Sección 1.4
Funciones lineales

Universidad de Puerto Rico
Recinto Universitario de Mayagüez
Facultad de Artes y Ciencias
Departamento de Ciencias Matemáticas

Contenido

Función lineal

$y - y_1 = m(x - x_1)$ $y = mx + b$ — intercepto en y
pendiente

Función lineal

Una función se dice ser **lineal** si se puede expresar de la forma $f(x) = mx + b$ donde m y b son constantes. Note que la gráfica de una función lineal es una recta. El número m se llama **razón de cambio constante** de la función y el número $b = f(0)$ se llama **valor inicial** de la función.

Una cantidad se dice que **cambia linealmente** cuando puede ser modelada con una función lineal.

Ejemplos

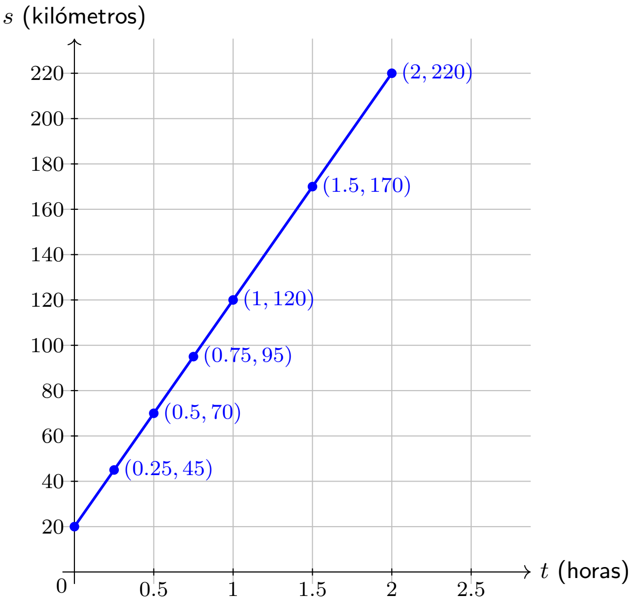
y

1. La gráfica a continuación muestra la distancia s recorrida por un automóvil en función del tiempo t, partiendo desde un punto dado.

   x

   (a) Halle una fórmula para s en términos de t.

   (b) ¿Qué representa la pendiente de la recta?


s (kilómetros)
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
0.5
1
1.5
2
2.5
t (horas)
$(2, 220)$
$(1.5, 170)$
$(1, 120)$
$(0.75, 95)$
$(0.5, 70)$
$(0.25, 45)$

① $f(0)=20 \to b=20$

② $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\dfrac{km}{h}=\dfrac{f(1)-f(0)}{1-0}=\dfrac{120-20}{1}=100\ \dfrac{km}{h}$

③ a) $y=100x+20$

$S(t)=100t+20$

④ b) la pendiente será la velocidad a la que viaja un automóvil.

2. Un tanque que inicialmente contiene una cantidad indeterminada de agua se está llenando a razón de 2 galones por minuto. Se sabe que luego de 10 minutos, el tanque contiene 34 galones.

   (a) Halle una fórmula para el volumen V (y) de agua que hay en el tanque luego de t (x) minutos de comenzar a llenarse.

   (b) ¿Cuánta agua había inicialmente en el tanque?

$(10, 34)$

⇒ Por cada minuto el tanque aumenta en vol 2 galones

$$m = \frac{2}{1} \cdot \frac{\text{gal}}{\text{min}}$$

a) $(10, 34)$, $m = 2$, utilizando punto-pendiente

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 34 = 2(x - 10)$$

⇒ $y = 2x + 14$

$V(t) = 2t + 14$ ✓

b) $V(0) = 2(0) + 14 = 14$ gal

Ejercicios

1. Dada la ecuación $2 - 4(x + y) = x - 2y$

$y = mx + b$ ✓

   (a) Exprese y como una función de x. ¿Será y una función lineal de x?

$2 - 4x - 4y = x - 2y$

$2 = 5x + 2y$

$\to -2y = 5x - 2$

$y = -\frac{5}{2}x + 1$

   (b) Exprese x como una función de y. ¿Será x una función lineal de y?

$2 = 5x + 2y$

$\to -5x = 2y - 2$

$x = -\frac{2}{5}y + \frac{2}{5}$

2. La siguiente tabla muestra valores de una función lineal f. Halle la razón de cambio constante de f.

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	250	225	200	175	150	125

Ojo si tiene pendiente constante o razón de cambio constante es una función lineal

$$M_1 = \frac{225-250}{-1-(-2)} = \frac{-25}{1} = -25$$

$$M_2 = \frac{175-200}{1-0} = \frac{-25}{1} = -25$$

3. En cada uno de los siguientes problemas halle una fórmula para la función lineal f que satisface las siguientes condiciones.

   (a) $f(3) = 2$ y su razón de cambio constante es $\boxed{m = 4}$

   Usar punto-pendiente

   $(3, 2)$

   $y - y_1 = m(x - x_1)$

   $y - 2 = 4(x - 3)$

   $y = 4x - 10$

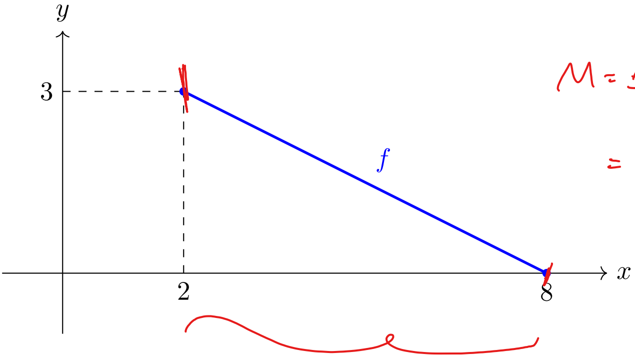
   (b) $f(2) = 4$ y $f(5) = 16$

   $(2, 4)$ $(5, 16)$

   ① Pendiente $m = \frac{16 - 4}{5 - 2} = \frac{12}{3} = 4$

   ② $y - 4 = 4(x - 2) \ldots\ldots y = 4x - 4$

4. Halle la fórmula de la función lineal cuya gráfica se muestra a continuación. Asegúrese de incluir la restricción del dominio.



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

① $(2,3)$ y $m = -\frac{1}{2}$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x-2)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1 + 3$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}x + 4} \quad x \in [2,8]$$

$$\mathrm{Dom}_f = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 8\}$$

5. Una compañía alquila autos por \$55 cada día. Adicional a esto, cobra 15 centavos por cada milla recorrida. Exprese el costo de alquilar un auto por 4 días como función de las millas recorridas.

1 $C = \text{Costo}$ $\quad mil = \text{milla}$

$\rightarrow C(mil) = 0.15mil + 55$

2 $C(mil) = 0.15mil + 220$