UNIVERSIDAD DE CADIZ

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA

Grado en Ingeniería Informática

CUADERNO DE PROBLEMAS DE ESTADÍSTICA PARA EL CURSO 2014/15

Departamento de Estadística e I. O.

PRÁCTICAS DE ESTADÍSTICA

CON ORDENADOR

STATGRAPHICS

- `StatGraphics` es un programa para gestionar y analizar valores estadísticos. Destaca especialmente por sus capacidades para la representación gráfica de todo tipo de estadísticas y el desarrollo de experimentos, previsiones y simulaciones en función del comportamiento de los valores.
- Tiene cuatro módulos principales: un editor estadístico (StatReporter) que prepara informes con datos variables; un asistente estadístico (StatWizard) que sugiere los métodos más adecuados para recopilar y analizar datos; y un enlace estadístico (StatLink) que enlaza el libro de análisis (StatFolio) con la fuente de datos.
- En el campus virtual se encuentra un enlace y las instrucciones para su instalación, junto con un manual de uso.

AYUDA BÁSICA PARA STATGRAPHICS

Datos

- Abrir datos: Archivo → Abrir → Abrir Datos → Abrir datos desde StatGraphics
- Guardar datos (StatFolio y StatReporter): Archivo → Guardar → Guardar Datos (StatFolio o StatReporter)
- Introducir nuevos datos: Hacer doble click sobre una columna de la hoja de datos para editar antes de introducir datos (introducir el tipo de datos).

Estadística descriptiva univariante y bivariante

Datos Numéricos

Describir → Datos Numéricos

- **Si tenemos una sola variable** → Análisis de una variable:
  - Tablas: Resumen estadístico (Para hallar medidas estadísticas)
    Tabla de frecuencias (Para construir una tabla de frecuencias con la variable agrupada en intervalos)
    Percentiles (Para calcular el valor de los percentiles)
  - Gráficos: Histograma
    Gráfico de caja y bigotes
- **Si tenemos más de una variable** → Análisis multivariado (incluir solamente casos completos):
  - Tablas: Resumen estadístico (Para hallar medidas estadísticas)
    Correlaciones (Para calcular el coeficiente de correlación de Pearson)
    Correlaciones de rango (Para calcular el coeficiente de correlación por rangos de Spearman)
    Covarianzas (Para hallar la covarianza)
  - Gráficos: Matriz de dispersión (Para representar los diagramas de dispersión)

Nota: Con el botón derecho del ratón, en opciones de ventana, se modifican siempre las opciones que vienen por defecto.

Datos Cualitativos

Describir → Datos Categóricos

- **Si tenemos una sola variable** → Tabulación:
  - Tablas: Tabla de frecuencias (Para construir una tabla de frecuencias)
  - Gráficos: Diagrama de barras
    Diagrama de sectores
- **Si tenemos dos variables** → Tabulación cruzada:
  - Tablas: Tabla de frecuencias (Para construir la tabla de doble entrada)
    Pruebas de independencia (Para hallar el coeficiente chi-cuadrado)
    Resumen estadístico (Ahí encontraremos el coeficiente de contingencia (entre otros))
  - Gráficos: Diagrama de barras

Nota: Con el botón derecho del ratón, en opciones de ventana, se modifican siempre las opciones que vienen por defecto, por ejemplo, en la tabla de frecuencias podemos pedirle que imprima las frecuencias esperadas.

Regresión lineal simple y múltiple

Regresión simple

Relacionar → Un factor → Regresión Simple (seleccionamos modelo de regresión)

Tablas:	Resumen del análisis (Para obtener la ecuación del modelo y coeficientes de correlación y bondad de ajuste)
	Pronósticos (Para hacer predicciones)
	Comparación de modelos alternativos (Para comparar los distintos modelos lineales ordenados de mejor a peor en función de la bondad de ajuste)
Gráficos:	Gráfico del modelo ajustado

Nota 1: Con el botón derecho del ratón, en opciones de ventana, se modifican siempre las opciones que vienen por defecto, por ejemplo, en la tabla de predicciones, cambiaremos el valor de la X.

Nota 2: Con el botón derecho del ratón, en opciones de análisis, cambiamos entre distintos modelos.

Regresión polinomial (parabólica y cúbica)

Relacionar → Un factor → Regresión Polinomial (orden 2 para modelo parabólico y 3 para cúbico)

Tablas:	Resumen del análisis (Para obtener la ecuación del modelo y bondad de ajuste)
	Pronósticos (Para hacer predicciones)
Gráficos:	Gráfico del modelo ajustado

Nota 1: Con el botón derecho del ratón, en opciones de ventana, se modifican siempre las opciones que vienen por defecto, por ejemplo, en la tabla de predicciones, cambiaremos el valor de la X.

Nota 2: Con el botón derecho del ratón, en opciones de análisis, cambiamos el orden del polinomio.

Regresión múltiple

Relacionar → Varios factores → Regresión Múltiple (Mínimos cuadrados ordinarios)

Tablas:	Resumen del análisis (Para obtener la ecuación del modelo y bondad de ajuste)

Nota: Con el botón derecho del ratón, en opciones de análisis, podemos seleccionar “regresión paso a paso hacia atrás”, para ver qué variables conviene quitar del modelo.

Probabilidad

Seleccionar y representar una distribución de probabilidad

Describir → Ajuste de Distribuciones → Distribuciones de Probabilidad (escogemos la distribución de probabilidad con la que queremos trabajar e introducimos los parámetros)

Tablas:	Distribuciones Acumuladas (Para calcular probabilidades con la función de distribución)
	Distribuciones Acumuladas Inversas (Para hallar valores críticos y percentiles)
	Números Aleatorios (Para generar valores de la distribución de forma aleatoria)
Gráficos:	Función de Masa/Densidad (Para representar la función de masa o de densidad)
	Distribuciones Acumuladas (Para la función de distribución)

Nota 1: Con el botón derecho del ratón, en opciones de ventana, se modifican siempre las opciones que vienen por defecto, por ejemplo, en números aleatorios, podemos indicar la cantidad de valores que queremos que se generen.

Nota 2: Con el botón derecho del ratón, en opciones de análisis, cambiamos los parámetros de la distribución.

Inferencia Estadística

Para una población

Describir → Datos Numéricos

- **Si tenemos los datos de la muestra** → Análisis de una variable:
  Tablas: Intervalos de Confianza (Para obtener los intervalos de confianza para la media y la desviación típica)
  Prueba de Hipótesis (Para plantear un test de hipótesis para la media (Prueba t))

  Nota: Con el botón derecho del ratón, en opciones de ventana, se modifica el nivel de confianza, el tipo de intervalo, el valor del parámetro en la hipótesis nula, etc.

- **Si no tenemos los datos de la muestra, pero sí ciertos parámetros de la misma** → Pruebas de Hipótesis (seleccionamos el parámetro sobre el que vamos a hacer inferencia e introducimos los valores de la muestra)

  Nota: Con el botón derecho del ratón, en opciones de análisis, se modifica el nivel de significación y el planteamiento en la hipótesis alternativa.

Para dos poblaciones
Comparar → Dos Muestras

- **Si tenemos los datos de las muestras y provienen de poblaciones independientes** → Muestras Independientes:
  Tablas: Comparación de Medias (Para construir un intervalo de confianza para la diferencia de medias y plantear un contraste de hipótesis para la comparación de medias)
  Comparación de Desviaciones Típicas (Para construir un intervalo de confianza para el cociente de varianzas y plantear un contraste de hipótesis para la compararlas)

  Nota: Con el botón derecho del ratón, en opciones de ventana, se modifica el nivel de significación, el valor del parámetro en la hipótesis nula y la hipótesis alternativa.

- **Si tenemos los datos de las muestras y provienen de poblaciones pareadas** → Muestras Pareadas:
  Tablas: Intervalo de Confianza (Para obtener el intervalo de confianza para la media y la desviación típica de la muestra obtenida con las diferencias entre las dos muestras pareadas)
  Prueba de Hipótesis (Para plantear un test de hipótesis para la media de la muestra obtenida con las diferencias entre las dos muestras pareadas (Prueba t))

  Nota: Con el botón derecho del ratón, en opciones de ventana, se modifican las opciones que vienen por defecto.

- **Si no tenemos los datos de las muestras, pero sí ciertos parámetros de las mismas** → Pruebas de Hipótesis (seleccionamos los parámetros sobre los que vamos a hacer inferencia e introducimos los valores de las muestras):

  Nota: Con el botón derecho del ratón, en opciones de análisis, se modifica el nivel de significación, el planteamiento en la hipótesis alternativa y se indican si las varianzas de la población se pueden considerar iguales o no.

Estimación del tamaño de muestra

Herramientas → Determinación del Tamaño de Muestra

- **Para una muestra** → Una Muestra
- **Para dos o más muestras** → Dos o más Muestras

INSTALANDO R Y R-COMMANDER

- `R` es un paquete estadístico de última generación al mismo tiempo que un lenguaje de programación, lo cual lo hace muy versátil. Actualmente se encuentran disponibles más de 800 paquetes desarrollados en `R`, que cubren multitud de campos desde aplicaciones Bayesianas, financieras, graficación de mapas, wavelets, análisis de datos espaciales, etc.
- `R-Commander` es una de las interfaces gráficas de las que dispone `R`, de esta manera `R-Commander` permite realizar análisis estadísticos sin necesidad de conocer todas y cada una de las instrucciones necesarias. Como toda interfaz gráfica dispone de las opciones más usuales y en el caso de necesidades más específicas se usará las órdenes correspondientes en la consola de `R`
- Para comenzar a usar `R` y `R-Commander` es necesario acceder en primer lugar a la siguiente dirección: *http://knuth.uca.es/R/doku.php?id=instalacion_de_r_y_rcmdr:r-uca*, donde se explica de forma detallada la instalación del paquete **R-UCA** que es una recopilación de `R` junto a `R-Commander` y algunos paquetes de uso frecuente.
- El paquete **R-UCA** está disponible para su instalación tanto en Windows como en su versión de GNU/Linux o Mac OS X. En la sección de *Tutorial de Instalación* de la dirección web anterior, se puede encontrar un tutorial en línea de instalación, así como un tutorial de la interfaz gráfica `R-Commander`.

AYUDA BÁSICA PARA R-COMMANDER

Datos

Cargar un conjunto de datos.

- Importar datos desde un archivo de texto, portapapeles o desde una página web.
  Datos → Importar datos → desde archivo de texto, portapapeles o URL...
  En esta opción hay que tener en cuenta si:
  - El nombre de las variables están o no en el archivo de datos.
  - El tipo de separador de campo para las variables.
  - El tipo de carácter decimal.
- Importar datos con formato de otro software estadístico.
  Datos → Importar datos → desde datos SPSS...
  Datos → Importar datos → desde un archivo SAS exportado...
  Datos → Importar datos → desde datos Minitab...
  Datos → Importar datos → desde datos STATA...
  Datos → Importar datos → desde Excel...
- Introducir los datos directamente en R.
  Datos → Nuevo conjunto de datos.
- Cargar conjunto de datos en paquetes.
  Datos → Conjunto de datos en paquetes → Leer conjunto de datos desde paquete adjunto.
- Cargar conjunto de datos en formato R.
  Datos → Cargar conjunto de datos.

Guardar un conjunto de datos.

- Guardar los datos en formato de R.
  Datos → Conjunto de datos activo → Guardar el conjunto de datos activo...
- Exportar los datos en otros formatos.
  Datos → Conjunto de datos activo → Exportar el conjunto de datos activo...

Modificar el tipo de variable

Datos → Modificar variables del conjunto de datos activo → Recodificar la variable.
Datos → Modificar variables del conjunto de datos activo → Convertir variable numérica en factor.
Datos → Modificar variables del conjunto de datos activo → Segmentar variable numérica. (Para agrupar en intervalos).

Filtrar un conjunto de datos

Datos → Conjunto de datos activo → Filtrar el conjunto de datos activo...
En esta opción hay que tener en cuenta:

- El resultado será un nuevo conjunto de datos con las variables que seleccionemos.
- En `Expresión de selección` se debe introducir la regla que permite filtrar. Ejemplo 1: Para una variable cualitativa, `Sexo=="hombre"`. Ejemplo 2: Para una variable numérica, `Edad<25`.

Apilar datos

Datos → Conjunto de datos activo → Apilar variables del conjunto de datos activo

Estadística descriptiva univariante

Recordemos que R trabaja con base de datos dadas por extensión, es decir, las filas son los individuos y las columnas son las variables. En el caso de tener una tabla del siguiente tipo:

X	n_i
1	5
2	2
3	7

Se puede transformar a una base de datos por extensión usando las siguientes órdenes, que deberán ejecutarse desde la ventana de instrucciones.

```
X <- c(rep(1,5),rep(2,2),rep(3,7))
Datos <- data.frame(X)
```

Variables Cualitativas

- Análisis numérico
  Estadísticos → Resúmenes → Distribución de frecuencias...
- Análisis gráfico
  Gráficas → Gráfica de barras...
  Gráficas → Gráfica de sectores...

Variables Numéricas

- Análisis numérico
  Estadísticos → Resúmenes → Resúmenes numéricos...

  Para calcular los coeficientes de asimetría y curtosis, escribir en la ventana de instrucciones:
  skewness(NombreBaseDatos$NombreVariable)
  kurtosis(NombreBaseDatos$NombreVariable)
  Nota: Si no funciona cargar el paquete e1071.

- Análisis gráfico
  Gráficas → Histograma...
  Gráficas → Diagrama de caja...

Estadística descriptiva bivariante

Variables Cualitativas

- Analizar dos variables cualitativas del conjunto de datos.
  Estadísticos → Tablas de contingencia → Tabla de doble entrada...
- Analizar dos variables cualitativas a partir de su tabla de contingencia.
  Estadísticos → Tablas de contingencia → Introducir y analizar una tabla de doble entrada...

Variables Numéricas

- Análisis gráfico de dos variables numéricas.
  Gráficas → Diagrama de dispersión...
- Cálulo de la matriz de correlaciones
  Estadísticos → Resúmenes → Matriz de correlaciones.
- Regresión lineal de dos variables numéricas del conjunto de datos.
  Estadísticos → Ajuste de modelos → Regresión lineal...
- Regresión de dos variables numéricas del conjunto de datos a partir de otros modelos.
  Estadísticos → Ajuste de modelos → Modelo lineal...

  En función del modelo que se desee ajustar, se debe introducir las siguientes expresiones:

Modelo cuadrático	$Y \sim X + I(X^2)$
Modelo cúbico	$Y \sim X + I(X^2) + I(X^3)$
Modelo Potencial	$log(Y) \sim log(X)$
Modelo Exponencial	$log(Y) \sim X$
Modelo Logarítmico	$Y \sim log(X)$

- Para realizar predicciones escribimos en la ventana de instrucciones:
  predict (NombreModelo,data.frame(NombreDeVariable=c(valor1,valor2,valor3,...)))

Regresión múltiple

Obtención del modelo

Estadísticos → Ajuste de modelos → Regresión lineal...

Regresión paso a paso

Ejemplo: Supongamos que se desea realizar una regresión múltiple paso a paso de la variable Y en función de las variables X_1, X_2, X_3, y X_4, eliminando en cada paso variables. Entonces se deben ejecutar las siguientes órdenes en la ventana de instrucciones.

```
library(MASS)
modelo <- lm(Y ~ X1 + X2 + X3 + X4, data=Datos)
step <- stepAIC(modelo, direction="backward")
step$anova
```

Nota: Para hacer una regresión paso a paso agregando variables se debe utilizar la opción `direction="forward"` y para un modo combinado la opción `direction="both"`.

Distribuciones de probabilidad

El cálculo de probabilidades, cuantiles, dibujar las gráficas de densidad o distribución en R-Commander se realiza igual para todas las distribuciones.

Distribuciones discretas

Supongamos que $X \sim Bi(n = 20, p = 0{,}7)$ sigue una distribución Binomial con parámetros $n = 2$ y $p = 0{,}7$,

- Calcular la probabilidad $P[X \leq 5]$
Distribuciones → Distribuciones discretas → Distribución binomial → Probabilidades binomiales acumuladas...
Nota: Valor de la variable 5 y elegir cola a la izquierda
- Calcular la probabilidad $P[X < 5]$
Distribuciones → Distribuciones discretas → Distribución binomial → Probabilidades binomiales acumuladas...
Nota: Valor de la variable 4 y elegir cola a la izquierda
- Calcular la probabilidad $P[X > 5]$
Distribuciones → Distribuciones discretas → Distribución binomial → Probabilidades binomiales acumuladas...
Nota: Valor de la variable 5 y elegir cola a la derecha
- Calcular la probabilidad $P[X \geq 5]$
Distribuciones → Distribuciones discretas → Distribución binomial → Probabilidades binomiales acumuladas...
Nota: Valor de la variable 4 y elegir cola a la derecha
- Calcular la probabilidad $P[X = 5]$
Distribuciones → Distribuciones discretas → Distribución binomial → Probabilidades binomiales...
- Calcular el cuantil que deja el 0,34 de probabilidad a la izquierda
Distribuciones → Distribuciones discretas → Distribución binomial → Cuantiles binomiales...
Nota: Valor de la probabilidad 0,34 *y elegir cola a la izquierda, o bien valor de la probabilidad* 0,66 *y elegir cola derecha.*
- Dibujar la función de densidad o de distribución de la variable X
Distribuciones → Distribuciones discretas → Distribución binomial → Gráfica de la distribución binomial...
Nota: Elegir función de densidad o función de distribución.

Distribuciones continuas

Supongamos que $X \sim N(\mu = 2, \sigma = 1{,}7)$ sigue una distribución Normal con parámetros $\mu = 2$ y $\sigma = 1{,}7$,

- Calcular la probabilidad $P[X \leq 5]$ o $P[X < 5]$
Distribuciones → Distribuciones continuas → Distribución normal → Probabilidades normales...
Nota: Valor de la variable 5 y elegir cola a la izquierda
- Calcular la probabilidad $P[X \geq 5]$ o $P[X > 5]$
Distribuciones → Distribuciones continuas → Distribución normal → Probabilidades normales...
Nota: Valor de la variable 5 y elegir cola a la derecha
- Calcular el cuantil que deja el 0,34 de probabilidad a la izquierda
Distribuciones → Distribuciones continuas → Distribución normal → Cuantiles normales...
Nota: Valor de la probabilidad 0,34 *y elegir cola a la izquierda, o bien valor de la probabilidad* 0,66 *y elegir cola derecha.*
- Dibujar la función de densidad o de distribución de la variable X
Distribuciones → Distribuciones continuas → Distribución normal → Gráfica de la distribución normal...
Nota: Elegir función de densidad o función de distribución.

Inferencia

Inferencia paramétrica para una población

- Estadísticos → Medias → Test t para una muestra (Intervalo de confianza y contraste de hipótesis para la media).
- Estadísticos → Proporciones → Test de proporciones para una muestra (Intervalo de confianza y contraste de hipótesis para la proporción (para variables cualitativas dicotómicas)).
- Para construir un intervalo de confianza para la varianza escribimos en consola la siguiente línea de comandos para crear la función:

```
>var.interval=function(data,conf.level=0.95){
+df=length(data-1)
+chilower=qchisq((1-conf.level)/2,df)
+chiupper=qchisq((1-conf.level)/2,df,lower.tail=FALSE)
+v=var(data)
+c(df*v/chiupper, df*v/chilower)
```

+}

Nota: Modificar el nivel de confianza en "conf.level=valor".

Para construir un intervalo llamamos a la función creada, pasándole como parámetros el nombre del archivo de datos y el nombre de la variable:
>var.interval(NombreDatos$NombreVariable)

- Para resolver un contraste de hipótesis para la varianza, lo que hacemos es escribir en consola la función que nos calcula el p-valor. Ejemplo:
  >n=474 (Introducimos el tamaño de muestra)
  >sam.var=8.32 (Introducimos la varianza muestral)
  >value=10 (Introducimos el valor de la varianza en la hipótesis nula)

  En caso de que la hipótesis alternativa vaya con "<":
  pchisq((n-1)*sam.var/value, n-1)

  En caso de que la hipótesis alternativa vaya con ">":
  pchisq((n-1)*sam.var/value, n-1, lower.tail=FALSE)

  En caso de que la hipótesis alternativa vaya con "≠" habrá que sumar los p-valores de las dos regiones correspondientes.

Inferencia paramétrica para dos poblaciones

- Estadísticos → Medias → Test t para muestras independientes (Intervalo de confianza y contraste de hipótesis para la diferencia de medias).
  Nota: Previamente deben tenerse apilados los datos de las variables implicadas.

- Estadísticos → Proporciones → Test de proporciones para dos muestras (Intervalo de confianza y contraste de hipótesis para la diferencia de proporciones (para variables cualitativas dicotómicas)).
- Estadísticos → Varianzas → Test F para dos varianzas (Intervalo de confianza y contraste de hipótesis para el cociente de varianzas).
  Nota: Previamente deben tenerse apilados los datos de las variables implicadas.

- Estadísticos → Medias → Test t para datos relacionados (Intervalo de confianza y contraste de hipótesis para la diferencia de medias de poblaciones pareadas).

PRÁCTICA 1: DEPURACIÓN DE UNA BASE DE DATOS

Empezaremos trabajando con la base de datos *"empleados"*, que se encuentra en formato texto y en formato Excel en el campus virtual de la asignatura. Vamos a ver cómo se importan y exportan datos desde el software estadístico. Primero descargamos los dos ficheros a nuestro ordenador y realizamos los apartados siguientes:

- **AP. 1** Importar con el software estadístico la base de datos *empleados* en formato texto.
- **AP. 2** Importar la base de datos *empleados* en formato Excel.
- **AP. 3** Exportar a un archivo de texto la base de datos *empleados* usando el software estadístico.

A continuación aprenderemos a depurar una base de datos, pero antes debemos familiarizarnos con la base de datos que estamos trabajando. El archivo *empleados* contiene información de 474 empleados de una empresa (filas) a los que se les ha medido las siguientes variables (columnas):

id: Representa el código de empleado.

sexo: Representa el sexo del empleado: mujer (1) u hombre (2).

educ: Representa el nivel educativo del empleado con valores del 8 al 21.

catlab: Representa la categoría laboral del empleado: administrativo (1), seguridad (2) o directivo.(3)

salario: Representa el salario (en euros anuales) del empleado.

salini: Representa el salario inicial (en euros anuales) del empleado en la empresa.

tiempemp: Representa el número de meses desde el contrato del empleado en la empresa.

expprev: Representa la experiencia previa del empleado en meses.

minoría: Esta variable toma el valor 1 si el empleado pertenece a una minoría y 0 si no pertenece.

Una vez que conocemos todas las variables que forman parte de la base de datos, debemos comprobar que al abrirla con el software estadístico esté todo correcto.

- **AP. 4** Clasificar cada una de las variables del conjunto de datos.
- **AP. 5** Redefinir la variable *sexo*: el valor 1 será *mujer* y el valor 2 será *hombre*
- **AP. 6** Redefinir la variable *catlab*: el valor 1 indica que el empleado es administrativo, el valor 2 indica que el empleado pertenece a seguridad y el nivel 3 que el empleado es un directivo.
- **AP. 7** Redefinir la variable *minoría*: el valor 0 indica que el individuo no pertenece a una minoría y el valor 1 indica que el individuo sí pertenece a una minoría.
- **AP. 8** Guardar el conjunto de datos en el formato del software estadístico.

PRÁCTICA 2: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA UNIVARIANTE

Abrir la base de datos *empleados*.

- **AP. 9** Se está interesado en conocer la proporción de hombres y mujeres en la empresa, así como la proporción de trabajadores pertenecientes a cada una de las categorías laborales. Realizar un análisis descriptivo de las variables *sexo* y *catlab*. Anotar las frecuencias y los porcentajes. Realizar también un gráfico de sectores para *sexo* y un diagrama de barras para *catlab* para ver los resultados de forma gráfica.

  1. ¿Es mayor el porcentaje de hombres o de mujeres?
  2. ¿A qué categoría laboral pertenece el mayor número de trabajadores?

- **AP. 10** ¿Cuál es el tiempo medio que llevan los trabajadores en la empresa? Realizar un análisis descriptivo de la variable *tiempemp* y anotar los resultados. ¿Cuál es el tiempo que lleva el mayor número de empleados? Dar la respuesta a través del intervalo modal. Identificar este intervalo en el histograma.

- **AP. 11** ¿Qué porcetaje de personas lleva trabajando en la empresa el siguiente número de meses: 67, 70, 75 85, 96? ¿Cuántas personas, en términos absolutos, llevan trabajando 73 meses?

- **AP. 12** Se desea conocer diferentes valores estadísticos del salario en función de la categoría laboral del trabajador. Realizar un análisis descriptivo de la variable *salario* en función de la variable *catlab*. Anotar los resultados. Dibujar el gráfico de caja y bigotes.

  1. ¿A qué categoría laboral corresponde el mayor salario medio?
  2. Para la clase trabajadora correspondiente a los administrativos. ¿Qué valor salarial deja por encima el 75 % de los sueldos?

- **AP. 13** Se desea conocer diferentes valores estadísticos del salario, salario inicial y experiencia previa en función del sexo de los trabajadores. Realizar un análisis descriptivo de las variables *salario, salini y expprev* en función de la variable *sexo*.

  1. ¿Qué sexo recibió en media mayor salario inicial?
  2. ¿Qué sexo tenía en media mayor experiencia previa?
  3. ¿Cuál es el valor mínimo del salario para los hombres?

- **AP. 14** ¿Cómo podemos decir que es la variable *salini* respecto a la curtosis y la asimetría?

PRÁCTICA 3: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA BIVARIANTE.

Abrir desde el software estadístico la base de datos *empleados*.

- **AP. 15** Desde el Instituto Andaluz de la Mujer se está realizando un estudio para ver si la categoría laboral de los trabajadores en las distintas empresas de la comunidad autónoma es independiente del sexo. Crear una tabla de contingencia con las variables *catlab* y *sexo* que incluya las frecuencias esperadas. Calcular el coeficiente χ^2 y el de contingencia y razonar la independencia de estas variables.

- **AP. 16** A su vez, desde la Ministerio de Empleo y Seguridad Social se pide a las empresas que cuantifiquen el grado de asociación entre el salario inicial de sus trabajadores y el hecho de pertenecer o no a una minoría. Para ofrecer este valor, obténgase el coeficiente de correlación por rangos de Spearman de las variables *salini* y *minoría*.

- **AP. 17** La empresa está interesada en realizar un estudio para ver qué aspectos de los trabajadores dependen de forma lineal. Obtener para esto una matriz de correlaciones entre todas las variables cuantitativas y anotar aquellas variables cuyo coeficiente de correlación sea superior a 0.5 (sin considerar la variable *id*). Realizar un diagrama de dispersión para esas variables.

- **AP. 18** De nuevo se desea hallar algunas medidas estadísticas del salario de los trabajadores y del salario que tenían inicialmente. En concreto, se quiere conocer la media, mediana, moda, cuartil primero y tercero, percentil 60, rango intercuartículo, varianza, rango y coeficientes de asimetría y curtosis. Por último se pide dibujar el gráfico de caja y bigotes de *salini* para comprobar si existe algún trabajador cuyo salario inicial se considere atípico.

- **AP. 19** Para conocer el porcentaje de trabajadores que pertenecen a una minoría se pide construir la tabla de frecuencias para esta variable y dibujar un diagrama de barras con las barras en vertical expresando porcentajes.

- **AP. 20** Seguidamente, se pide representar los diagramas de cajas y bigotes de las variables *exprev* y *tiempemp*, ¿alguna de las dos variables presenta valores atípicos?

- **AP. 21** Guardar todos los resultados en un archivo desde el propio software estadístico.

PRÁCTICA 4: REGRESIÓN LINEAL SIMPLE Y MÚLTIPLE

- **AP. 22** El número de horas dedicadas al estudio de una prueba y las respuestas correctas obtenidas en un test de 100 preguntas vienen en la siguiente tabla:

Horas (X)	22	23	24	25	26	27
Respuestas correctas (Y)	76	70	80	82	70	85

  - Hallar la recta de regresión de Y sobre X.
  - Calcular la calificación estimada para una persona que hubiese estudiado 28 horas, ¿es fiable?
  - Ajustar una función exponencial. Indicar la bondad de este ajuste y discutir si mejora al anterior.

- **AP. 23** En una empresa de transportes trabajan 10 conductores. Los años de antigüedad de sus permisos de conducir y el número de infracciones cometidas en el último año por cada uno de ellos son los siguientes:

X: Años de antigüedad	3	4	5	6
Y: Infracciones	4	3	2	1
N^o de conductores	2	3	4	1

  - Hallar la recta de regresión lineal e interpretar el coeficiente de determinación.
  - Realizar una comparación de modelos alternativos y comprobar si hay alguno que mejore al lineal.
  - Con el mejor modelo obtenido, realizar una predicción del número de infracciones para un conductor que tiene 7 años de antigüedad.

- **AP. 24** En un cierto país, el tipo de interés y el índice de la Bolsa en los seis últimos meses vienen dados por la siguiente tabla:

Tipo de interés (%)	8	7.5	7.2	6	5.5	5
Índice	120	130	134	142	150	165

Hallar el índice previsto de la Bolsa en el séptimo mes según un ajuste parabólico, suponiendo que el tipo de interés en ese mes fue de 4.1 % y analiza la fiabilidad de la predicción. ¿Habría mejorado la fiabilidad con un ajuste cúbico?

- **AP. 25** Abrir de nuevo el fichero *empleados*. En esta ocasión se desea realizar un análisis de regresión múltiple que explique la variable *tiempemp* en función de *salini*, *salario*, *educ* y *exprev*. Anotar la ecuación y el coeficiente de determinación del modelo y discutir mediante una regresión por pasos qué variables convendría quitar.

- **AP. 26** Ahora se quiere estudiar si el salario inicial depende del nivel de educación, la experiencia previa y el tiempo en la empresa. Hacer lo mismo que en el apartado anterior para la variable *salini* en función de las variables *educ*, *exprev* y *tiempemp* y discutir los resultados.

PRÁCTICA 5:VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

- **AP. 27** Una determinada pieza de un montaje en cadena tiene un 10 % de posibilidades de ser defectuosa. Si se seleccionan 7 de estas piezas, calcular:

    - La probabilidad de que ninguna de las 7 sea defectuosa.

    - La probabilidad de que al menos 2 sean defectuosas.

    - El número más probable de piezas defectuosas.

- **AP. 28** Tráfico pretende modificar la normativa de circulación de manera que un conductor pierda su permiso de conducir si recibe tres multas por exceso de velocidad. Cada vez que un conductor coge su coche, tiene una probabilidad igual a 0.001 de ser sancionado por exceso de velocidad.

    - Calcular la probabilidad de que un conductor reciba su primera multa por exceso de velocidad la decimoquinta vez que coja su coche tras la aplicación de la nueva normativa.

    - ¿Cuál es la probabilidad de que un conductor coja su coche al menos tres veces hasta que reciba la primera multa (el día donde ponen la multa contabiliza como coger el coche)?

    - ¿Cuál es la probabilidad de que un conductor pierda su permiso de conducir la novena vez que coge el coche?

- **AP. 29** El número medio de clientes que entra en una tienda cada 10 minutos es 6 clientes.

    - Calcular la probabilidad de que en 10 minutos entre por lo menos 1 cliente.

    - Calcular la probabilidad de que en 50 minutos entren más de 20 clientes en la tienda.

- **AP. 30** De un grupo de 20 empleados, 15 hombres y 5 mujeres, se desea seleccionar 6 personas para realizar un trabajo.
  - Represente la función de probabilidad y la función de distribución asociadas a este experimento aleatorio.
  - ¿Cuál es la probabilidad de que haya 2 mujeres en el grupo?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que haya más de 2 mujeres en el grupo?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ningún hombre?

- **AP. 31** El jugador de la NBA, Marc Gasol (Memphis Grizzlies), tiene un porcentaje de acierto desde la línea de tiros libres del 84,81 %.
  - Si el récord de anotación de tiros libres en un partido de la NBA es de 28 y Marc lanza una media de 30 tiros libres por partidos, ¿qué probabilidad hay de que supere el récord?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que lanzar más de 10 tiros para anotar 8?

- **AP. 32** A partir de un estudio económico temporal, se determina que por término medio 6.8 empresas del sector de la construcción presentan suspensión de pagos a sus trabajadores.
  - Calcular la probabilidad de que ninguna empresa del sector presente suspensión de pagos durante un trimestre.
  - Calcular la probabilidad de que al menos dos empresas del sector presenten suspensión de pagos durante un determinado año.

PRÁCTICA 6: VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

- **AP. 33** Representa gráficamente la función de densidad de las siguientes distribuciones Normales y razona el resultado obtenido:

$$N(0;1) \quad N(5;1) \quad N(10;2) \quad N(10;3) \quad N(10;4)$$

- **AP. 34** Representa las funciones de probabilidad de las siguientes distribuciones y razona el resultado obtenido:

$$Bi(10;0{,}5) \quad Bi(25;0{,}5) \quad Bi(50;0{,}5) \quad Bi(75;0{,}5) \quad Bi(100;0{,}5)$$

- **AP. 35** Representa las funciones de probabilidad de las siguientes distribuciones y razona el resultado obtenido:

$$P(1) \quad P(7) \quad P(10) \quad P(30) \quad P(50)$$

- **AP. 36** La concentración de plomo de un determinado material sigue una ley Normal de media 0,22 partes por millón y desviación típica 0,12. Una concentración de 0,6 o más en este tipo de materiales se considera muy alta para un fin específico.
  - ¿Cuál es la probabilidad de que este material pertenezca a la categoría muy alta para este fin?
  - ¿Entre qué límites se encuentra el 80 % central de la concentración de plomo en este material?
  - De 8 muestras de este material seleccionadas independientemente, ¿cuál es la probabilidad de que 2 pertenezcan a la categoría de muy alta?

- **AP. 37** Los administradores de cierta industria han notado que su producto tiene una vida media de 6 años. Si la vida útil de ese producto puede considerarse una variable aleatoria distribuida de forma exponencial:
  - ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un artículo de dicha producción dure más de 4 años?
  - ¿Cuál debe ser el tiempo de garantía que deberán tener dichos productos si se desea que a lo más el 20 % de éstos fallen antes de que expire su garantía?

- **AP. 38** Representa gráficamente las funciones de densidad de las siguientes distribuciones de probabilidad y calcula los percentiles 0,025 y 0,975:

(a)

PERCENTIL	$t(1)$	$t(5)$	$t(100)$
0,025			
0,975			

(b)

PERCENTIL	$\chi^2(2)$	$\chi^2(5)$	$\chi^2(8)$
0,025			
0,975			

(c)

PERCENTIL	$F(4;5)$	$F(16;10)$	$F(100;20)$
0,025			
0,975			

- **AP. 39** El 2 % de los tornillos fabricados por una máquina presentan defectos. Si tenemos un lote de 2000 tornillos, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 50 defectuosos? Calcular esta probabilidad mediante una distribución discreta y aplicar el Teorema Central del Límite para aproximar a la Normal. Comparar el valor obtenido con una y otra distribución.

- **AP. 40** En una curva peligrosa ocurren, de forma independiente y aleatoria, una media de 20 accidentes al año. Calcular la probabilidad de que en un año:

  - Ocurran más de 25 accidentes

  - Ocurran menos de 18 accidentes.

  - Ocurran entre 16 y 22 accidentes ambos inclusive.

  Calcular estas probabilidades mediante una distribución discreta y aplicar el Teorema Central del Límite para aproximar a la distribución Normal. Comparar los resultados.

PRÁCTICA 7: INTERVALOS DE CONFIANZA PARA UNA POBLACIÓN

- **AP. 41** Se recibe un lote muy grande de artículos provenientes de un fabricante que asegura que el porcentaje de artículos defectuosos en la producción es del 1 %. Al seleccionar una muestra aleatoria de 200 artículos se descubren 8 defectuosos. Obtenga los intervalos de confianza al 90 %, 95 % y 99 % para la verdadera proporción de artículos defectuosos en el proceso de manufactura del fabricante. ¿Qué se podría concluir con respecto a la afirmación del fabricante?

    - Intervalo de confianza al 90 % para la proporción:

    - Intervalo de confianza al 95 % para la proporción:

    - Intervalo de confianza al 99 % para la proporción:

    - Conclusión:

- **AP. 42** Para determinar la anchura media de los neumáticos de una cierta marca de automóviles, se tomó una muestra, al azar, en la que se obtuvieron los valores (en cm):

154	220	206	187	182	173	169	207	215	211
165	194	199	184	177	213	189	180	191	146

  Suponiendo normalidad en los datos, determine:

    - Un intervalo de confianza al 95 % para la estatura media:

    - Un intervalo de confianza al 90 % para la varianza:

    - ¿Qué tamaño muestral sería necesario para obtener una precisión de 1cm. en la estimación de la media?:

- **AP. 43** Un fabricante de pilas alcalinas afirma que éstas tienen un tiempo medio de duración de 100 horas. Para verificar si dicho tiempo medio se mantiene, decide examinar 17 pilas cada semana. Con una confianza del 90 %, ¿qué conclusiones debería extraer este fabricante de esta muestra cuyo tiempo medio de duración es de 104.28 horas, con cuasivarianza muestral de 267.91 horas? Se asume que el tiempo de duración de las pilas alcalinas se distribuye normalmente.

    - Intervalo de confianza al 90 % para la media:

    - Conclusión:

- **AP. 44** Durante las negociaciones para la venta de una serie televisiva, la compañía productora de la misma afirmó que ésta acapararía una audiencia fiel y que la desviación típica del número de espectadores sería de 20.000. Los niveles de audiencia (en miles de personas) de 10 capítulos de la serie, elegidos aleatoriamente, han sido los siguientes:

682	553	555	666	657	649	522	568	700	552

  Suponiendo que los niveles de audiencia siguen una distribución normal y con un 95 % de confianza. ¿La afirmación de la compañía productora queda probada con los datos disponibles?

  - Intervalo de confianza al 95 % para la desviación típica:

  - Conclusión:

- **AP. 45** El gerente de una famosa Editorial afirma que el porcentaje de trabajadores que no alcanzan un límite mínimo de ventas es del 25 %. Se seleccionan de manera aleatoria 150 trabajadores. De entre los seleccionados, resulta que 50 no han conseguido llegar al límite de ventas mínimo establecido. A partir de un intervalo de confianza al 99 % para la proporción de trabajadores que no alcanzan el mínimo de ventas, compruebe si la afirmación del gerente es cierta.

  - Intervalo de confianza al 99 % para la proporción:

  - Conclusión:

- **AP. 46** La cámara de comercio de una ciudad está interesada en estimar la cantidad promedio de dinero que gasta la gente que asiste a congresos realizados en la ciudad. Una encuesta llevada a cabo entre una muestra aleatoria de congresistas obtuvo los siguientes datos expresados en euros:

150	175	163	148	142	189	135	274	168	152
158	184	134	146	155	163	189	180	191	146

  Si admitimos que la cantidad gastada al día es una variable aleatoria Normal, obtener los intervalos de confianza estimados al 90 % y 95 % para la cantidad promedio real, así como un intervalo de confianza al 95 % para la varianza desconocida.

  - Intervalo de confianza al 90 % para la media:

  - Intervalo de confianza al 95 % para la media:

  - Intervalo de confianza al 95 % para la varianza:

PRÁCTICA 8: CONTRASTES DE HIPÓTESIS PARA UNA POBLACIÓN

- **AP. 47** Un portal de e-business sabe que el 60 % de los visitantes que acceden a su web están interesados en adquirir sus productos pero son reacios al comercio electrónico y finalmente no realizan la compra por Internet. Sin embargo, en la dirección del portal se piensa que en el último año el porcentaje de gente que está dispuesta a comprar por Internet ha aumentado. Para comprobar esta afirmación se tomó una muestra de 500 visitantes para conocer su opinión y se observó que el 55 % no estaba dispuesto a realizar compras vía on-line. Con un nivel de significación del 2 %, ¿Puede concluirse que en el último año se ha reducido el porcentaje de gente que no está dispuesta a comprar por Internet?

  - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$
  - Estadístico de contraste:
  - Decisión del contraste:
  - Conclusión:

- **AP. 48** Una multinacional desea analizar el sueldo neto por año de sus empleados en las empresas situadas en España. Para ello se tomó una muestra de 20 trabajadores y se obtuvo el salario bruto anual de cada uno (en miles de euros).

18,26	13,21	17,87	15,25	20,76	15,14	19,81	16,94	20,39	18,88
20,65	16,64	22,49	23,53	14,97	22,37	18,47	18,91	18,24	19,15

  En los últimos años se había estimado que el salario medio anual de los trabajadores en España era de 18.000 euros. En cambio, el jefe de personal piensa que el sueldo medio anual ha disminuido. Suponiendo normalidad en los datos, comprueba si la afirmación que hace el jefe de personal es cierta.

  - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$
  - Estadístico de contraste:
  - Decisión del contraste:
  - Conclusión:

- **AP. 49** Con el objeto de estimar la variabilidad de la emisión diaria de gases de una planta industrial, se hacen 80 mediciones y se obtiene que la desviación típica muestral es de 5,55 toneladas diarias. Por su parte, el jefe de la planta afirma que la variabilidad es de 4 toneladas diarias. Suponiendo normalidad en los datos, ¿podríamos afirmar que el jefe de la planta está en lo cierto?

  - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{ll} H_0 : & \\ H_1 : & \end{array} \right\}$

  - Estadístico de contraste:

  - Decisión del contraste:

  - Conclusión:

- **AP. 50** El control de calidad una fábrica de pilas y baterías sospecha que hubo defectos en la producción de un modelo de batería para teléfonos móviles, bajando su tiempo de duración. Hasta ahora, el tiempo de duración en conversación seguía una distribución normal con media 300 minutos. Sin embargo, en la inspección del último lote producido, antes de enviarlo al mercado, se obtuvo que de una muestra de 60 baterías el tiempo medio de duración en conversación fue de 290 minutos. Suponiendo que ese tiempo sigue siendo Normal, ¿Se puede concluir que las sospechas del control de calidad son ciertas a un nivel de significación del 3 %?

  - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{ll} H_0 : & \\ H_1 : & \end{array} \right\}$

  - Estadístico de contraste:

  - Decisión del contraste:

  - Conclusión:

- **AP. 51** Un fabricante de detergente líquido está interesado en la uniformidad de la máquina que utiliza para llenar las botellas. De manera específica, es deseable que la varianza del proceso de llenado sea menor que 0.01, de otro modo existe un porcentaje de botellas mayor que el deseable con un contenido menor de detergente. Supóngase que la distribución del volumen de llenado es aproximadamente Normal. Al tomar una muestra aleatoria de 20 botellas se obtiene una varianza muestral de 0.0153. ¿Tiene el fabricante problemas en el proceso de llenado de las botellas?

  - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$

  - Estadístico de contraste:

  - Decisión del contraste:

  - Conclusión:

- **AP. 52** Supongamos que trabajamos para un candidato a la alcaldía de nuestra ciudad y nos encontramos en plena campaña electoral. Nuestro candidato estima que tiene el apoyo del 55 % de los votantes. Sin embargo, acaban de llegar a nuestra oficina los datos de una encuesta reciente en la que sólo 86 de 200 potenciales votantes (seleccionados de forma aleatoria) optan por nuestra opción. Determinar con un nivel de significación del 1 % si se puede admitir el pronóstico de nuestro candidato.

  - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$

  - Estadístico de contraste:

  - Decisión del contraste:

  - Conclusión:

PRÁCTICA 9: INFERENCIA PARAMÉTRICA PARA DOS POBLACIONES

- **AP. 53** Se desea contrastar si dos procesadores se comportan de la misma forma, comparando el tiempo que tardan en realizar una determinada tarea. Los datos (en minutos) recogidos con ambos procesadores son:

Procesador A	34	45	31	43	40	41	33	29	41	33
Procesador B	29	42	32	29	36	42	26	28	38	37

  Suponiendo normalidad en los datos, ¿puede afirmarse que el procesador B se comporta mejor que el A en realizar esta tarea?

  - CONTRASTE DE VARIANZAS:
    - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$
    - Estadístico de contraste:
    - Decisión del contraste:
    - Conclusión:
    - Intervalo de confianza para el cociente de varianzas:

  - CONTRASTE DE MEDIAS:
    - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$
    - Estadístico de contraste:
    - Decisión del contraste:
    - Conclusión:
    - Intervalo de confianza para la diferencia de medias:

- **AP. 54** Un prestigioso diario de información general quiere estudiar la diferencia en intención de voto de los dos principales políticos de su país. Lo único que se conoce es que ambos partidos están muy igualados en cuanto a intención de voto. ¿A cuántas personas se deberían entrevistar para estimar, con una confianza del 95 %, dicha diferencia de intención de voto con un error menor del 1 %.

- **AP. 55** Se recogieron medidas del tiempo que tardaban 11 algoritmos en realizar una tarea antes y después de ser optimizados, obteniéndose los datos de la tabla (en minutos):

Antes	126	120	124	122	120	129	114	116	119	110	118
Después	119	116	117	122	127	122	110	120	112	112	111

  Suponiendo normalidad en los datos, contrastar si existe un descenso medio significativo del tiempo de ejecución tras la optimización de los algoritmos.

  - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$
  - Estadístico de contraste:
  - Decisión del contraste:
  - Conclusión:
  - Intervalo de confianza para la diferencia:

- **AP. 56** Se tienen dos muestras extraídas de poblaciones normales compuestas por 21 y 9 observaciones, con cuasivarianzas muestrales de 16 y 8, respectivamente. Con un nivel de significación del 5 %.

  - Contrastar la hipótesis de que la primera varianza poblacional supera a la segunda.
    - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$
    - Estadístico de contraste:
    - Decisión del contraste:
    - Conclusión:
    - Intervalo de confianza para el cociente de varianzas:
  - Contrastar la hipótesis de que la primera varianza poblacional supera a la segunda, suponiendo esta vez que los tamaños de muestras son de 60 y 120 respectivamente.
    - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$
    - Estadístico de contraste:
    - Decisión del contraste:
    - Conclusión:
    - Intervalo de confianza para el cociente de varianzas:

- **AP. 57** Se desea comparar si las ventas en dos kioscos de prensa se pueden considerar similares o por el contrario se diferencian en las ventas de prensa diaria y revistas. Se toma una muestra de 20 días en el primero y se establece que en 8 de ellos se vendió más prensa. En el segundo, en los mismos días, se contabilizó más ventas de prensa en 11 días. Plantear un contraste de hipótesis para la diferencia de proporciones de prensa vendida en ambos kioscos y dar un intervalo de confianza del 99 % para dicha diferencia. ¿Podemos decir que se vendió más prensa en el segundo kiosco?

  - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$
  - Estadístico de contraste:
  - Decisión del contraste:
  - Conclusión:
  - Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones:

- **AP. 58** El tiempo de estudio de dos grupos de alumnos es el siguiente: el primer grupo tiene un tiempo medio de 5,4 horas al día y está formado por 28 alumnos, el segundo grupo está compuesto por 36 alumnos y su tiempo medio de estudio es 6,5 horas. Si las varianzas son desconocidas pero se suponen iguales y las cuasivarianzas son 1,1 y 1,7 respectivamente, ¿se puede concluir que el tiempo medio de estudio es igual en los dos grupos?

  - Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$
  - Estadístico de contraste:
  - Decisión del contraste:
  - Conclusión:
  - Intervalo de confianza para la diferencia de medias:

PRÁCTICA 10: ANOVA E INFERENCIA NO PARAMÉTRICA

- **AP. 59** La siguiente tabla expresa el tiempo (en minutos) que un automovilista invierte en llegar al trabajo los cinco días de la semana por cuatro rutas distintas:

R-1	22	26	25	25	31
R-2	25	27	28	26	29
R-3	26	29	33	30	33
R-4	6	28	27	30	30

Se desea saber si las diferencias de tiempo en los distintos días y en las distintas rutas son significativas o se deben al azar.

- Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$

- Tabla ANOVA:

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrado Medio	E.C.	p-valor
Entre Grupos Intra Grupos					
Total					

- Decisión del contraste:

- Conclusión:

- **AP. 60** Se ha realizado un experimento para juzgar el efecto de cuatro tipos distintos de SIMM de memorias sobre tres modelos de placas en el tiempo de ejecución de un determinado algoritmo matemático, obteniéndose los siguientes resultados:

	SIMM 1	SIMM 2	SIMM 3	SIMM 4
Placa A	45.9	57.6	52.2	41.7
Placa B	46.0	51.0	50.1	38.3
Placa C	45.7	56.9	55.3	48.1

Justifica si las diferencias entre los módulos y las placas son significativas o se deben al azar para un nivel de significación del 2 %.

- Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$

- Tabla ANOVA:

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrado Medio	E.C.	p-valor
Entre Grupos Intra Grupos					
Total					

- Decisión del contraste:

- Conclusión:

- **AP. 61** Se ha seleccionado aleatoriamente una muestra de 82 estudiantes de institutos públicos y otra con 46 estudiantes de centros privados y se ha considerado la nota en Educación Física para cada uno de ellos. Los datos obtenidos vienen resumidos en la siguiente tabla:

	Insuf	Suf o Bien	Notable	Sobresaliente
Centro Privado	6	14	17	9
Instituto Público	30	32	17	3

Se desea contrastar la hipótesis de que la distribución de notas en Educación Física es independiente del tipo de centro de enseñanza.

- Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$

- Tabla de Frecuencias Esperadas:

	Insuf	Suf o Bien	Notable	Sobresaliente
Centro Privado				
Instituto Público				

- Estadístico del contraste:

- Decisión del contraste:

- Conclusión:

- **AP. 62** Los estudiantes de una Escuela de Ingeniería proceden de Bachillerato o de Formación Profesional. Se desea saber si este hecho tiene influencia en que el estudiante abandone sus estudios el primer año de cursar la carrera. Con este objeto se ha realizado una encuesta sobre una muestra de ambos grupos de alumnos, obteniéndose los siguientes resultados:

	Sí abandonaron	No abandonaron
Bachillerato	24	50
Formación Profesional	6	10

¿Qué conclusión debe adoptarse al 5 % de significación?

- Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$

- Tabla de frecuencias esperadas:

	Sí abandonaron	No abandonaron
Bachillerato		
Formación Profesional		

- Estadístico del contraste:

- Decisión del contraste:

- Conclusión:

- **AP. 63** Los siguientes datos son las edades de una muestra de personas seleccionadas entre los visitantes de un Bingo

32	23	64	31	74	44	61	33	66	73
27	65	40	54	23	43	58	87	58	62
68	89	93	24	73	42	33	63	36	48
77	75	37	59	70	61	43	68	54	29
48	81	57	97	35	58	56	58	57	45

Realiza un test Chi-cuadrado de bondad de ajuste para decidir si puede aceptarse que las edades sigan una distribución normal.

- Hipótesis del contraste: $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \right\}$

- Estadístico del contraste:

- Decisión del contraste:

- Conclusión:

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PRÁCTICAS:

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PRÁCTICAS:

PRÁCTICA 1:

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA UNIVARIANTE

PROBLEMA 1. 1.
Un voltímetro realizó medidas de tensión en 10 ocasiones obteniéndose los siguientes resultados medidos en voltios:

$$219{,}7 - 221{,}2 - 223{,}1 - 221{,}8 - 220{,}5 - 218{,}6 - 221{,}9 - 222{,}7 - 218{,}8 - 220{,}1$$

(a) Calcula la media, mediana, varianza y desviación típica.

(b) Debido a un error de calibración en el voltímetro, se decide sumar 0.5 voltios a cada una de las mediciones. ¿Cómo afecta este error a los parámetros obtenidos en el apartado anterior?

SOLUCIÓN: (a) $\overline{X} = 220{,}84$ voltios, $Me = 220{,}85$ voltios, $S^2 = 2{,}1884$, $S = 1{,}4793$ voltios; (b) $\overline{X} = 221{,}34$ voltios, $Me = 221{,}35$ voltios, $S^2 = 2{,}1884$, $S = 1{,}4793$ voltios.

PROBLEMA 1. 2.
En la medición de la longitud de una barra de acero en milímetros se utilizó un láser de alta precisión con medida automática, En la tabla se adjuntan las 100 medidas efectuadas. Determina la moda, mediana, media, desviación típica y percentiles 5 y 95.

Medición	508.6	508.7	508.8	508.9	509.0	509.1	509.2	509.3	509.4	509.5
Frecuencia	11	34	21	9	8	6	5	3	2	1

SOLUCIÓN: $\overline{X}$ = 508,84 mm, S = 0,2079 mm, Mo = 508,7 mm, Me = 508,8 mm, p_5 = 508,6 mm, p_{95} = 509,3 mm.

PROBLEMA 1. 3.
Un operario de una fábrica de neumáticos inicia la comprobación de rutina del sensor de verificación de la soldadura de la napa carcasa en un puesto de montaje. Los resultados obtenidos sobre un total de 50 muestras son los siguientes:

Soldadura	Grosor (mm)	f_i
Déficit	$[0 - 3{,}5)$	0,12
Normal	$[3{,}5 - 6{,}5)$	0,64
Exceso	$[6{,}5 - 8{,}5)$	
Inadmisible	$[8{,}5 - 10)$	0,08

(a) ¿Qué porcentaje de los datos tuvo una soldadura en exceso o inadmisible?

(b) La normativa de neumáticos especifica que si el 30 % de los datos supera los 5 mm de grosor de soldadura, el sensor debe ser llevado a revisión para un recalibrado ¿Es necesario efectuar dicha revisión? ¿Por qué?

(c) Obtener el coeficiente de variación de los datos.

SOLUCIÓN: (a) 24 %; (b) Si, porque el 56 % de los datos es mayor a 5 mm; (c) $C.V. = 0{,}354$.

PROBLEMA 1. 4.
La siguiente tabla muestra la sobrecarga de temperatura de una máquina cuando está trabajando a pleno rendimiento:

Sobrecarga en °C	N° de casos
5 - 15	5
15 - 25	10
25 - 35	20
35 - 45	22
45 - 55	13
55 - 65	5

Calcula la media, mediana, varianza, desviación típica y coeficiente de variación.

SOLUCIÓN: $\overline{X} = 35{,}73°C$, $Me = 36{,}14°C$, $S^2 = 165{,}80°C^2$, $S = 12{,}88°C$, $C.V. = 0{,}36$.

PROBLEMA 1. 5.
Al realizar una comprobación de 100 pasos de rosca de un modelo de tornillo, se determinaron unas desviaciones respecto al modelo ideal. Las desviaciones medidas en micrómetros y agrupadas en clases se presentan en la siguiente tabla:

Clases	n_i	N_i	f_i
13-25	23		
25-37	33		
37-49		72	
49-61		90	
61-73	10		

(a) Completa las columnas de frecuencias absolutas (n_i), frecuencias acumuladas (N_i) y frecuencias relativas (f_i).

(b) Calcula la media y desviación típica de la distribución de frecuencias.

(c) Calcula la mediana y el percentil 70.

SOLUCIÓN: (b) $\overline{X} = 38{,}08\ \mu m$, $S = 15{,}47\ \mu m$; (c) $Me = 34{,}82\ \mu m$, $p_{70} = 47{,}5\ \mu m$.

PROBLEMA 1. 6.
En una determinada fábrica, con condiciones de humedad limitadas para evitar riesgo eléctrico, se tomaron medidas con un higrómetro durante 1358 días. Los datos agrupados en clases se muestran en la siguiente tabla:

Humedad (porcentaje)	n_i
25-35	17
35-45	116
45-55	493
55-65	545
65-75	187

(a) ¿Cuántos días estuvo la humedad por debajo del 55 por ciento?. ¿Y con más de 65?. ¿Y entre el cuartil primero y la mediana?.

(b) Calcula el percentil 80.

SOLUCIÓN: (a) 626 dias; 187 dias; 339 dias. (b) P_{80} =63.45 %.

PROBLEMA 1. 7.
En una industria de fabricación se generan una serie de residuos. Para valorar el volumen de los mismos se efectuó una medida durante 100 días registrándose en la siguiente tabla de frecuencias absolutas acumuladas:

Volumen (m^3)	[0,50)	[50,100)	[100,150)	[150,200)	[200,250]
N_i	25	60	90	98	100

(a) Calcula el porcentaje de días en los que se producen entre 100 y 200 metros cúbicos de residuos.

(b) Calcula el volumen medio de residuos.

(c) Calcula el número de días que hay entre el percentil 15 y el cuartil tercero.

(d) Obtener la mediana de la distribución de frecuencias.

SOLUCIÓN: (a) 38 %; (b) 88.5 m^3; (c) 60 días; (d) 85.71 m^3.

PROBLEMA 1. 8.
En una fábrica de motores se realizaron medidas de ruido con un medidor de sonidos a 350 motores. Los datos obtenidos se presentan en la siguiente tabla:

x_i	n_i
70	14
80	42
90	63
100	84
110	70
120	
130	

(a) Calcula la desviación típica sabiendo que la media es 101.6 decibelios.

(b) ¿Qué nivel de ruido en decibelios es superado por el 40 % de los datos?

SOLUCIÓN: (a) $S = 15{,}41$ decibelios; (b) 110 decibelios.

PROBLEMA 1. 9.
Se midieron los niveles de un contaminante en agua a unas muestras de un subproducto de fabricación industrial. Los niveles de concentración agrupados en 7 intervalos, junto con la mayoría de sus frecuencias relativas (f_i), se presentan en la siguiente tabla:

Intervalo	[8 - 9)	[9 - 10)	[10 - 11)	[11 - 12)	[12 - 13)	[13 - 14)	[14 - 15]
f_i	0.05	0.15	0.3		0.1	0.025	0.025

(a) Obtener el coeficiente de variación de los datos.

(b) ¿Es la media un buen representante para este conjunto de datos?

(c) ¿Que nivel de contaminante es superado por el 30 % de los datos?

SOLUCIÓN: (a) $\overline{X} = 10{,}975$; $S^2 = 1{,}499 \Longrightarrow S = 1{,}2245$; $CV = 0{,}11$; (b) Si; (c)$P_{70} = 11{,}57$

PROBLEMA 1. 10.
En las pruebas de rendimiento de un aserradora automática se efectuaron 250 medidas de temperatura durante su proceso de trabajo. Los datos de temperatura agrupados en 6 intervalos, junto con la mayoría de sus frecuencias relativas (f_i), se presentan en la siguiente tabla:

Rendimiento	Temperatura °C	f_i
Bajo	[15-18)	0.04
Normal	[18-20)	0.12
Óptimo	[20-25)	0.40
Normal	[25-27)	
Normal-Alto	[27-30)	0.16
Sobrecargado	[30-35]	0.12

(a) ¿Cuál es la temperatura que superan el 50 % de las pruebas de este estudio?

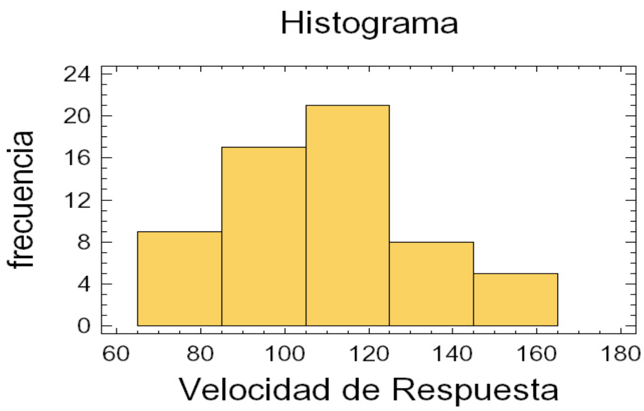
(b) ¿Qué % de pruebas tuvieron una temperatura de trabajo superior a 22°C ?

SOLUCIÓN: (a) 24.25 °C; (b) 68 %.

PROBLEMA 1. 11.
En un examen de imperfecciones de una pieza mecánica se efectuaron dos muestreos. En el muestreo A, la media de fallos fue de 6 con una desviación típica de 2, mientras que la media en el muestreo B fue de 5 con una desviación típica de 1. Una pieza del muestreo A tenía 8 imperfecciones y otra del B, 7. ¿Cuál de las dos piezas tuvo un número mayor de fallos de manera relativa?

SOLUCIÓN: La pieza del muestreo B.

PROBLEMA 1. 12.
Durante una serie de días se ha determinado la velocidad de respuesta de un algoritmo de medición en frio, obteniendose el siguiente histograma:



Construir la tabla de frecuencias asociada y determinar la velocidad media de este algoritmo así como su desviación típica.

SOLUCIÓN: $\overline{x} = 109.\widehat{3}$ y $S = 22{,}5364$.

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

PRÁCTICA 2:

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA BIVARIANTE

PROBLEMA 2. 1.
En unos altos hornos se está probando un nuevo compuesto químico que aumenta la dureza del acero fraguado. Para ello se añadió el compuesto en miligramos tomando posteriormente la medida de dureza del acero resultante. Los datos de las pruebas se encuentran a continuación:

Compuesto/Dureza	1,50-1,55	1,55-1,60	1,60-1,65	1,65-1,70	1,70-1,75	1,75-1,80
50-55	6	7	4	1	0	0
55-60	2	7	6	3	0	0
60-65	1	3	9	12	5	0
65-70	0	0	2	8	10	4
70-75	0	0	1	3	15	10
75-80	0	0	1	5	9	16

(a) Obtener las distribuciones marginales del compuesto y la dureza.

(b) Obtener la distribución del compuesto que produce una dureza en el acero entre 1,75 y 1,80.

(c) Estudiar la independencia de las variables.

SOLUCIÓN:
(a) Dureza: $9/150; 17/150; 23/150; 32/150; 39/150; 30/150$ y Comp.: $18/150; 18/150; 30/150; 24/150; 29/150; 31/150$;
(b) $Compuesto_{175-180}$: $0; 0; 0; 4/30; 10/30; 16/30$; (c) No son independientes.

PROBLEMA 2. 2.
Consideremos la variable bidimensional dada por la tabla siguiente:

Y / X	1.2	1.5	1.6
-1	1/15	1/15	1/30
0	1/30	2/15	1/45
1	1/45	3/30	3/30
3	3/15	1/45	3/15

Se pide:

(a) Determina las distribuciones marginales de X e Y.

(b) Calcula las medias y varianzas marginales.

(c) Obtener el valor de la covarianza entre X e Y. ¿Son independientes?.

SOLUCIÓN: (a) $X : 1/6; 17/90; 2/9; 19/45$ $Y : 29/90; 29/90; 16/45$; (b) $\overline{X} = 1{,}3222$; $S_X^2 = 2{,}44$; $\overline{Y} = 1{,}4389$; $S_Y^2 = 0{,}029$; (c) $S_{XY} = -0{,}0192$. No son independientes.

PROBLEMA 2. 3.
Los siguientes datos representan lecturas de fluidez de un determinado disolvente a 12 temperaturas distintas:

Tª (°C):	22	27	29	32	35	40	48	50	51	57	67	71
FLUIDEZ:	131	106	123	122	121	147	115	163	138	141	176	172

Calcula el coeficiente de correlación lineal y la recta de regresión mínimo cuadrática de la fluidez sobre la temperatura.

SOLUCIÓN: $r = 0{,}787$ $\quad \hat{y} = 1{,}13x + 88{,}19$

PROBLEMA 2. 4.
Los siguientes datos representan las calificaciones de 10 alumnos elegidos al azar en las asignaturas de Matemáticas y Física:

MATEMÁTICAS :	5	8	7	3	4	4	9	8	2	7
FÍSICA :	6	8	6	5	5	4	9	6	5	6

(a) Dibuja el diagrama de dispersión.

(b) Halla el coeficiente de correlación.

(c) Determina las rectas de regresión mínimo cuadráticas de la calificación en Matemáticas sobre la calificación en Física, y recíprocamente.

(d) Predice la nota en Física de un alumno que haya obtenido una calificación de 6 en Matemáticas.

SOLUCIÓN: (b) $r = 0{,}805$; (c) $r_{X/Y} \Rightarrow \hat{x} = -2{,}1 + 1{,}3y$; $r_{Y/X} \Rightarrow \hat{y} = 3{,}155 + 0{,}499x$; (d) $\hat{y}(6) = 6{,}15$

PROBLEMA 2. 5.
En las pruebas de dureza de un producto, los siguientes datos representan los tests aplicados a 10 muestras del material a diferentes temperaturas:

DUREZA:	17	23	25	36	38	40	42	46	55	62
T^a (°C).:	37	58	14	43	27	60	25	33	19	49

(a) Representa el diagrama de dispersión correspondiente. A la vista de éste, ¿puede sacarse alguna conclusión?.

(b) Calcula el coeficiente de correlación lineal.

SOLUCIÓN: (b) $r = -0{,}0388$

PROBLEMA 2. 6.
Con objeto de analizar si existe relación lineal entre el consumo de la energía eléctrica (X) en kw/hora y el volumen de producción (Y) en miles de euros de una empresa, se ha obtenido la siguiente información

$$\bar{x} = 0{,}151 \quad \bar{y} = 94{,}6 \quad s_x = 0{,}055 \quad s_y = 56{,}246 \quad s_{xy} = -2{,}870,$$

se pide ajustar la recta de regresión lineal que explica el consumo de electricidad en función del volumen de producción. Razona la validez de la recta ajustada.

SOLUCIÓN: $\hat{x} = 0{,}237 - 0{,}00091 \cdot y$; $R^2 = 0{,}86$

PROBLEMA 2. 7.
Sabiendo que $\bar{x} = 3$, $s_x^2 = 6$, $s_y^2 = 8$ y que la recta de regresión de Y sobre X es $\hat{y} = 4 - 0{,}667 \cdot x$, obtener la recta de regresión de X sobre Y.

SOLUCIÓN: $\hat{x} = 4 - 0{,}5 \cdot y$

PROBLEMA 2. 8.
Para la inspección de una pieza recién fabricada, se le aplica un proceso refrigerante de alta velocidad que le permite llegar a una temperatura adecuada. El proceso dura unos minutos y los datos de tiempo y temperatura se adjuntan en la siguiente tabla:

Temperatura (°C)	253	232	210	200	191	187
Tiempo (m)	2	3	4	5	6	7

(a) Determina la recta de regresión del tiempo sobre temperatura.

(b) ¿En qué minuto se alcanzarán los 25°?

(c) ¿Qué podemos decir de la bondad del ajuste? ¿por qué?

SOLUCIÓN: (a) $\hat{y}(x) = 19{,}407 - 0{,}07 \cdot x$; (b) $\hat{y}(25) = 17{,}65$ m; (c) $R^2 = r^2 = 0{,}929$.

PROBLEMA 2. 9.
En la primera prueba de seguimiento realizada por los alumnos de GITI en el último curso, los resultados obtenidos fueron los que se muestran en la siguiente tabla:

Nota	n_i
0-2	13
2-4	37
4-6	59
6-8	47
8-10	53

(a) Estos mismos individuos obtuvieron en la segunda prueba de seguimiento una nota media igual a 6.1 con una desviación típica igual a 2.3. Sabiendo que $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 39{,}5$, ¿Cuál es el coeficiente de correlación lineal entre las notas obtenidas en ambas pruebas?

(b) ¿Qué nota se espera que tenga en promedio en la segunda prueba de seguimiento un individuo que ha obtenido un 8.75 en la primera prueba?

SOLUCIÓN: (a) $r = 0{,}67$; (b) $\hat{y}(8{,}75) = 7{,}93$.

PROBLEMA 2. 10.
Se quiere estudiar la relación existente entre la conductividad eléctrica de un fluido (X) y la concentración de una sustancia específica en el mismo (Y). De un primer estudio, se tiene que el coeficiente de correlación entre ambas variables es $r = -0{,}9$ y además que $\sum_{i=1}^{100} x_i = 100$ y $\sum_{i=1}^{100} y_i = 200$. No obstante, como esta información es insuficiente, se realiza un segundo estudio del que se obtienen los siguientes resultados:

X	1	3	4	5	7
Y	21	15	12	9	3

Se pide

(a) Justificar cuál de las siguientes rectas podría ajustarse con los datos obtenidos en el estudio previo.

i) y = -2x + 2   iii) y = -2x + 4   v) y = 2x
ii) y = 3x - 1   iv) y = x + 1   vi) y = $\frac{1}{2}$x + $\frac{3}{2}$

(b) Calcular el coeficiente de variación de Y, según los datos del primer estudio, si se sabe que $\sum_{i=1}^{100} y_i^2 = 490$ y discutir en base a éste si la media de la variable Y es un buen representante de los datos.

(c) Obtener la recta de regresión que corresponde a las medidas realizadas en el segundo estudio.

SOLUCIÓN: (a) la ecuación iii) (b) $CV_Y = 0{,}4743$ (c) $\hat{y} = 24 - 3 \cdot x$

PROBLEMA 2. 11.
Con el fin de estudiar la influencia de la altura en la resistencia de los materiales de construcción, se sometió a una serie de estructuras de diferentes alturas (X), medidas en metros, a una prueba física violenta. Seguidamente se midió el tiempo en segundos que las soportaban sin verse afectadas (Y), obteniéndose las 2 rectas de regresión:

$$\hat{y} = 123{,}2 - 1{,}98 \cdot x \qquad \hat{x} = 56{,}72 - 0{,}38 \cdot y$$

(a) Calcula el coeficiente de correlación de Pearson. ¿Qué indica?

(b) Calcula la media de las variables X e Y.

SOLUCIÓN: (a) $r = -0{,}866$; (b) $\overline{x} = 40$ metros; $\overline{y} = 44$ seg.

PROBLEMA 2. 12.
Las variables X e Y expresan, respectivamente, la temperatura ambiente de trabajo (en grados centígrados) y la velocidad de respuesta de un algoritmo de medición en frío (en milisegundos), durante 12 días en los que se hicieron las pruebas:

X :	14.4	15.2	11.3	2.5	22.7	14.9	1.41	15.81	4.19	15.39	17.25	9.25
Y :	159	179	100	45	384	230	100	320	80	220	320	210

Determina el coeficiente de correlación por rangos de Spearman.

SOLUCIÓN: $r_s = 0{,}8951$

PROBLEMA 2. 13.
Durante las pruebas de elasticidad de un nuevo polímero, se efectuaron tests a diferentes temperaturas comprobando la distancia en metros a la que se podía estirar el compuesto. Los resultados obtenidos se adjuntan a continuación:

Temperatura (°C):	63	60	58	61	65	60	57	58	55	56
Elasticidad (m):	3.2	3.1	2.8	2.9	3.2	2.8	2.7	2.9	2.6	2.5

Determina el coeficiente de correlación por rangos de Spearman.

SOLUCIÓN: $r_s = 0{,}909$

PROBLEMA 2. 14.
En un proceso de fabricación de tornillos, el fabricante quería determinar si la proporción de tornillos defectuosos producidos por tres máquinas variaba de una máquina a otra. Para verificar esto ha seleccionado muestras de 400 tornillos de la producción de cada máquina y ha contado el número de tornillos defectuosos de cada muestra, obteniendo la siguiente tabla de frecuencias.

	Máquina		
	M1	M2	M3
Def.	16	44	5
No Def.	384	356	395

¿Podemos afirmar que la proporción de tornillos defectuosos depende de la máquina elegida?

SOLUCIÓN: $C = 0{,}178$.

PROBLEMA 2. 15.
Una máquina está compuesta por dos componentes básicas, X e Y. La componente X tiene tres posibles defectos y la Y tiene cuatro. Ordenados ambos de menor a mayor gravedad, la distribución conjunta viene dada por

X/Y	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
Tipo 1	0.02	0.10	0	0.08
Tipo 2	0.11		0.20	0.12
Tipo 3	0.08	0.07	0.10	0.05

(a) ¿Qué porcentaje de las veces se produce un defecto de tipo 2 en las componentes X e Y? ¿Qué porcentaje de los defectos de la componente X son de tipo 2?

(b) Determinar las distribuciones marginales de X e Y.

(c) Obtener la distribución de la componente Y para aquellos componentes de tipo X con defectos de tipo 2.

(d) Estudiar la independencia de las variables.

(e) Determinar a través del coeficiente adecuado el grado de dependencia entre X e Y.

SOLUCIÓN: (a) 0,07 y 0,5 respectivamente; (b) X : 0,2; 0,5; 0,3 Y : 0,21; 0,24; 0,3; 0,25; (c) $Y|X = tipo2$: 0,11/0,5; 0,07/0,5; 0,2/0,5; 0,12/0,5; (d) No son independientes. (e) C=0,4064

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

PRÁCTICA 3:

PROBABILIDAD

PROBLEMA 3. 1.
Sean A, B y C sucesos arbitrarios de un experimento aleatorio. Expresa los sucesos $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ y E_7 en función de A, B y C:

(a) E_1:'ocurren al menos dos de los sucesos A, B y C'

(b) E_2:'ocurren exactamente dos de los sucesos A, B y C'

(c) E_3:'ocurre al menos uno de los sucesos A, B y C'

(d) E_4:'ocurre exactamente uno de los sucesos A, B y C'

(e) E_5:'no ocurren más de dos de los sucesos A, B y C'

(f) E_6:'ocurren A y B pero no C'

(g) E_7:'no ocurren ninguno de los tres'

PROBLEMA 3. 2.
Supongamos un espacio muestral S que consta de cuatro elementos incompatibles entre sí $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ y sea P una función de probabilidad.

(a) Hallar $P(s_1)$ si $P(s_2) = 1/3,\ P(s_3) = 1/6,\ y\ P(s_4) = 1/9$

(b) Hallar $P(s_1)$ y $P(s_2)$ si $P(s_3) = P(s_4) = 1/4$ y $P(s_1) = 2P(s_2)$

(c) Hallar $P(s_1)$ si $P(s_2 \cup s_3) = 2/3,\ P(s_2 \cup s_4) = 1/2\ y\ P(s_2) = 1/3$

SOLUCIÓN: (a) $P(s_1) = 7/18$; (b) $P(s_1) = 1/3, P(s_2) = 1/6$; (c) $P(s_1) = 1/6$.

PROBLEMA 3. 3.
Una fábrica recibe mensualmente piezas, que pueden estar defectuosas o no, de dos empresas distribuidoras A y B, de acuerdo con la siguiente tabla:

	Def.	No def.
A	20	130
B	10	110

Si elegimos un artículo al azar, calcúlese:

(a) La probabilidad de que dicho artículo provenga de la empresa A.

(b) La probabilidad de que sea defectuoso.

(c) La probabilidad de que resulte defectuoso y sea de la empresa B.

(d) La probabilidad de ser defectuoso si sabemos que es de la empresa B.

(e) La probabilidad de ser de A supuesto que es defectuoso.

(f) La probabilidad de ser de A o bien ser de B.

(g) La probabilidad de ser de B o ser no defectuoso.

SOLUCIÓN: (a) 150/270; (b) 30/270; (c) 10/270; (d) 10/120; (e) 20/30; (f) 1; (g) 250/270.

PROBLEMA 3. 4.
Sean A, B y C tres sucesos incompatibles, con $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/4$ y $P(C) = 1/6$. Calcula las siguientes probabilidades:

(a) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

(b) $P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$

(c) $P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C)$

(d) $P(A - B)$

(e) Probabilidad de que exactamente se realice uno de los tres sucesos.

SOLUCIÓN: (a) $\frac{1}{4}$; (b) $\frac{1}{12}$; (c) $\frac{1}{6}$; (d) $\frac{1}{2}$; (e) $\frac{11}{12}$.

PROBLEMA 3. 5.
Dados dos sucesos aleatorios A y B se sabe que

$$P(\overline{B}) = \frac{3}{4} \quad \text{y} \quad P(A) = P(A/B) = \frac{1}{3}$$

(a) Razona si los sucesos A y B son independientes.

(b) Razona si los sucesos A y B son incompatibles.

(c) Calcula la $P(A \cup B)$

(d) Calcula las siguientes probabilidades: $P(A \cap \overline{B})$, $P(\overline{A} \cap B)$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

SOLUCIÓN: (a) Si son independientes; (b) No son incompatibles; (c) 1/2; (d) 1/4, 1/6 y 1/2 respectivamente.

PROBLEMA 3. 6.
Dados dos sucesos aleatorios A y B, sabemos que:

$$P(\overline{B}) = 0{,}5 \qquad P(\overline{A} \cap B) = 0{,}4 \qquad P(\overline{B} \cap A) = 0{,}3$$

(a) Calcula la $P(A)$

(b) Calcula la $P(A \cup B)$

(c) Calcula la $P(A/B)$ y la $P(B/A)$

(d) ¿Son A y B independientes?

SOLUCIÓN: (a) 0,4; (b) 0,8; (c) 0,2 y 0,25 respectivamente; (d) No son independientes.

PROBLEMA 3. 7.
Los alumnos de una Universidad han realizado una prueba de nivel de Inglés y Alemán que ha dado los siguientes resultados: el 30 % ha superado únicamente la prueba de Inglés, el 10 % ha superado únicamente la prueba de Alemán y el 20 % no ha superado ninguna de las dos pruebas. Elegido al azar un estudiante de esta universidad, determina razonadamente:

(a) La probabilidad de que haya superado ambas pruebas.

(b) La probabilidad de que, sabiendo que ha superado la prueba de Inglés, también supere la prueba de Alemán.

(c) La probabilidad de que, sabiendo que no ha superado la prueba de Inglés, si haya superado la prueba de Alemán.

SOLUCION: (a) 0,4; (b) 4/7; (c) 1/3.

PROBLEMA 3. 8.
En un censo realizado a un grupo de 500 personas, se escogió la siguiente información: 310 eran varones; 260 personas casadas; 300 tenían estudios superiores; 180 eran varones casados; 160 tenían estudios superiores y estaban casados; 200 eran varones con estudios superiores; y finalmente 140 eran varones casados, con estudios superiores. Si elegimos una persona al azar, ¿cual es la probabilidad de que ...

(a) ... sea varón o esté casada?

(b) ... sea mujer y no esté casada?

(c) ... no tenga estudios superiores y esté casada?

(d) ... sea hombre soltero o mujer sin estudios?

(e) ... sea mujer, soltera y sin estudios?

SOLUCIÓN: (a) $\frac{390}{500}$; (b) $\frac{110}{500}$; (c) $\frac{100}{500}$; (d) $\frac{220}{500}$; (e) $\frac{30}{500}$.

PROBLEMA 3. 9.
El 5 % de las aguas localizadas en las proximidades de centrales térmicas o plantas industriales presentan signos de contaminación química y térmica, siendo el 40 % contaminación química y el 35 % contaminación térmica.

(a) Calcula la probabilidad de que un arroyo que muestra contaminación térmica, tenga también contaminación química.

(b) Calcula la probabilidad de que un arroyo que muestra contaminación química, no tenga contaminación térmica.

(c) Calcula la probabilidad de que un arroyo no muestre contaminación.

(d) Calcula la probabilidad de que un arroyo muestre contaminación.

SOLUCIÓN: (a) 1/7; (b) 7/8; (c) 0,3; (d) 0,7.

PROBLEMA 3. 10.
Un proceso de fabricación desecha el 5 % de las piezas por tener algún tipo de defecto. Si seleccionamos aleatoriamente 6 piezas,

(a) ¿cuál es la probabilidad de que al menos 1 pieza sea defectuosa?.

(b) ¿Cuántas piezas deben revisarse como mínimo, si queremos que la probabilidad de encontrar al menos una pieza defectuosa en el lote sea mayor a 0,5?

SOLUCIÓN: (a) 0,2649; (b) Como mínimo 14 piezas.

PROBLEMA 3. 11.
Se eligen al azar 3 deportistas de un equipo con 10 integrantes para realizar un control antidopaje. Sabiendo que 2 de los jugadores del equipo han tomado sustancias prohibidas, ¿cuál es la probabilidad de elegir para el análisis al menos uno de los infractores?

SOLUCIÓN: 0,5333.

PROBLEMA 3. 12.
Se ha realizado un examen médico a los trabajadores de tres empresas (E_1, E_2 y E_3) y han sido declarados no aptos 5 de los 125 trabajadores de E_1, 18 de los 180 trabajadores de E_2 y 19 de los 95 trabajadores de E_3.

(a) Si un trabajador elegido al azar ha sido declarado apto para el trabajo, ¿Cuál es la probabilidad de que no pertenezca a E_1?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador elegido al azar pertenezca a E_2 y haya sido declarado apto para el trabajo?

SOLUCIÓN: (a) 0,6648; (b) 0,405.

PROBLEMA 3. 13.
Un ex alumno de GITI de la ESI de Cádiz está trabajando en la empresa Krauss-Maffei-Wegmann en Munich fabricando motores para trenes TALGO de última generación. En su control de calidad descubre que un error en una máquina está provocando que el 40 % de los motores produzcan unos valores altos de dióxido de carbono (CO_2), el 35 % unos niveles altos de dióxido de azufre (SO_2) y el 5 % unos valores altos de ambos subproductos de combustión (SO_2 y CO_2). Para poder aislar el problema, su jefe de sección, el señor Zimmerman, le solicita un informe que incluya la siguiente información:

(a) La probabilidad de que un motor que muestre niveles altos de dióxido de carbono CO_2, tenga también niveles altos de dióxido de azufre SO_2.

(b) La probabilidad de que un motor que muestre niveles altos de dióxido de azufre SO_2, no tenga niveles altos de monóxido de carbono CO_2.

(c) La probabilidad de que un motor tenga valores normales de ambos gases.

(d) La probabilidad de que un motor tenga emisión elevada de gases.

SOLUCIÓN: (a) 0,125; (b) 0,857; (c) $0,3$; (d) $0,7$.

PROBLEMA 3. 14.
El 20 % de los empleados de una empresa son ingenieros y el 30 % son economistas. De los empleados restantes, el 10 % ocupa un puesto directivo, mientras que entre los ingenieros el 75 % son directivos y entre los economistas el 40 % son directivos.

(a) Si un empleado elegido al azar no es directivo, ¿cuál es la probabilidad de que no sea un ingeniero?

(b) Si elegimos un empleado al azar y resulta que es directivo, ¿qué es más probable que sea economista o que sea ingeniero?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar un empleado al azar, no sea ni ingeniero ni directivo?

SOLUCIÓN: (a) 0,9265; (b) Es más probable que sea ingeniero (0,46875) que economista (0,375); (c) 0,63.

PROBLEMA 3. 15.
Como medida de seguridad en el funcionamiento de un sistema se ha instalado una alarma. La probabilidad de que se produzca un peligro es 0,1. Si se produce, la probabilidad de que la alarma funcione es de 0,95, mientras que la probabilidad de que la alarma se active sin que exista peligro alguno es de 0,03.

(a) Determina la probabilidad de que funcione la alarma.

(b) Si la alarma se ha activado, ¿cuál es la probabilidad de que no exista ningún peligro?

(c) Si la alarma no se ha activado, ¿cuál es la probabilidad de que exista algún peligro?

(d) ¿Cuál es la probabilidad de que la alarma se active y no exista ningún peligro?

SOLUCIÓN: (a) 0,122; (b) 0,2213; (c) 0,0057; (d) 0,027.

PROBLEMA 3. 16.
Para el tratamiento de una mala combustión de un tipo de motor, se dispone de tres aceites. El porcentaje de motores que utiliza el aceite A_1 es el 40 %, el del aceite A_2 es el 40 % y el del A_3 es el 20 %. Estudios que se realizaron en diversos laboratorios han comprobado que A_1 produce mejoras en el 3 % de los motores, A_2 los mejora en el 5 % y A_3 mejora el rendimiento en el 12 % de los motores.

(a) Si un motor ha mejorado en su combustión ¿Cuál es el aceite que se le ha administrado con mayor probabilidad?

(b) Si un motor no ha tenido ninguna mejora ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido utilizado el A_1?

SOLUCIÓN: (a) Los aceites ordenados de mayor a menor eficacia quedan: $A_3 \rightarrowtail A_2 \rightarrowtail A_1$; (b) 0,411.

PROBLEMA 3. 17.
El 55 % de los alumnos de la Universidad de Cádiz utiliza en su desplazamiento transporte público, el 30 % usa vehículo propio y el resto va andando. El 65 % de los que utilizan transporte público son mujeres, el 70 % de los que usan vehículo propio son hombres y el 52 % de los que van andando son mujeres.

(a) Elegido al azar un alumno/a, calcule la probabilidad de que sea hombre.

(b) Elegido al azar un alumno/a, calcule la probabilidad de que sea mujer o use vehículo propio.

(c) Elegido al azar un alumno/a entre aquellos que no utilizan el transporte público, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

(d) Elegida al azar una alumna de la universidad, ¿cuál es la probabilidad de que vaya andando?

SOLUCIÓN: (a) 0,4745; (b) 0,7355; (c) 0,3733; (d) 0,1484.

PROBLEMA 3. 18.
Los alumnos matriculados en el primer curso de Ingeniería se han dividido en 3 grupos $(G_1; G_2; G_3)$. El número de alumnos de G_2 y G_3 es el mismo, en cambio G_1 tiene tantos alumnos como G_2 y G_3 juntos. Un profesor propuso hace 3 semanas trabajo voluntario que hasta el momento han entregado el 30 % de los alumnos de G_1, el 20 % de los alumnos de G_2 y el 60 % de los alumnos de G_3.

(a) Sabiendo que un alumno no pertenece al grupo G_1, ¿cuál es la probabilidad de que haya entregado el trabajo voluntario?

(b) Sabiendo que un alumno no ha entregado el trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que no sea del grupo G_2?

SOLUCIÓN: (a) 0,4; (b) 0,6923.

PROBLEMA 3. 19.
Una caja contiene diez tornillos, de los que dos son defectuosos.

(a) Si vamos extrayendo tornillos, uno tras otro, hasta localizar los dos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de necesitar exactamente tres extracciones para localizarlos?

(b) Si extraemos, sin reemplazamiento, sólo dos tornillos y el segundo ha resultado ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que el primero también lo haya sido?

SOLUCIÓN: (a) 2/45; (b) 1/9.

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

PRÁCTICA 4:

VARIABLES ALEATORIAS

PROBLEMA 4. 1.
La variable aleatoria X se define como el número de interrupciones del suministro eléctrico que se producen en una ciudad a lo largo del año. La función de probabilidad de X viene dada por la tabla:

X_i	0	1	2	3	4	5
p_i	a	a	b	b	0.3	0.1

(a) Calcula a y b sabiendo que $E(X) = 2{,}8$.

(b) Calcula la probabilidad de que el número de interrupciones sea como mucho 3.

(c) Calcula la probabilidad de que el número de interrupciones sea al menos 1 y como mucho 3.

(d) Calcula la probabilidad de que el número de interrupciones sea al menos 1, sabiendo que es como mucho 3.

(e) Obtén y representa gráficamente la Función de distribución.

(f) Calcula el número medio, mediano y más frecuente de interrupciones.

(g) Calcula la varianza del número de interrupciones.

(h) Calcula los cuartiles.

SOLUCIÓN: (a) $a = 0{,}1$ y $b = 0{,}2$; (b) 0,6; (c) 0,5; (d) 0,83; (e) $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0{,}1 & 0 \leq x < 1 \\ 0{,}2 & 1 \leq x < 2 \\ 0{,}4 & 2 \leq x < 3 \\ 0{,}6 & 3 \leq x < 4 \\ 0{,}9 & 4 \leq x < 5 \\ 1 & x \geq 5 \end{cases}$; (f) 2,8, 3 y 4, respectivamente; (g) 2,16; (h) $Q_1 = 2$, $Q_2 = 3$, $Q_3 = 4$.

PROBLEMA 4. 2.
La variable aleatoria X representa el número averías atendidas cada día por el servicio técnico de un fabricante de teléfonos móviles. Su función de distribución viene dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 0 \\ 0{,}1 & si \quad 0 \leq x < 1 \\ 0{,}2 & si \quad 1 \leq x < 2 \\ 0{,}3 & si \quad 2 \leq x < 3 \\ 0{,}6 & si \quad 3 \leq x < 4 \\ 0{,}8 & si \quad 4 \leq x < 5 \\ 0{,}9 & si \quad 5 \leq x < 6 \\ 1 & si \quad x \geq 6 \end{cases}$$

(a) Halla la probabilidad de que en un día cualquiera sean atendidas más de 3 averías.

(b) Halla la probabilidad de que en un día cualquiera sean atendidas como mucho 2 averías.

(c) Halla la probabilidad de que en un día cualquiera sean atendidas al menos 2 averías.

(d) Halla la probabilidad de que en un día cualquiera sean atendidas más de 1 avería y menos de 5.

(e) Halla la probabilidad de que en un día cualquiera el número de averías atendidas sea mayor o igual que 1 pero menor que 4.

(f) Halla el número medio de averías atendidas por día.

(g) Halla $P[X > 1/X < 5]$.

SOLUCIÓN: (a) 0,4; (b) 0,3; (c) 0,8; (d) 0,6; (e) 0,5; (f) 3,1; (g) 0,75.

PROBLEMA 4. 3.
Una variable aleatoria discreta X tiene por función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 1 \\ 0{,}2 & si \quad 1 \leq x < 3 \\ 0{,}7 & si \quad 3 \leq x < 4 \\ a & si \quad 4 \leq x < 6 \\ 1 & si \quad x \geq 6 \end{cases}$$

(a) Calcula el valor de a sabiendo que $\mu = E(X) = 3{,}1$.

(b) Encuentra la función de probabilidad y calcula la $P[X > 2/X < 6]$.

SOLUCIÓN: (a) $a = 0{,}9$; (b)

x_i	1	3	4	6
p_i	0,2	0,5	0,2	0,1

y $P[X > 2/X < 6] = 0.\widehat{7}$.

PROBLEMA 4. 4.
Sabemos que el número de semanas de rehabilitación tras una lesión moderada de ligamentos de rodilla pueden ser desde una hasta cinco. Se ha podido comprobar que el 50 % de los individuos con esta lesión necesita menos de 3 semanas de rehabilitación, el 20 % necesita 3 semanas y el 30 % restante necesita más de 3 semanas.

(a) Escribe la función de probabilidad de la variable X=*"Nº de semanas de rehabilitación necesarias tras una lesión moderada de ligamentos de rodilla",* sabiendo que $E(X) = 2{,}7$ y la $V(X) = 1{,}61$.

(b) Una persona que lleva 1 semana de rehabilitación ha sido informada de que debe seguir el proceso, ¿cuál es la probabilidad de que termine el proceso antes de la cuarta semana?

SOLUCIÓN: (a)

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1

(b) 0.625.

PROBLEMA 4. 5.
Se lanzan un par de dados corrientes. Sea X la variable aleatoria que nos indica cual es el mayor de los dos números obtenidos.

(a) Determina la función de probabilidad de la variable X, su media, moda y varianza.

(b) Escribe su función de distribución, y calcula la $P(1 \leq X \leq 3)$.

SOLUCIÓN:

(a)

X	1	2	3	4	5	6
p_i	1/36	3/36	5/36	7/36	9/36	11/36

$\mu = 4{,}472$, $\sigma^2 = 1{,}971$ y $Mo = 6$.

(b)

t	< 1	$[1, 2)$	$[2, 3)$	$[3, 4)$	$[4, 5)$	$[5, 6)$	≥ 6
F(t)=P(X $\leq$ t)	0	1/36	4/36	9/36	16/36	25/36	36/36

y $P(1 \leq X \leq 3) = \frac{9}{36}$.

PROBLEMA 4. 6.
Una empresa dispone de 8 aparatos para la medición de un determinado parámetro, de los cuales 3 están defectuosos.

(a) Si un trabajador de la empresa va probando los aparatos hasta que encuentra uno que funciona bien, ¿Cuál es el número medio de aparatos que debe probar?

(b) Si otro trabajador selecciona aleatoriamente 4 de los aparatos, ¿cuál es la probabilidad de que funcionen bien al menos 3 de ellos?

SOLUCIÓN: (a) 1,5; (b) 0,5.

PROBLEMA 4. 7.
Sabemos que en un pequeño pueblo de la sierra se producen frecuentemente interrupciones del fluido eléctrico, de modo que los técnicos han determinado que la distribución mensual de este tipo de averías se ajusta a una Poisson de media 2.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un mes cualquiera haya más de 2 cortes del fluido?.

(b) Si se admite independencia del número de averías de un mes a otro, ¿cuál es la probabilidad de que durante un año haya más de 1 mes sin ninguna avería de este tipo?.

SOLUCIÓN: (a) 0,3233; (b) 0,4973.

PROBLEMA 4. 8.
La probabilidad de que un hombre acierte en el blanco en la disciplina tiro con arco es $\frac{1}{3}$.

(a) Si dispara 8 veces, ¿cuál es la probabilidad de que al menos haga dos dianas?

(b) Si dispara 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de que falle 7 veces?

(c) Si dispara 10 veces, ¿cuál es el número más probable de aciertos que tendrá?

(d) ¿Cuántas veces tendría que disparar para que la probabilidad de acertar por lo menos una vez sea mayor que $\frac{4}{5}$.

SOLUCIÓN: (a) 0,8049; (b) 0,2601; (c) 3 aciertos; (d) 4 disparos.

PROBLEMA 4. 9.
Suponiendo que un proceso de fabricación tiene una producción de piezas defectuosas del 25 %,

(a) ¿cuál es la probabilidad de tener que fabricar 9 piezas hasta encontrar la primera pieza defectuosa?

(b) ¿cuál es la probabilidad de tener que fabricar 10 piezas hasta encontrar la segunda pieza defectuosa?

(c) ¿cuál es la probabilidad de tener que fabricar 25 piezas hasta encontrar la sexta pieza defectuosa?

SOLUCIÓN: (a) 0,025; (b) 0,0563; (c) 0,0563.

PROBLEMA 4. 10.
Un biólogo desea capturar un ejemplar de una clase de mariposas que se encuentra en el ecosistema en un porcentaje del 15 %.

(a) Hallar la probabilidad de que tenga que cazar 10 mariposas de la clase no deseada antes de encontrar un ejemplar de la clase deseada.

(b) Hallar la probabilidad de que tenga que cazar 11 mariposas para encontrar el tercer ejemplar de la clase deseada.

(c) Si el biólogo ya ha capturado 50 mariposas. Calcule la probabilidad de que el número de ejemplares de la clase deseada se encuentre entre 7 y 9 ambos inclusive.

SOLUCIÓN: (a) 0,0295; (b) 0,0414; (c) 0,4298.

PROBLEMA 4. 11.
Un opositor se presenta a una prueba en la que se eligen al azar 6 temas de un total de 50, de los cuales tiene que contestar correctamente como mínimo 2 temas para superar la prueba

(a) Si se sabe correctamente 30 temas, ¿con qué probabilidad superará la prueba?

(b) Si se sabe correctamente 35 temas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos conteste correctamente a 5 de los temas elegidos?

SOLUCIÓN: (a) 0,9683; (b) 0,4086.

PROBLEMA 4. 12.
Se sabe que el 20 % de los mensajes que llegan a un determinado servidor llevan algún fichero adjunto.

(a) Determine la probabilidad de que, de los próximos 12 mensajes que se reciban, exactamente 4 lleven algún fichero adjunto.

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya que observar exactamente 7 mensajes para encontrar dos con algún fichero adjunto?

SOLUCIÓN: (a) 0,1329; (b) 0,0786.

PROBLEMA 4. 13.
El número de barcos de mercancías que operan en el puerto de la ciudad se ajusta a una distribución de Poisson, cuya media es 5 barcos los lunes, martes, miércoles, jueves y viernes, y de 2 barcos los sábados y domingos.

(a) Si elegimos un día al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ese día hayan estado operando al menos 3 barcos de mercancías?

(b) Si suponemos independencia entre un día y otro, ¿cuál es la probabilidad de que el puerto reciba durante el fin de semana (sábado y domingo) más de 3 barcos de mercancías en total?

SOLUCIÓN: (a) 0,7176; (b) 0,5665.

PROBLEMA 4. 14.
El número de días que se necesitan para la fabricación de un producto se ajusta a una distribución de Poisson de media 2,5 días. La siguiente tabla recoge el precio final que debe abonar el cliente en función del número de días que ha necesitado la fabricación del producto solicitado:

0 días	1 día	2 días	3 días	4 días o más
100 €	175 €	235 €	275 €	300 €

(a) Determinar el precio medio del producto fabricado.

(b) ¿Qué porcentaje de clientes abonan 300 euros?

SOLUCIÓN: (a) 235,91 €; (b) 24,24 %.

PROBLEMA 4. 15.
Una variable aleatoria X tiene como función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 1 \\ x - 1 & si \quad 1 \leq x < 2 \\ k - x & si \quad 2 \leq x < 3 \\ 0 & si \quad x \geq 3 \end{cases}$$

(a) Determina el valor de k.

(b) Calcula la media de X.

(c) Encuentra la función de distribución de X.

SOLUCIÓN: (a) $k = 3$; (b) $\mu = E(X) = 2$; (c) $F_X(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ (t^2 - 2t + 1)/2 & 1 \leq t < 2 \\ (-t^2 + 6t - 7)/2 & 2 \leq t < 3 \\ 1 & t \geq 3 \end{cases}$

PROBLEMA 4. 16.
Sea X la variable aleatoria que mide el tiempo (en minutos) que transcurre desde que se produce un accidente de circulación hasta que llegan al lugar los servicios de emergencia. La función de distribución de la variable X tiene la siguiente expresión:

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ at^2 + 0{,}2t & 0 \leq t \leq 10 \\ 1 & t > 10 \end{cases}$$

(a) Encontrar el valor de a.

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que los servicios de emergencia tarden menos de 5 minutos en acudir al lugar de un accidente?

SOLUCIÓN: (a) $a = -0{,}01$; (b) 0.75.

PROBLEMA 4. 17.
Una variable aleatoria continua X tiene como función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} & x \in (0, a) \\ 2 - \frac{2}{3}x & x \in [a, 3) \end{cases}$$

(a) Obtener el valor de a.

(b) Encontrar la función de Distribución de X.

(c) Obtener la media, mediana y moda de X.

SOLUCIÓN: (a) $a = 2$; (b) $F(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} & t < 0 \\ \frac{t^2}{6} & \text{si} & 0 \leq t < 2 \\ -\frac{t^2}{3} + 2t - 2 & \text{si} & 2 \leq t < 3 \\ 1 & \text{si} & t \geq 3 \end{cases}$; (c) $\mu = \frac{5}{3}$, $Me = \sqrt{3}$ y $Mo = 2$.

PROBLEMA 4. 18.
Una variable aleatoria continua X tiene como función de distribución:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < -a \\ 4t^3 + 4a^3 & \text{si} \quad -a \leq t \leq a \\ 1 & \text{si} \quad t > a \end{cases}$$

Obtener el valor de $a \in \mathbb{R}$, el coeficiente de variación y la moda.

SOLUCIÓN: (a) $a = \frac{1}{2}$; (b) $\mu = 0$, $CV = \nexists$ y $Mo = \pm\frac{1}{2}$.

PROBLEMA 4. 19.
El tiempo de vida de las bombillas de bajo consumo se ajusta a una distribución Normal, de la que sabemos que el percentil 25 está en 3 años y el percentil 75 está en 9 años.

(a) ¿Qué porcentaje de estas bombillas tienen un tiempo de vida inferior a 5 años?

(b) ¿A partir de qué valor del tiempo de vida, se encuentran el 10 % de las bombillas que tienen mayor duración?

SOLUCIÓN: (a) 0,4129; (b) 11,74 años.

PROBLEMA 4. 20.
Supongamos que una variable aleatoria en una población es normal con media 86 y varianza 25.

(a) Obtener el tercer cuartil y el percentil 20 de esta distribución.

(b) Obtener el valor de a tal que la probabilidad de que una observación esté entre $86 - a$ y $86 + a$ sea 0.9.

SOLUCIÓN: (a) 89,35 y 81,8; (b) 8,225.

PROBLEMA 4. 21.
El consumo diario de calorías estudiado en los individuos adultos de una población sigue una distribución Normal. Sabemos que el 20 % consume menos de 3416 cal./día y que el 33 % consume más de 3544 cal./día.

(a) Obtener μ y σ.

(b) Si un día determinado elegimos en la población a tres personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que alguno tenga un consumo inferior a 3544 cal.?

SOLUCIÓN: (a) $\mu = 3500\ cal.$ y $\sigma = 100\ cal.$ (b) 0,964.

PROBLEMA 4. 22.
La duración de un modelo de batería de litio que utiliza un fabricante de ordenadores portátiles tras su primera carga, se ajusta a un modelo normal con una varianza 0,16 horas. También conocemos que el 59.87 % de las baterías tienen una duración superior a 2.5 horas. Calcular el porcentaje de baterías que tras su primera carga tienen una duración entre 2 y 3.5 horas.

SOLUCIÓN: 92,1 %. Se debe calcular en primer lugar $\mu = 2{,}6$ horas.

PROBLEMA 4. 23.
Una empresa ha realizado un estudio para valorar la calidad del agua que abastece a una población. En el citado estudio ha encontrado un promedio de 2 microorganismos por ml. de agua. Si extraemos al azar una muestra de agua en esta población:

(a) ¿cuál es la probabilidad de que al tomar 3 ml. de agua, encontremos al menos 4 microorganismos?

(b) ¿cuál es la probabilidad de que al tomar 100 ml. de agua, encontremos más de 190 y menos de 220 microorganismos?

SOLUCIÓN: (a) 0,8488; (b) Aprox. Normal: 0,6648.

PROBLEMA 4. 24.
Se ha comprobado que el tiempo de vida de cierto tipo de marcapasos sigue una distribución exponencial con media de 16 años.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona a la que se le ha implantado este marcapasos se le deba reimplantar otro antes de 20 años?

(b) Si el marcapasos lleva funcionando correctamente 5 años en un paciente, ¿cuál es la probabilidad de que haya que cambiarlo antes de 25 años?

SOLUCIÓN: (a) 0,713; (b) 0,713.

PROBLEMA 4. 25.
El período de vida en años de un interruptor eléctrico tiene una distribución exponencial con un promedio de fallo de 2 años. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 8 de 10 de tales interruptores, que funcionan independientemente, fallen después del tercer año?.

SOLUCIÓN:0,00017

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

PRÁCTICA 5 :

INTERVALOS DE CONFIANZA

PROBLEMA 5. 1.
Se pretende estimar la media de bloques necesarios para la construcción de un chalet de 100 m^2, para ello se toma una muestra de 100 chalets (de dicha superficie) y se obtiene que la media de bloques utilizados ha sido de 1200. Sabiendo que la desviación típica poblacional es de 100 bloques, encuentra un intervalo al 90 % de confianza para la media poblacional.

SOLUCIÓN: $IC_{90\,\%}(\mu) = [1183{,}55; 1216{,}45]$

PROBLEMA 5. 2.
El número de ordenadores vendidos, mensualmente por cierta cadena de tiendas de informática, sigue una distribución normal. Con objeto de estimar la media de dicha distribución, se consideran las ventas realizadas por dichas tiendas durante 26 meses, obteniéndose una media de 10 ordenadores vendidos y una varianza muestral de 9.

(a) Estima la media poblacional mediante un intervalo de confianza del 99 %.

(b) Estima la desviación típica poblacional mediante un intervalo de confianza del 99 %.

SOLUCIÓN: (a) $IC_{99\,\%}(\mu) = [8,328; 11,672]$; (b) $IC_{99\,\%}(\sigma) = [2,233; 4,716]$.

PROBLEMA 5. 3.
Partiendo del hecho de que las notas de la asignatura de estadística del grado en industriales en los grupos A y B siguen una distribución normal con varianzas $\sigma_A^2 = 4$, $\sigma_B^2 = 3$ y que se desea estimar la diferencia entre las medias de dicha asignatura en ambos grupos, se consideran dos muestras independientes formadas por las notas de 28 alumnos de A y 29 alumnos de B obteniéndose que $\overline{A} = 7$ y $\overline{B} = 6{,}5$. Realiza la estimación mediante un intervalo de confianza del 95 %

SOLUCIÓN: $IC_{95\,\%}(\mu_1 - \mu_2) = [-0,473; 1,473]$

PROBLEMA 5. 4.
Una persona interesada en la compra de un quiosco recibe la oferta de los dueños de dos quioscos X e Y que desean venderlos. Para tomar una decisión, encarga un estudio sobre los beneficios diarios de éstos, obteniendo como resultado que ambos se distribuyen según una normal con igual varianza. Además, como estudio de los beneficios obtenidos por X en 14 días e Y en 16 días ha arrojado los siguientes resultados:

$$\overline{X} = 210 \text{ €}, \quad S_X^2 = 81; \quad \overline{Y} = 215 \text{ €} \quad S_Y^2 = 100$$

Teniendo en cuenta que el criterio adoptado por el comprador es el siguiente: "si el intervalo al 90 % de confianza para la diferencia entre los beneficios poblacionales medios de X e Y, obtenido a partir del resultado de ambos estudios, está formado por valores positivos, comprará el quiosco X y en caso contrario comprará el quiosco Y", ¿cuál será la decisión que tome?.

SOLUCIÓN: $IC_{90\,\%}(\mu_1 - \mu_2) = [-11,151; 1,151]$ Compra el quiosco Y

PROBLEMA 5. 5.
Ante el traslado de una Universidad de un edificio a otro es necesario contratar a una empresa de mudanzas. La oferta de una de ellas lleva a realizar un estudio del número de paquetes que dicha empresa ha extraviado durante su vida profesional, llegando a la conclusión de que el número de pérdidas por traslado sigue una distribución normal. Se desea estimar la varianza, para lo cual se obtienen las pérdidas producidas en los últimos 7 traslados, con los siguientes resultados:

$$21, 20, 19, 24, 15, 18, 19$$

Realiza la estimación con un intervalo de confianza del 95 %.

SOLUCIÓN: $IC_{95\,\%}(\sigma^2) = [3,164; 36,866]$

PROBLEMA 5. 6.
Se desea conocer el grado de satisfacción que tienen los ciudadanos con los productos de una determinada marca comercial. Para ello se ha realizado una encuesta a 1500 personas que han comprado algún producto de esta marca en el último año, encontrando que 900 de ellas estaban satisfechos con la compra realizada.

(a) Construye un intervalo de confianza al 99 % para la proporción de personas satisfechas con esta marca.

(b) ¿Que tamaño muestral sería necesario para que el error de estimación del intervalo anterior fuese inferior al 1 %?

SOLUCIÓN: (a) $IC_{99\,\%}(\pi) = [0,5675; 0,6325]$; (b) $n = 15926$.

PROBLEMA 5. 7.
El comité olímpico español está interesado en conocer si la celebración de las olimpiadas incrementa la práctica del deporte en España. Para ello encarga un estudio a una empresa pidiendo una estimación del porcentaje del incremento sufrido en la práctica deportiva. Dicha empresa decide realizar dos encuestas, una el año anterior y otra el año posterior a la realización de las olimpiadas, con tamaños 1000 y 1100 respectivamente resultando que para la primera son 200 las personas que afirman realizara algún deporte mientras que en la segunda son 330 las que realizan alguna práctica deportiva. Realiza la estimación mediante un intervalo de confianza del 95 %.

SOLUCIÓN: $IC_{95\,\%}(\pi_2 - \pi_1) = [0,0633; 0,1367]$

PROBLEMA 5. 8.
Para analizar la degradación de la señal emitida por una antena, se realizaron 10 pruebas y se obtuvieron los siguientes datos: la frecuencia de la señal en el momento de ser emitida (x_1) y la frecuencia de la señal al ser recibida (x_2). Los resultados medidos en megahercios fueron los siguientes:

Señal emitida (x_1)	1.75	1.8	1.78	2.01	2.48	2.58	2.98	2.65	2.01	3.87
Señal recibida (x_2)	1.56	1.45	1.75	0.84	2.02	2.41	2.75	1.44	1.55	2.02

Suponiendo normalidad en los datos, estime mediante un intervalo de confianza al 99 % la degradación media de la señal emitida por esta antena.

SOLUCIÓN: $IC_{99\,\%}(\mu_d) = (0{,}612 \pm 0{,}610) = (0{,}002\ ;\ 1{,}222)$

PROBLEMA 5. 9.
Una determinada empresa quiere saber si su nuevo producto tendrá más aceptación en la población adulta o entre los jóvenes. Para ello, considera una muestra de 400 adultos y otra muestra de 600 jóvenes, observando que sólo a 100 adultos y 300 jóvenes les había gustado su innovador producto. Determina un intervalo de confianza al 99 % para comparar las proporciones de adultos y jóvenes a los que les gusta el producto.

SOLUCIÓN: $IC_{99\,\%}(\pi_2 - \pi_1) = [0{,}1734; 0{,}3266]$

PROBLEMA 5. 10.
Se sabe que la estatura de las personas de una ciudad es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con varianza igual a 0,16 m^2. ¿Cuál sería el mínimo tamaño muestral necesario para que pueda decirse que la verdadera media de las estaturas está a menos de 2 cm de la media muestral, con un nivel de confianza del 90 %?

SOLUCIÓN: $n = 1083$

PROBLEMA 5. 11.
Con el fin de estudiar el gasto de combustible de dos motos procedentes de dos compañías diferentes, C1 y C2, se seleccionan al azar 9 motos de la compañía C1 y 12 de la C2. Las de la compañía C1 proporcionan una media de 18 km recorridos por cada litro de combustible, con una cuasivarianza de 1,1 $\mathrm{km}^2/\mathrm{l}^2$ y las de la compañía C2, una media de 15 km/l y una cuasivarianza de 2,9 $\mathrm{km}^2/\mathrm{l}^2$.
Sabiendo que la distancia recorrida por cada litro de combustible se distribuye normalmente en las dos compañías, calcula un intervalo de confianza al 90 % para el cociente de varianzas.

SOLUCIÓN: $IC_{90\,\%}\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) = [0{,}129; 1{,}256]$

PROBLEMA 5. 12.
La Cámara de Comercio de una ciudad está interesada en estimar la cantidad promedio de dinero que gasta la gente que asiste a congresos realizados en la ciudad. Una encuesta llevada a cabo entre una muestra aleatoria de congresistas obtuvo los siguientes datos expresados en euros: 150, 175, 163, 148, 142, 189, 135, 174, 168, 152, 158, 184, 134, 146, 155, 163. Si admitimos que la cantidad gastada al día es una variable aleatoria normal, obtener:

(a) Un intervalo de confianza estimado al 95 % para la cantidad promedio real.

(b) Un intervalo de confianza estimado al 95 % para la varianza desconocida.

SOLUCIÓN: (a) $IC_{95\,\%}(\mu) = [149,755; 167,245]$; (b) $IC_{95\,\%}(\sigma^2) = [147,035; 645,687]$

PROBLEMA 5. 13.
Un fabricante de componentes electrónicos quiere conocer el tiempo medio de vida de sus condensadores. Para ello ha construido, a partir de una muestra aleatoria de 25 condensadores, el siguiente intervalo de confianza al 90 % para estimar su duración media: $[504,304; 531,688]$. Suponiendo normalidad en los datos:

(a) determina el intervalo para la media al 95 %.

(b) determina el intervalo para la desviación típica al 95 %.

SOLUCIÓN: (a) $IC_{95\,\%}(\mu) = [501,489; 534,511]$; (b) $IC_{95\,\%}(\sigma) = [31{,}233; 55{,}646]$

PROBLEMA 5. 14.
Un instituto de investigaciones agronómicas siembra, en diez parcelas diferentes, dos tipos de maíz híbrido. Las producciones en quintales métricos por hectárea son las siguientes:

Híbrido A	90	85	95	87	88	93	92	86	82	80
Híbrido B	84	83	80	87	90	92	81	79	84	80

Construye un intervalo de confianza al 95 % para la diferencia de medias admitiendo que se distribuyen normalmente.

SOLUCIÓN: $IC_{95\,\%}(\mu_A - \mu_B) = [-0,327; 7,927]$

PROBLEMA 5. 15.
Para determinar la estatura media de los varones adultos andaluces, se tomó una muestra, al azar, de diez de ellos en la que se obtuvo los valores 162, 176, 169, 165, 171, 169, 172, 168, 167 y 175 centímetros. Admitiendo que los datos provienen de una característica poblacional que se distribuye normalmente, determina:

(a) Un intervalo de confianza estimado al 95 % para la estatura media.

(b) Un intervalo de confianza estimado al 99 % para la desviación.

(c) Estudia el tamaño muestral que se requiere para obtener la precisión que se desee en la estimación de la media.

SOLUCIÓN: (a) $IC_{95\,\%}(\mu) = [166,324; 172,476]$, (b) $IC_{99\,\%}(\sigma) = [2,656; 9,807]$, (c) $n > \frac{71,03}{\varepsilon^2}$

PROBLEMA 5. 16.
Un empresario, propietario de una gasolinera, está interesado en conocer la diferencia entre las cantidades que se consumen de gasolina y de gasoil en su estación de servicio. En una semana, se registraron las cantidades suministradas de combustible a dos muestras de vehículos de tal forma que a quince automóviles que solicitaron gasolina se les suministro una cantidad media de 27 litros, mientras que otros diez vehículos adquirieron una media de 23 litros de gasoil por vehículo. Para obtener información del consumo de carburantes en España, se consultó el anuario estadístico de una importante compañía petrolífera y se encontró que la varianza poblacional en el suministro de combustibles era de 100 $litros^2$ en el caso de la gasolina y de 80 $litros^2$ en el caso del gasoil. Si suponemos que el consumo de carburantes se distribuye normalmente, calcula un intervalo de confianza al 99 % para la diferencia entre los consumos medios de ambos tipos de carburantes.

SOLUCIÓN: (a) $IC_{99\,\%}(\mu_1 - \mu_2) = [-5,865; 13,865]$.

PROBLEMA 5. 17.
Para realizar un estudio sobre la resistencia a la ruptura del hilo de acero de un determinado calibre, se han seleccionado aleatoriamente 240 muestras y, sobre cada una de ellas se ha ejercido fuerza hasta que se produce la ruptura. La fuerza media ejercida ha sido de 90 kilopondios con una cuasidesviación típica de 16 kilopondios. Suponiendo normalidad en los datos:

(a) ¿Con qué nivel de confianza puede asegurarse que la media poblacional está dentro del intervalo $(90 \pm 1{,}7)$.?

(a) Construye el intervalo de confianza de μ con un nivel de confianza del 98 %. Calcula el error de estimación. Determina el tamaño muestral necesario para que el error de estimación sea inferior a 2 kilopondios.

SOLUCIÓN: (a) 90 %. (b) $IdC_{0,98}(\mu) = (87{,}6; 92{,}4)$, $\epsilon = 2{,}4$, $n = 347$.

PROBLEMA 5. 18.
Para determinar el incremento de potencia que produce en el motor de los coches la instalación de un nuevo modelo de carburador, se toman 12 motores de diferentes fabricantes y se determina dicho valor (medido en cv.). Sabiendo que la suma de estos datos es 1440, que la suma de sus cuadrados es 177832 y que los datos siguen una ley Normal, encontrar un intervalo de confianza para σ.

SOLUCIÓN: $I.C._{95\,\%}(\sigma) = [15{,}15, 36{,}32]$

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

PRÁCTICA 6 :

CONTRASTES DE HIPÓTESIS PARAMÉTRICOS

PROBLEMA 6. 1.
Un fabricante de vehículos desea saber si debe montar neumáticos diferentes en los trenes delanteros y traseros. Para ello ha medido el desgaste producido en 20 de ellos después de 10.000 km.

Delantero	23,4	21,7	18	23,2	16,8	19,1	18,7	19,8	25	21,5
Trasero	22,8	24,9	18	22,7	22,3	18,3	22,1	23,9	17,4	19

(a) ¿Confirman los datos la hipótesis de que el desgaste medio en el tren delantero es superior a 10 unidades?

(b) Calcula un intervalo de confianza al 95 % para el desgaste medio en el tren trasero.

(c) ¿Se puede afirmar que los neumáticos sufren el mismo desgaste en ambos trenes?

SOLUCIÓN: (a) $t_{exp} = 12{,}759 \in R.C. \rightarrowtail H_1$; (b) $IC_{95\,\%}(\mu_2) = [19{,}207; 23{,}073]$; (c) $t_{exp} = -0{,}346 \notin R.C. \rightarrowtail H_0$.

PROBLEMA 6. 2.
Los representantes sindicales de los trabajadores del sector industrial, afirman que la media de horas trabajadas por semana en este sector, es superior a las 40 horas recogidas en el Estatuto de los Trabajadores. Para valorar esta afirmación, hemos seleccionado una muestra aleatoria de 300 trabajadores del sector, resultando una media de 42,3 horas no trabajadas y una cuasi-desviación típica de 6. ¿Es aceptable la hipótesis de los sindicatos con un nivel de significación del 1 %?.

SOLUCIÓN: $z_{exp} = 6,64 \in R.C. \rightarrow H_1$.

PROBLEMA 6. 3.
Para contrastar una hipótesis sobre el coste, en euros, que suponen las averías de la CPU se toma una muestra de tamaño 101 cuyos resultados resumidos aparecen en la siguiente tabla:

Coste	**Nº de reparaciones**
De 7 € a 13 €	9
De 13 € a 19 €	20
De 19 € a 25 €	36
De 25 € a 31 €	26
De 31 € a 37 €	10

Suponiendo que la variable del coste se distribuye aproximadamente normal, contrastar con un 5 % de significación, que la varianza es de 80 €^{2}.

SOLUCIÓN: $\chi^2_{exp} = 54,615 \in R.C. \rightarrowtail H_1$.

PROBLEMA 6. 4.
Una empresa que desarrolla software ha instalado un nuevo sistema operativo en portátiles. El informático que ha creado este sistema afirma que la proporción de equipos que tendrán algún fallo en el SO antes de los 150000 arranques del sistema es inferior al 10 %. Se obtiene una muestra sobre 2200 portátiles que han llegado hasta las 150000 puestas en marcha y, de ellos, 208 han necesitado alguna reparación. Contrastar la hipótesis del informático con un nivel de significación del 5 %.

SOLUCIÓN: $z_{exp} = -0{,}853 \notin R.C. \rightarrowtail H_0$.

PROBLEMA 6. 5.
Una factoría que produce rodamientos esféricos para uso industrial ha introducido nueva maquinaria dentro del proceso de fabricación y están analizando los resultados obtenidos. Para estimar el diámetro medio (en milímetros) de las piezas fabricadas, han construido un intervalo de confianza al 95 % a partir de una muestra aleatoria de tamaño 25, obteniéndose el intervalo: (55,1 ; 60,9). Suponiendo normalidad en los datos:

(a) Con un nivel de significación $\alpha = 0{,}01$, ¿puede afirmarse que el diámetro medio de los rodamientos que se fabrican es superior a los 55 mm?

(b) Determine un intervalo de confianza al 98 % para la varianza poblacional de la variable estudiada.

SOLUCIÓN: (a) $t_{exp} = 2{,}135 \notin R.C. \rightarrowtail H_0$; (b) $IC_{98\,\%}(\sigma^2) = [27{,}557; 109{,}062]$

PROBLEMA 6. 6.
Se sabe que la desviación típica de las notas de cierto examen de Estadística es 2,4. Para una muestra de 36 estudiantes se obtuvo una nota media de 5,6. ¿Sirven estos datos para confirmar la hipótesis de que la nota media del examen fue inferior a 6, con una significación del 5 % ?

SOLUCIÓN: $z_{exp} = -1 \notin R.C. \rightarrowtail H_0$.

PROBLEMA 6. 7.
Una máquina fabrica tornillos de 1,5 milímetros de diámetro. Está demostrado que el uso a largo plazo de la máquina produce un desgaste en la misma que conlleva la fabricación de tornillos de un diámetro menor. Para comprobar si la máquina debe someterse a mantenimiento se toma una muestra de los últimos 15 tornillos fabricados:

$$1,44 - 1,17 - 1,29 - 1,56 - 1,45 - 1,28 - 1,20 - 1,44 - 1,31 - 1,37 - 1,31 - 1,50 - 1,58 - 1,27 - 1,53$$

Asumiendo que el diámetro de los tornillos se distribuye normalmente, plantea un contraste adecuado para decidir si la máquina se ha desgastado con un nivel de significación del 1 %.

SOLUCIÓN: $t_{exp} = -3,564 \in R.C. \rightarrowtail H_1$.

PROBLEMA 6. 8.
Se sabe que el 70 % de las personas a las que se realiza una determinada prueba requieren algún tipo de explicación adicional. Para determinar si un nuevo método reduce el porcentaje de explicaciones, se aplica éste a 30 personas de los cuales 17 requieren alguna explicación adicional. Con un nivel de significación del 2 %, ¿puede afirmarse que el nuevo método reduce el porcentaje de explicaciones?

SOLUCIÓN: $z_{exp} = -1{,}594 \notin R.C. \rightarrowtail H_0$.

PROBLEMA 6. 9.
Las naranjas de una cierta calidad tienen un diámetro que se distribuye normalmente, con varianza igual a 12 mm^2 y media 83 mm. Para controlar que la partida de naranjas que se entrega es efectivamente la contratada, un representante del comprador presencia el embarque seleccionando y midiendo algunas naranjas al azar. El representante, utilizando el sentido común, sigue el criterio de rechazar la mercancía si el diámetro promedio de 16 frutos no alcanza los 81 mm. ¿ Qué probabilidad hay de que, bajo esta particular regla de decisión, rechace un lote que cumpla las contratadas, es decir, que rechace un lote que en realidad era correcto? ¿ Qué probabilidad hay de que, por el contrario, acepte un lote cuya media poblacional sea de 82mm., es decir, un lote diferente al contratado?

SOLUCIÓN: En el primer caso, $\alpha = 0,0104$. En el segundo caso $\beta = 0,8749$.

PROBLEMA 6. 10.
Una variable aleatoria X tiene la siguiente distribución de probabilidad:

	X	1	2	3	4	5	6
Si H_0 cierta	p(x)	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
Si H_1 cierta	p(x)	2/15	1/6	1/5	1/5	1/6	2/15

Se decide rechazar H_0 si al obtener un valor de x, éste resulta ser 3 ó 4. Calcule la probabilidad de ambos tipos de error.

SOLUCIÓN: $\alpha = 1/3$, $\beta = 3/5$

PROBLEMA 6. 11.
Cuando las ventas medias, por establecimiento autorizado, de una marca de relojes caen por debajo de los 1030 €, se considera razón suficiente para lanzar una campaña publicitaria que active las ventas de esta marca. Para conocer la evolución de las ventas, el departamento de marketing realiza una encuesta a 51 establecimientos autorizados, seleccionados aleatoriamente, que facilitan la cifra de ventas del último mes en relojes de esta marca. A partir de estas cifras se obtienen los siguientes cálculos:

$$\sum_{i=1}^{51} x_i = 51928 \qquad \sum_{i=1}^{51} x_i^2 = 54818072$$

Suponiendo que las ventas mensuales por establecimiento se distribuyen normalmente, con un nivel de significación del 5 % y en vista de la situación reflejada en los datos, ¿ se considerará oportuno lanzar una nueva campaña publicitaria?

SOLUCIÓN: $t_{exp} = -0,427 \notin R.C. \Rightarrow H_0$

PROBLEMA 6. 12.
Una encuesta pretende determinar si el consumo de cigarrillos es igual entre los hombres fumadores que entre las mujeres fumadoras. Para ello, se ha extraído una muestra aleatoria simple de mujeres fumadoras y una muestra aleatoria simple de hombres fumadores. A cada uno de los entrevistados se les ha preguntado cuántos cigarrillos fuman al día. Los tamaños y resultados muestrales han sido:

	Hombres	**Mujeres**
Tamaño muestra	50	100
Media	18 cigarrillos	16 cigarrillos
Cuasi-Desviación Típica	2 cigarrillos	3 cigarrillos

Suponiendo normalidad, independencia entre las muestras, así como que debido al tamaño de las mismas se puede aproximar las varianzas poblacionales por las cuasi-varianzas muestrales, se pide contrastar, al 5 % de significación, la hipótesis de que el consumo medio de cigarrillos es igual en los hombres fumadores que en las mujeres fumadoras.

SOLUCIÓN: $z_{exp} = 4,851 \in R.C. \rightarrowtail H_1$.

PROBLEMA 6. 13.
En una fábrica de placas base de ordenadores se realiza un experimento en el que se mide la velocidad de respuesta de dos de ellas. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Placa 1	*Placa* 2
$\overline{x}_1 = 38$	$\overline{x}_2 = 70{,}5$
$S^2_{c_1} = 273{,}33$	$S^2_{c_2} = 335{,}83$
$n_1 = 10$	$n_2 = 10$

Suponiendo normalidad en los datos, ¿podemos afirmar con un nivel de significación del 10 % que existen diferencias entre la velocidad de ambos tipos de placa?

SOLUCIÓN: $t_{exp} = -4,164 \in R.C. \rightarrowtail H_1$.

PROBLEMA 6. 14.
Los siguientes datos representan el tiempo medio (en minutos) de duración de las películas que producen dos compañías cinematográficas:

Compañía 1	103	94	110	87	98
Compañía 2	97	82	123	92	175

(a) Construye un intervalo de confianza al 95 % para el cociente de varianzas.

(b) Constrasta con un nivel de significación del 5 % si podemos considerar que el tiempo medio de duración de las películas de ambas compañías es el mismo.

SOLUCIÓN: (a) $IC_{95\,\%}\left[\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right] = [0{,}006\ ;\ 0{,}524]$; (b) $t_{exp} = -0,8963 \notin R.C. \rightarrowtail H_0$.

PROBLEMA 6. 15.
Con objeto de hacer inferencia acerca de los índices de ocupación de apartamentos turísticos en junio y septiembre, se realizan dos encuestas independientes en dichas fechas. De los 2000 apartamentos considerados en junio 600 estaban ocupados, mientras que de los 2000 observados en septiembre lo estaban 700. Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis de que el índice es el mismo en ambos meses, con un nivel de significación del 5 %.

SOLUCIÓN: $z_{exp} = -3{,}376 \in R.C. \rightarrowtail H_1$.

PROBLEMA 6. 16.
El número de clientes atendidos en una cadena de tiendas de informática se adapta a una distribución normal con distintos parámetros por la mañana y por la tarde. Una muestra tomada al azar de 10 días por la mañana daba una media y una cuasi-desviación típica de 724 y 42 respectivamente. En otra muestra, independiente de la anterior, realizada por la tarde, con tamaño 15, se obtienen 764 y 45 de media y cuasi-desviación típica.
Contrastar con un nivel de significación del 2 %, si el número medio de clientes atendidos por la mañana es menor al número medio de clientes atendidos por la tarde.

SOLUCIÓN: $t_{exp} = -2,234 \in R.C. \rightarrowtail H_1$.

PROBLEMA 6. 17.
Una página de búsqueda tiene la posibilidad de implantar dos tipos de búsqueda distintos, A y B, similares en calidad, pero con distinto coste y rapidez. Para un estudio se realizan dos pruebas independientes con 12 y 14 búsquedas cada una, obteniendo medias de 54 milisegundos y $40ms$ y cuasi-varianzas de 400 ms^2 y 100 ms^2 respectivamente. Suponiendo normalidad, contrastar al 5 % de significación la hipóstesis de que el rendimiento medio es el mismo.

SOLUCIÓN: $t_{exp} = 2,20 \in R.C. \rightarrowtail H_1$.

PROBLEMA 6. 18.
En un estudio de los hábitos del fumador para personas zurdas y diestras, se eligió una muestra aleatoria de 400 zurdos que reveló que 190 fuman, y una muestra aleatoria de 800 diestros de los que fuman 300. Contrasta la hipótesis de que la proporción de fumadores es la misma en diestros y zurdos.

SOLUCIÓN: $z_{exp} = 3{,}32 \in R.C. \rightarrowtail H_1$.

PROBLEMA 6. 19.
Diez personas fueron sometidas a un test de calidad de vida antes y después de someterse a un programa educacional sobre hábitos y costumbres saludables. Suponiendo normalidad, hemos obtenido las siguientes puntuaciones:

Antes	70	84	88	110	105	100	110	67	79	86
Después	115	148	176	191	158	178	179	140	161	157

¿Proporcionan estos datos evidencia suficiente para asegurar que el programa educacional mejora la calidad de vida promedio en al menos 50 puntos? Utiliza un nivel de significación del 1 %.

SOLUCIÓN: $t_{exp} = 4{,}82 \in R.C. \rightarrowtail H_1$.

PROBLEMA 6. 20.
En una empresa de acero, en el software de las máquinas que se usan para soldar planchas de acero, se ha implementado un nuevo sistema de inteligencia artificial mediante redes neuronales que debería permitir a las máquinas mejorar la calidad de sus soldaduras. Para ver si ciertamente las máquinas mejoraban la calidad de sus soldaduras, en los controles de calidad se valoraron diversos parámetros al inicio y tras un mes de la modificación, que son necesarios para calcular un coeficiente final de calidad. Dichos datos se presentan en la siguiente tabla:

Máquina:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Inicio:	56	56	147	58	121	57	49	118	63	75
Tras un mes:	47	63	125	26	99	36	34	90	50	59

Suponiendo normalidad y con un nivel de significación de 0.01, analiza si es significativa la reducción del citado coeficiente.

SOLUCIÓN: $t_{exp} = 4{,}953 \in R.C. \rightarrowtail H_1$

PROBLEMA 6. 21.
Las siguientes cifras representan los errores cometidos en cinco semanas consecutivas por cuatro impresoras que trabajaban en un departamento de ingeniería:

Impresora 1	13	16	12	14	15
Impresora 2	14	16	11	19	15
Impresora 3	13	18	16	14	18
Impresora 4	18	10	14	15	12

Estudia, a un nivel de significación del 5 %, si las diferencias entre las cuatro impresoras pueden atribuirse al azar.

SOLUCIÓN: $F_{exp} = 0{,}68 \notin R.C. \rightarrowtail H_0$

PROBLEMA 6. 22.
Los datos siguientes se refieren a las pérdidas de peso de ciertas piezas mecánicas debidas a la fricción cuando las usaron tres fabricantes diferentes:

Fabricante A	12.2	11.8	13.1	11.0	3.9	4.1	10.3	8.4	7.5	4.2
Fabricante B	10.9	5.7	13.5	9.4	11.4	15.7	10.8	14.0		
Fabricante C	12.7	19.9	13.6	11.7	18.3	14.3	22.8	20.4	12.5	

Estudia con un nivel de significación 0.01, si las diferencias entre las medias de desgaste entre los fabricantes es significativa.

SOLUCIÓN: $F_{exp} = 10{,}47 \in R.C. \Rightarrow H_1$

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

PRÁCTICA 7 :

CONTRASTES DE HIPÓTESIS NO PARAMÉTRICOS

PROBLEMA 7. 1.
Con un dado se han realizado 100 tiradas con los siguientes resultados:

Números	O_i
1	14
2	22
3	18
4	17
5	20
6	9

Verifica con un 5 % de significación la hipótesis de que el dado está equilibrado.

SOLUCIÓN: $\chi^2_{exp} = 6,4675 \notin R.C. \Rightarrow H_0$.

PROBLEMA 7. 2.
En una cierta máquina Expendedora de Refrescos existen 4 canales que expiden el mismo tipo de bebida. Estamos interesados en averiguar si la elección de cualquiera de estos canales se hace de forma aleatoria o por el contrario existe algún tipo de preferencia en la selección de alguno de ellos por los consumidores. La siguiente tabla muestra el número de bebidas vendidas en cada uno de los 4 canales durante una semana. Contrasta la hipótesis de que los canales son seleccionados al azar a un nivel de significación del 1 %.

Canal	N^o de bebidas consumidas
1	13
2	22
3	18
4	17

SOLUCIÓN: $\chi^2_{exp} = 2,3428 \notin R.C. \Rightarrow H_0$.

PROBLEMA 7. 3.
El número de errores que aparecen en un libro por página viene dado por la siguiente tabla:

Número de errores	Número de páginas
0	14
1	23
2	22
3	15
4 o más	10

Contrasta con un 5 % de significación la bondad de ajuste a una distribución de Poisson de parámetro 2.

SOLUCIÓN: $\chi^2_{exp} = 0,974 \notin R.C. \Rightarrow H_0$.

PROBLEMA 7. 4.
Durante la Segunda Guerra Mundial se dividió el mapa de Londres en cuadrículas de $1/4\ km^2$ y se contó el número de bombas caídas en cada cuadrícula durante un bombardeo alemán. Los resultados fueron:

Impactos en Cuadrícula	Frecuencia
0	229
1	211
2	93
3	35
4	7
5	1

Contrasta la hipótesis de que los datos se ajustan a una distribución de Poisson.

SOLUCIÓN: $\chi^2_{exp} = 1,0215 \notin R.C. \Rightarrow H_0$.

PROBLEMA 7. 5.
En el transcurso de un estudio pedagógico realizado entre los alumnos de bachillerato, se analiza la relación existente entre el nivel de estudios del padre y la orientación del alumno hacia las ciencias. Se cuenta para ello con la información obtenida en el centro:

	Nulo	Básico	Medio	Superior
Orientado	23	12	34	32
No Orientado	18	42	16	27

¿Que conclusión puede obtenerse de los datos anteriores ($\alpha = 0{,}05$)?

SOLUCIÓN: $\chi^2_{exp} = 24,16 \in R.C. \Rightarrow H_1$.

PROBLEMA 7. 6.
Realizamos un juego de azar que consiste en lanzar un par de dados y anotar la suma obtenida. Las tabla de recuentos obtenida tras 200 lanzamientos es

Resultado	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Recuentos	2	8	16	28	32	34	30	24	14	8	4

¿Se ajustan las frecuencias empíricas a la distribución que les corresponde en teoría?

SOLUCIÓN: $X^2_{exp} = 7{,}38 \quad \Rightarrow H_0$.

PROBLEMA 7. 7.
Se ha realizado un recuento acerca del número de interrupciones en la conexión que hemos tenido con un servidor a lo largo de 200 días de trabajo consecutivo. Ajustar los datos recogidos en la siguiente tabla a una distribución binomial y estudiar la bondad del ajuste.

Ingresos	0	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	10	30	65	58	28	8	1

SOLUCIÓN: Test χ^2 de bondad de ajuste. $EC = 1{,}417 \rightarrow H_0 \equiv X \sim Bi(6; 0{,}41)$.

PROBLEMA 7. 8.
Se desea saber si las provincias de Huelva, Sevilla y Cádiz presenta homogeneidad respecto al nivel de vacunación contra una cierta enfermedad. Con esta finalidad se han recogido los datos que se muestran en la siguiente:

	Vacunado	No Vacunado	NS/NC
Huelva	45	15	6
Cádiz	60	12	12
Sevilla	120	9	21

¿Qué conclusión puede obtenerse de este estudio?

SOLUCIÓN: Para $\alpha = 0{,}05$: $\chi^2_{exp} = 13,24 \in R.C. \Rightarrow H_1$. Para $\alpha = 0{,}01$: $\chi^2_{exp} = 13,24 \notin R.C. \Rightarrow H_0$.

PROBLEMA 7. 9.
Ante la sospecha de que el deporte puede reducir la incidencia de la depresión, se han tomado datos al azar que aparecen en la siguiente tabla:

	Sin Depresión	Con Depresión
Deporte	38	9
No Deporte	31	22

Comprueba si las dos variables son independientes ($\alpha = 0{,}05$).

SOLUCIÓN: $\chi^2_{exp} = 5,82 \in R.C. \Rightarrow H_1$.

PROBLEMA 7. 10.
Una cadena de grandes almacenes está considerando la decisión de adquirir nuevos ordenadores para lo cuál realiza una valoración de diferentes modelos. Un grupo de 15 empleados seleccionados aleatoriamente han valorado un determinado modelo en los siguientes términos:

5.7 4.2 4.7 4.6 5.3 5.4 6.8 4.9 4.9 5.8 4.1 5.5 6.4 5.1 4.7

Si un modelo de ordenador se descarta cuando la mediana de su valoración es significativamente inferior a 6, ¿qué decisión debe tomarse con respecto a este modelo ($\alpha = 0{,}05$)?

SOLUCIÓN: $R(+) = 10 \notin (30 - 90) \Rightarrow H_1$.

PROBLEMA 7. 11.
En general, se sabe que en una empresa el 50 % del personal aumenta su tiempo de descanso en más de 21 minutos. Se está estudiando un nuevo procedimiento con el que se espera que disminuya el número de minutos de descanso. Este tiempo para 10 personas con el nuevo procedimiento ha sido:

$$24.1 \quad 25.8 \quad 20.5 \quad 20.9 \quad 27.3 \quad 21.5 \quad 20.1 \quad 28.9 \quad 19.2 \quad 26.3$$

Mediante el contraste de los rangos signados, decidir si el nuevo procedimiento ha aumentado la mediana del tiempo de descanso ($\alpha = 0{,}05$).

SOLUCIÓN: $R(+) = 42{,}5 \in (10 - 45) \Rightarrow H_0$.

PROBLEMA 7. 12.
Un estudio de crecimiento basado en datos recogidos de 1971 a 1974 indica que la altura mediana de los hombres entre los 18 y 24 años fue de 69.7 pulgadas (1 pulgada = 2.54 cm). Se desea contrastar si este valor ha crecido como resultado de una mejor nutrición a partir de los siguientes datos:

70.2	65.8	78.0	74.4	71.4	67.3	72.6	67.5	69.8	71.4
69.9	70.5	67.2	72.1	73.5	70.9	70.1	73.2	65.2	76.0

SOLUCION: Wilcoxon: $EC = 64{,}5 \in (60 - 150) \Rightarrow H_0(Me = 69{,}7)$. Hemos utilizado $\alpha = 0{,}05$.

PROBLEMA 7. 13.
Un fabricante desea comparar el proceso de ensamblaje común para uno de sus productos con un método propuesto que supuestamente reduce el tiempo necesario. Se seleccionan diez trabajadores de la planta y se les pide que ensamblen las unidades con ambos procesos.

Proceso Antiguo:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Proceso Nuevo:	56	56	147	58	121	57	49	118	63	75
Al mes:	47	63	125	26	99	36	34	90	50	59

¿ Puede decirse que existe una diferencia significativa entre ambos métodos? Indica qué procedimiento estadístico se puede emplear para analizar tal variación en el caso de que no podamos suponer Normalidad en los datos.

SOLUCION: Al ser dos muestras dependientes utilizamos el contraste de Wilcoxon para muestras apareadas. $EC = 54 \notin (8 - 47) \Rightarrow H_1(Me_d \neq 0)$ (5 %).

PROBLEMA 7. 14.
En un estudio sobre el hábito de fumar y sus efectos sobre las pautas del sueño, una de las variables importantes es el tiempo que se tarda en quedarse dormido. Se extrae una muestra de tamaño 12 de la población de fumadores, y otra independiente de tamaño 15 de la población de no fumadores, obteniéndose los siguientes datos:

Fumadores (S):	69.3	56.0	22.1	47.6	53.2	48.1	23.2	13.8
	52.7	34.4	60.2	43.8				
No fumadores (N):	28.6	25.1	26.4	34.9	29.8	28.4	38.5	30.2
	30.6	31.8	41.6	21.1	36.0	37.9	13.9	

¿Indican estos datos que los fumadores tienden a tardar más tiempo en quedarse dormido que los no fumadores?

SOLUCION: $R_1 = 212 \notin (133 - 203) \Rightarrow H_1(Me_1 > Me_2)$ (5 %). Si puede concluirse que tardan más tiempo.

PROBLEMA 7. 15.
Se lleva a cabo un experimento para comparar las calificaciones dadas a un software de procesamiento de texto por dos grupos de personas: operadores de procesamiento de texto y especialistas en programación. A cada persona se le pide calificar el software en una escala de 1 a 100 (donde 100 denota la mejor calificación posible) y se obtienen los siguientes datos:

Operadores:	35	50	25	55	10	30	20	45	50	20	60	50
Programadores:	45	60	40	90	65	85	95	75	70	80		

¿Existen diferencia significativa entre las calificaciones dadas por ambos grupos?

SOLUCION: $R_2 = 163 \notin (84 - 146) \Rightarrow H_1(Me_1 \neq Me_2)$ (5 %).

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

PROBLEMAS DE REPASO

PROBLEMA REPASO 1.
En la siguiente tabla se representan los tiempos de respuesta de una máquina en segundos y el número de casos:

Tiempo de respuesta	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
N^o de casos	15	58	43	22	8	3	1

Obtener la media y la varianza, así como los coeficientes de asimetría, curtosis y variación. Representar el correspondiente diagrama de barras.

SOLUCIÓN: $\overline{X} = 1{,}475$ seg., $S^2 = 0{,}0137$ seg.^{2} , $C.V. = 0{,}0794$, $C.A. = 0{,}8608$, $K = 0{,}8089$.

PROBLEMA REPASO 2.
La siguiente tabla recoge el porcentaje de humedad captado durante varios días por una estación meteorológica urbana. Completa la tabla sabiendo que el percentil 20 de esta distribución es una humedad del 32 %.

% de humedad	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90
Frecuencias		10	15	24	18	12	4	2

SOLUCIÓN: La frecuencia absoluta de la primera clase es 5.

PROBLEMA REPASO 3.
El encargado de mantenimiento de una empresa realiza compras de materiales de repuesto de tres tipos, cuyos precios son 100, 120 y 140 euros. Calcula el precio medio de los materiales en los siguientes supuestos:

(a) Compra un material de cada tipo.

(b) Compra un material del primer tipo, 2 del segundo y 3 del tercero.

(c) Compra el mismo número de cada tipo de material

(d) Se gasta el mismo dinero en cada tipo de material

SOLUCIÓN: (a) 120 euros; (b) 126.67 euros; (c) 120 euros; (d) 117.76 euros.

PROBLEMA REPASO 4.
Se tienen tres números de los que se sabe que su mediana vale 20, su media aritmética vale 21 y su varianza vale 14. Halla los tres números.

SOLUCIÓN: $x_1 = 17; x_2 = 20; x_3 = 26$

PROBLEMA REPASO 5.
Se ha medido la rugosidad de la superficie de 1371 planchas de acero, obteniéndose la distribución de la tabla en micrómetros (con valores redondeados en la decena más cercana). Determina la moda, mediana, media, desviación típica y percentil 5.

x_i	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
Frec.	6	35	121	291	282	259	174	92	52	25

x_i	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220
Frec.	12	5	6	4	0	2	0	0	3	1	1

SOLUCIÓN: $Mo = 50\ \mu m$, $Me = 60\ \mu m$, $\overline{X} = 66{,}127\ \mu m$, $S = 21{,}953\ \mu m$, $p_5 = 40\ \mu m$.

PROBLEMA REPASO 6.
Se realiza una encuesta entre los alumnos del primer curso de GITI para analizar el número de suspensos obtenidos una vez finalizado el curso. Los resultados obtenidos en dichas encuestas se recogen en la siguiente tabla:

N$^{\text{o}}$ de suspensos	n_i	N_i
0	3	
1		10
2	12	
3		30
4		50

(a) Completa la tabla de frecuencias.

(b) Calcula el número medio de suspensos. ¿Qué número de suspensos es el más frecuente?

(c) Calcula la mediana y el percentil 60 de la distribución.

SOLUCIÓN: (b) $\overline{X} = 2{,}6$ suspensos; $Mo = 4$ suspensos; (c) $Me = p_{60} = 3$ suspensos.

PROBLEMA REPASO 7.
Una empresa del sector energético tiene instalados 60 pozos de extracción de petróleo a lo largo de una determinada zona. Para analizar la producción de esta zona, se determina el número de barriles diarios que se extraen de cada uno de los pozo y se agrupa la información obtenida en la siguiente tabla de frecuencias relativas:

Producción	f_i
$[60-90)$	0,05
$[90-120)$	0,20
$[120-150)$	0,20
$[150-180)$	0,30
$[180-210)$	
$[210-240)$	

(a) Complete la tabla sabiendo que la media está en 153 barriles.

(b) ¿Qué porcentaje de pozos supera los 100 barriles diarios de producción?

SOLUCIÓN: (a) Las frecuencias son 0,15 y 0,10; (b) El 88,33 %.

PROBLEMA REPASO 8.
La tabla siguiente refleja la clasificación de los niveles de emisión de monóxido de carbono (CO) y óxidos de nitrógeno (NOX) emitidos por una serie de motores de combustión, donde X representa las concentraciones de CO e Y las de NOX:

	X		
Y	Bajos (1)	Normales (2)	Altos (3)
Bajos (1)	40	13	5
Normales (2)	5	13	10
Altos (3)	3	4	7

(a) Calcula las distribuciones marginales de X e Y en términos relativos.

(b) Calcula la distribución condicional de CO en términos relativos, sabiendo que los niveles de NOX son bajos.

SOLUCIÓN: (a) X: $48/100; 30/100; 22/100$ Y: $58/100; 28/100; 14/100$: (b) $X_{Y=bajo}: 40/58; 13/58; 5/58$

PROBLEMA REPASO 9.
En el estudio de la deshidratación de un derivado industrial, la variable X indica la cantidad de agua y la variable Y la presión en atmósferas a la que se somete el compuesto. La siguiente tabla ofrece los datos tomados tras realizar 10 pruebas:

X :	253	232	210	200	191	187	134	102	81	25
Y :	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Determina el coeficiente de correlación y la recta de regresión mínimo cuadrática de X sobre Y.

SOLUCIÓN: $r = -0{,}9665$; $\hat{x} = 313,21 - 23{,}34y$

PROBLEMA REPASO 10.
Los datos de la tabla que se da a continuación representan la concentración de una pintura protectora en una estructura portante a lo largo de los años.

TIEMPO (años) :	16	20	30	40	50	60
PINTURA :	45.7	41.4	39.3	38	36.7	35.5

(a) ¿Existe relación lineal entre la edad de la estructura y la concentración de pintura?.

(b) ¿Qué concentración se estima tendrá una estructura portante de 35 años?

SOLUCIÓN: (a) $r = -0{,}927$; (b) $\hat{y} = 39{,}632$.

PROBLEMA REPASO 11.
Los datos siguientes son las medidas de las concentraciones en miligramos de dos compuestos A y B efectuadas a 12 muestras de un producto.

Comp A.:	11	11	10.6	10.5	10.6	10.4	10.2	9.5	8.2	7.5	6	5
Comp B:	0.3	0.5	1.12	1.23	1.24	1.31	1.33	2.10	2.15	2.43	3.7	4.27

(a) ¿Existe relación lineal entre ambas variables?

(b) Calcula el nivel de compuesto B que le correspondería a un nivel de 10 mg de comp. A.

(c) Calcula el nivel de compuesto A que correspondería a un nivel de 1.5 mg de comp. B.

SOLUCIÓN: (a) $r = -0{,}9730$; (b) $B/_{A=10\ mg.} = 1{,}357\ mg.$; (c) $A/_{B=1{,}5\ mg.} = 9{,}748\ mg.$

PROBLEMA REPASO 12.
Se lleva a cabo un estudio sobre la conductividad eléctrica de un fluido al aplicarle una sustancia específica. Se estudian dos variables: X es la concentración de la sustancia en gramos e Y la conductividad eléctrica del fluido:

X	134	138	154	178	176	190	190	205	205	206
Y	185	238	260	290	312	336	339	341	358	359

Pronostica la conductividad eléctrica que tendrá el fluido con una concentración de 180 gramos de sustancia específica.

SOLUCIÓN: $\hat{y} = 306{,}75$

PROBLEMA REPASO 13.
Tras un estudio se comprobó que en el proceso de descontaminación química de un depósito, la concentración del contaminante va descendiendo durante varios días siguiendo los datos reflejados en esta tabla:

Días transcurridos	1	5	10	15	20	25	30	35	40
Contaminante (mg)	5.7	5.2	4.8	4.5	4.2	4	3.8	3.7	3.5

Si un depósito presenta 4,1 mg. de contaminante, ¿cuánto tiempo es de esperar que haya transcurrido desde el inicio de la descontaminación?

SOLUCIÓN: $\hat{x} = 25{,}065$ días.

PROBLEMA REPASO 14.
El control de calidad para cierto tipo de motor incluye dos pruebas: A (ensayo de sobrecarga) y B (ensayo de consumo). Sabiendo que el 10 % de los motores no supera la prueba A, el 8 % no supera la prueba B y el 84 % supera las dos pruebas:

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que un motor elegido aleatoriamente presente fallos en al menos una de las dos pruebas?

(b) De los motores que superan la prueba A, ¿qué porcentaje falla en la prueba B?

SOLUCIÓN: (a) 0,16; (b) 0,0667

PROBLEMA REPASO 15.
Para el tratamiento de una determinada enfermedad existen tres fármacos (F_1, F_2, F_3), y sabemos que el porcentaje de enfermos que utilizan F_1 es el mismo porcentaje que utilizan F_2, y este último porcentaje es el doble del que utilizan F_3. Estudios previos realizados en diversos laboratorios han detectado que F_1 produce un 3 % de reacciones adversas, F_2 un 5 % y F_3 un 12 %

(a) Si un paciente ha tenido una reacción adversa, ¿cuál es el fármaco que ha tomado con mayor probabilidad?

(b) Si un paciente no ha tenido una reacción adversa, ¿cuál es la probabilidad de que no haya tomado F_1?

SOLUCIÓN: (a) F_3; (b) 0,589.

PROBLEMA REPASO 16.
En una cierta población, se sabe que el año pasado acudió al menos una vez al médico de cabecera el 80 %. Además, el 40 % de los que acudieron lo hizo porque estaban resfriados, mientras que el 30 % de los que no acudieron se curaron el resfriado en casa.

(a) Calcular la probabilidad de que un individuo se resfriara.

(b) Calcular la probabilidad de que un individuo que se resfrió, acudiera al médico por lo menos una vez.

(c) Calcular la probabilidad de que un individuo que no se resfrió no acudiera al médico por lo menos una vez.

SOLUCIÓN: (a) 0,38; (b) 0,84; (c) 0,226.

PROBLEMA REPASO 17.
En el transcurso de un experimento se diseña un simulador de valores aleatorios de acuerdo con la variable X cuya función de probabilidad viene dada en la siguiente tabla:

X	40	60	68	70	72	80	100
P(X=x)	0.01	0.04	0.05	0.8	0.05	0.04	

Determina: (a) P(X=100). (b)$P(X \leq 72)$. (c) El valor medio de X.

SOLUCIÓN: a) 0,01; b) 0,95; c) 70.

PROBLEMA REPASO 18.
Una enfermedad se considera rara cuando presenta menos de 5 casos por cada 10.000 habitantes. Para una determinada población, se ha definido una variable aleatoria X que representa el número de casos de enfermedades raras registrados por semana, cuya función de distribución viene dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 0 \\ 0{,}05 & si \quad 0 \leq x < 1 \\ 0{,}15 & si \quad 1 \leq x < 2 \\ 0{,}43 & si \quad 2 \leq x < 3 \\ 0{,}65 & si \quad 3 \leq x < 4 \\ 0{,}80 & si \quad 4 \leq x < 5 \\ k & si \quad 5 \leq x < 6 \\ 1 & si \quad x \geq 6 \end{cases}$$

(a) Calcula el valor de k sabiendo que $E(X) = 3$.

(b) Determina los cuartiles de la distribución y la V(X).

(c) Calcula las probabilidades: $P[X = 2{,}5]$, $P[X > 4{,}1]$, $P[X \geq 2/X < 6]$

SOLUCIÓN: (a) $k = 0{,}92$; (b) $Q_1 = 2$, $Q_2 = 3$, $Q_3 = 4$ y $V(X) = 2{,}48$; (c) $P[X = 2{,}5] = 0$, $P[X > 4{,}1] = 0{,}2$, $P[X \geq 2/X < 6] = 0{,}8369$.

PROBLEMA REPASO 19.
De un llavero con N llaves sólo una abre determinada puerta. Se elige una al azar y se prueba si abre o no. Si no abre se separa del llavero y se elige otra al azar volviendo a probarla y así sucesivamente. Calcular el valor medio de la variable aleatoria número de intentos necesarios para abrir la puerta.

SOLUCIÓN: $\frac{N+1}{2}$.

PROBLEMA REPASO 20.
Un estudio realizado recientemente reveló que el 30 % de los usuarios de gimnasios tienen sobrepeso.

(a) Si seleccionamos aleatoriamente a 10 usuarios de gimnasios, calcula la probabilidad de que tengan sobrepeso como mucho 2 de ellos.

(b) Si seleccionamos aleatoriamente a 500 usuarios de gimnasios, calcula la probabilidad de que al menos 375 socios no tengan sobrepeso.

SOLUCIÓN: (a) 0,3828; (b) Aproximación Normal: 0,0064.

PROBLEMA REPASO 21.
El número medio de clientes que llegan a un supermercado es de 0.1 clientes por minuto.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen al menos 5 clientes en una hora?

(b) Se observa que en este mismo supermercado, en la jornada del sábado por la tarde (de 17:00h a 22:00h) llegan 400 clientes en término medio. Calcula la probabilidad de que en dicha jornada haya más de 450 clientes.

SOLUCIÓN: (a) 0,7149; (b) Aproximación Normal: 0,0057.

PROBLEMA REPASO 22.
La variable aleatoria X mide el tiempo necesario (medido en días) para la fabricación de un determinado producto. Sabiendo que la función de densidad de X viene dada por

$$f(x) = \begin{cases} a(1+x) & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 2/3 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases},$$

(a) Obtener el valor de a.

(b) Determinar la función de distribución de X.

(c) Calcular la media y la mediana de la variable X.

SOLUCIÓN: (a) $a = \frac{2}{9}$; (b) $F(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} & t < 0 \\ \frac{t^2+2t}{9} & \text{si} & 0 \leq t < 1 \\ \frac{2t-1}{3} & \text{si} & 1 \leq t < 2 \\ 1 & \text{si} & t \geq 2 \end{cases}$; (c) $\mu = \frac{32}{27}$ y $Me = \frac{5}{4}$.

PROBLEMA REPASO 23.
Sabemos que el tiempo que permanecen hospitalizados los pacientes de un centro sanitario se ajusta a una distribución Normal de media 7,14 días, de modo que el 64,8 % de las estancias superan los 6 días.

(a) ¿Qué porcentaje de las estancias son inferiores a una semana?

(b) Seleccionados aleatoriamente 8 pacientes, ¿cuál es el número más probable de estos pacientes que tendrán una estancia inferior a los 6 días?

SOLUCIÓN: (a) 48,01 %; (b) 3.

PROBLEMA REPASO 24.
La temperatura de enfriamiento de una linea de neveras sigue una distribución Normal de media 3.20 °C. Sabiendo que el percentil 67 dicha distribución se encuentra en el valor 3.35 °C.:

(a) ¿Entre qué valores se encuentra el 80 % central de la distribución?

(b) Si se analizan 20 neveras de este tipo, ¿en cuántas de ellas cabe esperar que la temperatura de enfriamiento se encuentre entre 2.80°C y 3.80°C?

SOLUCIÓN: (a) Entre 2,764^oC y 3,636^oC; (b) Entre 16 y 17.

PROBLEMA REPASO 25.
Se ha llevado a cabo un análisis de nicotina en una marca de cigarrillos y se ha encontrado en una muestra de 100 cigarrillos una media de 26 mg, siendo esta variable normal. Si se sabe que la desviación típica de la marca es de 8 mg. Calcula un intervalo de confianza al 99 % para el contenido medio en nicotina de la marca.

SOLUCIÓN: $IC_{99\,\%}(\mu) = [23{,}939; 28{,}061]$

PROBLEMA REPASO 26.
El peso por comprimido de cierto preparado farmacéutico sigue una ley normal. De la producción obtenida se extrae una muestra de 6 artículos, con objeto de estudiar la varianza de la distribución. Estima dicha varianza mediante un intervalo de confianza al 90 %, sabiendo que la varianza muestral obtenida es igual a 40.

SOLUCIÓN: $IC_{90\,\%}(\sigma^2) = [21{,}68\ ;\ 208{,}696]$

PROBLEMA REPASO 27.
Un entrenador de fútbol está interesado en estimar, con un 99 % de confianza, la fuerza máxima de los músculos de los futbolistas. Admitiendo que dicha fuerza sigue una distribución normal, selecciona al azar una muestra de 25 futbolistas, para la que obtuvo una cuasivarianza de 144 Nw^2. Determina un intervalo de confianza para la desviación típica de la fuerza máxima de estos músculos.

SOLUCIÓN: $IC_{99\,\%}(\sigma) = [8{,}71; 18{,}693]$

PROBLEMA REPASO 28.
En una fábrica de componentes electrónicos, se desea estimar la proporción de componentes defectuosos a través del porcentaje observado en una muestra aleatoria de componentes, de tamaño n. Si el porcentaje de componentes defectuosos es del 50 %. Calcula el valor de n para que, con un nivel de confianza de 95 %, el error cometido en la estimación sea como mucho del 1 %.

SOLUCIÓN: $n = 9604$

PROBLEMA REPASO 29.
Ciertas piezas de una máquina tienen una duración media de 1940 horas. Variando uno de los materiales componentes, una muestra de 100 piezas ha dado una vida media de 2000 horas con desviación típica de 150 horas. ¿ Ha producido el material un incremento significativo en la vida de las piezas?

SOLUCIÓN: $t_{exp} = 3,98 \in R.C. \rightarrowtail H_1$

PROBLEMA REPASO 30.
La aplicación de un test en el colectivo de profesionales de la enseñanza se sabe, por experiencias anteriores, que se distribuye normalmente y lo han realizado este curso 51 profesores generando una puntuación media de 1018,2 con una varianza de 38140,9. Atendiendo a estos datos:

(a) ¿podemos afirmar que la puntuación media de los profesionales de la enseñanza es superior a los 1000 puntos?

(b) ¿podemos afirmar que la desviación típica de dichas puntuaciones es igual a 120 puntos?

SOLUCIÓN: (a) $z_{exp} = 0{,}659 \notin R.C. \rightarrowtail H_0$; (b) $\chi^2_{exp} = 135{,}08 \in R.C. \rightarrowtail H_1$

PROBLEMA REPASO 31.
Con el fin de determinar la temperatura de deflexión bajo carga de un tipo de tuberías de PVC, se realizó un experimento consistente en tomar 12 de ellas anotando la temperatura de deflexión observada (en °F). Los resultados fueron los siguientes:

Temperatura Deflexión: 206 - 188 - 205 - 187 - 194 - 193 - 207 - 185 - 189 - 213 - 192 - 210

Suponiendo que la temperatura de deflexión de las tuberías es una variable aleatoria Normal:

(a) Estimar mediante un intervalo de confianza la temperatura promedio de deflexión.

(b) ¿Que tamaño muestral sería necesario para que el error de estimación del intervalo anterior fuese inferior a 2 °F?

(c) ¿Podemos afirmar que la temperatura media de deflexión de las tuberías es superior a 196 °F?

SOLUCIÓN: (a) $IC_{95\,\%}(\mu) = [191{,}043; 203{,}79]$; (b) $n = 97$; (c) $t_{exp} = 0{,}489 \notin R.C. \rightarrowtail H_0$.

PROBLEMA REPASO 32.
Los niveles de audiencia por capítulo de dos series de televisión se distribuyen normalmente con desviaciones típicas 100.000 y 210.000 espectadores respectivamente. Un estudio de medios afirma que ambas series tienen igual nivel de audiencia. Las audiencias en millones de espectadores, de ocho capítulos seleccionados al azar fueron las siguientes:

Serie A	2,15	2,61	2,11	2,26	2,01	2,31	2,51	2,80
Serie B	2,24	2,53	2,35	2,22	2,21	2,22	2,21	2,01

¿Se podría admitir, con un 5 % de significación, que ambos niveles de audiencia son iguales?

SOLUCIÓN: $z_{exp} = 1{,}17 \notin R.C. \Rightarrow H_0$.

PROBLEMA REPASO 33.
Para realizar un estudio histórico sobre los salarios mensuales que pagaba una empresa española a sus empleados, se seleccionó aleatoriamente una muestra de hombres y otra de mujeres. De dichas muestras se obtuvieron los siguientes resultados a partir de los salarios expresados en miles de las antiguas pesetas:

Muestra de Hombres	Muestra de mujeres
$\sum_{i=1}^{10} x_i = 1.710$	$\sum_{i=1}^{10} y_i = 1.350$
$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 296.700$	$\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 184.100$

Se supone que los salarios mensuales siguen una distribución normal en ambas poblaciones de hombres y mujeres y que son independientes.

(a) Discutir si las varianzas eran iguales a través de un intervalo de confianza.

(b) Discutir si podemos admitir que el salario de los hombres era mayor.

SOLUCIÓN: (a) $IC_{95\,\%}\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) = [0{,}576; 9{,}336] \;\Rightarrow\; (\sigma_1^2 = \sigma_2^2)$; (b) $t_{exp} = 4{,}36 \in R.C. \Rightarrow H_1 : (\mu_1 > \mu_2)$.

PROBLEMA REPASO 34.
Un inversionista desea comparar los riesgos asociados a dos diferentes mercados A y B. El riesgo se mide por la variación en los cambios diarios de precios. Se obtienen muestras aleatorias de 21 cambios de precio diarios para el mercado A y de 16 para el mercado B, obteniéndose los siguientes resultados:

Mercado A	Mercado B
$\bar{x}_A = 0{,}3$	$\bar{x}_B = 0{,}4$
$S_{C_A} = 0{,}25$	$S_{C_B} = 0{,}45$

Si se admite que las muestras provienen de dos poblaciones normales independientes, contrasta a un nivel $\alpha = 0{,}05$ la hipótesis de que el riesgo asociado al mercado A es menor al riesgo asociado al mercado B.

SOLUCIÓN: $z_{exp} = -0{,}8 \notin R.C. \rightarrowtail H_0$.

NOTAS O CONTINUACIÓN DE PROBLEMAS :

APÉNDICE:

TABLAS ESTADÍSTICAS

FUNCIÓN DE PROBABILIDAD BINOMIAL

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

n	k \ p	.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	1/3	.35	.40	.45	.49	.50
2	0	.9801	.9025	.8100	.7225	.6400	.5625	.4900	.4444	.4225	.3600	.3025	.2601	.2500
	1	.0198	.0950	.1800	.2550	.3200	.3750	.4200	.4444	.4550	.4800	.4950	.4998	.5000
	2	.0001	.0025	.0100	.0225	.0400	.0625	.0900	.1111	.1225	.1600	.2025	.2401	.2500
3	0	.9703	.8574	.7290	.6141	.5120	.4219	.3430	.2963	.2746	.2160	.1664	.1327	.1250
	1	.0294	.1354	.2430	.3251	.3840	.4219	.4410	.4444	.4436	.4320	.4084	.3823	.3750
	2	.0003	.0071	.0270	.0574	.0960	.1406	.1890	.2222	.2389	.2880	.3341	.3674	.3750
	3	.0000	.0001	.0010	.0034	.0080	.0156	.0270	.0370	.0429	.0640	.0911	.1176	.1250
4	0	.9606	.8145	.6561	.5220	.4096	.3164	.2401	.1975	.1785	.1296	.0915	.0677	.0625
	1	.0388	.1715	.2916	.3685	.4096	.4219	.4116	.3951	.3845	.3456	.2995	.2600	.2500
	2	.0006	.0135	.0486	.0975	.1636	.2109	.2646	.2963	.3105	.3456	.3675	.3747	.3750
	3	.0000	.0005	.0036	.0115	.0256	.4609	.0756	.0988	.1115	.1536	.2005	.2400	.2500
	4	.0000	.0000	.0001	.0005	.0016	.0039	.0081	.0123	.0150	.0256	.0410	.0576	.0625
5	0	.9510	.7738	.5905	.4437	.3277	.2373	.1681	.1317	.1160	.0778	.0503	.0345	.0312
	1	.0480	.2036	.3280	.3915	.4096	.3855	.3602	.3292	.3124	.2592	.2059	.1657	.1562
	2	.0010	.0214	.0729	.1382	.2048	.2637	.3087	.3292	.3364	.3456	.3369	.3185	.3125
	3	.0000	.0011	.0081	.0244	.0512	.0879	.1323	.1646	.1811	.2304	.2757	.3060	.3125
	4	.0000	.0000	.0004	.0022	.0064	.0146	.0284	.0412	.0488	.0768	.1128	.1470	.1562
	5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0010	.0024	.0041	.0053	.0102	.0185	.0283	.0312
6	0	.9415	.7351	.5314	.3771	.2621	.1780	.1176	.0878	.0754	.0467	.0277	.0176	.0156
	1	.0571	.2321	.3543	.3993	.3932	.3560	.3025	.2634	.2437	.1866	.1359	.1014	.0938
	2	.0014	.0305	.0984	.1762	.2458	.2966	.3241	.3292	.3280	.3110	.2780	.2437	.2344
	3	.0000	.0021	.0146	.0415	.0819	.1318	.1852	.2195	.2355	.2765	.3032	.3121	.3125
	4	.0000	.0001	.0012	.0055	.0154	.0330	.0595	.0823	.0951	.1382	.1861	.2249	.2344
	5	.0000	.0000	.0001	.0004	.0015	.0044	.0102	.0165	.0205	.0369	.0609	.0864	.0938
	6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0007	.0014	.0018	.0041	.0083	.0139	.0156
7	0	.9321	.6983	.4783	.3206	.2097	.1335	.0624	.0585	.0490	.0280	.0152	.0090	.0078
	1	.0659	.2573	.3720	.3960	.3670	.3115	.2471	.2048	.1848	.1306	.0872	.0603	.0574
	2	.0020	.0406	.1240	.2097	.2753	.3115	.3177	.3073	.2985	.2613	.2140	.1740	.1641
	3	.0000	.0036	.0230	.0617	.1147	.1730	.2269	.2561	.2679	.2903	.2918	.2786	.2734
	4	.0000	.0002	.0026	.0109	.0287	.0577	.0972	.1280	.1442	.1935	.2388	.2676	.2734
	5	.0000	.0000	.0002	.0012	.0043	.0115	.0250	.0384	.0466	.0774	.1172	.1543	.1641
	6	.0000	.0000	.0000	.0001	.0004	.0013	.0036	.0064	.0084	.0172	.0320	.0494	.0547
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0006	.0016	.0037	.0068	.0078
8	0	.9227	.6634	.4305	.2725	.1678	.1001	.0576	.0390	.0319	.0168	.0084	.0046	.0039
	1	.0746	.2793	.3826	.3847	.3355	.2670	.1977	.1561	.1373	.0896	.0548	.0352	.0312
	2	.0026	.0515	.1488	.2376	.2936	.3115	.2965	.2731	.2587	.2090	.1569	.1183	.1094
	3	.0001	.0054	.0331	.0839	.1468	.2076	.2541	.2731	.2786	.2787	.2568	.2273	.2188
	4	.0000	.0004	.0046	.0185	.0459	.0865	.1361	.1707	.1875	.2322	.2627	.2730	.2734
	5	.0000	.0000	.0004	.0026	.0092	.0231	.0467	.0683	.0808	.1239	.1719	.2098	.2188
	6	.0000	.0000	.0000	.0002	.0011	.0038	.0100	.0171	.0217	.0413	.0703	.1008	.1094
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0004	.0012	.0024	.0033	.0079	.0164	.0277	.0312
	8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0002	.0007	.0017	.0033	.0039
9	0	.9135	.6302	.3874	.2316	.1342	.0751	.0404	.0260	.0207	.0101	.0046	.0023	.0020
	1	.0830	.2985	.3874	.3679	.3020	.2253	.1556	.1171	.1004	.0605	.0339	.0202	.0176
	2	.0034	.0629	.1722	.2597	.3020	.3003	.2688	.2341	.2162	.1612	.1110	.0776	.0703
	3	.0001	.0077	.0446	.1069	.1762	.2336	.2668	.2731	.2716	.2508	.2119	.1739	.1641
	4	.0000	.0006	.0074	.0283	.0661	.1168	.1715	.2048	.2194	.2508	.2600	.2506	.2461
	5	.0000	.0000	.0008	.0050	.0165	.0389	.0735	.1024	.1181	.1672	.2128	.2408	.2461
	6	.0000	.0000	.0001	.0006	.0028	.0087	.0210	.0341	.0424	.0743	.1160	.1542	.1641
	7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0003	.0012	.0039	.0073	.0098	.0212	.0407	.0635	.0703
	8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0004	.0009	.0013	.0035	.0083	.0153	.0176
	9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0003	.0008	.0016	.0020
10	0	.9044	.5987	.3487	.1969	.1074	.0563	.0282	.0173	.0135	.0060	.0025	.0012	.0010
	1	.0914	.3151	.3874	.3474	.2684	.1877	.1211	.0867	.0725	.0403	.0207	.0114	.0098
	2	.0042	.0746	.1937	.2759	.3020	.2816	.2335	.1951	.1757	.1209	.0763	.0495	.0439
	3	.0001	.0105	.0574	.1298	.2013	.2503	.2668	.2601	.2522	.2150	.1665	.1267	.1172
	4	.0000	.0010	.0112	.0401	.0881	.1460	.2001	.2276	.2377	.2508	.2384	.2130	.2051
	5	.0000	.0001	.0015	.0085	.0264	.0584	.1029	.1366	.1536	.2007	.2340	.2456	.2461
	6	.0000	.0000	.0001	.0012	.0055	.0162	.0368	.0596	.0689	.1115	.1596	.1966	.2051
	7	.0000	.0000	.0000	.0001	.0008	.0031	.0090	.0163	.0212	.0425	.0746	.1080	.1172
	8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0004	.0014	.0030	.0043	.0106	.0229	.0389	.0439
	9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0005	.0016	.0042	.0083	.0098
	10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0008	.0010

FUNCIÓN DE PROBABILIDAD DE POISSON

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

k / λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
.1	.9048	.0905	.0045	.0002	.0000								
.2	.8187	.1637	.0164	.0011	.0001	.0000							
.3	.7408	.2222	.0333	.0033	.0002	.0000							
.4	.6703	.2681	.0536	.0072	.0007	.0001	.0000						
.5	.6065	.3033	.0758	.0126	.0016	.0002	.0000						
.6	.5488	.3293	.0988	.0198	.0030	.0004	.0000						
.7	.4966	.3476	.1217	.0284	.0050	.0007	.0001	.0000					
.8	.4493	.3595	.1438	.0383	.0077	.0012	.0002	.0000					
.9	.4066	.3659	.1647	.0494	.0111	.0020	.0003	.0000					
1.0	.3679	.3679	.1839	.0613	.0153	.0031	.0005	.0001	.0000				
1.1	.3329	.3662	.2014	.0738	.0203	.0045	.0008	.0001	.0000				
1.2	.3012	.3614	.2169	.0867	.0260	.0062	.0012	.0002	.0000				
1.3	.2725	.3543	.2303	.0998	.0324	.0084	.0018	.0003	.0001	.0000			
1.4	.2466	.3452	.2417	.1128	.0395	.0111	.0026	.0005	.0001	.0000			
1.5	.2231	.3347	.2510	.1255	.0471	.0141	.0035	.0008	.0001	.0000			
1.6	.2019	.3230	.2584	.1378	.0551	.0176	.0047	.0011	.0002	.0000			
1.7	.1827	.3106	.2640	.1496	.0636	.0216	.0061	.0015	.0003	.0001	.0000		
1.8	.1653	.2975	.2678	.1607	.0723	.0260	.0078	.0020	.0005	.0001	.0000		
1.9	.1496	.2842	.2700	.1710	.0812	.0309	.0098	.0027	.0006	.0001	.0000		
2.0	.1353	.2707	.2707	.1804	.0902	.0361	.0120	.0034	.0009	.0002	.0000		
2.1	.1225	.2572	.2700	.1890	.0992	.0417	.0146	.0044	.0011	.0003	.0000		
2.2	.1108	.2438	.2681	.1966	.1082	.0476	.0174	.0055	.0015	.0004	.0001	.0000	
2.3	.1003	.2306	.2652	.2033	.1169	.0538	.0206	.0068	.0019	.0005	.0001	.0000	
2.4	.0907	.2177	.2613	.2090	.1254	.0602	.0241	.0083	.0025	.0007	.0002	.0000	
2.5	.0821	.2052	.2565	.2138	.1336	.0668	.0278	.0099	.0031	.0009	.0002	.0000	
2.6	.0743	.1931	.2510	.2176	.1414	.0735	.0319	.0118	.0038	.0011	.0003	.0001	.0000
2.7	.0672	.1815	.2450	.2205	.1488	.0804	.0362	.0139	.0047	.0014	.0004	.0001	.0000
2.8	.0608	.1703	.2384	.2225	.1557	.0872	.0407	.0163	.0057	.0018	.0005	.0001	.0000
2.9	.0550	.1596	.2314	.2237	.1622	.0941	.0455	.0188	.0068	.0022	.0006	.0002	.0000
3.0	.0498	.1494	.2240	.2240	.1680	.1008	.0504	.0216	.0081	.0027	.0008	.0002	.0001
3.2	.0408	.1304	.2087	.2226	.1781	.1140	.0608	.0278	.0111	.0040	.0013	.0004	.0001
3.4	.0334	.1135	.1929	.2186	.1858	.1264	.0716	.0348	.0148	.0056	.0019	.0006	.0002
3.6	.0273	.0984	.1771	.2125	.1912	.1377	.0826	.0425	.0191	.0076	.0028	.0009	.0003
3.8	.0224	.0850	.1615	.2046	.1944	.1477	.0936	.0508	.0241	.0102	.0039	.0013	.0004
4.0	.0183	.0733	.1465	.1954	.1954	.1563	.1042	.0595	.0298	.0132	.0053	.0019	.0006
4.2	.0150	.0630	.1323	.1852	.1944	.1633	.1143	.0686	.0360	.0168	.0071	.0027	.0009
4.4	.0123	.0540	.1188	.1743	.1917	.1687	.1237	.0778	.0428	.0209	.0092	.0037	.0014
4.6	.0101	.0462	.1064	.1631	.1875	.1725	.1323	.0869	.0500	.0255	.0118	.0049	.0019
4.8	.0082	.0395	.0948	.1517	.1820	.1748	.1398	.0959	.0575	.0307	.0147	.0064	.0026
5.0	.0067	.0337	.0842	.1404	.1755	.1755	.1462	.1044	.0653	.0363	.0181	.0082	.0034
6.0	.0025	.0149	.0446	.0892	.1339	.1606	.1606	.1377	.1033	.0688	.0413	.0225	.0113
7.0	.0009	.0064	.0223	.0521	.0912	.1277	.1490	.1490	.1304	.1014	.0710	.0452	.0264
8.0	.0003	.0027	.0107	.0286	.0573	.0916	.1221	.1396	.1396	.1241	.0993	.0722	.0481
9.0	.0001	.0011	.0050	.0150	.0337	.0607	.0911	.1171	.1318	.1318	.1186	.0970	.0728
10.0	.0000	.0005	.0023	.0076	.0189	.0378	.0631	.0901	.1126	.1251	.1251	.1137	.0948

k / λ	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
4.0	.0002	.0001										
4.2	.0003	.0001										
4.4	.0005	.0001										
4.6	.0007	.0002	.0001									
4.8	.0010	.0003	.0001									
5.0	.0013	.0005	.0002									
6.0	.0052	.0022	.0009	.0003	.0001							
7.0	.0142	.0071	.0033	.0014	.0006	.0002	.0001					
8.0	.0296	.0169	.0090	.0045	.0021	.0009	.0004	.0002	.0001			
9.0	.0504	.0324	.0194	.0109	.0058	.0029	.0014	.0006	.0003	.0001		
10.0	.0729	.0521	.0347	.0217	.0128	.0071	.0037	.0019	.0009	.0004	.0002	.0001

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL STANDARD

$$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8655	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99909	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99959	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998

ALGUNOS CUANTILES DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL STANDARD

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = p$$

p	.90	.95	.975	.99	.995	.999	.9995	.99995	.999995
z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417

ALGUNOS CUANTILES DE LA DISTRIBUCIÓN T DE STUDENT

$$F(t) = P(T_n \leq t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(n/2)\sqrt{n\pi}(1+\frac{x^2}{n})^{(n+1)/2}} dx = p$$

n(g.l.) \ p	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.929
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
35	0.682	0.852	1.052	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.592
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.705	3.551
45	0.680	0.850	1.049	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690	3.521
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.497
60	0.679	0.848	1.046	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.461
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.417
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.391
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

ALGUNOS CUANTILES DE LA DISTRIBUCIÓN CHI-CUADRADO

$$F(u) = P(\chi_n^2 \leq u) = \int_{-\infty}^{u} \frac{x^{(n-2)/2} e^{-x/2}}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} dx = p$$

n (gl) \ p	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,2	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	0,00004	0,0002	0,001	0,004	0,02	0,06	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,83
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	0,45	3,22	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	13,82
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	1,01	4,64	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84	16,27
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	1,65	5,99	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86	18,47
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	2,34	7,29	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75	20,52
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	3,07	8,56	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	22,46
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	3,82	9,80	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	24,32
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	4,59	11,03	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	26,12
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,38	12,24	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	27,88
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,18	13,44	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	29,59
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	6,99	14,63	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76	31,26
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	7,81	15,81	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	32,91
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	8,63	16,98	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	34,53
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	9,47	18,15	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	36,12
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	10,31	19,31	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80	37,70
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,15	20,47	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	39,25
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	12,00	21,61	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72	40,79
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	12,86	22,76	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	42,31
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	13,72	23,90	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	43,82
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	14,58	25,04	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	45,31
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	15,44	26,17	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	46,80
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	16,31	27,30	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80	48,27
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	17,19	28,43	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	49,73
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	18,06	29,55	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56	51,18
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	18,94	30,68	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	52,62
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	19,82	31,79	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29	54,05
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	20,70	32,91	36,74	40,11	43,19	46,96	49,64	55,48
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	21,59	34,03	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99	56,89
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	22,48	35,14	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34	58,30
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	23,36	36,25	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	59,70
31	14,46	15,66	17,54	19,28	21,43	24,26	37,36	41,42	44,99	48,23	52,19	55,00	61,10
32	15,13	16,36	18,29	20,07	22,27	25,15	38,47	42,58	46,19	49,48	53,49	56,33	62,49
33	15,82	17,07	19,05	20,87	23,11	26,04	39,57	43,75	47,40	50,73	54,78	57,65	63,87
34	16,50	17,79	19,81	21,66	23,95	26,94	40,68	44,90	48,60	51,97	56,06	58,96	65,25
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	27,84	41,78	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27	66,62
36	17,89	19,23	21,34	23,27	25,64	28,73	42,88	47,21	51,00	54,44	58,62	61,58	67,99
37	18,59	19,96	22,11	24,07	26,49	29,64	43,98	48,36	52,19	55,67	59,89	62,88	69,35
38	19,29	20,69	22,88	24,88	27,34	30,54	45,08	49,51	53,38	56,90	61,16	64,18	70,70
39	20,00	21,43	23,65	25,70	28,20	31,44	46,17	50,66	54,57	58,12	62,43	65,48	72,05
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	32,34	47,27	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77	73,40
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	36,88	52,73	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17	80,08
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	41,45	58,16	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49	86,66
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	50,64	68,97	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95	99,61
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	59,90	79,71	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21	112,32
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	69,21	90,41	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32	124,84
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	78,56	101,05	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30	137,21
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	87,95	111,67	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17	149,45
110	75,55	78,46	82,87	86,79	91,47	97,36	122,25	129,39	135,48	140,92	147,41	151,95	161,58
120	83,85	86,92	91,57	95,70	100,62	106,81	132,81	140,23	146,57	152,21	158,95	163,65	173,62

NOTA: Para $n > 120$ utilizar $\sqrt{2\chi^2(n)} \approx N\left(\sqrt{2n-1}; 1\right)$

ALGUNOS CUANTILES DE LA DISTRIBUCIÓN $F(u,v)$ DE FISHER-SNEDECOR-COCHRAN

$$G(t) = P\left[F(u,v) \leq t\right] = p$$

v \ u	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	p
1	39,863	49,500	53,593	55,833	57,240	58,204	58,906	59,439	59,858	60,195	60,473	60,705	0,900
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88	242,98	243,91	0,950
1	647,79	799,50	864,16	899,58	921,85	937,11	948,22	956,66	963,28	968,63	973,03	976,71	0,975
1	4052,2	4999,5	5403,4	5624,6	5763,6	5859,0	5928,4	5981,1	6022,5	6055,8	6083,3	6106,3	0,990
1	16211	19999	21615	22500	23056	23437	23715	23925	24091	24224	24334	24426	0,995
2	8,526	9,000	9,162	9,243	9,293	9,326	9,349	9,367	9,381	9,392	9,401	9,408	0,900
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	19,353	19,371	19,385	19,396	19,405	19,413	0,950
2	38,506	39,000	39,165	39,248	39,298	39,331	39,355	39,373	39,387	39,398	39,407	39,415	0,975
2	98,503	99,000	99,166	99,249	99,299	99,333	99,356	99,374	99,388	99,399	99,408	99,416	0,990
2	198,50	199,00	199,17	199,25	199,30	199,33	199,36	199,37	199,39	199,40	199,41	199,42	0,995
3	5,538	5,462	5,391	5,343	5,309	5,285	5,266	5,252	5,240	5,230	5,222	5,216	0,900
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	8,941	8,887	8,845	8,812	8,786	8,763	8,745	0,950
3	17,443	16,044	15,439	15,101	14,885	14,735	14,624	14,540	14,473	14,419	14,374	14,337	0,975
3	34,116	30,817	29,457	28,710	28,237	27,911	27,672	27,489	27,345	27,229	27,133	27,052	0,990
3	55,552	49,799	47,467	46,195	45,392	44,838	44,434	44,126	43,882	43,686	43,524	43,387	0,995
4	4,545	4,325	4,191	4,107	4,051	4,010	3,979	3,955	3,936	3,920	3,907	3,896	0,900
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,094	6,041	5,999	5,964	5,936	5,912	0,950
4	12,218	10,649	9,979	9,605	9,364	9,197	9,074	8,980	8,905	8,844	8,794	8,751	0,975
4	21,198	18,000	16,694	15,977	15,522	15,207	14,976	14,799	14,659	14,546	14,452	14,374	0,990
4	31,333	26,284	24,259	23,155	22,456	21,975	21,622	21,352	21,139	20,967	20,824	20,705	0,995
5	4,060	3,780	3,619	3,520	3,453	3,405	3,368	3,339	3,316	3,297	3,282	3,268	0,900
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818	4,772	4,735	4,704	4,678	0,950
5	10,007	8,434	7,764	7,388	7,146	6,978	6,853	6,757	6,681	6,619	6,568	6,525	0,975
5	16,258	13,274	12,060	11,392	10,967	10,672	10,456	10,289	10,158	10,051	9,963	9,888	0,990
5	22,785	18,314	16,530	15,556	14,940	14,513	14,200	13,961	13,772	13,618	13,491	13,384	0,995
6	3,776	3,463	3,289	3,181	3,108	3,055	3,014	2,983	2,958	2,937	2,920	2,905	0,900
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207	4,147	4,099	4,060	4,027	4,000	0,950
6	8,813	7,260	6,599	6,227	5,988	5,820	5,695	5,600	5,523	5,461	5,410	5,366	0,975
6	13,745	10,925	9,780	9,148	8,746	8,466	8,260	8,102	7,976	7,874	7,790	7,718	0,990
6	18,635	14,544	12,917	12,028	11,464	11,073	10,786	10,566	10,391	10,250	10,133	10,034	0,995
7	3,589	3,257	3,074	2,961	2,883	2,827	2,785	2,752	2,725	2,703	2,684	2,668	0,900
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726	3,677	3,637	3,603	3,575	0,950
7	8,073	6,542	5,890	5,523	5,285	5,119	4,995	4,899	4,823	4,761	4,709	4,666	0,975
7	12,246	9,547	8,451	7,847	7,460	7,191	6,993	6,840	6,719	6,620	6,538	6,469	0,990
7	16,236	12,404	10,882	10,050	9,522	9,155	8,885	8,678	8,514	8,380	8,270	8,176	0,995
8	3,458	3,113	2,924	2,806	2,726	2,668	2,624	2,589	2,561	2,538	2,519	2,502	0,900
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,687	3,581	3,500	3,438	3,388	3,347	3,313	3,284	0,950
8	7,571	6,059	5,416	5,053	4,817	4,652	4,529	4,433	4,357	4,295	4,243	4,200	0,975
8	11,259	8,649	7,591	7,006	6,632	6,371	6,178	6,029	5,911	5,814	5,734	5,667	0,990
8	14,688	11,042	9,596	8,805	8,302	7,952	7,694	7,496	7,339	7,211	7,104	7,015	0,995
9	3,360	3,006	2,813	2,693	2,611	2,551	2,505	2,469	2,440	2,416	2,396	2,379	0,900
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,374	3,293	3,230	3,179	3,137	3,102	3,073	0,950
9	7,209	5,715	5,078	4,718	4,484	4,320	4,197	4,102	4,026	3,964	3,912	3,868	0,975
9	10,561	8,022	6,992	6,422	6,057	5,802	5,613	5,467	5,351	5,257	5,178	5,111	0,990
9	13,614	10,107	8,717	7,956	7,471	7,134	6,885	6,693	6,541	6,417	6,314	6,227	0,995
10	3,285	2,924	2,728	2,605	2,522	2,461	2,414	2,377	2,347	2,323	2,302	2,284	0,900
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,135	3,072	3,020	2,978	2,943	2,913	0,950
10	6,937	5,456	4,826	4,468	4,236	4,072	3,950	3,855	3,779	3,717	3,665	3,621	0,975
10	10,044	7,559	6,552	5,994	5,636	5,386	5,200	5,057	4,942	4,849	4,772	4,706	0,990
10	12,826	9,427	8,081	7,343	6,872	6,545	6,302	6,116	5,968	5,847	5,746	5,661	0,995
11	3,225	2,860	2,660	2,536	2,451	2,389	2,342	2,304	2,274	2,248	2,227	2,209	0,900
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012	2,948	2,896	2,854	2,818	2,788	0,950
11	6,724	5,256	4,630	4,275	4,044	3,881	3,759	3,664	3,588	3,526	3,474	3,430	0,975
11	9,646	7,206	6,217	5,668	5,316	5,069	4,886	4,744	4,632	4,539	4,462	4,397	0,990
11	12,226	8,912	7,600	6,881	6,422	6,102	5,865	5,682	5,537	5,418	5,320	5,236	0,995
12	3,177	2,807	2,606	2,480	2,394	2,331	2,283	2,245	2,214	2,188	2,166	2,147	0,900
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849	2,796	2,753	2,717	2,687	0,950
12	6,554	5,096	4,474	4,121	3,891	3,728	3,607	3,512	3,436	3,374	3,321	3,277	0,975
12	9,330	6,927	5,953	5,412	5,064	4,821	4,640	4,499	4,388	4,296	4,220	4,155	0,990
12	11,754	8,510	7,226	6,521	6,071	5,757	5,525	5,345	5,202	5,085	4,988	4,906	0,995

ALGUNOS CUANTILES DE LA DISTRIBUCIÓN $F(u, v)$ DE FISHER-SNEDECOR-COCHRAN

$$G(t) = P\,[F(u, v) \le t] = p$$

v \ u	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	p
13	3,136	2,763	2,560	2,434	2,347	2,283	2,234	2,195	2,164	2,138	2,116	2,097	0,900
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832	2,767	2,714	2,671	2,635	2,604	0,950
13	6,414	4,965	4,347	3,996	3,767	3,604	3,483	3,388	3,312	3,250	3,197	3,153	0,975
13	9,074	6,701	5,739	5,205	4,862	4,620	4,441	4,302	4,191	4,100	4,025	3,960	0,990
13	11,374	8,186	6,926	6,233	5,791	5,482	5,253	5,076	4,935	4,820	4,724	4,643	0,995
14	3,102	2,726	2,522	2,395	2,307	2,243	2,193	2,154	2,122	2,095	2,073	2,054	0,900
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764	2,699	2,646	2,602	2,565	2,534	0,950
14	6,298	4,857	4,242	3,892	3,663	3,501	3,380	3,285	3,209	3,147	3,095	3,050	0,975
14	8,862	6,515	5,564	5,035	4,695	4,456	4,278	4,140	4,030	3,939	3,864	3,800	0,990
14	11,060	7,922	6,680	5,998	5,562	5,257	5,031	4,857	4,717	4,603	4,508	4,428	0,995
15	3,073	2,695	2,490	2,361	2,273	2,208	2,158	2,119	2,086	2,059	2,037	2,017	0,900
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,790	2,707	2,641	2,588	2,544	2,507	2,475	0,950
15	6,200	4,765	4,153	3,804	3,576	3,415	3,293	3,199	3,123	3,060	3,008	2,963	0,975
15	8,683	6,359	5,417	4,893	4,556	4,318	4,142	4,004	3,895	3,805	3,730	3,666	0,990
15	10,798	7,701	6,476	5,803	5,372	5,071	4,847	4,674	4,536	4,424	4,329	4,250	0,995
16	3,048	2,668	2,462	2,333	2,244	2,178	2,128	2,088	2,055	2,028	2,005	1,985	0,900
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657	2,591	2,538	2,494	2,456	2,425	0,950
16	6,115	4,687	4,077	3,729	3,502	3,341	3,219	3,125	3,049	2,986	2,934	2,889	0,975
16	8,531	6,226	5,292	4,773	4,437	4,202	4,026	3,890	3,780	3,691	3,616	3,553	0,990
16	10,575	7,514	6,303	5,638	5,212	4,913	4,692	4,521	4,384	4,272	4,179	4,099	0,995
17	3,026	2,645	2,437	2,308	2,218	2,152	2,102	2,061	2,028	2,001	1,978	1,958	0,900
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,810	2,699	2,614	2,548	2,494	2,450	2,413	2,381	0,950
17	6,042	4,619	4,011	3,665	3,438	3,277	3,156	3,061	2,985	2,922	2,870	2,825	0,975
17	8,400	6,112	5,185	4,669	4,336	4,102	3,927	3,791	3,682	3,593	3,519	3,455	0,990
17	10,384	7,354	6,156	5,497	5,075	4,779	4,559	4,389	4,254	4,142	4,050	3,971	0,995
18	3,007	2,624	2,416	2,286	2,196	2,130	2,079	2,038	2,005	1,977	1,954	1,933	0,900
18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577	2,510	2,456	2,412	2,374	2,342	0,950
18	5,978	4,560	3,954	3,608	3,382	3,221	3,100	3,005	2,929	2,866	2,814	2,769	0,975
18	8,285	6,013	5,092	4,579	4,248	4,015	3,841	3,705	3,597	3,508	3,434	3,371	0,990
18	10,218	7,215	6,028	5,375	4,956	4,663	4,445	4,276	4,141	4,030	3,938	3,860	0,995
19	2,990	2,606	2,397	2,266	2,176	2,109	2,058	2,017	1,984	1,956	1,932	1,912	0,900
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,740	2,628	2,544	2,477	2,423	2,378	2,340	2,308	0,950
19	5,922	4,508	3,903	3,559	3,333	3,172	3,051	2,956	2,880	2,817	2,765	2,720	0,975
19	8,185	5,926	5,010	4,500	4,171	3,939	3,765	3,631	3,523	3,434	3,360	3,297	0,990
19	10,073	7,093	5,916	5,268	4,853	4,561	4,345	4,177	4,043	3,933	3,841	3,763	0,995
20	2,975	2,589	2,380	2,249	2,158	2,091	2,040	1,999	1,965	1,937	1,913	1,892	0,900
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514	2,447	2,393	2,348	2,310	2,278	0,950
20	5,871	4,461	3,859	3,515	3,289	3,128	3,007	2,913	2,837	2,774	2,721	2,676	0,975
20	8,096	5,849	4,938	4,431	4,103	3,871	3,699	3,564	3,457	3,368	3,294	3,231	0,990
20	9,944	6,986	5,818	5,174	4,762	4,472	4,257	4,090	3,956	3,847	3,756	3,678	0,995
25	2,918	2,528	2,317	2,184	2,092	2,024	1,971	1,929	1,895	1,866	1,841	1,820	0,900
25	4,242	3,385	2,991	2,759	2,603	2,490	2,405	2,337	2,282	2,236	2,198	2,165	0,950
25	5,686	4,291	3,694	3,353	3,129	2,969	2,848	2,753	2,677	2,613	2,560	2,515	0,975
25	7,770	5,568	4,675	4,177	3,855	3,627	3,457	3,324	3,217	3,129	3,056	2,993	0,990
25	9,475	6,598	5,462	4,835	4,433	4,150	3,939	3,776	3,645	3,537	3,447	3,370	0,995
30	2,881	2,489	2,276	2,142	2,049	1,980	1,927	1,884	1,849	1,819	1,794	1,773	0,900
30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,534	2,421	2,334	2,266	2,211	2,165	2,126	2,092	0,950
30	5,568	4,182	3,589	3,250	3,026	2,867	2,746	2,651	2,575	2,511	2,458	2,412	0,975
30	7,562	5,390	4,510	4,018	3,699	3,473	3,304	3,173	3,067	2,979	2,906	2,843	0,990
30	9,180	6,355	5,239	4,623	4,228	3,949	3,742	3,580	3,450	3,344	3,255	3,179	0,995
40	2,835	2,440	2,226	2,091	1,997	1,927	1,873	1,829	1,793	1,763	1,737	1,715	0,900
40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,449	2,336	2,249	2,180	2,124	2,077	2,038	2,003	0,950
40	5,424	4,051	3,463	3,126	2,904	2,744	2,624	2,529	2,452	2,388	2,334	2,288	0,975
40	7,314	5,179	4,313	3,828	3,514	3,291	3,124	2,993	2,888	2,801	2,727	2,665	0,990
40	8,828	6,066	4,976	4,374	3,986	3,713	3,509	3,350	3,222	3,117	3,028	2,953	0,995
∞	2,705	2,303	2,084	1,945	1,847	1,774	1,717	1,670	1,632	1,599	1,570	1,546	0,900
∞	3,841	2,996	2,605	2,372	2,214	2,099	2,010	1,938	1,880	1,831	1,789	1,752	0,950
∞	5,024	3,689	3,116	2,786	2,567	2,408	2,288	2,192	2,114	2,048	1,993	1,945	0,975
∞	6,635	4,605	3,782	3,319	3,017	2,802	2,639	2,511	2,407	2,321	2,248	2,185	0,990
∞	7,879	5,298	4,279	3,715	3,350	3,091	2,897	2,744	2,621	2,519	2,432	2,358	0,995

ALGUNOS CUANTILES DE LA DISTRIBUCIÓN $F(u,v)$ DE FISHER-SNEDECOR-COCHRAN

$$G(t) = P\left[F(u,v) \leq t\right] = p$$

v \ u	13	14	15	16	17	18	19	20	25	30	40	∞	p
1	60,903	61,073	61,220	61,350	61,464	61,566	61,658	61,740	62,055	62,265	62,529	63,329	0,900
1	244,69	245,36	245,95	246,46	246,92	247,32	247,69	248,01	249,26	250,10	251,14	254,32	0,950
1	979,84	982,53	984,87	986,92	988,73	990,35	991,80	993,10	998,08	1001,4	1005,6	1018,3	0,975
1	6125,9	6142,7	6157,3	6170,1	6181,4	6191,5	6200,6	6208,7	6239,8	6260,6	6286,8	6365,9	0,990
1	24505	24572	24630	24681	24727	24767	24803	24836	24960	25044	25148	25465	0,995
2	9,415	9,420	9,425	9,429	9,433	9,436	9,439	9,441	9,451	9,458	9,466	9,491	0,900
2	19,419	19,424	19,429	19,433	19,437	19,440	19,443	19,446	19,456	19,462	19,471	19,496	0,950
2	39,421	39,427	39,431	39,435	39,439	39,442	39,445	39,448	39,458	39,465	39,473	39,498	0,975
2	99,422	99,428	99,433	99,437	99,440	99,444	99,447	99,449	99,459	99,466	99,474	99,501	0,990
2	199,42	199,43	199,43	199,44	199,44	199,44	199,45	199,45	199,46	199,47	199,47	199,50	0,995
3	5,210	5,205	5,200	5,196	5,193	5,190	5,187	5,184	5,175	5,168	5,160	5,134	0,900
3	8,729	8,715	8,703	8,692	8,683	8,675	8,667	8,660	8,634	8,617	8,594	8,527	0,950
3	14,304	14,277	14,253	14,232	14,213	14,196	14,181	14,167	14,115	14,081	14,037	13,902	0,975
3	26,983	26,924	26,872	26,827	26,787	26,751	26,719	26,690	26,579	26,505	26,411	26,126	0,990
3	43,271	43,172	43,085	43,008	42,941	42,880	42,826	42,778	42,591	42,466	42,308	41,829	0,995
4	3,886	3,878	3,870	3,864	3,858	3,853	3,849	3,844	3,828	3,817	3,804	3,761	0,900
4	5,891	5,873	5,858	5,844	5,832	5,821	5,811	5,803	5,769	5,746	5,717	5,628	0,950
4	8,715	8,684	8,657	8,633	8,611	8,592	8,575	8,560	8,501	8,461	8,411	8,257	0,975
4	14,307	14,249	14,198	14,154	14,115	14,080	14,048	14,020	13,911	13,838	13,745	13,463	0,990
4	20,603	20,515	20,438	20,371	20,311	20,258	20,210	20,167	20,002	19,892	19,752	19,325	0,995
5	3,257	3,247	3,238	3,230	3,223	3,217	3,212	3,207	3,187	3,174	3,157	3,105	0,900
5	4,655	4,636	4,619	4,604	4,590	4,579	4,568	4,558	4,521	4,496	4,464	4,365	0,950
5	6,488	6,456	6,428	6,403	6,381	6,362	6,344	6,329	6,268	6,227	6,175	6,015	0,975
5	9,825	9,770	9,722	9,680	9,643	9,610	9,580	9,553	9,449	9,379	9,291	9,020	0,990
5	13,293	13,215	13,146	13,086	13,033	12,985	12,942	12,903	12,755	12,656	12,530	12,144	0,995
6	2,892	2,881	2,871	2,863	2,855	2,848	2,842	2,836	2,815	2,800	2,781	2,722	0,900
6	3,976	3,956	3,938	3,922	3,908	3,896	3,884	3,874	3,835	3,808	3,774	3,669	0,950
6	5,329	5,297	5,269	5,244	5,222	5,202	5,184	5,168	5,107	5,065	5,012	4,849	0,975
6	7,657	7,605	7,559	7,519	7,483	7,451	7,422	7,396	7,296	7,229	7,143	6,880	0,990
6	9,950	9,877	9,814	9,758	9,709	9,664	9,625	9,589	9,451	9,358	9,241	8,879	0,995
7	2,654	2,643	2,632	2,623	2,615	2,607	2,601	2,595	2,571	2,555	2,535	2,471	0,900
7	3,550	3,529	3,511	3,494	3,480	3,467	3,455	3,445	3,404	3,376	3,340	3,230	0,950
7	4,628	4,596	4,568	4,543	4,521	4,501	4,483	4,467	4,405	4,362	4,309	4,142	0,975
7	6,410	6,359	6,314	6,275	6,240	6,209	6,181	6,155	6,058	5,992	5,908	5,650	0,990
7	8,097	8,028	7,968	7,915	7,868	7,826	7,788	7,754	7,623	7,534	7,422	7,076	0,995
8	2,488	2,475	2,464	2,455	2,446	2,438	2,431	2,425	2,400	2,383	2,361	2,293	0,900
8	3,259	3,237	3,218	3,202	3,187	3,173	3,161	3,150	3,108	3,079	3,043	2,928	0,950
8	4,162	4,130	4,101	4,076	4,054	4,034	4,016	3,999	3,937	3,894	3,840	3,670	0,975
8	5,609	5,559	5,515	5,477	5,442	5,412	5,384	5,359	5,263	5,198	5,116	4,859	0,990
8	6,938	6,872	6,814	6,763	6,718	6,678	6,641	6,608	6,482	6,396	6,288	5,951	0,995
9	2,364	2,351	2,340	2,329	2,320	2,312	2,305	2,298	2,272	2,255	2,232	2,159	0,900
9	3,048	3,025	3,006	2,989	2,974	2,960	2,948	2,936	2,893	2,864	2,826	2,707	0,950
9	3,831	3,798	3,769	3,744	3,722	3,701	3,683	3,667	3,604	3,560	3,505	3,333	0,975
9	5,055	5,005	4,962	4,924	4,890	4,860	4,833	4,808	4,713	4,649	4,567	4,311	0,990
9	6,153	6,089	6,032	5,983	5,939	5,899	5,864	5,832	5,708	5,625	5,519	5,188	0,995
10	2,269	2,255	2,244	2,233	2,224	2,215	2,208	2,201	2,174	2,155	2,132	2,055	0,900
10	2,887	2,865	2,845	2,828	2,812	2,798	2,785	2,774	2,730	2,700	2,661	2,538	0,950
10	3,583	3,550	3,522	3,496	3,474	3,453	3,435	3,419	3,355	3,311	3,255	3,080	0,975
10	4,650	4,601	4,558	4,520	4,487	4,457	4,430	4,405	4,311	4,247	4,165	3,909	0,990
10	5,589	5,526	5,471	5,422	5,379	5,340	5,305	5,274	5,153	5,071	4,966	4,639	0,995
11	2,193	2,179	2,167	2,156	2,147	2,138	2,130	2,123	2,095	2,076	2,052	1,972	0,900
11	2,761	2,739	2,719	2,701	2,685	2,671	2,658	2,646	2,601	2,570	2,531	2,404	0,950
11	3,392	3,359	3,330	3,304	3,282	3,261	3,243	3,226	3,162	3,118	3,061	2,883	0,975
11	4,342	4,293	4,251	4,213	4,180	4,150	4,123	4,099	4,005	3,941	3,860	3,602	0,990
11	5,165	5,103	5,049	5,001	4,959	4,921	4,886	4,855	4,736	4,654	4,551	4,226	0,995
12	2,131	2,117	2,105	2,094	2,084	2,075	2,067	2,060	2,031	2,011	1,986	1,904	0,900
12	2,660	2,637	2,617	2,599	2,583	2,568	2,555	2,544	2,498	2,466	2,426	2,296	0,950
12	3,239	3,206	3,177	3,152	3,129	3,108	3,090	3,073	3,008	2,963	2,906	2,725	0,975
12	4,100	4,052	4,010	3,972	3,939	3,909	3,883	3,858	3,765	3,701	3,619	3,361	0,990
12	4,836	4,775	4,721	4,674	4,632	4,595	4,561	4,530	4,412	4,331	4,228	3,904	0,995

ALGUNOS CUANTILES DE LA DISTRIBUCIÓN $F(u,v)$ DE FISHER-SNEDECOR-COCHRAN

$$G(t) = P\,[F(u,v) \leq t] = p$$

v \ u	13	14	15	16	17	18	19	20	25	30	40	∞	p
13	2,080	2,066	2,053	2,042	2,032	2,023	2,014	2,007	1,978	1,958	1,931	1,846	0,900
13	2,577	2,554	2,533	2,515	2,499	2,484	2,471	2,459	2,412	2,380	2,339	2,206	0,950
13	3,115	3,082	3,053	3,027	3,004	2,983	2,965	2,948	2,882	2,837	2,780	2,595	0,975
13	3,905	3,857	3,815	3,778	3,745	3,716	3,689	3,665	3,571	3,507	3,425	3,165	0,990
13	4,573	4,513	4,460	4,413	4,372	4,334	4,301	4,270	4,153	4,073	3,970	3,647	0,995
14	2,037	2,022	2,010	1,998	1,988	1,978	1,970	1,962	1,933	1,912	1,885	1,797	0,900
14	2,507	2,484	2,463	2,445	2,428	2,413	2,400	2,388	2,341	2,308	2,266	2,131	0,950
14	3,012	2,979	2,949	2,923	2,900	2,879	2,861	2,844	2,778	2,732	2,674	2,487	0,975
14	3,745	3,698	3,656	3,619	3,586	3,556	3,529	3,505	3,412	3,348	3,266	3,004	0,990
14	4,359	4,299	4,247	4,200	4,159	4,122	4,089	4,059	3,942	3,862	3,760	3,436	0,995
15	2,000	1,985	1,972	1,961	1,950	1,941	1,932	1,924	1,894	1,873	1,845	1,755	0,900
15	2,448	2,424	2,403	2,385	2,368	2,353	2,340	2,328	2,280	2,247	2,204	2,066	0,950
15	2,925	2,891	2,862	2,836	2,813	2,792	2,773	2,756	2,689	2,644	2,585	2,395	0,975
15	3,612	3,564	3,522	3,485	3,452	3,423	3,396	3,372	3,278	3,214	3,132	2,868	0,990
15	4,181	4,122	4,070	4,024	3,983	3,946	3,913	3,883	3,766	3,687	3,585	3,260	0,995
16	1,968	1,953	1,940	1,928	1,917	1,908	1,899	1,891	1,860	1,839	1,811	1,718	0,900
16	2,397	2,373	2,352	2,333	2,317	2,302	2,288	2,276	2,227	2,194	2,151	2,010	0,950
16	2,851	2,817	2,788	2,761	2,738	2,717	2,698	2,681	2,614	2,568	2,509	2,316	0,975
16	3,498	3,451	3,409	3,372	3,339	3,310	3,283	3,259	3,165	3,101	3,018	2,753	0,990
16	4,031	3,972	3,920	3,875	3,834	3,797	3,764	3,734	3,618	3,539	3,437	3,112	0,995
17	1,940	1,925	1,912	1,900	1,889	1,879	1,870	1,862	1,831	1,809	1,781	1,686	0,900
17	2,353	2,329	2,308	2,289	2,272	2,257	2,243	2,230	2,181	2,148	2,104	1,960	0,950
17	2,786	2,753	2,723	2,697	2,673	2,652	2,633	2,616	2,548	2,502	2,442	2,247	0,975
17	3,401	3,353	3,312	3,275	3,242	3,212	3,186	3,162	3,068	3,003	2,920	2,653	0,990
17	3,903	3,844	3,793	3,747	3,707	3,670	3,637	3,607	3,492	3,412	3,311	2,984	0,995
18	1,916	1,900	1,887	1,875	1,864	1,854	1,845	1,837	1,805	1,783	1,754	1,657	0,900
18	2,314	2,290	2,269	2,250	2,233	2,217	2,203	2,191	2,141	2,107	2,063	1,917	0,950
18	2,730	2,696	2,667	2,640	2,617	2,596	2,576	2,559	2,491	2,445	2,384	2,187	0,975
18	3,316	3,269	3,227	3,190	3,158	3,128	3,101	3,077	2,983	2,919	2,835	2,566	0,990
18	3,793	3,734	3,683	3,637	3,597	3,560	3,527	3,498	3,382	3,303	3,201	2,873	0,995
19	1,894	1,878	1,865	1,852	1,841	1,831	1,822	1,814	1,782	1,759	1,730	1,631	0,900
19	2,280	2,256	2,234	2,215	2,198	2,182	2,168	2,155	2,106	2,071	2,026	1,878	0,950
19	2,681	2,647	2,617	2,591	2,567	2,546	2,526	2,509	2,441	2,394	2,333	2,133	0,975
19	3,242	3,195	3,153	3,116	3,084	3,054	3,027	3,003	2,909	2,844	2,761	2,489	0,990
19	3,696	3,638	3,587	3,541	3,501	3,465	3,432	3,402	3,287	3,208	3,106	2,776	0,995
20	1,875	1,859	1,845	1,833	1,821	1,811	1,802	1,794	1,761	1,738	1,708	1,607	0,900
20	2,250	2,225	2,203	2,184	2,167	2,151	2,137	2,124	2,074	2,039	1,994	1,843	0,950
20	2,637	2,603	2,573	2,547	2,523	2,501	2,482	2,464	2,396	2,349	2,287	2,085	0,975
20	3,177	3,130	3,088	3,051	3,018	2,989	2,962	2,938	2,843	2,778	2,695	2,421	0,990
20	3,611	3,553	3,502	3,457	3,416	3,380	3,347	3,318	3,203	3,123	3,022	2,690	0,995
25	1,802	1,785	1,771	1,758	1,746	1,736	1,726	1,718	1,683	1,659	1,627	1,518	0,900
25	2,136	2,111	2,089	2,069	2,051	2,035	2,021	2,007	1,955	1,919	1,872	1,711	0,950
25	2,476	2,441	2,411	2,384	2,360	2,338	2,318	2,300	2,230	2,182	2,118	1,906	0,975
25	2,939	2,892	2,850	2,813	2,780	2,751	2,724	2,699	2,604	2,538	2,453	2,169	0,990
25	3,304	3,247	3,196	3,151	3,111	3,075	3,043	3,013	2,898	2,819	2,716	2,377	0,995
30	1,754	1,737	1,722	1,709	1,697	1,686	1,676	1,667	1,632	1,606	1,573	1,456	0,900
30	2,063	2,037	2,015	1,995	1,976	1,960	1,945	1,932	1,878	1,841	1,792	1,622	0,950
30	2,372	2,338	2,307	2,280	2,255	2,233	2,213	2,195	2,124	2,074	2,009	1,787	0,975
30	2,789	2,742	2,700	2,663	2,630	2,600	2,573	2,549	2,453	2,386	2,299	2,006	0,990
30	3,113	3,056	3,006	2,961	2,921	2,885	2,853	2,823	2,708	2,628	2,524	2,176	0,995
40	1,695	1,678	1,662	1,649	1,636	1,625	1,615	1,605	1,568	1,541	1,506	1,377	0,900
40	1,974	1,948	1,924	1,904	1,885	1,868	1,853	1,839	1,783	1,744	1,693	1,509	0,950
40	2,248	2,213	2,182	2,154	2,129	2,107	2,086	2,068	1,994	1,943	1,875	1,637	0,975
40	2,611	2,563	2,522	2,484	2,451	2,421	2,394	2,369	2,271	2,203	2,114	1,805	0,990
40	2,888	2,831	2,781	2,737	2,697	2,661	2,628	2,598	2,482	2,401	2,296	1,932	0,995
∞	1,524	1,505	1,487	1,471	1,457	1,444	1,432	1,421	1,375	1,342	1,295	1,000	0,900
∞	1,720	1,692	1,666	1,644	1,623	1,604	1,587	1,571	1,506	1,459	1,394	1,000	0,950
∞	1,903	1,866	1,833	1,803	1,776	1,751	1,729	1,708	1,626	1,566	1,484	1,000	0,975
∞	2,130	2,082	2,039	2,000	1,965	1,934	1,905	1,878	1,773	1,696	1,592	1,000	0,990
∞	2,294	2,237	2,187	2,142	2,101	2,064	2,031	2,000	1,877	1,789	1,669	1,000	0,995

Límites de significación para el test de Normalidad de D'Agostino

n \ α	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
10	0.2632 , 0.2835	0.2573 , 0.2843	0.2513 , 0.2849	0.2436 , 0.2855	0.2379 , 0.2857
12	0.2653 , 0.2841	0.2598 , 0.2849	0.2544 , 0.2854	0.2473 , 0.2859	0.2420 , 0.2862
14	0.2669 , 0.2846	0.2618 , 0.2853	0.2568 , 0.2858	0.2503 , 0.2862	0.2455 , 0.2865
16	0.2681 , 0.2848	0.2634 , 0.2855	0.2587 , 0.2860	0.2527 , 0.2865	0.2482 , 0.2867
18	0.2690 , 0.2850	0.2646 , 0.2857	0.2603 , 0.2862	0.2547 , 0.2866	0.2505 , 0.2868
20	0.2699 , 0.2852	0.2657 , 0.2859	0.2617 , 0.2863	0.2564 , 0.2867	0.2525 , 0.2869
22	0.2705 , 0.2853	0.2667 , 0.2860	0.2629 , 0.2864	0.2579 , 0.2869	0.2542 , 0.2870
24	0.2711 , 0.2853	0.2675 , 0.2861	0.2639 , 0.2865	0.2591 , 0.2869	0.2557 , 0.2871
26	0.2717 , 0.2854	0.2682 , 0.2861	0.2647 , 0.2866	0.2603 , 0.2870	0.2570 , 0.2872
28	0.2721 , 0.2854	0.2688 , 0.2861	0.2655 , 0.2866	0.2612 , 0.2870	0.2581 , 0.2873
30	0.2725 , 0.2854	0.2693 , 0.2862	0.2662 , 0.2866	0.2622 , 0.2871	0.2592 , 0.2372
32	0.2729 , 0.2854	0.2698 , 0.2862	0.2668 , 0.2867	0.2630 , 0.2871	0.2600 , 0.2873
34	0.2732 , 0.2854	0.2703 , 0.2862	0.2674 , 0.2867	0.2636 , 0.2871	0.2609 , 0.2873
36	0.2735 , 0.2854	0.2707 , 0.2862	0.2679 , 0.2867	0.2643 , 0.2871	0.2617 , 0.2873
38	0.2738 , 0.2854	0.2710 , 0.2862	0.2683 , 0.2867	0.2649 , 0.2871	0.2623 , 0.2873
40	0.2740 , 0.2854	0.2714 , 0.2862	0.2688 , 0.2867	0.2655 , 0.2671	0.2630 , 0.2674
42	0.2743 , 0.2854	0.2717 , 0.2861	0.2691 , 0.2867	0.2659 , 0.2871	0.2636 , 0.2874
44	0.2745 , 0.2854	0.2720 , 0.2861	0.2695 , 0.2867	0.2667 , O.2871	0.2641 , 0.2674
46	0.2747 , 0.2854	0.2722 , 0.2661	0.2698 , 0.2866	0.2668 , 0.2871	0.2646 , 0.2874
48	0.2749 , 0.2854	0.2725 , 0.2861	0.2702 , 0.2866	0.2672 , 0.2871	0.2651 , 0.2874
50	0.2751 , 0.2853	0.2727 , 0.2861	0.2705 , 0.2866	0.2676 , 0.2871	0.2855 , 0.2674
60	0.2757 , 0.2852	0.2737 , 0.2860	0.2717 , 0.2865	0.2692 , 0.2870	0.2673 , 0.2873
70	0.2763 , 0.2851	0.2744 , 0.2859	0.2726 , 0.2864	0.2704 , 0.2869	0.2687 , 0.2372
80	0.2768 , 0.2850	0.2750 , 0.2857	0.2734 , 0.2863	0.2713 , 0.2868	0.2698 , 0.2871
90	0.2771 , 0.2849	0.2756 , 0.2856	0.2741 , 0.2861	0.2721 , 0.2866	0.2707 , 0.2870
100	0.2774 , 0.2849	0.2759 , 0.2855	0.2745 , 0.2860	0.2727 , 0.2865	0.2714 , 0.2869
120	0.2779 , 0.2847	0.2765 , 0.2853	0.2752 , 0.2858	0.2737 , 0.2863	0.2725 , 0.2866
140	0.2782 , 0.2646	0.2770 , 0.2852	0.2758 , 0.2856	0.2744 , 0.2862	0.2734 , 0.2865
150	0.2784 , 0.2845	0.2772 , 0.2851	0.2761 , 0.2856	0.2747 , 0.2861	0.2737 , 0.2864
160	0.2765 , 0.2845	0.2774 , 0.2851	0.2763 , 0.2855	0.2750 , 0.2860	0.2741 , 0.2863
180	0.2787 , 0.2844	0.2777 , 0.2850	0.2767 , 0.2854	0.2755 , 0.2859	0.2745 , 0.2862
200	0.2789 , 0.2843	0.2779 , 0.2848	0.2770 , 0.2853	0.2759 , 0.2857	0.2751 , 0.2660
250	0.2793 , 0.2841	0.2784 , 0.2846	0.2776 , 0.2850	0.2767 , 0.2855	0.2780 , 0.2857
300	0.2796 , 0.2840	0.2788 , 0.284.	0.2781 , 0.2847	0.2772 , 0.2853	0.2766 , 0.2655
350	0.2798 , 0.2839	0.2791 , 0.2843	0.2784 , 0.2847	0.2776 , 0.2851	0.2771 , 0.2853
400	0.2799 , 0.2838	0.2793 , 0.2842	0.2787 , 0.2845	0.2780 , 0.2849	0.2775 , 0.2852
450	0.2801 , 0.2837	0.2795 , 0.2841	0.2789 , 0.2844	0.2782 , 0.2848	0.2778 , 0.2850
500	0.2802 , 0.2836	0.2796 , 0.2840	0.2791 , 0.2843	0.2785 , 0.2847	0.2780 , 0.2849
550	0.2303 , 0.2835	0.2797 , 0.2839	0.2792 , 0.2842	0.2787 , 0.2846	0.2782 , 0.2848
600	0.2804 , 0.2835	0.2799 , 0.2839	0.2794 , 0.2842	0.2788 , 0.2845	0.2784 , 0.2847
650	0.2804 , 0.2834	0.2799 , 0.2838	0.2795 , 0.2841	0.2790 , 0.2844	0.2786 , 0.2846
700	0.2805 , 0.2834	0.2800 , 0.2837	0.2796 , 0.2840	0.2791 , 0.2844	0.2787 , 0.2846
750	0.2806 , 0.2834	0.2801 , 0.2837	0.2797 , 0.2840	0.2792 , 0.2843	0.2789 , 0.2845
800	0.2806 , 0.2833	0.2802 , 0.2837	0.2798 , 0.2839	0.2793 , 0.2842	0.2790 , 0.2844
850	0.2807 , 0.2833	0.2802 , 0.2836	0.2799 , 0.2839	0.2794 , 0.2842	0.2791 , 0.2844
900	0.2807 , 0.2833	0.2803 , 0.2836	0.2799 , 0.2838	0.2795 , 0.2841	0.2792 , 0.2843
950	0.2807 , 0.2832	0.2803 , 0.2835	0.2800 , 0.2838	0.2796 , 0.2841	0.2793 , 0.2843
1000	0.2808 , 0.2832	0.2804 , 0.2835	0.2800 , 0.2838	0.2796 , 0.2840	0.2793 , 0.2842
1250	0.2809 , 0.2831	0.2806 , 0.2834	0.2803 , 0.2836	0.2799 , 0.2839	0.2797 , 0.2840
1500	0.2810 , 0.2830	0.2807 , 0.2833	0.2805 , 0.2835	0.2801 , 0.2837	0.2799 , 0.2839
1750	0.2811 , 0.2830	0.2808 , 0.2832	0.2806 , 0.2834	0.2803 , 0.2836	0.2801 , 0.2838
2000	0.2812 , 0.2829	0.2809 , 0.2831	0.2807 , 0.2833	0.2804 , 0.2835	0.2802 , 0.2837

Para cada tamaño n de muestra (primera columna) y para cada nivel de significación α (primera fila), en el interior de la tabla se dan dos valores (D_I, D_S) tales que si el estadístico de contraste del test (D_{exp}) se encuentra fuera del intervalo (D_I, D_S), se rechaza la hipótesis nula de Normalidad.

D'Agostíno, M.A.S. (1986)

Limites de significación para el test de Wilcoxon (muestras independientes)

α / n_1 , n_2	0.10	0.05	0.01	α / n_1 , n_2	0.10	0.05	0.01
4, 4	11- 25	10- 26	-	7,18	63-119	58-124	49-133
4, 5	12- 28	11- 29	-	7,19	65-124	60-129	50-139
4, 6	13- 31	12- 32	10- 34	7,20	67-129	62-134	52-144
4, 7	14- 34	13- 35	10- 38	7,21	69-134	64-139	53-150
4, 8	15- 37	14- 38	11- 41	7,22	72-138	66-144	55-155
4, 9	16- 40	14- 42	11- 45	7,23	74-143	68-149	57-160
4,10	17- 43	15- 45	12- 48				
4,11	18- 46	16- 48	12- 52	8, 8	51- 85	49- 87	43- 93
4,12	19- 49	17- 51	13- 55	8, 9	54- 90	51- 93	45- 99
4,13	20- 52	18- 54	13- 59	8,10	56- 96	53- 99	47-105
4,14	21- 55	19- 57	14- 62	8,11	59-101	55-105	49-111
4,15	22- 58	20- 60	15- 65	8,12	62-106	58-110	51-117
4,16	24- 60	21- 63	15- 69	8,13	64-112	60-116	53-123
4,17	25- 63	21- 67	16- 72	8,14	67-117	62-122	54-130
4,18	26- 66	22- 70	16- 76	8,15	69-123	65-127	56-136
4,19	27- 69	23- 73	17- 79	8,16	72-128	67-133	58-142
4,20	28- 72	24- 76	18- 82	8,17	75-133	70-138	60-148
4,21	29- 75	25- 79	18- 86	8,18	77-139	72-144	62-154
4,22	30- 78	26- 82	19- 89	8,19	80-144	74-150	64-160
4,23	31- 81	27- 85	19- 93	8,20	83-149	77-155	66-166
4,24	32- 84	27- 89	20- 96	8,21	85-155	79-161	68-172
4,25	33- 87	28- 92	20-100	8,22	88-160	81-167	70-178
4,26	34- 90	29- 95	21-103				
				9, 9	66-105	62-109	56-115
5, 5	19- 36	17- 38	15- 40	9,10	69-111	65-115	58-122
5, 6	20- 40	18- 42	16- 44	9,11	72-117	68-121	61-128
5, 7	21- 44	20- 45	16- 49	9,12	75-123	71-127	63-135
5, 8	23- 47	21- 49	17- 53	9,13	78-129	73-134	65-142
5, 9	24- 51	22- 53	18- 57	9,14	81-135	76-140	67-149
5,10	26- 54	23- 57	19- 61	9,15	84-141	79-146	69-156
5,11	27- 58	24- 61	20- 65	9,16	87-147	82-152	72-162
5,12	28- 62	26- 64	21- 69	9,17	90-153	84-159	74-169
5,13	30- 65	27- 68	22- 73	9,18	93-159	87-165	76-176
5,14	31- 69	28- 72	22- 78	9,19	96-165	90-171	78-183
5,15	33- 72	29- 76	23- 82	9,20	99-171	93-177	81-189
5,16	34- 76	30- 80	24- 86	9,21	102-177	95-184	83-196
5,17	35- 80	32- 83	25- 90				
5,18	37- 83	33- 87	26- 94	10,10	82-128	78-132	71-139
5,19	38- 87	34- 91	27- 98	10,11	86-134	81-139	73-147
5,20	40- 90	35- 95	28-102	10,12	89-141	84-146	76-154
5,21	41- 94	37- 98	29-106	10,13	92-148	88-152	79-161
5,22	43- 97	38-102	29-111	10,14	96-154	91-159	81-169
5,23	44-101	39-106	30-115	10,15	99-161	94-166	84-176
5,24	45-105	40-110	31-119	10,16	103-167	97-173	86-184
5,25	47-108	42-113	32-123	10,17	106-174	100-180	89-191
				10,18	110-180	103-187	92-198
				10,19	113-187	107-193	94-206
6, 6	28- 50	26- 52	23- 55	10,20	117-193	110-200	97-213
6, 7	29- 55	27- 57	24- 60				
6, 8	31- 59	29- 61	25- 65	11,11	100-153	96-157	87-166
6, 9	33- 63	31- 65	26- 70	11,12	104-160	99-165	90-174
6,10	35- 67	32- 70	27- 75	11,13	108-167	103-172	93-182
6,11	37- 71	34- 74	28- 80	11,14	112-174	106-180	96-190
6,12	38- 76	35- 79	30- 84	11,15	116-181	110-187	99-198
6,13	40- 80	37- 83	31- 89	11,16	120-188	113-195	102-206
6,14	42- 84	38- 88	32- 94	11,17	123-196	117-202	105-214
6,15	44- 88	40- 92	33- 99	11,18	127-203	121-209	108-222
6,16	46- 92	42- 96	34-104	11,19	131-210	124-217	111-230
6,17	47- 97	43-101	36-108				
6,18	49-101	45-105	37-113	12,12	120-180	115-185	105-195
6,19	51-105	46-110	38-118	12,13	125-187	119-193	109-203
6,20	53-109	48-114	39-123	12,14	129-195	123-201	112-212
6,21	55-113	50-118	40-128	12,15	133-203	127-209	115-221
6,22	57-117	51-123	42-132	12,16	138-210	131-217	119-229
6,23	58-122	53-127	43-137	12,17	142-218	135-225	122-238
6,24	60-126	54-132	44-142	12,18	146-226	139-233	125-247
7, 7	39- 66	36- 69	32- 73	13,13	142-209	136-215	125-226
7, 8	41- 71	38- 74	34- 78	13,14	147-217	141-223	129-235
7, 9	43- 76	40- 79	35- 84	13,15	152-225	145-232	133-244
7,10	45- 81	42- 84	37- 89	13,16	156-234	150-240	136-254
7,11	47- 86	44- 89	38- 95	13,17	161-242	154-249	140-263
7,12	49- 91	46- 94	40-100				
7,13	52- 95	48- 99	41-106	14,14	166-240	160-246	147-259
7,14	54-100	50-104	43-111	14,15	171-249	164-256	151-269
7,15	56-105	52-109	44-117	14,16	176-258	169-265	155-279
7,16	58-110	54-114	46-122				
7,17	61-114	56-119	47-128	15,15	191-274	184-281	171-294

Para cada pareja de tamaños de muestra n_1 (primera columna) y n_2 (segunda columna) y cada nivel de significación (1$^{\text{a}}$ primera fila), en el interior de la tabla se dan dos números R_I, R_S tales que si la suma de rangos R_{exp} de la muestra de menor tamaño está fuera del intervalo (R_I, R_S), se rechaza la hipótesis nula de homogeneidad de ambas muestras. La falta de límites se indica con un guión (-).
White, C. (1952)

Limites de significación para el test de Wilcoxon (muestras apareadas)

n \ α	0.10	0.05	0.01
5	0-15	–	–
6	2-19	0-21	–
7	3-25	2-26	–
8	5-31	3-33	0-36
9	8-37	5-40	1-44
10	10-45	8-47	3-52
11	13-53	10-56	5-61
12	17-61	13-65	7-71
13	21-70	17-74	9-82
14	25-80	21-84	12-93
15	30-90	25-95	15-105
16	35-101	29-107	19-117
17	41-112	34-119	23-130
18	47-124	40-131	27-144
19	53-137	46-144	32-158
20	60-150	52-158	37-173
21	67-154	58-173	42-189
22	75-178	56-187	48-205
23	83-193	73-203	54-222
24	91-209	81-219	51-239
25	100-225	89-236	68-257

Para cada valor del número n de parejas de datos (primera columna) y cada nivel de significación (primera fila), en el interior de la tabla se dan dos límites R_I, R_S tales que si la suma R(+) de rangos positivos está fuera del intervalo (R_I, R_S), se rechaza la hipótesis nula de homogeneidad de ambas muestras. El test puede hacerse también con la suma R(-) de rangos negatIvos. La falta de limites se indican con un guión (-).
Tukey, J.W. (1949)