

# Sección 0.1

## Sistema de números reales



Universidad de Puerto Rico  
Recinto de Mayagüez  
Facultad de Artes y Ciencias  
Departamento de Ciencias Matemáticas

# Contenido

1 Números reales

2 Valor absoluto

3 Distancia

# Números reales

- **Números naturales:** El conjunto de los números *naturales* es:

$$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

y se representa con la letra  $\mathbb{N}$ .

- **Números enteros:** El conjunto de los números *enteros* es:

$$\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

y se representa por la letra  $\mathbb{Z}$ .

- **Números racionales:** Cualquier *número racional* se puede escribir de la forma

$$r = \frac{a}{b}$$

donde  $a$ ,  $b$  son enteros y  $b \neq 0$ . En general, denotamos el conjunto de los números racionales con la letra  $\mathbb{Q}$ .

**Ejemplos:**

- **Números irracionales:** Cualquier número *irracional* **NO** se puede escribir de la forma

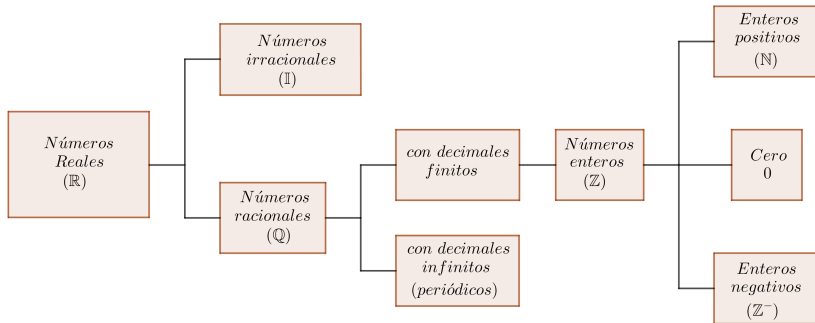
$$r = \frac{a}{b}$$

donde  $a$ ,  $b$  son enteros y  $b \neq 0$ . En general, denotamos el conjunto de los números irracionales con la letra  $\mathbb{I}$ .

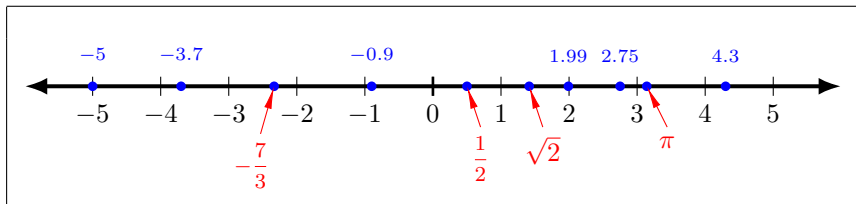
**Ejemplos:**

- **Números reales:** El conjunto de los números *reales* está formado por todos los números *racionales* y todos los números *irracionales*. Este conjunto se representa con la letra  $\mathbb{R}$ .

**Ejemplos:**



# Representación gráfica de los números reales





# Propiedades de los números reales

Las siguientes propiedades son válidas para cualquier elección de tres números reales  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

1. **Clausura de la suma:**  $a + b$  es un número en  $\mathbb{R}$
2. **Clausura de la multiplicación:**  $ab$  es un número en  $\mathbb{R}$
3. **Conmutativa de la suma:**  $a + b = b + a$
4. **Conmutativa de la multiplicación:**  $ab = ba$
5. **Asociativa de la suma:**  $(a + b) + c = a + (b + c)$
6. **Asociativa de la multiplicación:**  $(ab)c = a(bc)$
7. **Distributiva:**  $a(b + c) = ab + ac$  &  $(b + c)a = ba + ca$
8. **Identidad aditiva:**  $a + 0 = a$  &  $0 + a = a$
9. **Identidad multiplicativa:**  $a \cdot 1 = a$  &  $1 \cdot a = a$
10. **Inverso aditivo:**  $a + (-a) = 0$  &  $(-a) + a = 0$
11. **Inverso multiplicativo:** Si  $a \neq 0$ , entonces  $a \cdot \frac{1}{a} = 1$  &  $\frac{1}{a} \cdot a = 1$

# Ejemplos

# Propiedades de los números negativos

$$\text{N1. } (-1)a = -a$$

$$\text{N2. } -(-a) = a$$

$$\text{N3. } (-a)b = a(-b) = -(ab)$$

$$\text{N4. } (-a)(-b) = ab$$

$$\text{N5. } \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b} = \frac{a}{-b}, \quad b \neq 0$$

$$\text{N6. } \frac{-a}{-b} = -\frac{-a}{b} = -\frac{a}{-b}, \quad b \neq 0$$

$$\text{N7. } -(a + b) = -a - b$$

$$\text{N8. } -(a - b) = b - a$$

# Ejemplos

# Propiedades de las fracciones

$$F1. \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$F2. \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

$$F3. \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$F4. \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$$

$$F5. \frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$$

$$F6. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$$

# Ejemplos

# Mínimo común múltiplo

- **Mínimo común múltiplo (mcm):** Es el resultado de multiplicar todos los factores comunes y no comunes elevados a la mayor potencia.

**Ejemplo:** Hallar el mínimo común múltiplo entre 72 y 50.

# Máximo común divisor

- **Máximo común divisor (mcd):** Es el resultado de multiplicar los factores comunes con su menor exponente.

**Ejemplo:** Hallar el máximo común divisor entre 48 y 60.



# Mínimo común denominador

- **Mínimo común denominador (MCD):** El *mínimo común denominador* de dos o más fracciones es el mínimo común múltiplo de los denominadores.

**Ejemplo:** Hallar el mínimo común denominador entre  $\frac{5}{18}$  y  $\frac{7}{45}$ .

# Desigualdades

Una *desigualdad* es una expresión matemática que usa alguno de los siguientes símbolos de relación de orden:

- $<$  “menor que”
- $\leq$  “menor o igual que”
- $>$  “mayor que”
- $\geq$  “mayor o igual que”

# Valor absoluto

El **valor absoluto** de un número real  $a$ , se denota por  $|a|$ , está definido por:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

**Ejemplos:**

# Propiedades del valor absoluto

$$A1. |a| = |-a|$$

$$A2. |ab| = |a||b|$$

$$A3. \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$$

$$A4. |a^n| = |a|^n$$

# Ejemplos

# Distancia

Si  $a$  y  $b$  son números reales, la **distancia** entre los puntos  $a$  y  $b$  en la recta real es:

$$d(a, b) = |b - a| = |a - b|$$

# Ejemplos

- a. Hallar la distancia entre 0 y  $-7$ .
- b. Hallar la distancia entre 2 y 13.
- c. Hallar la distancia entre  $-21$  y  $-4$ .
- d. Hallar la distancia entre  $-\frac{3}{5}$  y  $\frac{2}{4}$ .