ARIMA MODELS

1. Modelos autorregresivos (AR)

Se basan en la idea de que valores presentes o actuales de la serie pueden ser explicados por valores pasados, es decir; que x_t puede ser explicado por $x_{t-1}, x_{t-2}, \ldots, x_{t-p}$; donde p determina el nº de pasos que hemos de ir hacia atrás para averiguar el valor actual.

Ejemplo:

$$x_t = x_{t-1} - 0'90 \cdot x_{t-2} + w_t$$

ruido blanco.

→ La herramienta de ACF es un elemento clave para poder analizar la relación entre valores pasados y actuales de una serie temporal.

→ El uso práctico que tiene el ACF es el de identificar que lags deben de incluirse en el modelo autorregresivo (determinando p).

DEF

Un $\boxed{\text{modelo autorregresivo de orden } p}$, AR(p) es de la forma:

$$x_t = \phi_1 \cdot x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \ldots + \phi_p x_{t-p} + w_t,$$

donde x_t es estacionario, $\mu(x_t) = 0$, σ^2 cte.

DEF

El $\boxed{\text{operador autorregresivo } \phi(B)}$, se define:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B_1 - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p$$

donde B es el operador de retardo que actúa sobre una serie temporal desplazando sus valores hacia el pasado:

- $Bx_t = x_{t-1}$
- $B^2 x_{t-1} = x_{t-2}$ ..

Para AR(1), el $\phi(B)$ es:

$$\phi(B) = 1 - \phi B$$

y entonces

$$x_t = \phi x_{t-1} + w_t$$

Comportamiento de ACF y PACF para AR(1)

- La $\boxed{\text{ACF}}$ mide la correlación entre x_t y x_{t-h}

- Para AR(1), la ACF decrece gradualmente de forma exponencial con el lag h. Esto refleja que los valores actuales tienen una dependencia decreciente con valores pasados.

p. ejemplo:

- $|\phi| = 0'9 \Rightarrow$ ACF en el lag 1 será $\rho(1) \simeq 0'9$
- $\rho(2) \simeq 0'64$, porque $\rho(2) = \phi^2$
- $\rho(3) \simeq 0'512$

⋮

- La $\boxed{\text{PACF}}$ mide la correlación entre x_t y x_{t-h} eliminando el efecto de los lags intermedios.

- para AR(1) tiene un pico significativo en el lag 1 y luego cae a 0.

- El orden de p en un modelo AR se identifica directamente con el último lag significativo de PACF.

Moving Average Models

DEF El $\boxed{\text{moving average model de orden } q}$, $MA(q)$ es:

$$x_t = w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2} + \dots + \theta_q w_{t-q},$$

donde q son los lags del m.a y $\theta_1, \dots, \theta_q$ son los parámetros.

IMP En el AR (Auto Regressive) valores pasados explicaban valores actuales. Bien, pues en el MA (Moving Average), el modelo describe como valores actuales de la serie, dependen de los errores (o términos de ruido) ocurridos en el pasado.

DEF El $\boxed{\text{moving average operator } \theta(B)}$ es,

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$$

Ejemplo $\boxed{MA(1)}$

$$x_t = w_t + \theta w_{t-1}$$

$x_t \equiv$ Valor serie temporal tiempo t
$w_t \equiv$ término de ruido blanco con $\mathbb{E}(w_t) = 0$ y $\sigma_w^2 = 0$
$\theta \equiv$ parámetro del modelo que mide la influencia del ruido en el tiempo $t-1$

- Propiedades esperadas del modelo

- Dado que $\mathbb{E}(w_t) = 0 \Rightarrow \mathbb{E}(x_t) = 0$

- La varianza y covarianza dependen de las propiedades del ruido w_t. Para $h = 0, 1, > 1$:

$$\gamma(h) = \begin{cases} (1+\theta^2)\sigma_w^2, & h = 0 \\ \theta \cdot \sigma_w^2, & h = 1 \\ 0, & h > 1 \end{cases}$$

Covarianza

- Función de autocorrelación (ACF)

Para el modelo MA(1):

$$\rho(h) = \begin{cases} \dfrac{\theta}{1+\theta^2}, & h = 1 \\ 0, & h > 1 \end{cases}$$

Esto implica que hay autocorrelación solo en el lag $h = 1$.

Para $h > 1$, la autocorrelación es 0, lo que refleja que x_t depende solo del ruido en t y $t-1$.

Interpretación

→ En la MA(1), la ACF se reduce abruptamente a 0 tras el lag 1, es decir, tras $h = 1$.

Autoregressive Moving Average Model (ARMA)

DEF

Una serie temporal $\{x_t,\ t=0,\pm1,\pm2,\dots\}$ es ARMA(p,q) si es estacionaria y:

$$(1)\quad x_t = \underbrace{\phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t-p}}_{AR} + \underbrace{w_t}_{\text{Ruido blanco}} + \underbrace{\theta_1 w_{t-1} + \dots + \theta_q w_{t-q}}_{MA}$$

Con $\phi_p \neq 0$, $\theta_q \neq 0$ y $\sigma_w^2 > 0$

Se puede escribir también de forma condensada como:

$$(2)\quad \phi(B)\cdot x_t = \theta(B) w_t$$

→ Posibles problemas con modelos ARMA

1. Redundancia de parámetros.

Cuando un modelo tiene más parámetros de los necesarios para describir la dinámica de la serie se dice que hay redundancia de parámetros. Esto puede hacer que el modelo parezca más complejo de lo que realmente es, ocultando la verdadera naturaleza de los datos

Un ejemplo de esto podría ser cuando x_t es todo ruido blanco, es decir, $x_t = w_t$.
Si lo reescribimos de forma manipulada:

$$x_t = 0'5 \cdot x_{t-1} - 0'5\, w_{t-1} + w_t$$

Esto parecería apuntar a un ARMA(1,1), pero esto no es correcto porque hay redundancia.
Como la detectamos? Con los polinomios asociados: (*)

Vamos a (2) y:

$$\left.\begin{array}{l} \phi(B)\cdot x_t = \theta(B)\cdot w_t \\ (*)\ \begin{cases} \phi(B) = 1 - 0'5B \\ \theta(B) = 1 - 0'5B \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{x_t = w_t}$$

Ruido blanco ✓

2. Modelos AR no causales. Dependen de valores futuros.

3. Modelos MA no únicos.

→ Para evitar estos 3 problemas será necesario imponer restricciones adicionales:

1) Estacionariedad
2) Causalidad.

Restricciones aplicadas a estos tres problemas

1. Redundancia de parámetros

→ Se redefine el ARMA para que esté en su forma más simple:

- $\phi(z)$ (polinomio de AR) y $\theta(z)$ (polinomio de MA) NO deben de tener factores comunes.

- Si hay factores comunes se eliminan

2. Modelos dependientes del futuro

No nos interesa para nada un modelo AR cuyo X_t venga explicado por $X_{t+1}, \dots, X_{t+h}$. Entonces se introduce el concepto de <u>causalidad</u>:

- Un modelo ARMA es causal si puede escribirse como un <u>proceso lineal de un solo lado</u>:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \cdot W_{t-j}, \quad \psi_j \equiv \text{coef. de representación.}$$

- Para garantizar causalidad, <u>las raíces del polinomio $\phi(z)$</u> deben de estar fuera del círculo unitario del plano complejo ($|z| > 1$)

$\phi(z)$ en el AR es el operador de lags:

$$\phi(z) = 1 - \phi_1 z - \_\_ - \phi_p z^p$$

<u>Ejemplo AR(1)</u>:

$$X_t = \phi X_{t-1} + W_t$$

$$\phi(z) = 1 - \phi z \Rightarrow \phi(z) = 0 \Leftrightarrow z = 1/\phi$$

$$\begin{cases} \cdot \text{ Si } |\phi| < 1 \Rightarrow |z| > 1 \Rightarrow \text{Causalidad}^{(*)} \\ \cdot \text{ Si } |\phi| \geq 1 \Rightarrow |z| \leq 1 \Rightarrow \text{No causalidad,} \end{cases}$$

(*) Por qué?

Un modelo ARMA puede representarse como un proceso lineal infinito:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \cdot W_{t-j}, \text{ donde}$$

ψ_j viene determinado por: $\psi(z) = \dfrac{\theta(z)}{\phi(z)}$,

para que esta expresión sea válida, la suma infinita $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j|$ <u>debe converger</u> y esto $\underbrace{\text{sólo ocurrirá}}_{(*)_2}$ si $\phi(z)$ tiene todas sus raíces fuera del círculo unitario complejo ($|z_0| > 1$)

$(*)_2$ por qué?

Si escribimos $\phi(z) = 1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \dots - \phi_p z^p$

- Cuando $|z_0| > 1$:
  - Podemos poner $\frac{1}{\phi(z)}$ como una serie de potencias convergente en z, porque el denominador no tiene singularidades en el círculo unitario.
  - Esto garantiza que los coef ψ_j decrecen suficientemente rápido para que $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty \Rightarrow$ la serie infinita que representa X_t <u>converge</u>.

3. Modelos no únicos

Un modelo MA podría tener múltiples representaciones equivalentes debido a la falta de restricciones en los parámetros. Por eso introducimos el concepto de $\boxed{\text{Invertibilidad}}$:

- Un modelo ARMA es invertible si puede escribirse como un proceso AR infinito:

$$\pi(B) X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j \cdot X_{t-j} = W_t$$

- Para garantizar invertibilidad, las raíces del polinomio $\theta(z)$ deben de estar fuera del círculo unitario del plano complejo ($|z| > 1$) (justificación análoga a condición 2)

Ejemplo de estas 3 condiciones:

1) Parameter Redundancy.
2) Causality.
3) Invertibility.

Consideremos:

$$X_t = \underbrace{0'4 \cdot X_{t-1} + 0'45 X_{t-2}} + W_t + \underbrace{W_{t-1} + 0'25 W_{t-2}},$$

En la forma de operadores:

$$(1 - 0'4B - 0'45B^2) X_t = (1 + B + 0'25B^2) W_t$$

(Recordemos $X_{t-1} = BX_t$, $X_{t-2} = B^2 X_t$ (análogo W_t))

Aparentemente parece un ARMA(2,2) pero veamos los polinomios asociados:

$$\left.\begin{array}{lll} (1) & \phi(B) = 1 - 0'4B - 0'45B^2 & (AR) \\ (2) & \theta(B) = 1 + B + 0'25B^2 & (MA) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cdot\ \phi(z) = 1 - 0'4z - 0'45z^2 = (1 + 0'5z)(1 - 0'9z) \\ \cdot\ \theta(z) = 1 + z + 0'25z^2 = (1 + 0'5z)^2 \end{cases}$$

Encontramos un factor común, podemos reducir el modelo:

$$\left.\begin{array}{l} \phi(z) = 1 - 0'9z \\ \theta(z) = 1 + 0'5z \end{array}\right] \Rightarrow (1 - 0'9B) X_t = (1 + 0'5B) W_t \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow X_t = 0'9 X_{t-1} + 0'5 W_{t-1} + W_t$$

Entonces reducimos un ARMA(2,2) a un ARMA(1,1)

2. Causalidad

¿Es causal?

$$\phi(z) = 1 - 0'9z \Rightarrow \text{La raíz es } \phi = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - 0'9z = 0 \Rightarrow z = \frac{1}{0'9} \approx 1'11 > 1 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Causalidad ✓

3. Invertibilidad

$$\theta(z) = 1 + 0'5z \Rightarrow \theta = 0 \Leftrightarrow z = -\frac{1}{0'5} = -2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow |z| = 2 > 1 \Rightarrow$ Invertibilidad ✓

ACF y PACF

ACF

1. ACF de un proceso MA(q)

MA(q) es de la forma:

$$X_t = \theta(B) \cdot W_t = W_t + \theta_1 W_{t-1} + \theta_2 W_{t-2} + \dots + \theta_q W_{t-q}$$

donde $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q$ es el operador polinómico de la media móvil.

- $E(X_t) = 0$ porque W_t es ruido blanco con media 0.
- La autocovarianza $\gamma(h)$ que es la covarianza entre X_t y X_{t+h}, es:

$$\gamma(h) = Cov(X_t, X_{t+h}) = \sigma_w^2 \sum_{j=0}^{q-h} \theta_j \cdot \theta_{j+h}, \quad 0 \le h \le q$$

esto básicamente significa que la covarianza se corta después de q lags.

* La ACF se obtiene dividiendo $\gamma(h)$ entre $\gamma(0)$:

$$\rho(h) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} = \frac{\sum_{j=0}^{q-h} \theta_j \cdot \theta_{j+h}}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2}, \quad 1 \le h \le q \quad y$$

$\rho(h) = 0$.

Esto implica básicamente que MA(q) tiene una ACF truncada más allá del lag q

2. ACF de un ARMA(p,q)

ARMA(p,q):

$$\phi(B) \cdot X_t = \theta(B) \cdot W_t$$

$$\gamma(h) = \sum_{j=1}^{p} \phi_j \cdot \gamma(h-j) + \sigma_w^2 \sum_{j=h}^{q} \theta_j \cdot \psi_{j-h}, \quad h \ge 0$$

Tras una serie de transformaciones, se obtiene una ecuación homogénea para hallar la ACF de un proceso ARMA, que es:

$$\gamma(h) - \phi_1 \cdot \gamma(h-1) - \dots - \phi_p \gamma(h-p) = 0, \quad h \ge \max(p, q+1)$$

y una ecuación no homogénea para los primeros h lags:

$$\gamma(h) - \sum_{j=1}^{p} \phi_j \gamma(h-j) = \sigma_w^2 \sum_{j=h}^{q} \theta_j \cdot \psi_{j-h}, \quad 0 \le h \le \max(p, q+1)$$

Se resuelven ambas y se llega a la ACF

$$\rho(h) = \gamma(h)/\gamma(0)$$

Comportamiento de la ACF en relación a los lags

- $h > q$ (en un proceso MA(q)), ACF es cero.
- $h > p$ (en un proceso AR(p)), ACF decae lentamente
- ARMA(p,q)
  - ↳ ACF tiene un comportamiento combinado, con un corte después de q lags y decaída lenta dependiendo de p.

PACF

= ARIMA model =

Def

El proceso X_t será un ARIMA(p,d,q) si

$$\nabla^d X_t = (1-B)^d X_t$$

es un ARMA(p,q). En otras palabras, si su integral se corresponde con un ARMA(p,q).

El modelo ARIMA(p,d,q) se expresa como:

$$\phi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B) \cdot w_t \text{ , donde:}$$

- $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \_\_ - \phi_p B^p$ captura la parte autorregres.
- $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \_\_ + \theta_q B^q$ captura la media móvil.
- $(1-B)^d$ aplica la diferenc. d veces para eliminar la tendencia o no estacionariedad.

• Predicción con ARIMA

Es un poco más complejo debido a la no estacionariedad. La idea es trabajar con la parte diferenciada, donde $y_t = \Delta^d X_t$; predecir y_t usando los métodos de ARMA y luego integrar hacia atrás para obtener X_t//

Caso $d=1$:

por inducción

$$y_t = X_t - X_{t-1} \Rightarrow X_t = y_t + X_{t-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_{n+m} = y_{n+m} + X_{n+m-1} \Rightarrow \boxed{X_{n+1} = y_{n+1} + X_n}$$

con la cond. inicial

Ejemplo simple: ARIMA(1,1,0)

Integrando

$$\Delta X_t = \phi \cdot \Delta X_{t-1} + w_t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_t = X_{t-1} + \phi(X_{t-1} - X_{t-2}) + w_t$$

= Construcción de un modelo ARIMA =

a) Inspección inicial de los datos.

1) Graficar la serie temporal (identificar patrones, anomalías, tendencias...)

2) Transformaciones

    2.1) Si la varianza no es cte., se puede aplicar una transformación Box-Cox para estabilizarla.

b) Identificación preliminar de p, d, q

1)
   1.1) Inspeccionar el gráfico original
   1.2) Si hay tendencia evidente, diferenciar 1 vez.
   1.3) Si aún persiste la tendencia, diferenciar otra vez.

   1.4) Ojo, sobrediferenciar puede introducir dependencias artificiales

2) Uso de la ACF

- Si la serie es no estacionaria, la ACF decae lentamente a medida que h aumenta
- Una lentitud en el decaimiento de ACF indica que se necesita diferenciar.

c. Selección de p y q

1. Trabajar con la serie diferenciada ($\Delta^d x_t$)

- Una vez elegido d, analizar ACF y PACF de la serie estacionaria resultante.

2. Guía para identificar p y q

- $p=0$, $q>0 \Rightarrow \begin{cases} \cdot \text{ ACF corta lag } q. \\ \cdot \text{ PACF decae lentamente.} \end{cases}$
- $q=0$, $p>0 \Rightarrow \begin{cases} \cdot \text{ ACF decae lentamente} \\ \cdot \text{ PACF corta en lag } p. \end{cases}$
- $q>0$, $p>0 \Rightarrow \begin{cases} \cdot \text{ ACF decae lentamente} \\ \cdot \text{ PACF decae lentamente.} \end{cases}$

Ejemplo ARIMA: Análisis datos GNP

Son datos de la evolución del producto nacional bruto de EEUU.

* El gráfico inicial muestra una clara tendencia (no estacionariedad) por lo que hay que diferenciar.

* La primera diferencia elimina la tendencia lineal, sin embargo, la varianza sigue siendo mayor en el 2° tramo del periodo.

* Aplicamos transformación logarítmica para arreglar eso ($x_t = \nabla \log(y_t)$) y llegamos a un proceso más estable que parece cumplir con las C.N para seguir.

* Analizamos ACF y PACF

ACF: Corte en el lag 2 $\Rightarrow$ MA(2)
PACF: Corte en el lag 1 $\Rightarrow$ AR(1)

Entonces consideramos dos modelos preliminares para $\nabla \log(GNP)$:

1. MA(2)
2. AR(1)

1. MA(2)

La ecuación ajustada es:

$$x_t = 0'008 + 0'303\, W_{t-1} + 0'204\, W_{t-2} + W_t$$

(A la cual se llega mediante métodos numéricos como Newton-Raphson)

La cte. 0'008 indica un crecimiento medio del 0'8% trimestral.

2. AR(1)

$$x_t = 0'008\,(1 - 0'347) + 0'347\, x_{t-1} + W_t$$

Ambos modelos presentan parámetros estadíst. significativos.

= Seasonal ARMA model =

Los SARMA son extensiones de los modelos ARMA estándar para hallar patrones estacionales en los datos.

* Son útiles cuando las dependencias en una serie temporal no solo ocurren en los lags inmediatos ($t-1, t-2, \ldots$) sino que también ocurren en lags que coinciden con periodos estacionales ($t-s, t-2s, \ldots$)

- Estructura de un $ARMA(P,Q)_s$

$$\Phi_P(B^s)\,x_t = \Theta_Q(B^s)\,w_t \text{, donde}$$

$\Phi_P \equiv$ Operador autorregresivo estacional de orden P y periodo s.

$\Theta_Q \equiv$ Operador móvil estacional de orden Q y periodo s.

$\boxed{* \ \Phi_P(B^s)}$

Captura la influencia de valores pasados en lags estacionales ($t-s, t-2s, \ldots$)

$$\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \ldots - \Phi_P B^{Ps}$$

Por ejemplo, si $P=2$ y el periodo es anual ($s=12$):

$$\Phi_2(B^{12}) = 1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24}$$

- Φ_1 representa la influencia del valor de la serie hace 12 periodos y Φ_2 hace 24 periodos.

$\boxed{* \ \Theta_Q(B^s)}$

Captura la influencia de errores pasados en lags estacionales ($t-s, t-2s, \ldots$)

$$\Theta_Q(B^s) = 1 + \Theta_1 B^s + \Theta_2 B^{2s} + \ldots + \Theta_Q B^{Qs}$$

* Propiedades de un modelo estacional

1) <u>Causalidad</u>: Las raíces de $\Phi_P(B^s)$ deben de estar fuera del círculo unitario.

2) <u>Invertibilidad</u>: Las raíces de $\Theta_Q(B^s)$ deben de estar fuera del círculo unitario.

<u>Ejemplo $ARMA(1,1)_{12}$</u>

Supongamos una serie mensual con un componente anual ($s=12$). Un modelo $ARMA(1,1)_{12}$ será:

$$(1 - \Phi_1 B^{12})\,x_t = (1 + \Theta_1 B^{12})\,w_t$$

Si $\Phi_1 = 0'8$ y $\Theta_1 = 0'4$, el modelo sería:

$$\left[x_t = 0'8\,x_{t-12} + w_t + 0'4 \cdot w_{t-12}\right]$$

- El valor actual de x_t depende en un 80% del valor de hace 12 meses

- También depende en un 40% del error pasado w_{t-12}

= Seasonal ARIMA model =

Son extensiones de los modelos ARIMA pero para series temporales que presentan estacionalidad.

ojo: No confundir estacionalidad con estacionariedad.

DEF

El modelo SARIMA se denota como:

$$ARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$$

Ejemplo

Analizamos un modelo $ARIMA(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$

1. Parte no estacional

- $p=0$: No hay térm. autorreg. no estacionales.
- $d=1$: diferenciación para eliminar tendencia.
- $q=1$: Término promedio móvil no estacional

2. Parte estacional

- $P=0$: No hay términos autorreg. estacionales
- $D=1$: Diferenciación estacional con $S=12$ para eliminar estacionalidad anual
- $Q=1$: Térm. promedio móvil estacional.

El modelo resulta:

$$(1-B^{12})(1-B)x_t = (1+\Theta B^{12})(1+\theta B)w_t \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[x_t = x_{t-1} + x_{t-12} + w_t + \theta w_{t-1} + \Theta w_{t-12} + \Theta\theta w_{t-13}\right]$$

Lo cual muestra que los valores actuales x_t de la serie dependen de:

- Su valor inmediatamente anterior x_{t-1}
- Su valor 12 meses antes x_{t-12}
- Combinaciones lineales de los residuos pasados $(w_t, w_{t-1}, \dots)$

Análisis de datos

- Se grafican los datos y se ve una muy clara tendencia no estacionaria creciente y estacionalidad anual.

1. Primera diferencia

→ Para eliminar la tendencia se deriva una vez.

$\nabla x_t = x_t - x_{t-1}$

→ Al graficar el ACF se observan picos en los lags estacionales $(12, 24, 36 \dots)$, lo que indica $(1s, 2s, 3s \dots)_{s=12}$ persiste estacionalidad.

2. Diferencia estacional

$$\nabla_{12}\nabla x_t = (1-B^{12})(1-B)x_t$$

Se aplica para eliminar las influencias estacionales de una serie temporal.

* ¿Qué ocurre con la ACF y PACF tras esta diferenciación?

- **ACF**

Se observa un pico significativo en el lag 12 (lo cual significa que la correlación más fuerte en la serie ocurre tras 12 periodos).
Tras este pico, el ACF muestra decaimiento a medida que aumentan los lags (lo cual significa que la serie ya ha sido suficientemente estabilizada por la diferencia estacional)

- **PACF**

La PACF por su parte se atenúa en los lags estacionales.

*** Selección del modelo**

1. ACF. El hecho de que ACF se corte en el lag 12, indica que el modelo debe de tener un componente estacional que capture esas fluctuaciones

2. PACF. La atenuación en los lags estacionales indican que se debe de considerar una componente de media móvil estacional (SMA)

ACF y PACF en modelos mixtos

Modelo	ACF	PACF
AR(p)	Decae lentamente	Corte en el lag p
MA(q)	Corte en el lag q	Cae lentamente
SAR(P)	Decae lentamente en lags estacionales (S, 2S, ...)	Corte después del lag PS
SMA(Q)	Corte en el lag QS	Decae lentamente en lags estacionales
ARMA(p,q)	Cae lentamente	Cae lentamente
SARMA(P,Q)	Decae lentamente en lags estacionales	Decae lentamente en lags estacionales

$$\left[SARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_s \right]$$