Algoritmos de caminos de coste mínimo

Algoritmo de Floyd

```
template <typename tCoste>
matriz<tCoste> Floyd(const GrafoP<tCoste>& G,
                     matriz<typename GrafoP<tCoste>::vertice>& P)
```

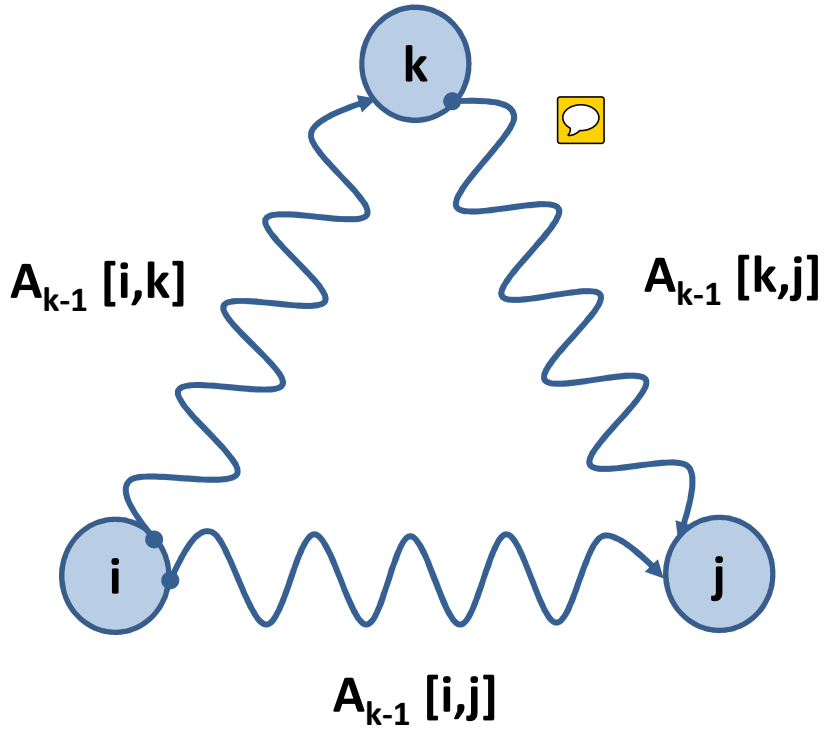
Calcula los caminos de coste mínimo entre cada par de vértices del grafo **G**.

Salida:

- Una matriz de costes mínimos de tamaño n x n, con n = **`G.numVert()`**
- **P**, una matriz de vértices de tamaño n x n, tal que **`P[i][j]`** es un vértice intermedio por el que pasa el camino de coste mínimo desde **`i`** a **`j`**.

```
/*-------------------------------------------------*/
/* matriz.h                                        */
/*-------------------------------------------------*/
#ifndef MATRIZ_H
#define MATRIZ_H

#include <vector>

using std::vector;

// matriz cuadrada
template <typename T> class matriz {
public:
   matriz() {}
   explicit matriz(size_t n, const T& x = T())
      : m(n, vector<T>(n, x)) {}
   size_t dimension() const { return m.size(); }
   const vector<T>& operator [](size_t i) const { return m[i]; }
   vector<T>& operator [](size_t i) { return m[i]; }
private:
   vector< vector<T> > m;
};

#endif  // MATRIZ_H
```

```
#include “matriz.h”

template <typename tCoste>
matriz<tCoste> Floyd(const GrafoP<tCoste>& G,
                     matriz<typename GrafoP<tCoste>::vertice>& P)
{
   typedef typename GrafoP<tCoste>::vertice vertice;
   const size_t n = G.numVert();
   matriz<tCoste> A(n); // matriz de costes mínimos
   // Iniciar A y P con caminos directos entre cada par de vértices.
   P = matriz<vertice>(n);
   for (vertice i = 0; i <= n-1; i++) {
      A[i] = G[i];                      // copia costes del grafo
      A[i][i] = 0;                      // diagonal a 0
      P[i] = vector<vertice>(n, i);     // caminos directos
   }
   // Calcular costes mínimos y caminos correspondientes
   // entre cualquier par de vértices i, j
   for (vertice k = 0; k <= n-1; k++)
      for (vertice i = 0; i <= n-1; i++)
         for (vertice j = 0; j <= n-1; j++) {
            tCoste ikj = suma(A[i][k], A[k][j]);
            if (ikj < A[i][j]) {
               A[i][j] = ikj;
               P[i][j] = k;
            }
         }
   return A;
}
```



$$A_k [i,j] = \min \{A_{k-1} [i,j], A_{k-1} [i,k] + A_{k-1} [k,j]\}$$

```
#include "listaenla.h"

template <typename T> class GrafoP {
public:
   typedef Lista<vertice> tCamino;
   // ...
};

template <typename tCoste> typename GrafoP<tCoste>::tCamino
caminoAux(typename GrafoP<tCoste>::vertice v,
          typename GrafoP<tCoste>::vertice w,
          const matriz<typename GrafoP<tCoste>::vertice>& P)
// Devuelve el camino de coste mínimo entre v y w, exluidos estos,
// a partir de una matriz P obtenida mediante la función Floyd().
{
   typename GrafoP<tCoste>::tCamino C1, C2;
   typename GrafoP<tCoste>::vertice u;

   u = P[v][w];
   if (u != v) {
      C1 = caminoAux<tCoste>(v, u, P);
      C1.insertar(u, c1.fin());
      C2 = caminoAux<tCoste>(u, w, P);
      C1 += C2; // Lista<vertice>::operator +=(), concatena C1 y C2
   }
   return C1;
}
```

```
template <typename tCoste> typename GrafoP<tCoste>::tCamino
camino(typename GrafoP<tCoste>::vertice v,
       typename GrafoP<tCoste>::vertice w,
       const matriz<typename GrafoP<tCoste>::vertice>& P)
// Devuelve el camino de coste mínimo desde v hasta w a partir
// de una matriz P obtenida mediante la función Floyd().
{
   typename GrafoP<tCoste>::tCamino C;

   C = caminoAux<tCoste>(v, w, P);
   C.insertar(v, C.primera());
   C.insertar(w, C.fin());
   return C;
}
```

Algoritmos de caminos de coste mínimo

Algoritmo de Warshall

```
matriz<bool> Warshall(const Grafo& G)
```

Determina si hay un camino entre cada par de vértices del grafo no ponderado G.

Salida:

– Una matriz booleana cuadrada de tamaño **`G.numVert()`**, tal que una posición **`[i][j]`** es **`true`** si existe al menos un camino entre el vértice **`i`** y el vértice **`j`**, y **`false`** si no existe ningún camino entre estos vértices.

```
#include “matriz.h”

matriz<bool> Warshall(const Grafo& G)
{
   typedef Grafo::vertice vertice;
   const size_t n = G.numVert();
   matriz<bool> A(n);

   // Inicializar A con la matriz de adyacencia de G
   for (vertice i = 0; i <= n-1; i++) {
      A[i] = G[i];
      A[i][i] = true;
   }
   // Comprobar camino entre cada par de vértices i, j
   // a través de cada vértice k
   for (vertice k = 0; k <= n-1; k++)
      for (vertice i = 0; i <= n-1; i++)
         for (vertice j = 0; j <= n-1; j++)
            if (!A[i][j])
               A[i][j] = A[i][k] && A[k][j];
   return A;
}
```