Diseño y Análisis de Algoritmos. Problema 1: El Zoológico

Jesús Santos Capote y Kenny Villalobos Morales

Facultad de Matemática y Computación, Universidad de La Habana, La Habana, Cuba

1. Definición del Problema

En un zoológico un poco especial, se separa a los animales en dos hábitats diferentes de manera general. El hábitat para la reproducción solo acepta animales de la misma especie, mientras que el hábitat para la maduración admite animales de distintas especies, pero no de géneros distintos. El zoológico está pasando por una remodelación, ya que va a recibir n especies distintas de animales, cada una con un número 'a' de hembras y 'b' de machos, que puede ser distinto entre cada especie. En la remodelación se está pensando en construir salas de exhibición de los animales. Cada una se construirá para ser un hábitat de reproducción o de maduración, y cada sala podrá soportar un máximo de k animales, lo cual es igual para todas las salas. Como el zoológico necesita ser rentable y cada sala se cobra por separado, se quiere construir el máximo número posible de salas que cumplan con los requerimientos planteados y que, además, estén llenas de animales para el disfrute de los visitantes. ¿Cuántas salas deberá construir el zoológico?

2. Modelación del Problema

Se tiene una matriz de dimensión 2*n, donde cada casilla contiene números enteros. El problema consiste en hallar la cantidad máxima de grupos de tamaño k que se pueden formar, donde cada elemento de un grupo es una unidad perteneciente a una casilla de la matriz. Además, todos los elementos de un grupo deben pertenecer a casillas de una misma fila o de una misma columna de la la matriz.

3. Primera Aproximación

Como primera solución se propone aplanar la matriz de entrada para obtener una lista de 2n elementos, donde en cada posición hay un animal. Los animales son modelados como una clase Animal que tiene dos atributos: gender, fila a la que pertenece en la matriz (género), y specie, columna a la que pertenece en la matriz (especie). Luego generar todas las permutaciones de la matriz aplanada y por cada una dividirla mediante índices en $\frac{2n}{k}$ porciones, contar cuantas de estas porciones son grupos válidos.

4. Segunda Aproximación

Demostremos que