

## Sección 0.9

### Círculos



Universidad de Puerto Rico  
Recinto Universitario de Mayagüez  
Facultad de Artes y Ciencias  
Departamento de Ciencias Matemáticas

# Contenido

- 1 Repaso
- 2 Definición de círculo
- 3 Ecuación de un círculo

# Repaso

# Definición de círculo

Un *círculo* es el conjunto de todos los puntos en el plano cuya distancia a un punto fijo  $C$ , llamado *centro*, es constante. La distancia de cualquier punto del círculo al centro se llama el *radio* del círculo.

**Ejemplo:**

# Diámetro de un círculo

El *diámetro* de un círculo es cualquier segmento de recta que pasa por el **centro** del círculo y cuyos extremos se encuentran en el borde del círculo.

El diámetro de un círculo es **dos** veces su **radio**.

**Ejemplo:**

# Ecuación de un círculo

Si el centro de un círculo tiene coordenadas  $C(h, k)$  y su radio es  $r$ , se puede utilizar la definición de círculo para deducir *la ecuación de ese círculo*.

Sea  $P(x, y)$  cualquier punto del círculo, entonces:

$$d(C, P) = r$$

$$\sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2} = r$$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

La *ecuación del círculo* con centro  $(h, k)$  y radio  $r$  es:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

En particular, cuando el centro está en el origen  $(0, 0)$ , la *ecuación* es:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

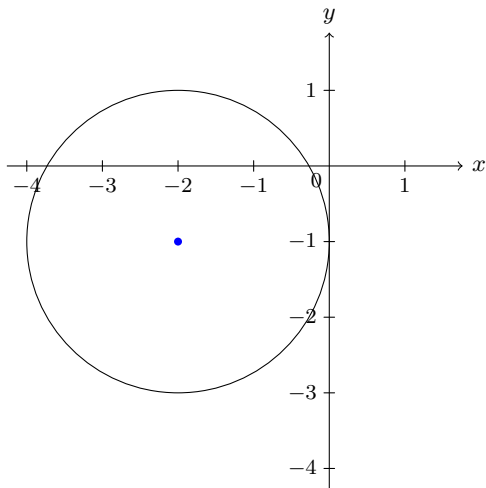
# Ejemplos

- a. Determine el centro y el radio del círculo que corresponde a la ecuación  $x^2 + (y + 2)^2 = 7$ .



- b. Determine la ecuación del círculo con centro en el punto  $(2, -5)$  y radio de 3 unidades.

c. Halle la ecuación del círculo que representa la siguiente gráfica.



- d. Determine la ecuación del círculo cuyos extremos de un diámetro son  $P(1, 8)$  y  $Q(5, -6)$ .

# ¿Es la ecuación de un círculo?

Para determinar si una ecuación de la forma  $x^2 + ax + y^2 + by = c$  es la ecuación de un círculo, debemos utilizar la técnica de completar el cuadrado para las variables  $x$  y  $y$ .

$$x^2 + ax + y^2 + by = c$$

$$x^2 + ax + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + by + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 = c + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}$$

$$\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 = c + \frac{a^2 + b^2}{4}$$

- Si  $c + \frac{a^2 + b^2}{4} > 0$ , entonces la ecuación representa un círculo.
- Si  $c + \frac{a^2 + b^2}{4} = 0$ , entonces la ecuación representa un punto.
- Si  $c + \frac{a^2 + b^2}{4} < 0$ , entonces la ecuación no tiene sentido y, por tanto, no representa ningún punto en el plano.

# Ejemplos

Determine si las siguientes ecuaciones representan un círculo, de serlo encuentre el centro y radio.

a.  $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 8$

b.  $2x^2 + 2y^2 + x + 4y = 0$

c.  $x^2 - 2x + y^2 - 4y = -5$



d.  $2x^2 + 3y^2 + 4x + 6y = 6$