$$

$$\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{8}+\frac{2}{5}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{31}{40}} = \frac{16}{31}\,.$$

Ejercicio 6

La probabilidad de que un jugador A marque un gol de penalti es de $\frac{5}{6}$, mientras que la de otro jugador B es $\frac{4}{5}$. Si cada uno lanza un penalti,

a) Halle la probabilidad de que marque gol uno solo de los dos jugadores.
b) Halle la probabilidad de que al menos uno marque gol.

Resolución:

Supongamos que los sucesos A y B son independientes, es decir suponemos que el hecho de que un jugador marque o no un penalti no influye sobre el otro. Por tanto:

a) Sean A^c y B^c los sucesos contrarios de A y B respectivamente. El sucesos que marque gol solo uno de ellos, quiere decir que marque A y falle B, o bien que falle A y sea B quien marque, por tanto se puede representar por $\left(A\cap B^c\right)\cup\left(A^c\cap B\right)$.

Así pues habrá que obtener

$$P\left(\left(A\cap B^c\right)\cup\left(A^c\cap B\right)\right)$$

y es inmediato ver que los sucesos $A\cap B^c$ y $A^c\cap B$ son incompatibles, luego

$$P\left(\left(A\cap B^c\right)\cup\left(A^c\cap B\right)\right)=P\left(A\cap B^c\right)+P\left(A^c\cap B\right)$$

finalmente, por ser A y B independientes se tiene que también lo son A y B^c por un lado y A^c y B por otro. De donde

$$P\left(A\cap B^c\right)+P\left(A^c\cap B\right)=P(A)\cdot P\left(B^c\right)+P\left(A^c\right)\cdot P(B)=$$

$$=\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{5}=\frac{3}{10}.$$

Otra forma de obtener este mismo resultado es utilizando que

$$P\left(A\cap B^c\right)=P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$$

e igualmente

$$P\left(A^c\cap B\right)=P\left(B\cap A^c\right)=P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)$$

y por lo tanto,

$$P\left(A\cap B^c\right)+P\left(A^c\cap B\right)=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)=$$

$$=\frac{5}{6}+\frac{4}{5}-2\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}=\frac{49}{30}-\frac{40}{30}=\frac{3}{10}$$

b) En este caso nos piden $P(A\cup B)$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=$$

$$=\frac{5}{6}+\frac{4}{5}-\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}=\frac{49}{30}-\frac{20}{30}=\frac{29}{30}.$$

Otra forma de hacer este apartado puede ser considerando que el suceso “alguno de los dos marque” es el suceso contrario del suceso “los dos fallan”, es decir

$$A\cup B=\left(A^c\cap B^c\right)^c$$

por lo que

$$P(A\cup B)=1-P\left(A^c\cap B^c\right)$$

pero

$$P\left(A^c\cap B^c\right)=P\left(A^c\right)\cdot P\left(B^c\right)$$

ya que si A y B son independientes, también lo son A^c y B^c. Por tanto:

$$P(A\cup B)=1-P\left(A^c\cap B^c\right)=1-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{29}{30}$$

Ejercicio 7

Una caja contiene diez tornillos, de los que dos son defectuosos.

a) Si vamos extrayendo tornillos, uno tras otro, hasta localizar los dos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de necesitar exactamente tres extracciones para localizarlos?

b) Si extraemos, sin reemplazamiento, solo dos tornillos, y el segundo ha resultado ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que el primero también lo haya sido?

Resolución:

a) Obsérvese, que necesitar tres extracciones para la obtención de los dos tornillos defectuosos quiere decir que el tornillo extraído en tercer lugar ha de ser un tornillo defectuoso y además, el otro defectuoso se extrae en la primera o la segunda extracción, es decir si denotamos los sucesos

B_n: "El tornillo extraído en n-ésimo lugar es bueno"

D_n: "El tornillo extraído en n-ésimo lugar es defectuoso",

entonces nos piden

$$P((D_1 \cap B_2 \cap D_3) \cup (B_1 \cap D_2 \cap D_3))$$

que es la probabilidad de la unión de dos sucesos incompatibles, luego ésta vale

$$P(D_1 \cap B_2 \cap D_3) + P(B_1 \cap D_2 \cap D_3)$$

pero como

$$P(D_1 \cap B_2 \cap D_3) = P(D_1) \cdot P(B_2/D_1) \cdot P(D_3/(D_1 \cap B_2)) =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{45}.$$

Análogamente,

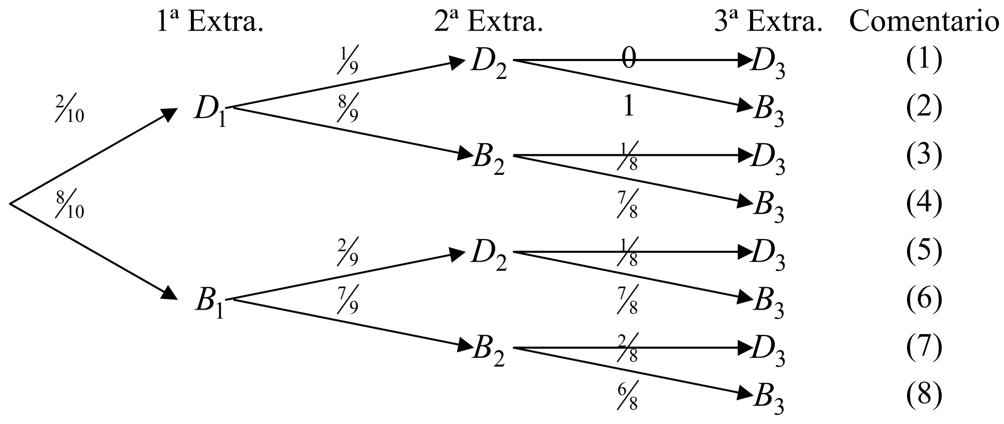
$$P(B_1 \cap D_2 \cap D_3) = P(B_1) \cdot P(D_2/B_1) \cdot P(D_3/(B_1 \cap D_2)) =$$

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{45}.$$

En definitiva,

$$P((D_1 \cap B_2 \cap D_3) \cup (B_1 \cap D_2 \cap D_3)) = \frac{2}{45}.$$

Otra forma de realizar este apartado sería mediante la utilización de un diagrama de árbol:



Las únicas opciones que satisfacen el enunciado son las opciones (3) y (5), puesto que tienen dos defectuosas y además la última es defectuosa. En definitiva:

$$P(D_1 \cap B_2 \cap D_3) + P(B_1 \cap D_2 \cap D_3) =$$
$$= \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{2}{45}$$

b) Aplicando el teorema de Bayes:

$$P(D_1 / D_2) = \frac{P(D_1) \cdot P(D_2 / D_1)}{P(D_1) \cdot P(D_2 / D_1) + P(B_1) \cdot P(D_2 / B_1)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{9}}{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{9} + \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{9}} = \frac{\frac{1}{45}}{\frac{9}{45}} = \frac{1}{9}$$

Ejercicio 8

Disponemos de tres dados, uno de los cuales está trucado. La probabilidad de sacar 5 con el dado trucado es 0.25, siendo los otros resultados equiprobables. Se elige un dado al azar y se realiza un lanzamiento con él.

a) Determine la probabilidad de obtener un 2.

b) Dado que ha salido un 2, ¿cuál es la probabilidad de que hayamos elegido el dado trucado?

Resolución:

Denotemos por

D_B : El dado es bueno

D_T : El dado está trucado

i : "lanzado un dado, ha salido i".

Obviamente

$$P(D_B)=\frac{2}{3} \quad \text{y} \quad P(D_T)=\frac{1}{3}$$

y según la información que se nos facilita,

$$P(i/D_B)=\frac{1}{6};\ \ i=1,2,3,4,5,6\ ;$$

$$P(5/D_T)=\frac{1}{4};\quad P(i/D_T)=\frac{3}{20};\ \ i=1,2,3,4,6\,.$$

a) Aplicando el teorema de la probabilidad total:

$$P(2)=P(D_B)\cdot P(2/D_B)+P(D_T)\cdot P(2/D_T)=$$

$$=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{20}=\frac{1}{9}+\frac{1}{20}=\frac{29}{180}$$

b) Aplicando el teorema de Bayes:

$$P(D_T/2)=\frac{P(D_T)\cdot P(2/D_T)}{P(2)}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{20}}{\frac{29}{180}}=\frac{9}{29}$$

Ejercicio 9

En una ciudad el $60\,\%$ de sus habitantes son aficionados al fútbol, el $30\,\%$ son aficionados al baloncesto y el $25\,\%$ a ambos deportes.

a) ¿Son independientes los sucesos "ser aficionado al fútbol" y "ser aficionado al baloncesto"?

b) Si una persona no es aficionada al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que no sea aficionada al baloncesto?

c) Si una persona no es aficionada al baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que sea aficionada al fútbol?

Resolución:

Denotando:

F : "Ser aficionado al fútbol"

B : "Ser aficionado al baloncesto",

la información que nos suministran es:

$$P(F)=\frac{3}{5},\quad P(B)=\frac{3}{10};\quad P(F\cap B)=\frac{1}{4}.$$

a) No, porque

$$P(F)\cdot P(B)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{10}=\frac{9}{50}\neq\frac{1}{4}=P(F\cap B)$$

b) Por definición de probabilidad condicionada

$$P\left(B^c/F^c\right)=\frac{P\left(B^c\cap F^c\right)}{P\left(F^c\right)}$$

y aplicando las Leyes de De Morgan:

$$P\left(B^c\cap F^c\right)=P\left((B\cup F)^c\right)$$

luego

$$P\left(B^c/F^c\right)=\frac{P\left(B^c\cap F^c\right)}{P\left(F^c\right)}=\frac{P\left((B\cup F)^c\right)}{P\left(F^c\right)}=\frac{1-P(B\cup F)}{1-P(F)}$$

pero

$$P(B \cup F) = P(B) + P(F) - P(B \cap F) = \frac{3}{5} + \frac{3}{10} - \frac{1}{4} = \frac{13}{20}$$

luego

$$P\left(B^c / F^c\right) = \frac{1 - \frac{13}{20}}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{\frac{7}{20}}{\frac{2}{5}} = \frac{7}{8}$$

c) $P\left(F / B^c\right) = \dfrac{P\left(F \cap B^c\right)}{P\left(B^c\right)} = \dfrac{P(F - B)}{1 - P(B)} = \dfrac{P(F) - P(F \cap B)}{1 - P(B)} =$

$$= \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{4}}{1 - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{7}{20}}{\frac{7}{10}} = \frac{1}{2}$$

Ejercicio 10

Tenemos un cofre A con 2 monedas de oro y 3 de plata, un cofre B con 5 monedas de oro y 4 de plata y un tercer cofre C con 2 monedas de oro. Elegimos un cofre al azar y sacamos una moneda.

a) Calcule la probabilidad de que sea de oro.
b) Sabiendo que ha sido de plata, calcule la probabilidad de que haya sido extraída del cofre A.

Resolución:

Denotemos

O : "Se elige una moneda de oro."

X : "Se elige una moneda de plata."

Puesto que el cofre se elige al azar, la información que nos suministran se puede expresar de la siguiente forma:

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$$

$$P(O/A)=\frac{2}{5};\quad P(X/A)=\frac{3}{5};$$
$$P(O/B)=\frac{5}{9};\quad P(X/B)=\frac{4}{9};$$
$$P(O/C)=1;\quad P(X/C)=0.$$

a) Aplicando el teorema de la probabilidad total:

$$P(O)=P(A)\cdot P(O/A)+P(B)\cdot P(O/B)+P(C)\cdot P(O/C)=$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{9}+\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{9}+1\right)=\frac{1}{3}\cdot\frac{88}{45}=\frac{88}{135}$$

b) Aplicando el teorema de Bayes:

$$P(A/X)=\frac{P(A)\cdot P(X/A)}{P(X)}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}}{\frac{47}{135}}=\frac{27}{47}$$

Ejercicio 11

Sean A y B dos sucesos tales que $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{1}{3}$ y $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$.
Calcule:
a) $P(A/B)$ y $P(B/A)$.
b) $P(A\cup B)$.
c) $P(A^C\cap B)$. (A^C indica el contrario del suceso A).

Resolución:

Basta con ir aplicando las fórmulas apropiadas en cada caso:

a) $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}}=\dfrac{3}{4}$; $P(B/A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)}=\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{2}$.

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$.

c) $P(A^C \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.

Ejercicio 12

En un cineclub hay 80 películas; 60 son de "acción" y 20 de "terror". Susana elige una película al azar y se la lleva. A continuación Luis elige otra película al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que tanto Susana como Luis elijan películas de acción?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la película elegida por Luis sea de acción?

Resolución:

El enunciado deja claro que el orden con que se extraen las películas es: primero Susana elige una película y, a continuación, de entre las que quedan, Luis elige otra película. Denotemos

S_A: Susana elige una película de acción.
L_A: Luis elige una película de acción.

a) $P(S_A \cap L_A) = P(S_A) \cdot P(L_A / S_A) = \frac{3}{4} \cdot \frac{59}{79} = \frac{177}{316}$

b) Aplicando el teorema de la probabilidad total

$$P(L_A) = P(S_A) \cdot P(L_A / S_A) + P(S_A^c) \cdot P(L_A / S_A^c) =$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{59}{79} + \frac{1}{4} \cdot \frac{60}{79} = \frac{237}{316} = \frac{3}{4}.$$

Por otra parte, a este resultado se podía haber llegado sin más que considerar que la proporción de películas de acción es de 3 a 4.

OTROS PROBLEMAS DE PROBABILIDAD

1) Representa con un diagrama de Venn los siguientes sucesos:
   a) $(A \cap B^c) \cap C$
   b) $(A \cap B) - C$

2) Dados dos sucesos A y B, sabemos que $P(B^c) = 0'5$, $P(A^c \cap B) = 0'4$ y $P(B^c \cap A) = 0'4$. Calcula las siguientes probabilidades:
   a) P(A)
   b) $P(A \cap B)$
   c) P(A/B)

3) A un congreso asisten 40 mujeres, de las que 10 hablan francés, y 30 hombres de los que 4 hablan francés. Se elige un congresista al azar, calcula:
   a) la probabilidad de que hable francés.
   b) La probabilidad de que sea mujer y hable francés.
   c) La probabilidad de que sea mujer o hable francés.
   d) ¿Son independiente los sucesos "ser mujer" y "hablar francés"?

4) Se lanza un dado, numerado del 1 al 6, 25 veces. Calcula la probabilidad de obtener:
   a) el número 2 todas las veces.
   b) Un múltiplo de 3 todas las veces.
   c) Al menos una vez el número 4.

5) El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y el 30% son economistas. Del resto de los empleados el 10% ocupa un puesto de directivo, mientras que de los ingenieros el 75% es directivo y de los economistas el 40% son directivos. Calcula la probabilidad de que elegido al azar un empleado sea directivo.

6) Tenemos 3 urnas con las siguientes composiciones:
   Urna A: 7 bolas numeradas del 1 al 7.
   Urna B: 5 bolas blancas y 10 bolas rojas.
   Urna C: 8 bolas blancas y 6 bolas rojas.
   Extraemos una bola de la urna A. Si el número es par sacamos una bola de B y si es impar sacamos una bola de la urna C. Calcula:
   a) la probabilidad de sacar una bola roja.

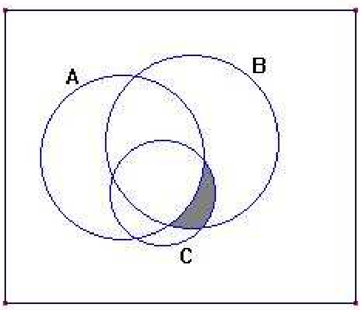
b) Sabiendo que ha salido roja, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la urna B?

7) Para un examen de Historia un alumno ha estudiado 12 de los 20 temas del cuestionario. El examen consta de 3 temas. Calcula:

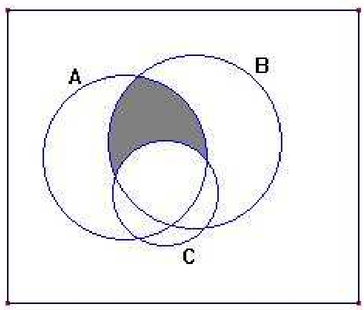
a) la probabilidad de que el alumno se sepa los 3 temas del examen.
b) La probabilidad de que el alumno sepa al menos uno de los temas.

SOLUCIONES

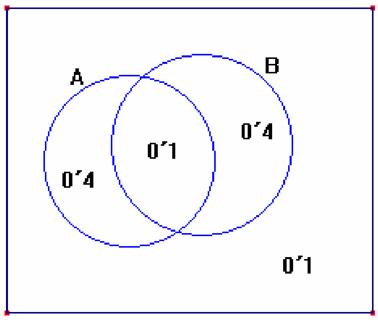
1) a)



b)



2) a) P(A) = 0´5
b)P(A∩B) =0´1
c) P(A/B) = $\dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0'1}{0'5} = 0'2$



3) Sabemos que:

	Habla francés	No habla francés	
Mujeres	10	30	40
Hombres	4	26	30
	14	56	70

a) P(hable francés) = $\dfrac{14}{70} = 0'2$

b) P(hable francés y sea mujer) = $\frac{10}{70}=\frac{1}{7}$

c) P(hable francés o sea mujer) = $\frac{10+30+4}{70}=\frac{44}{70}=\frac{22}{35}$

d) P(ser mujer) = $\frac{40}{70}=\frac{4}{7}$; P(hable francés) = $0'2$

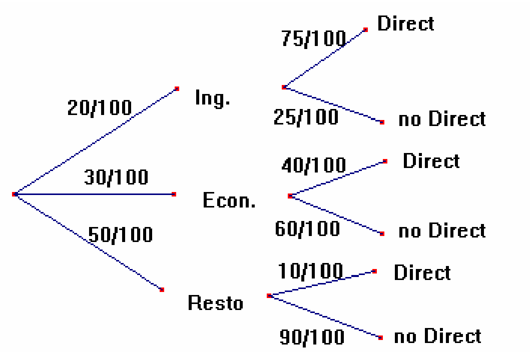
P(Mujer y hablar francés) $=\frac{1}{7}$ Como $\frac{4}{7}\cdot 0'2 \neq \frac{1}{7}$ no se cumple que P(A∩B)=P(A)·P(B) y por lo tanto **no son sucesos independientes**.

4) a) P(obtener 2 todas las veces) = $\left(\frac{1}{6}\right)^{25}$

b) P(obtener múltiplo de 3 todas las veces) = $\left(\frac{2}{6}\right)^{25}=\left(\frac{1}{3}\right)^{25}$

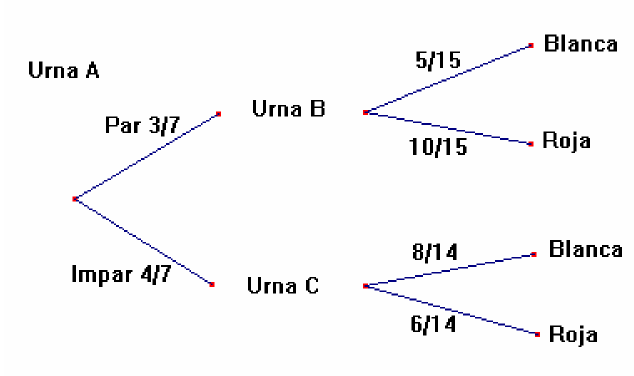
c) P(obtener al menos una vez el nº 4) = 1 – P(no obtener 4 ninguna vez) $=\left(\frac{5}{6}\right)^{25}$

5) Hay que hacer el diagrama de árbol.



P(de ser directivo) = $=\frac{20}{100}\cdot\frac{75}{100}+\frac{30}{100}\cdot\frac{40}{100}+\frac{50}{100}\frac{10}{100}=\frac{3200}{10000}=\frac{8}{25}$

6) Hay que hacer el diagrama de árbol.



a) P(bola roja) = $=\frac{3}{7}\cdot\frac{10}{15}+\frac{4}{7}\cdot\frac{6}{14}=\frac{2}{7}+\frac{12}{49}=\frac{26}{49}$

b) P(Urna B/bola roja) = $=\frac{P(urnaB \cap bola\ roja)}{P(bola\ roja)}=\frac{\frac{3}{7}\cdot\frac{10}{15}}{\frac{26}{49}}=\frac{7}{13}$

7) a) No importa el orden de preguntar los temas. Son combinaciones.

P(saber los 3) = $\frac{casos\ \ favorables}{casos\ \ posibles}=\frac{\binom{12}{3}}{\binom{20}{3}}=\frac{11}{57}$

b) P(saber al menos uno) = 1 – P(no saber ninguno) = $1-\frac{\binom{8}{3}}{\binom{20}{3}}=\frac{271}{285}$