

## Neue Methoden zur Analyse und Charakterisierung von Bestandesstrukturen

### New methods for the analysis and characterization of forest stand structures

Von A. POMMERENING, P. BIBER, D. STOYAN und H. PRETZSCH

#### Zusammenfassung

Seit langem haben in forstwissenschaftliche Untersuchungen sogenannte Strukturindizes Eingang gefunden, die die räumliche Bestandesstruktur quantifizieren. Namhafte Statistiker haben seit den siebziger Jahren zunächst für außerforstliche Anwendungsgebiete Korrelationsfunktionen entwickelt, mit denen eine Analyse und Charakterisierung von Waldstrukturen möglich ist, die mehr Informationen erschließen. Anhand zweier sehr unterschiedlicher Beispielbestände werden diese beiden Konzepte zur Strukturanalyse gezeigt und gegenübergestellt. Die Ergebnisse zeigen, daß die neuen Methoden zu einem umfassenderen Verständnis von Raumbesetzungsmustern führen und den Weg zu einer genauen künstlichen Erzeugung dieser Muster am Computer ebnen.

**Schlüsselwörter:** Waldstruktur, Strukturindizes, Korrelationsfunktionen, Simulation, Raumbesetzungsmuster

#### Summary

For a considerable time now so-called structure indices which quantify spatial stand structure have been used as an integral part of forest research. In the past three decades renowned statisticians have developed correlation functions – initially for problems not related to forestry – which permit forest stand structures to be analysed and characterised thus giving access to more information. Two very different forest stands are used as examples to explain and compare the two concepts of stand structure analysis. Results demonstrate that the new methods lead to a better understanding of spatial patterns in forest stands and are paving the way towards the exact artificial generation of these structures by computer.

**Key words:** forest stand structure, structure indices, correlation functions, simulation, spatial pattern

#### 1 Einleitung

Die Waldstruktur beeinflusst stark das Wachstum des Einzelbaums. Untersuchungen von PRETZSCH (1998) haben deutlich gezeigt, daß die räumliche Bestandesstruktur selbst in unseren eher homogen aufgebauten Wirtschaftswäldern einen erheblichen Einfluß auf den Bestandeszuwachs ausübt. Die Analyse und numerische Beschreibung der Waldstruktur dient deswegen nicht nur der Erzeugung von ökologischen Informationen, die die ökonomische und ertragskundliche Zustandsanalyse abrunden, sondern tragen gleichzeitig unmittelbar zum Verständnis des Baumwachstums bei.

Darüberhinaus ermöglicht die Untersuchung von Waldstrukturen einen neuen zeitgemäßen und breiteren Ansatz zur Nachhaltigkeit. Nachhaltigkeit wird heutzutage nicht nur im Sinne der Naturalproduktion verstanden, denn der Waldbesitzer bewirtschaftet gleichzeitig auch Habitate bestimmter Tier- und Pflanzenarten, die er zu erhalten verpflichtet ist. Mit Hilfe von Methoden zur Analyse von Waldstrukturen kann er zum Teil auch kontrollieren, ob sein wirtschaftliches Handeln im ökologischen Sinne nachhaltig ist, wie es bei der „2. Ministerkonferenz zum Schutz der Wälder in Europa“ im Juni 1993 in Helsinki (Helsinki-Konferenz) und der UNCED 1992 in Rio de Janeiro festgelegt wurde.

Im Sinne neuer moderner Waldbauprogramme, denen die Erhaltung und Schaffung arten- und strukturreicher Wälder ein wichtiges Anliegen ist, kommt der Quantifizierung der biologischen Vielfalt eine wichtige Rolle zu, um z. B. den Erfolg von Überförungsmaßnahmen messen zu können.

Der Prozeß der Analyse von Waldstrukturen und ihre exakte numerische Beschreibung läßt sich auch umkehren. Auf der Grundlage geeigneter Größen, die Waldstrukturen quantitativ abbilden, können diese auch künstlich durch Simulationen erzeugt werden. Solche Methoden werden für die Fortschreibung von Daten der Waldinventur mit positionsabhängigen Einzelbaummodellen wie dem Wachstumsmodell SILVA (PRETZSCH u. KAHN 1996) benötigt. Das Fortschreibungsergebnis hängt bei diesem Ansatz ganz wesentlich davon ab, inwieweit die simulativ erzeugten Waldstrukturen den realen in der Natur entsprechen (PRETZSCH 1997, POMMERENING 1998, 1999).

Um den gestiegenen Bedarf an Größen, die Waldstrukturen numerisch beschreiben, zu decken, wurde in der forstlichen Forschung eine Vielzahl sogenannter Strukturindizes entwickelt oder aus anderen Wissenschaftsdisziplinen übernommen, die als Kennziffern oder Verteilungen von Einzelwerten bestimmte horizontale Strukturaspekte abbilden (Biber 1997, UPTON und FINGLETON 1985, 1989). Seit den siebziger Jahren wurden aber von Statistikern Funktionen entwickelt, die Waldstrukturen nicht nur in einem Mittelwert oder in einer empirischen Verteilung verdichten, sondern kontinuierlich beschreiben (RIPLEY 1977). Inwieweit diese Funktionen die bisherigen Konzepte der Strukturparameter ergänzen, soll dieser Artikel zeigen.

Beide Konzepte der Analyse von Bestandesstrukturen – die Verwendung von Strukturindizes und Korrelationsfunktionen – finden nicht zuletzt dank der Forschungstätigkeit von Statistikern wie STOYAN und DEGENHARDT (1993) standardmäßig Anwendung bei der Auswertung der Versuchsflächen des Lehrstuhls für Waldwachstumskunde der Forstwissenschaftlichen Fakultät in Freising. Darüberhinaus konnten DEGENHARDT und POFAHL (1997) zeigen, daß sich ähnliche Funktionen auch zur Modellierung des Bestandeswachstums nutzen lassen.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Algorithmen der Korrelationsfunktionen sind wegen ihres Bedarfs an Stammfußkoordinaten vor allem für Naturwaldreservate und Versuchsflächen geeignet, die sowieso mit einem hohen Erhebungsaufwand vermessen werden. Daten solcher Bestände weisen eine hohe Qualität auf und rechtfertigen daher auch rechentechnisch aufwendigere Methoden. Darüberhinaus lassen sich Korrelationsfunktionen auch aus Probeflächen einer Inventur schätzen, wenn man für jeden ausgewählten Baum die Stammfußkoordinaten miterhebt. Wenn solche Probeflächen voll- oder stichprobenartig aufgenommen werden, haben sie meistens den Charakter von Weiserflächen. So könnte man auch die auf ihnen geschätzten Korrelationsfunktionen als Weiser für ähnliche Bestandestypen handhaben.

## 2 Methoden

In dem Kap. 2.1 werden einige wenige Beispiele für gebräuchliche Strukturindizes dargestellt, die das Konstruktionsprinzip und die Funktionsweise solcher Kennziffern erläutern sollen. Die Kap. 2.2 und 2.3 behandeln die neuen Funktionen zur kontinuierlichen Beschreibung von Waldstrukturen.

### 2.1 Strukturindizes nach der „Methode der nächsten Nachbarn“

In den 50er und 60er Jahren wurden einige Indizes vorgeschlagen, mit deren Hilfe die Variabilität in Beständen beschrieben werden sollte. Ein Beispiel ist der Aggregationsindex von CLARK und EVANS (1954). Er ist definiert als

$$(1) \quad R = \frac{\bar{r}_{\text{beobachtet}}}{E(r)}, \text{ wobei } E(r) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{N}{A}}}; R \in [0, 2.1491]$$

Hier bezeichnet  $\bar{r}_{\text{beobachtet}}$  den Mittelwert der Abstände Baum – nächster Nachbar in dem betrachteten Bestand, während  $E(r)$  der mittlere Abstand Baum – nächster Nachbar in einem Poisson-Wald (vergl. z. B. PRETZSCH 1998) der Baumdichte  $\lambda$  ist, wobei  $\lambda = \frac{N}{A}$ .

A die Fläche des Bestandes und N die Anzahl seiner Bäume ist. Die Baumanordnung eines Bestandes tendiert zur Regularität, wenn  $R > 1$ , zur Zufälligkeit („Poisson-Wald“), wenn  $R = 1$  und zur Klumpung, wenn  $R < 1$ . Der Aggregationsindex R ist erfolgreich in vielen ökologischen Studien angewendet worden. Dennoch ist seine Aussagekraft nur begrenzt. Kritisch ist vor allem zu vermerken, daß der Abstand zum nächsten Nachbarn verschiedene ökologische Skalen überschreiten kann und R nur Informationen über sehr kurze Abstände liefert. Je nach Bestand können die Abstände zwischen den nächsten Nachbarn mehr oder weniger groß ausfallen. Wenn Abstände zwischen Bäumen sehr groß sind, kann u. U. keine oder nur geringe Interaktion zwischen den Individuen stattfinden, während bei sehr kleinen Abständen starke Wechselwirkungen auftreten. Beide Fälle werden aber bei der Methode der nächsten Nachbarn gleich gewichtet. Auch was hinter den nächsten Nachbarn liegt, bleibt völlig außer Betracht. Der Index R von Clark und Evans wird mit der Randkorrektur von DONELLY (1978) modifiziert und für jedes Baumartenkollektiv sowie für den Gesamtbestand separat berechnet.

GADOW, HUI und ALBERT entwickelten (1998) z. B. mit dem Winkelmaß zu bereits bestehenden anderen Alternativen zur Messung der Individualverteilung eine weitere, zu deren positiven Eigenschaften neben einigen anderen auch die Reduktion des Erhebungsaufwands im Gelände gehört, weil Koordinaten- bzw. Abstandsmessungen entfallen.

Ein anderer Index ähnlicher Natur ist der *Segregationskoeffizient S* von PIELOU (1977), der die Baumartendurchmischung beschreibt und im folgenden am Beispiel von zwei in einem Bestand vorkommenden Baumarten A und B demonstriert wird. Die Größe S ist folgendermaßen definiert: Es sei N die Anzahl aller Baumpaare (Bezugsbaum – nächster Nachbar), es seien m und n die Anzahlen der Bäume der Arten A und B und r und s die Anzahlen, wie oft Bäume der Arten A und B nächste Nachbarn eines Bezugsbaumes waren. Diese Anzahlen können wie folgt in einer 4-Felder-Tafel dargestellt werden:

		Art der nächsten Nachbarn		
		A	B	Gesamt
Art des Bezugsbaums	A	a	b	m
	B	c	d	n
Gesamt		r	s	N

Der Segregationskoeffizient beschreibt das Verhältnis zwischen der beobachteten und erwarteten Zahl gemischter Paare und ist definiert als

$$(2) \quad S = 1 - \frac{N(b+c)}{m \cdot s + n \cdot r} \cdot S \in [-1, 1]$$

Wären die nächsten Nachbarn alle von der gleichen Art wie die Bezugsbäume, dann wäre  $S = 1$  und die Population maximal segregiert. Es wäre  $S = -1$ , wenn alle Nachbarn gerade von der anderen Art wären. Bei zufälliger Durchmischung der Bäume kann man Werte um Null erwarten. Treten in einem Bestand mehr als zwei Baumarten auf, wird jede der vorkommenden Baumarten einmal als Art A behandelt und alle anderen unter der Baumart B

subsummiert. Der Segregationskoeffizient  $S$  kann ähnlich kritisiert werden wie der Aggregationsindex  $R$ . Wiederum bleibt offen, in welchem Abstand der nächste Nachbar zu finden ist und welche Bäume hinter ihm stehen.

Die Parameter *Durchmesser differenzierung*  $T$  und *Artendurchmischung*  $M$  wurden von FÜLDNER (1995) und POMMERENING (1997) zur Messung der Bestandesstruktur ausführlich vorgestellt. Beiden Variablen ist gemeinsam, daß sie auf Nachbarschaftsbeziehungen beruhen. Jedem Baum eines Bestandes werden als Bezugsbaum die drei nächsten Nachbarn („Strukturelle Vierergruppe“) zugeordnet.

Die Durchmesser differenzierung beschreibt die räumliche Verteilung von Baumdimensionen. Für den  $i$ -ten Baum ( $i = 1..N$ ) und seine  $n = 3$  nächsten Nachbarn  $j$  ( $j = 1..n$ ) ist die Durchmesser differenzierung  $T_i$  definiert als

$$(3) \quad T_i = 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{\min(BHD_i, BHD_j)}{\max(BHD_i, BHD_j)} \quad T_i \in [0, 1]$$

Eine Differenzierung von  $T_i = 0$  bedeutet, daß die benachbarten Bäume genau dieselben Dimensionen aufweisen. Differenzierungswerte können wie folgt interpretiert werden:

1. **schwache Differenzierung:** umfaßt die Stufen  $0,0 \leq T_i < 0,3$ . Der schwächere Baum weist eine Dimension von 70 % oder mehr des stärkeren Baumes auf.
2. **mittlere Differenzierung:** umfaßt die Stufen  $0,3 \leq T_i < 0,5$ . Der schwächere Baum weist eine Dimension von 50–70 % des stärkeren Baumes auf.
3. **starke Differenzierung:** umfaßt die Stufen  $0,5 \leq T_i < 0,7$ . Der schwächere Baum weist eine Dimension von 30–50 % des stärkeren Baumes auf.
4. **sehr starke Differenzierung:** umfaßt die Stufen  $0,7 \leq T_i < 1,0$ . Der schwächere Baum weist eine Dimension von weniger als 30 % des stärkeren Baumes auf.

Die Differenzierung des Brusthöhendurchmessers ( $T_i$ ) wird als paarweiser Vergleich zwischen dem betrachteten Baum und seinem ersten, zweiten oder dritten Nachbarn errechnet. Die  $T_i$ -Werte werden anschließend über alle Bäume eines Bestandes gemittelt, so daß drei Lageparameter  $T_1$ ,  $T_2$  und  $T_3$  getrennt nach erstem, zweitem und drittem Nachbarn die Differenzierung eines Bestandes beschreiben.

Eine zweite Variable ist die Artendurchmischung  $M_i$ . Sie beschreibt die räumliche Verteilung der Baumarten in einem Bestand. Die Durchmischung ist definiert als der Anteil artfremder Nachbarn.

Die Größe  $v_{ij}$  ist eine duale, diskrete Variable.

$$(4) \quad M_i = 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n v_{ij} \quad M_i \in [0, 1]$$

wobei  $v_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{falls Nachbar zu derselben Art} \\ 1 & \text{falls Nachbar zu einer anderen Art gehört} \end{cases}$

Für die „Strukturelle Vierergruppe“ ( $n = 3$ ) kann  $M_i$  vier diskrete Werte annehmen.

- |      |  |
|------|--|
| 0,00 | alle Bäume der Vierergruppe gehören derselben Art an               |
| 0,33 | ein Nachbar des betrachteten Baumes gehört einer anderen Art an    |
| 0,67 | zwei der drei Nachbarn gehören einer anderen Art an                |
| 1,00 | alle Nachbarn des betrachteten Baumes gehören einer anderen Art an |

Zur Berechnung der Durchmischung werden die einzelnen  $M_i$ -Werte addiert und durch die Anzahl der Baumindividuen im Bestand dividiert. Je größer z. B. der Mittelwert  $M$ , desto stärker sind die Baumarten einzelstammweise mit den anderen Baumarten des

Bestandes vermengt. Geringere Werte deuten auf eine Verteilung dieser Art in artenreinen Gruppen oder Horsten hin (POMMERENING 1997, S. 7 ff.).

Bei der artenspezifischen Berechnung der Parameter Durchmesserdifferenzierung  $T$  und Artendurchmischung  $M$  wird so vorgegangen, daß jeweils nur der Bezugsbaum  $i$  der gerade betrachteten Baumart entsprechen muß. Die nächsten Nachbarn werden nur noch nach dem Abstandskriterium ermittelt.

Durchmesserdifferenzierung  $T$  und Artendurchmischung  $M$  wurden von FÜLDNER (1995, S. 100; S. 76) auch als Verteilungen dargestellt, um die Interpretation dieser Indizes zu erleichtern und den Informationsgehalt zu erhöhen. Es handelt sich hierbei aber nur um eine andere weniger verdichtende Darstellung. Die „Methode der nächsten Nachbarn“ als solches bleibt erhalten und derartige Verteilungen dürfen nicht mit dem grundsätzlich anderem Konzept der Korrelationsfunktionen verwechselt werden.

Inzwischen gibt es eine beträchtliche Zahl neuentwickelter Strukturindizes, die größtenteils ähnliche Verfahren verwenden. Einen guten Überblick vermitteln die Arbeiten von GADOW et al. (1998), GLEICHMAR und GEROLD (1998), SMALTSCHINSKI (1998) und UPTON und FINGLETON (1985, 1989).

## 2.2 Paarkorrelationsfunktion

Anders als der Aggregationsindex  $R$  führt die Paarkorrelationsfunktion  $g(r)$  nicht zu einer einzigen Zahl, sondern zu einer Funktion, die als Kurve graphisch dargestellt werden kann. Dabei wird angenommen, daß der betrachtete Bestand durch einen homogenen Punktprozeß beschrieben werden kann, was im wesentlichen bedeutet, daß es in dem Bestand keinen Trend in der Baumdichte gibt und daß die Variabilität der Baumanordnung überall gleich ist. Dann läßt sich die Baumdichte oder Intensität  $\lambda$  als mittlere Anzahl der Bäume pro Flächeneinheit definieren. So kann z. B. die bekannte forstliche Kenngröße „Stammzahl pro Hektar“ als Intensität verwendet werden. Die Baumdichte  $\lambda$  hat die folgende Eigenschaft: Wenn man zufällig in einem Waldbestand ein sehr kleines Beobachtungsgebiet der Fläche  $dF$  wählt, ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß man in ihm einen Baum findet gleich  $\lambda \cdot dF$ , denn wegen der geringeren Flächengröße werden zwei oder mehr Bäume nie darin liegen. Nun werden zwei solche kleinen Beobachtungsgebiete mit den Flächen  $dF_1$  und  $dF_2$  betrachtet, deren Abstand aber fixiert ist und  $r$  entspricht. Die Wahrscheinlichkeit  $P(r)$  dafür, daß in beiden der kleinen Beobachtungsgebiete je ein Baum steht, hängt im allgemeinen von  $r$  ab. Sie läßt sich ausgehend von dem Ergebnis für ein Beobachtungsgebiet wie folgt schreiben:

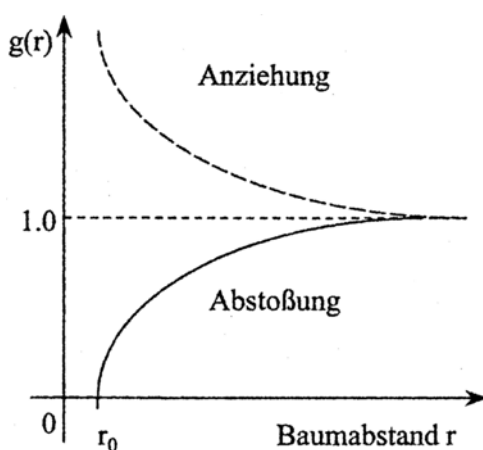
$$(5) \quad P(r) = \lambda^2 \cdot g(r) \cdot dF_1 \cdot dF_2.$$

Die Funktion  $g(r)$  in dieser Formel ist die *Paarkorrelationsfunktion*. Sie geht einer ähnlichen Fragestellung nach wie der Index von Clark und Evans. Genauere Definitionen zu Paarkorrelationsfunktionen mit Interpretationsbeispielen sind bei STOYAN und STOYAN (1992) und BIBER und WEYERHAEUSER (1998) zu finden. In einem Wald mit rein zufälligen Baumpositionen („Poisson-Wald“) ergibt sich für die Paarkorrelationsfunktion  $g(r) = 1$  für alle  $r$ , ähnlich wie  $R = 1$  war. Das entspräche der gestrichelten Parallele zur Abszisse in Abbildung 1. Dann ergibt sich  $P(r)$  nach der Produktformel der Wahrscheinlichkeitsrechnung als  $P(r) = \lambda \cdot dF_1 \cdot \lambda \cdot dF_2$ . Wenn die Baumstandorte eine Tendenz zur Regularität aufweisen, wie zum Beispiel in sehr jungen, in Reihen gepflanzten oder in alten Beständen (wo zwischen den Bäumen große Zwischenräume bestehen, was der Annahme einer zufälligen Baumanordnung widerspricht), dann gilt für kleine  $r$  die Beziehung  $g(r) = 0$ , weil Baumpaare zu diesen Abständen nicht existieren. Dieser Fall tritt in Abbildung 1 beim sogenannten *hardcore-Abstand*  $r_0$ , dem kleinsten auftretenden Baumabstand, auf. Für größere  $r$ -Werte ist dann  $g(r) > 0$  und nähert sich mit steigendem  $r$  dem Wert 1. In jungen, natürlich entstandenen Wäldern treten Bäume oftmals in Klumpen auf, und die Paarkor-

Abb. 1. Schematische Darstellung der Paarkorrelationsfunktion  $g(r)$  zur Analyse von Waldstrukturen. Der hardcore-Abstand  $r_0$  ist der kleinstmögliche Baumabstand in einem Bestand. Werte von  $g(r)$  über 1 deuten auf ein häufigeres Auftreten der betreffenden Baumabstände als in einem Poissonwald hin. Bei geringen Werten von  $r$  weist dies häufig auf Klumpung hin. Werte unter 1 bedeuten entsprechend eine geringere Häufigkeit als bei rein zufälliger Anordnung der Baumpositionen, was auf Abstoßeffekte zurückzuführen sein kann.

Fig. 1. Schematic diagram of the pair correlation function  $g(r)$  for analyzing forest structures. The hardcore distance  $r_0$  is the smallest possible inter-tree distance in a forest stand. Values of  $g(r)$  larger than 1 indicate that interpoint distances around  $r$  are relatively more frequent than those in a Poisson forest.

For small values of  $r$ , this typically means clustering. Conversely, values of  $g(r)$  smaller than 1 indicate that the corresponding inter-tree distances are rare, which may indicate inhibition.



relationsfunktion nimmt dementsprechend für kleine  $r$  große Werte an, die oft deutlich den Wert 1 überschreiten (angedeutet durch die gestrichelte Kurve in Abbildung 1). Anders als der Aggregationsindex hängt die Paarkorrelationsfunktion vom Abstand ab, und man kann die Abstandsabhängigkeit mit ihrer Hilfe studieren. Allerdings bleiben diejenigen Bäume, die zwischen den beiden Beobachtungsgebieten liegen, außer Betracht.

### 2.3 Markenkorrelationsfunktionen und Markenzusammenhangsfunktion

Die Korrelationen zwischen Baumattributen wie BHD oder Baumhöhe können durch Markenkorrelationsfunktionen beschrieben werden. Als „Marke“ bezeichnet man in der Punktprozeßtheorie einen Wert, der einem Punkt zugeordnet ist. Wenn der „Punkt“ eine Baumposition ist, dann ist eine „Marke“ ein Baumattribut (vgl. PENTTINEN et al. 1992). Im folgenden wird häufig das neutrale Wort „Marke“ benutzt, unter dem man sich ein beliebiges Baumattribut wie den BHD, die Baumhöhe, einen Schädigungsgrad oder die Baumart vorstellen kann. Die Markenkorrelationsfunktionen können am besten als „bedingte“ Größen erklärt werden wie z. B. bedingte Wahrscheinlichkeiten. Es wird ein Paar von Bäumen betrachtet, die den Abstand  $r$  haben. Aus den Marken  $m_1$  (zum Beispiel BHD des ersten Baumes) und  $m_2$  (zum Beispiel BHD des zweiten Baumes) wird ein Zahlenwert berechnet, der die Verschiedenheit oder Ähnlichkeit der Marken der Bäume bewertet. Beispiele dafür sind  $m_1 \cdot m_2$  („Markenkorrelationsfunktion“),  $0,5 \cdot (m_1 - m_2)^2$  („Markenvariogramm“) und  $1 - \min\{m_1, m_2\} / \max\{m_1, m_2\}$  („Markendifferenzierungsfunktion“). Es wird nun über die Marken gemittelt, wobei der Baumabstand  $r$  konstant bleibt. Somit ergibt sich eine Funktion, die von  $r$  abhängt. Für die obigen drei Beispiele ergeben sich die Funktionen  $\kappa_m(r)$ ,  $\gamma(r)$  und  $\tau(r)$ . Präzise mathematische Definitionen sind bei STOYAN und STOYAN (1992) für  $\kappa_m(r)$  und GAVRIKOV und STOYAN (1995) für  $\gamma(r)$  zu finden. Die Funktion  $\tau(r)$  ist eine spezielle Funktion, die ähnlich wie auf Seite 289 in STOYAN und STOYAN (1992) erklärt werden kann.

Es ist zweckmäßig, die Funktion  $\kappa_m(r)$  durch das Quadrat des Mittelwerts  $m$  des betrachteten Baumparameters zu dividieren,  $k_m(r) = \kappa_m(r)/m^2$ . Diese transformierte Funktion soll im folgenden als Markenkorrelationsfunktion bezeichnet werden. Die Markenkorrelationsfunktion ist gut dafür geeignet, die gegenseitige Beeinflussung von Bäumen,

soweit sie sich auf den betrachteten Baumparameter auswirkt, zu analysieren. Beim BHD wird man meist für kleine  $r$ -Werte von  $k_m(r)$  beobachten, die kleiner als 1 sind. Es liegt dann die Tendenz vor, daß bei kleinen Abständen beide Bäume eines Paares kleinere BHD als im Durchschnitt des Bestandes haben. Kleinere BHD sind also die Konsequenz geringerer Abstände. Auch Klumpen junger Bäume können zu niedrigen Werten von  $k_m(r)$  für kleine  $r$  führen. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Funktion  $k_m(r)$  dem Wert 1 nähert, hängt mit der Reichweite der sich auf den BHD auswirkenden Wechselwirkungen in dem Bestand zusammen.

Das Markenvariogramm  $\gamma(r)$  ist eine Größe, die in Analogie zum Variogramm der Geostatistik definiert worden ist. In verschiedenen forstwissenschaftlichen Arbeiten sind Markenvariogramme bestimmt und mit Methoden der Geostatistik interpretiert worden (vgl. z. B. GOVE 1993, SABOROWSKI u. STOCK 1994). Hierbei ist Vorsicht geboten, denn ein Markenvariogramm ist etwas anderes als ein geostatistisches Variogramm. Insbesondere bei kleinen Werten von  $r$  spiegelt ein Markenvariogramm auch Wechselwirkungen zwischen den Bäumen wider, was zu Markenvariogramm-Kurven führt, die sich ganz wesentlich von den Variogrammen der Geostatistik für ein homogenes Zufallsfeld unterscheiden (vergl. WÄLDER u. STOYAN 1996). Abbildung 5 zeigt solche Markenvariogramme, die für kleine  $r$  monoton fallend sind, was ein Variogramm der Geostatistik niemals sein darf. Seiner Definition gemäß ist das Markenvariogramm gut dafür geeignet, die Unterschiede der Baumparameter in Abhängigkeit von Baumabstand zu beschreiben.

Dem gleichen Zweck dient auch die *Markendifferenzierungsfunktion*  $\tau(r)$ . Auch hier werden die Unterschiede der Marken der Bäumen von Paaren mit dem Abstand  $r$  bewertet, allerdings nicht durch die quadrierte Differenz, sondern durch den Quotienten der Parameter, wobei dafür gesorgt wird, daß der Quotient immer kleiner als 1 ist. In den Beispielen des Abschnitts 4.2 werden auch Markendifferenzierungsfunktionen diskutiert. Es sei noch angemerkt, daß man auch den Zusammenhang von verschiedenen Marken untersuchen kann, z. B. BHD und Höhe von Baumpaaren. Dazu werden Markenkreuzkorrelationsfunktionen benutzt (vgl. STOYAN 1987).

Die Markenzusammenhangsfunktion  $p_{ij}(r)$  zielt wie der Segregationsindex  $S$  auf die Beschreibung der Durchmischung, beschränkt sich aber nicht auf den jeweils nächsten Nachbarn. In dem betrachteten Bestand mögen  $k$  verschiedene Baumarten  $i$  stehen,  $i = 1, \dots, k$  (STOYAN u. PENTTINEN 1998, S. 23 f.). Die Funktion  $p_{ij}(r)$  beschreibt die Zusammenhänge der Bäume der Art  $i$  und der Art  $j$ ,  $1 \leq i, j \leq k$ . Man stelle sich wie bei der Markenkorelationsfunktion ein zufällig gewähltes Baumpaar mit dem Abstand  $r$  vor. Dann sind die Arten beider Bäume zufällig, und man kann nach der Wahrscheinlichkeit dafür fragen, daß einer der beiden Bäume zur Art  $i$  gehört und der andere zur Art  $j$ . Da diese Wahrscheinlichkeit im allgemeinen von  $r$  abhängt, betrachtet man die Markenzusammenhangsfunktion  $p_{ij}(r)$ . Wenn sie für einen fixierten Wert von  $r$  groß ist, dann besteht die Tendenz, daß beim Abstand  $r$  bevorzugt Baumpaare auftreten, von denen einer der Bäume zur Art  $i$  und das andere zur Art  $j$  gehört. Für sehr große Abstände  $r$  kann man erwarten, daß kein Zusammenhang mehr zwischen den Baumarten besteht. Hier werden die Werte von näherungsweise der Beziehung

$$\begin{aligned} p_{ij}(r) &= p_i^2 \quad (i = j), \\ p_{ij}(r) &= 2 \cdot p_i \cdot p_j \quad (i \neq j) \end{aligned}$$

genügen. Hierbei ist  $p_i$  ( $p_j$ ) der Anteil der Bäume der Art  $i$  ( $j$ ) an der Gesamtanzahl der Bäume des Bestandes oder gleich der Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein zufällig gewählter Baum zur Art  $i$  gehört. Der Faktor 2 ergibt sich daher, daß sowohl der erste als auch der zweite Baum des Paares zur Art  $i$  gehören kann (während der jeweils andere zur Art  $j$  gehört). Wenn die Baumarten unabhängig voneinander stehen, dann ist  $p_{ij}(r)$  konstant, natürlich gleich den Werten  $p_i^2$  bzw.  $2 \cdot p_i \cdot p_j$ . Die statistische Bestimmung von Markenzusammenhangsfunktionen und Markenkorelationsfunktionen ist nicht schwieriger als

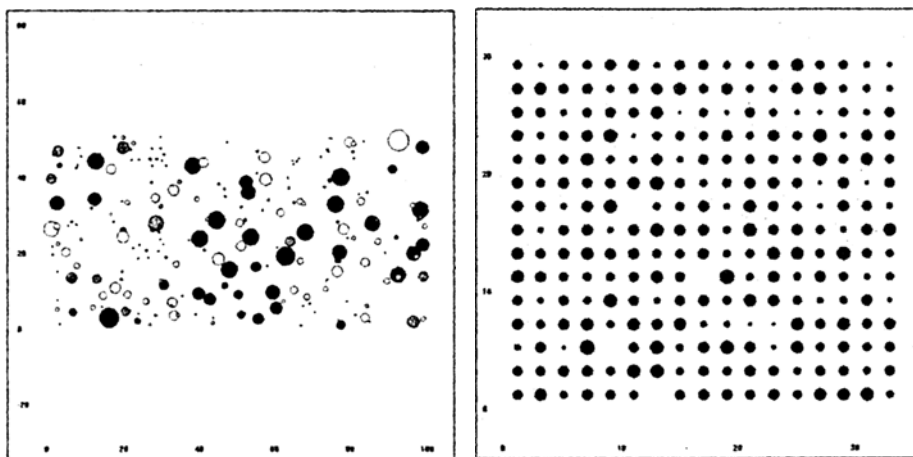


Abb. 2. Stammverteilungspläne der Beispielbestände Freyung 129/2 (links) und Zusmarshausen 603/3 (rechts), Buche hell-grau, Tanne weiß, Fichte dunkel-grau.

Fig. 2. Square plots of the sample forest stands Freyung 129/2 (left) and Zusmarshausen 603/3 (right), beech light gray, fir white, spruce dark gray.

die der Paarkorrelationsfunktionen. Dabei werden Baumpaare betrachtet, die ungefähr den Abstand  $r$  haben. Über einem bestimmten Baum-Baum-Abstand aufsummiert ergeben die baumartenspezifischen Wahrscheinlichkeiten 1.

Markendifferenzierungs- und Markenkorrelationsfunktionen betrachten bei Verwendung des Brusthöhendurchmessers als Marke ähnlich wie der Index T von Fuldner räumliche Dimensionsunterschiede. Die Markenzusammenhangsfunktion dient in dieser Untersuchung der Analyse der Durchmischung.

### 3 Datenmaterial

Um die Sensitivität von Strukturindizes und Korrelationsfunktionen veranschaulichen zu können, werden zwei völlig unterschiedlich strukturierte Waldbestände aus dem Versuchsflächennetz des Lehrstuhls für Waldwachstumskunde der Universität München zur Strukturanalyse herangezogen. Es handelt sich dabei um den Plenterbestand Freyung 129/2 und den Fichtenbestand Zusmarshausen 603/3. Ersterer stellt sich als ungleichaltriger, mehrschichtiger Fichten-Tannen-Buchen-Mischbestand dar, der aus einem langfristigen kontinuierlichen Naturverjüngungsprozeß und einzelstammweiser Nutzung hervorgegangen ist, während zweiterer eine typische, schematisch angelegte Fichtenpflanzung repräsentiert (Abbildung 2).

Abbildung 2 zeigt deutlich, daß die horizontale Waldstruktur in den beiden Beständen grundsätzlich verschieden ist. Während der Plenterwald recht unregelmäßige zuweilen geklumpfte Punktmuster aufweist, ist in der Fichtenkultur ein sehr regelmäßiges Punktmuster zu erkennen. Abbildung 3 ergänzt diesen Eindruck um die vertikale Komponente.

Die Versuchsfläche Freyung 129/2 liegt im Wuchsbezirk Innerer Bayerischer Wald, der durch ein kühlfeuchtes Berglandklima mit langen schneereichen Wintern und kurzer Vegetationszeit gekennzeichnet ist. Die Versuchsfläche Zusmarshausen 603/3 gehört dem Wuchsbezirk Mittelschwäbisches Schotterriedel- und Hügelland an, der durch ein subatlantisches, schwach kontinental getöntes Klima gekennzeichnet ist (ARBEITSKREIS STANDORTSKARTIERUNG 1985). Der Tabelle 1 sind wesentliche ertragskundliche Daten der beiden Bestände in den Aufnahmejahren 1987 und 1990, auf die sich die verwendeten Daten beziehen, zu entnehmen. Die Daten sind einer laufenden Zeitreihe entnommen. In den



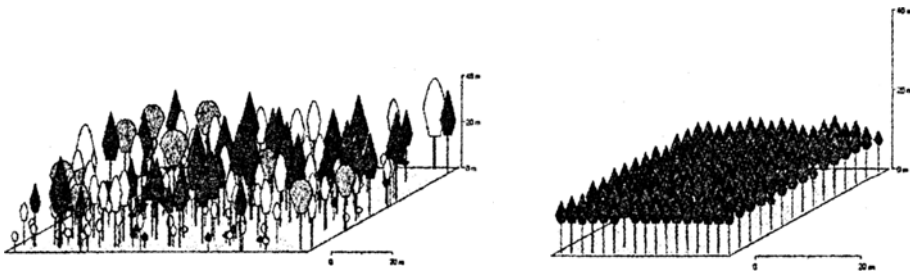


Abb. 3. Aufrissbilder der Beispielbestände Freyung 129/2 (links) und Zusmarshausen 603/3 (rechts), Buche hell-grau, Tanne weiß, Fichte dunkel-grau.

Fig. 3. Aspects of the sample forest stands Freyung 129/2 (left) and Zusmarshausen 603/3 (right), beech light gray, fir white, spruce dark gray.

ausgewählten Aufnahmejahren fanden jeweils Vollaufnahmen mit Einmessung der Stammfußkoordinaten statt. Grundflächen- und Stammzahlprozent von Fichte und Tanne kehren sich im Plenterwald Freyung um. In Bezug auf die Grundfläche dominiert die Fichte, hinsichtlich der Stammzahl die Tanne. Die Buche spielt eher eine untergeordnete Rolle.

Tabelle 1. Ertragskundliche Befunddaten der Bestände Freyung 129/2 (FRE 129/2) und Zusmarshausen 603/3 (ZUS 603/3) zu den Aufnahmezeitpunkten 1987 bzw. 1990.

hg = Höhe des Grundflächenmittelstamms, dg = Durchmesser des Grundflächenmittelstamms, N = Stammzahl, G = Grundfläche, V = Volumen

Table 1. Forest yield data of the stands Freyung 129/2 (FRE 129/2) and Zusmarshausen 603/3 (ZUS 603/3) for the years 1987 and 1990.

hg = height of the quadratic mean diameter, dg = quadratic mean diameter, N = number of trees, G = basal area, V = volume

Bestand	Art	Alter [Jahre]	hg [m]	dg [cm]	N [ha <sup>-1</sup> ]	G [m <sup>2</sup> /ha]	V [VfmD/ ha]	N [%]	G [%]	V [%]
FRE 129/2 (1987)	Fichte	max. 220	36,0	42,0	168	23,2	349	36,8	55,8	57,9
	Tanne	max. 220	28,0	26,6	254	14,1	188	55,7	33,9	31,2
	Buche	max. 220	29,1	40,4	34	4,3	66	7,5	10,3	10,9
	Summe				456	41,6	603	100	100	100
ZUS 603/3 (1990)	Fichte	31	13,3	14,4	2461	40	234	100	100	100

## 4 Ergebnisse

### 4.1 Strukturanalyse mit Hilfe von Strukturindizes

Die Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse der Strukturanalyse für den Plenterwaldbestand Freyung 129/2 mit Strukturparametern. Die Werte der Durchmesser differenzierung nehmen bei fast allen drei Baumarten vom ersten Nachbarn bis zum dritten Nachbarn ab. Dieser Effekt läßt sich häufig in Wirtschaftswäldern beobachten (FÜLDNER 1995, S. 103). Die Buchen sind sehr stark differenziert, viele ihrer Nachbarn haben eine erheblich größere

**Tabelle 2.** Die Strukturindizes angewendet auf den Bestand Freyung 129/2 (T1 – BHD-Differenzierung zum ersten Nachbarn, T2 – BHD-Differenzierung zum zweiten Nachbarn, T3 – BHD-Differenzierung zum dritten Nachbarn, M – Artendurchmischung, R – Index von Clark & Evans, S – Segregationsindex von Pielou).

*Table 2.* Results of structure indices for the forest stand Freyung 129/2 (T1 – DBH-differentiation regarding the first neighbour, T2 – DBH-differentiation regarding the second neighbour, T3 – DBH-differentiation regarding the third neighbour, M – species mingling, R – index by Clark & Evans, S – segregation index by Pielou).

Baumart	Anzahl	T1	T2	T3	M	R	S
Buche	17	0.541	0.517	0.483	0.667	0.869	0.364
Tanne	127	0.505	0.473	0.457	0.381	0.985	-0.027
Fichte	84	0.421	0.412	0.441	0.528	1.028	0.067
Gesamt	228	0.477	0.454	0.453	0.456	0.936	0.062

oder kleinere Dimension als sie selbst. Die Tannen liegen ebenfalls noch im Bereich der starken Differenzierung, wenn ihre Werte auch etwas geringer ausfallen als bei der Buche. Die Fichten sind allerdings deutlich geringer in Bezug auf ihre Brusthöhendurchmesser differenziert als Buchen und Tannen. Sie liegen im mittleren Bereich. Der Durchmischungsindex M zeigt, daß im Durchschnitt 2 der drei Nachbarn einer Buche einer anderen Baumart angehören. Bei der Tanne sind es durchschnittlich nur 1.1 der drei Nachbarn, die Buchen oder Fichten sind. Bei der Fichte ist dieser Anteil anderer Baumarten mit 1.6 etwas höher. Der Aggregationsindex von Clark und Evans läßt erkennen, daß die Baumpositionen der Fichte eher zufällig angeordnet sind, die der Buche etwas geklumpt und die der Tanne ähnlich wie bei der Fichte fast zufällig mit einer sehr geringen Tendenz zur Klumpung auftreten. Dem Segregationsindex von Pielou nach zu urteilen ist die Buche am wenigsten mit anderen Baumarten durchmischt, die Tanne am stärksten. Tanne und Fichte liegen allerdings mit ihren Werten sehr nahe bei 0, was einer zufälligen Durchmischung entspricht. Die Buche ist im Bestand Freyung 129/9 mit einer deutlich geringeren Stammzahl vertreten als die anderen beiden Baumarten. Offensichtlich werden die zwei Buchen-Dreiergruppen in der linken Hälfte des Bestandes vom Pielou-Index stärker gewichtet als vom Durchmischungsindex M.

Die Ergebnisse lassen erkennen, daß unterschiedliche Indizes nicht nur unterschiedliche Strukturaspekte in das Zentrum ihrer Betrachtung rücken, sondern auch, daß Indizes, die ähnliche Fragen beantworten sollen, z. T. zu anderen Aussagen kommen können, weil ihre Algorithmen eine unterschiedliche Orientierung haben. Ein gutes Beispiel für letzteren Befund ist das Problem der Durchmischung. Die Indizes S und M sollen beide Auskunft darüber geben, wie die auftretenden Baumarten räumlich zueinander angeordnet sind. Während Index M zu dem Schluß kommt, daß die Buche besonders stark von Bäumen anderer Baumarten umgeben ist, weist sie der Index S als eine Art aus, die sich im Ver-

**Tabelle 3.** Die Strukturindizes angewendet auf den Bestand Zusmarshausen 603/3 (T1 – BHD-Differenzierung zum ersten Nachbarn, T2 – BHD-Differenzierung zum zweiten Nachbarn, T3 – BHD-Differenzierung zum dritten Nachbarn, M – Artendurchmischung, R – Index von Clark & Evans, S – Segregationsindex von Pielou).

*Table 3.* Results of structure indices for the forest stand Zusmarshausen 603/3 (T1 – DBH-differentiation regarding the first neighbour, T2 – DBH-differentiation regarding the second neighbour, T3 – DBH-differentiation regarding the third neighbour, M – species mingling, R – index by Clark & Evans, S – segregation index by Pielou).

Baumart	Anzahl	T1	T2	T3	M	R	S
Fichte/gesamt	251	0,224	0,219	0,222	0,000	1,952	1,000

gleich zu Tanne und Fichte besonders stark von anderen abgrenzt. Dieser Widerspruch resultiert aus unterschiedlichen Definitionen. Da im Gegensatz zu S bei M nicht die Anzahl der Bäume je Baumart berücksichtigt wird, die Buchen aber relativ selten sind, muß der Wert von M für die Buchen sehr groß werden.

Es sind aber auch Aussagen verschiedener Indizes zu finden, die sich plausibel zueinander verhalten. Der Index R von Clark und Evans korrespondiert sehr gut mit den Segregationsindex S von Pielou. Die Buche wird vom Index R als eher geklumpt und von S als deutlich segregiert angesprochen. Tanne und Fichte sind nach R eher zufällig auf der Fläche angeordnet, was durch die zufällige Durchmischung nach S bestätigt wird.

Insgesamt wird recht gut das Bild eines strukturreichen Plenterwaldes mit den bestimmenden Baumarten Tanne und Fichte beschrieben, bei dem es eine hohe Durchmesserdiversifizierung gibt und die einzelnen Baumarten von zufällig bis geklumpt angeordnet sind.

Ein ganz anderes Bild vermittelt Tabelle 3. Die Durchmesserdiversifizierung zeichnet ein Bild, das man von Fichtenkulturen dieses Alters erwartet. Der Dimensionsunterschied zwischen benachbarten Fichten beträgt maximal 22 %. Beide Durchmischungsindizes zeigen, daß ein Reinbestand vorliegt. Der Index R von Clark und Evans weist auf sehr regelmäßige horizontale Bestandesstrukturen hin.

Die Zusammenschau von vier verschiedenen Strukturindizes vermittelt offensichtlich ein sehr anschauliches Bild von den recht unterschiedlichen Waldstrukturen der Beispielbestände. Die Zahlen könnten bereits weitgehend ausreichen, um objektiv über das horizontale Baummuster der Bestände zu informieren.

#### 4.2 Strukturanalyse mit Hilfe von Korrelationsfunktionen

Abbildung 4 zeigt den Verlauf der Paar-, Markenkorrrelations- und der Markendifferenzierungsfunktion. Bei Betrachtung der ersteren orientiert man sich am besten an der Parallelen zur Abszisse, die bei 1 die Ordinate schneidet. Sie zeigt den Verlauf beider Funktionen für einen Poisson-Wald. Betrachtet man die Paarkorrrelationsfunktion  $g(r)$  in der linken Abbildung, so erkennt man, daß im Bereich bis zu 3 m mehr Bäume in diesem geringen Abstand zueinander stehen als bei zufälliger Anordnung zu erwarten wäre. Wir beobachten hier also Klumpungstendenzen. In einem Abstand von ca. 3 bis 6 m sind im Plenterwald allerdings weniger Bäume vorhanden als im Poisson-Wald.

Die Paarkorrrelationsfunktion hat neben den großen Werten für  $r < 2,5$  m noch ein schwaches Maximum bei etwa 7 m. Die großen Werte bei kleinen Abständen werden durch Baumpaare innerhalb desselben Klumpen hervorgerufen. Das schwache Maximum bei 7 m Abstand dürfte dagegen durch Baumpaare verursacht werden, die verschiedenen Klumpen angehören. Das zeigt, daß auch die Klumpen eine gewisse räumliche Ordnung im Sinne

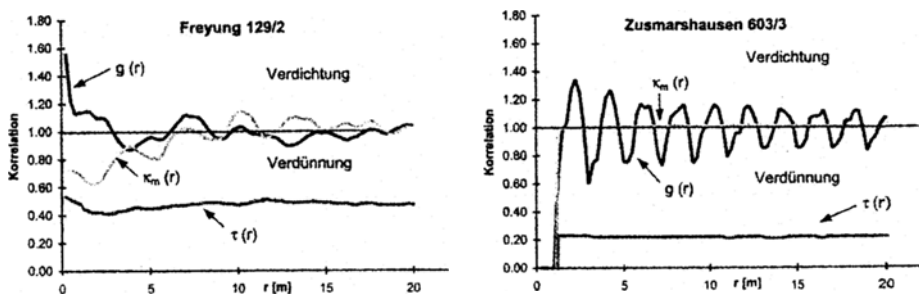


Abb. 4. Die Paarkorrrelations-  $g(r)$ , die Markenkorrrelations-  $\kappa_m(r)$  und die Markendifferenzierungsfunktionen  $\tau(r)$  für alle Baumarten der Bestände Freyung 129/2 und Zusmarshausen 603/3.

Fig. 4. The pair correlation  $g(r)$ , mark correlation  $\kappa_m(r)$  and the mark differentiation functions  $\tau(r)$  of the forest stands Freyung 129/2 and Zusmarshausen 603/3.

von Regularität haben. Diesen Effekt hätten Methoden des nächsten Nachbarn nicht abbilden können. Für Abstände  $> 7$  m ergeben sich mehr oder weniger zufällige Schwankungen um 1,0.

Die regelmäßigen Schwingungen der Paarkorrelationsfunktion im Bestand Zusmarshausen 603/3 bilden deutlich den Pflanzverband von  $2 \times 2$  m ab. Dort, wo lokale Maxima zu finden sind, wurden von der Paarkorrelationsfunktion Bäume auf ihren Positionen im Pflanzverband gefunden. Die lokalen Minima unter 1 kennzeichnen die weitgehend baumfreien Bereiche zwischen den Pflanzorten.

Die Markenkorrelationsfunktion läßt für den Bestand Zusmarshausen 603/3 über alle Baum-Abstände erkennen, daß zwischen den Durchmessern als Marken keine Korrelation besteht. Die Marken sind voneinander völlig unabhängig - eine angesichts des Bestandesalters und Begründungsart realistische Annahme. Der Verlauf der Markenkorrelationsfunktion im Plenterwald zeigt für den Bereich der Baum-Abstände bis zu 6 m, daß hier dicht zusammen stehende Bäume die Tendenz zeigen, dünner zu sein. Danach oszilliert die Kurve um den Wert 1, was bedeutet, daß keine Korrelation mehr zwischen den Durchmessern besteht.

Die Markendifferenzierungsfunktion wurde entwickelt, um Dimensionsunterschiede der Bäume räumlich zu erfassen. Sie zeigt bei den beiden Beständen unterschiedliche Verläufe, die sich auch auf einem anderen Niveau bewegen. Während die Durchmesser-Differenzierung im Fichtenjungbestand wie zu erwarten im schwachen Bereich liegt, verläuft die Markendifferenzierungsfunktion im Plenterwald an der Grenzen zwischen mittlerer und starker Differenzierung (zu den Intensitätsstufen siehe Abschnitt 2.1, Formel 3 wie beim entsprechenden Strukturindex). Außerdem ist im Plenterwald zu erkennen, daß die Durchmesser differenzierung im nahen Abstandsbereich bis 1 m recht hoch ist, um dann bis 2.5 m relativ stark abzunehmen. Danach steigt sie bis zu einem Abstand von 12 m wieder leicht an, um danach wieder zu sinken.

Auch das Markenvariogramm (Abbildung 5) soll dimensionsbedingte Unterschiede zwischen den Bäumen räumlich darstellen. Wie alle anderen Funktionen auch, bietet das Markenvariogramm besonders im nahen Abstandsbereich interessante Informationen. Betrachtet man den Bereich von 0 bis 5 m, so läßt sich im Plenterwald Freyung 129/2 zunächst eine hohe Durchmesser differenzierung feststellen, die sicherlich damit zusammenhängt, daß bei dicht beieinanderstehenden Bäumen oft einer der Bäume ein herrschender und der andere ein sozial schwächerer ist. Das Markenvariogramm fällt dann bis zu einem Abstand von 3 m. Diese Beobachtungen stimmen sehr gut mit den Ergebnissen der Markendifferenzierungsfunktion überein. Im Bestand Zusmarshausen 603/3 ist ein eher konstanter Verlauf des Markenvariogramms über die Baum-Abstände festzustellen, was den Charakter einer Fichtenkultur gut wiedergibt.

Ein Nachteil des Markenvariogramms ist leicht zu erkennen. Die Funktionen verlaufen

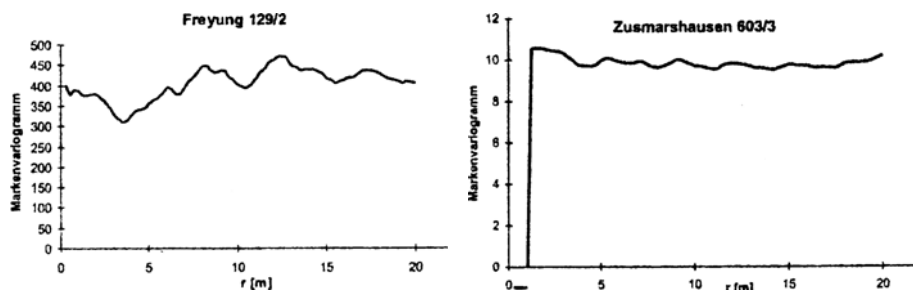


Abb. 5. Die Markenvariogramme für die Bestände Freyung 129/2 und Zusmarshausen 603/3.

Fig. 5. The mark variograms of the forest stands Freyung 129/2 and Zusmarshausen 603/3.

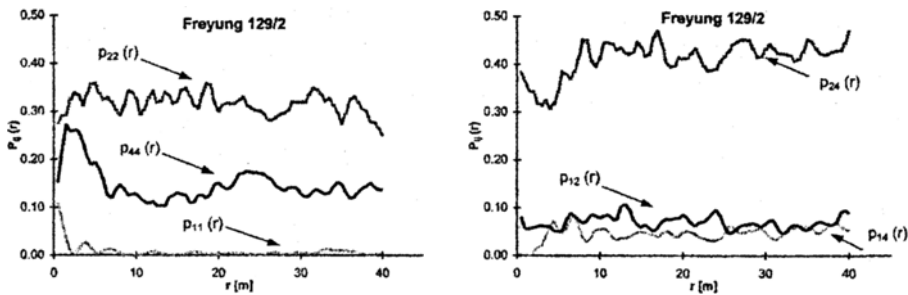


Abb. 6. Die Markenzusammenhangsfunktionen des Bestandes Freyung 129/2 für die Baumarten Buche (1), Tanne (2) und Fichte (4).

Fig. 6. The mark connection functions of the forest stand Freyung 129/2 concerning the tree species beech (1), fir (2) and spruce (4).

in beiden Beständen auf unterschiedlichen Niveaus. Im Gegensatz zur Markendifferenzierungsfunktion läßt sich dabei das Niveau nicht interpretieren, weil es keine Skala gibt. Eine sinnvolle Erweiterung wäre daher möglicherweise, die Funktion  $0,5 \cdot (m_1 - m_2)^2$  zur Definition einer Markenkorrelationsfunktion mit einheitlicher Bezugsbasis zu verwenden, wie es WÄLDER und STOYAN (1996) beispielhaft durchgeführt haben.

Abbildung 6 zeigt die Markenzusammenhangsfunktionen des Plenterwaldes Freyung 129/2. Sie bieten räumliche Informationen über das intra (links)- und interspezifische (rechts) Baumartenverhältnis. Man erkennt, daß die Wahrscheinlichkeit für Durchmischung bei den betreffenden Baumartenpaaren ganz unterschiedlich ist. Am höchsten ist die Wahrscheinlichkeit, daß Tanne und Fichte bei den einzelnen Abständen durchmischt sind, gefolgt von dem Paar Tanne – Tanne. Deutlich geringer ist die Wahrscheinlichkeit für die Paare Fichte – Fichte, Buche – Tanne und Buche – Fichte. Am unwahrscheinlichsten ist das Baumpaar Buche – Buche.

Auch bei der Markenzusammenhangsfunktion sind besonders die nahen Abstände von Interesse, bei denen sich die Bäume noch gegenseitig beeinflussen. Sie entsprechen dem Bereich, den auch die auf dem Nachbarschaftskonzept beruhenden Strukturindizes abbilden. Die Wahrscheinlichkeit für das Baumpaar Tanne und Fichte sinkt in diesem Bereich, während die Wahrscheinlichkeit für das Baumpaar Tanne – Tanne steigt. Ab 2/2,5 m bis 6,5 m sind beide Baumpaare annähernd gleichwahrscheinlich. Erst danach nimmt der Unterschied zwischen den Wahrscheinlichkeiten dieser Baumpaare in größerem Maße zu.

Mit Hilfe der Marken (= Baumartenanteile) läßt sich, wie im Abschnitt 2.3 beschrieben, diejenige Wahrscheinlichkeit berechnen, die sich ergibt, wenn kein Zusammenhang mehr für die Baumarten besteht. Mit Hilfe dieser Werte läßt sich dann der dazugehörige ungefähre Baum-Baum-Abstand (Wechselwirkungsradius) finden. Tabelle 4 zeigt die Ergebnis-

Tabelle 4. Wahrscheinlichkeiten bei stochastischer Unabhängigkeit und die dazugehörigen Wechselwirkungsradien für den Bestand Freyung 129/2.

Table 4. Probabilities for stochastic independence and the corresponding interaction radius of the forest stand Freyung 129/2.

Baumart	Buche (1)		Tanne (2)		Fichte (4)	
Buche (1)	0.0056	7.5 m	0.0831	6.5 m	0.0550	9.0 m
Tanne (2)			0.3102	8.0 m	0.4104	9.0 m
Fichte (4)					0.1357	8.0 m

se bei stochastischer Unabhängigkeit der Marken. Die Werte der Tabelle 4 vermitteln auch zusätzlich das relative Wahrscheinlichkeitsniveau, auf dem sich die Durchmischung zweier Baumarten befindet.

Die Markenzusammenhangsfunktion liefert auch einen wichtigen Beitrag zu den abweichenden Ergebnissen der Durchmischungsindizes für die Buche im Bestand Freyung 129/2 (vgl. Abschnitt 4.1). Die Wahrscheinlichkeit für die Durchmischung der Buche mit Fichte oder Tanne beträgt über das gesamte Abstandsspektrum weniger als 10 % (rechte Grafik in Abbildung 6). Unmittelbar benachbarte Buchen und Tannen treten mit einer Wahrscheinlichkeit von 7–9 % auf. Fichten und Buchen sind dagegen als unmittelbare Nachbarn kaum zu finden. Die Wahrscheinlichkeit, daß Buchen benachbart sind, ist zwar über das gesamte Abstandsspektrum betrachtet am geringsten, doch im nahen Abstandsbereich mit um die 11 % außergewöhnlich hoch (linke Grafik in Abbildung 6). Dieses Ergebnis stützt die auf den ersten Blick eher gegensätzlichen Befunde beider Durchmischungsindizes: Betrachtet man die jeweils linken Graphiken in den Abbildungen 2 und 3, so lassen sich im linken Bereich des Bestandes Freyung 129/2 die bereits erwähnten zwei Buchengruppen mit recht nah zueinander stehenden Bäumen erkennen, während alle übrigen Buchen eher einzelstammweise in die anderen Baumarten eingemischt sind. Aus der Markenzusammenhangsfunktion lassen sich sogar die Abstandsverhältnisse der beiden Buchengruppen herauslesen. Offenbar hat der Pielou-Index die beiden Dreiergruppen stärker berücksichtigt als der Durchmischungsindex M. Die verwendeten Durchmischungsindizes können offensichtlich nur einzelne Aspekte herausarbeiten, während die Markenzusammenhangsfunktion diese Aspekte zusammenführt.

## 5 Diskussion

Die Landschafts- und Bestandesstruktur determiniert in hohem Maße Vorkommen und Populationsdynamik von z. B. Braunbären, Eulen und Spechten, so daß von gegebenen Strukturen unmittelbar auf die Habitateignung und Populationsentwicklung geschlossen werden kann (LETCHER et al. 1998, MCKELVEY et al. 1993, WIEGAND 1999). Die hier vorgestellten Algorithmen zur Quantifizierung der Struktur haben den Vorteil, daß sie einfacher erhebbar sind und über Waldinventuren z. T. schon in großem Umfang inventarisiert sind als unmittelbare Maßzahlen zur ökologischen Vielfalt, Stabilität oder Nachhaltigkeit. Diese können wegen ihres Erhebungsaufwandes allenfalls punktuell erfaßt werden, korrelieren aber eng mit den hier vorgestellten Strukturparametern und Korrelationsfunktionen, die mit geringerem Aufwand z. T. flächendeckend ermittelt werden können.

Klassische Größen zur Charakterisierung der Variabilität von Wäldern sind sogenannte Strukturindizes. Inzwischen existiert im forstlichen und außerforstlichen Anwendungsgebiet eine fast unüberschaubare Menge solcher Kennziffern (vgl. BIBER 1997, GADOW et al. 1998, GLEICHMAR und GEROLD 1998, KÖHL u. ZINGG 1995, PRETZSCH 1995, SMALTSCHINSKI 1998, UPTON und FINGLETON 1985, 1989). Diese Größen betrachten jeweils die Bäume und ihre nächsten Nachbarn. Der nächste Nachbar eines Baumes kann unterschiedlich weit vom Bezugsbaum entfernt sein und der Abstand oftmals unterschiedliche ökologische Skalen überschreiten. Wenn Abstände zwischen Bäumen sehr groß sind, kann u. U. keine oder nur geringe Interaktion zwischen den Individuen stattfinden, während bei sehr kleinen Abständen starke Wechselwirkungen auftreten. Beide Fälle werden aber bei der Methode der nächsten Nachbarn gleich gewichtet. Zudem werden nur die nächsten Nachbarn betrachtet und nicht ihr näheres Umfeld. Bei Nichtberücksichtigung aller verfügbaren Stammsfußkoordinaten, die vielfach im modernen Versuchswesen oder bei der Aufnahme von Naturwaldreservaten und Weiserflächen standardmäßig eingemessen werden, ignoriert man wichtige Informationen. Der Fortschritt im Bereich der Datenverarbeitung und die gute Datengrundlage moderner waldwachstumskundlicher Versuchsanlagen legen die Verwendung rechentechnisch aufwendigerer Methoden nahe, die weitere interessante Zusatzinformationen bieten. Auch wenn mehr als nur ein Nachbar Eingang in den Index

findet wie bei den Größen von FÜLDNER (1995), bleibt aber der Mangel bestehen, daß – bedingt durch die unterschiedlichen Abstände zu den drei nächsten Nachbarn – verschiedene Skalen erfaßt und die Unterschiede zwischen ihnen verwischt werden. Genau wie bei den Indizes von PIELOU (1977) und CLARK und EVANS (1954) wird auch bei einem solchen Ansatz die Variabilität der Einzelbaumpositionen eines Bestandes durch eine einzige Zahl oder mit einer empirischen Verteilung von Einzelwerten beschrieben. Die meisten Waldbestände sind sehr komplex, so daß man mehr Informationen ausschöpft, wenn man ihre Struktur nicht nur mit aggregierten Kennziffern darstellt, sondern sie auch als Ergänzung mit den in dieser Arbeit vorgestellten stetigen Korrelationsfunktionen analysiert.

Die Strukturindizes beschreiben in numerischer Form Tendenzen. Wir erfahren, daß der Bestand Freyung 129/2 ein sehr strukturreicher Wald ist. Seine Baumarten verhalten sich von zufällig bis geklumpt sehr unterschiedlich. Die Durchmesserdifferenzierung wird als stark beurteilt. Ebenso liefert der Index von Clark und Evans für den Bestand Zusmarshausen 603/3 die Information, daß das Muster der Baumpositionen sehr regelmäßig ist. Diese Informationen entsprechen dem, was bei der Forsteinrichtung beim sogenannten Waldbegang qualitativ angesprochen wird. Die Indizes bieten neben einer Objektivierung der Aussage zur Waldstruktur außerdem den Vorteil, daß sie sich aus Inventurdaten errechnen lassen (POMMERENING 1997) und so eine Strukturansprache, die in der Praxis häufig zusätzlich zur Inventur erfolgt, nicht mehr notwendig ist.

Die quantitativen Informationen der Strukturindizes werden nun durch die Korrelationsfunktionen um wesentliche Gesichtspunkte erweitert. Wir erfahren nicht nur, daß bei bestimmten Baumarten Klumpungserscheinungen auftreten, sondern auch zusätzlich welche Abstandsbereiche im Bestand davon betroffen sind. Die Funktionen decken auf, wo Wechselwirkungen zwischen Bäumen aufhören. Der Index von Clark und Evans deckt im Bestand Zusmarshausen 603/3 zwar den Befund der Regelmäßigkeit auf, die Paarkorrelationsfunktion zeichnet aber außerdem genau den Pflanzverband nach, so daß er rekonstruiert werden kann. Bei der Markenkorrelationsfunktion sind Baumabstand und Durchmesser oder ein anderes interessierendes Baumattribut miteinander korreliert, so daß sie einen Hinweis dafür liefert, welches Baumattribut am besten geeignet ist, um das Muster der Baumpositionen zu erklären. Die Markenzusammenhangsfunktionen schließlich sind eine sehr wertvolle Erweiterung der Durchmischungsindizes. Sie liefern für jeden beliebigen im Bestand vorkommenden Baumabstand die zusätzliche Information, welche Baumartenkombination in diesem Intervall mit welcher Wahrscheinlichkeit vorkommen.

Dadurch, daß die Funktionen vom Baumabstand abhängig sind, wird der Einfluß verschiedener ökologischer Skalen deutlicher. Der Anwender solcher Funktionen erhält Aussagen, die sich auf das gesamte Abstandsspektrum innerhalb eines Bestandes beziehen. Die hier vorgestellten Korrelationsfunktionen sind ein wertvoller Ansatz zum umfassenden Verständnis von Bestandesstrukturen. Korrelationsfunktionen stellen Größen der beschreibenden Statistik dar. Zur künstlichen simulativen Erzeugung von Bestandesstrukturen am Computer sind geeignete Punktprozeßmodelle erforderlich (DEGENHARDT u. POFAHL, 1997), deren Konzept sich eng an die hier vorgestellten Verfahren der Korrelationsfunktionen anlehnt. Da sich die dazu benötigten Modellfunktionen auch aus Daten der Waldinventur schätzen lassen (DEGENHARDT 1998, DEGENHARDT u. POMMERENING 1999), sind sie auch ein geeignetes Mittel, um zur Inventurfortschreibung Anfangsstrukturen zu generieren. Allerdings lassen sich Korrelationsfunktionen nur auf stichprobenartig erhobene Probestellen anwenden, wenn in ihnen die Stammsfußkoordinaten der Bäume mitgemessen werden.

Die in Abschnitt 2.2 vorgestellten Korrelationsfunktionen wurden in dieser Arbeit bis auf die Markenzusammenhangsfunktion aus didaktischen Gründen nur für den Gesamtbestand berechnet. Natürlich wäre ähnlich wie auch bei den Strukturindizes eine artenspezifische Analyse möglich.

Ob zur Strukturanalyse Korrelationsfunktionen oder Indizes verwendet werden, muß aus der Situation heraus entschieden werden. Sicherlich ist es z. B. im Rahmen der For-

steinrichtung sinnvoller, auf die größere Genauigkeit und den höheren Informationsgehalt von Korrelationsfunktionen zugunsten von leichter zu erhebenden Strukturindizes zu verzichten. Auch kann sich die in dieser Arbeit häufig kritisierte Reduktion von Strukturinformationen auf eine Kennziffer, wie es Indizes tun, auch als Vorteil erweisen, wenn viele Ergebnissdaten vorliegen und diese überschaubar dargestellt werden müssen. Andererseits läßt sich das Informationspotential von vornherein aufwendig erhobender Daten, wie das z. B. bei Naturwaldzellen oder Versuchsflächen der Fall ist, erheblich besser ausschöpfen, wenn die modernen Methoden der Korrelationsfunktionen zur Anwendung kommen.

Zur Schätzung von Paarkorrelationsfunktionen gibt es bereits bewährte EDV-Programme. In STOYAN und STOYAN (1992) werden entsprechende Algorithmen skizziert. In ihnen ist eine Randkorrektur enthalten, die die Erwartungstreue sichert. Die Versuchsflächen-Auswertungssoftware am Lehrstuhl für Waldwachstumskunde der Technischen Universität München verfügt ebenfalls über Routinen zur Berechnung der hier vorgestellten Funktionen und Indizes.

## 6 Literatur

- ARBEITSKREIS STANDORTSKARTIERUNG IN DER ARBEITSGEMEINSCHAFT FORSTEINRICHTUNG, 1985: Forstliche Wuchsgebiete und Wuchsbezirke in der Bundesrepublik Deutschland. Landwirtschaftsverlag Münster-Hiltrup, 170 S.
- BIBER, P., 1997: Analyse verschiedener Strukturaspekte von Waldbeständen mit dem Wachstumssimulator SILVA 2. Vortrag anlässlich der Jahrestagung 1997 der Sektion Ertragskunde im Deutschen Verband Forstlicher Forschungsanstalten. Tagungsbericht., 100–120.
- BIBER, P.; WEYERHAEUSER, H., 1998: Numerical methods for characterizing structure and diversity applied to a natural tropical forest and an even aged Teak stand. In *Natural and Socioeconomic Analysis and Modelling of Forest and Agroforestry Systems in Southeast Asia*. Ed.: Mies, E. S. 83–104.
- CLARK, PH. J.; EVANS, F. C., 1954: Distance to nearest neighbor as a measure of spatial relationships in populations. *Ecology* 35 (4), 445–453.
- DEGENHARDT, ANNETT, 1993: Analyse der Entwicklung von Bestandesstrukturen mit Hilfe des Modells der zufälligen Punktprozesse in der Ebene. *Beiträge der Forstwirtschaft und Landschaftsökologie* 27/4, 182–186.
- DEGENHARDT, ANNETT; POFAHL, U., 1997: Simulation der natürlichen Entwicklung von Stammzahl und Stammzahlverteilungsmuster in einem Kiefernreinbestand. Vortrag zur 10. Tagung der Sektion Forstliche Biometrie und Ertragskunde im Deutschen Verband Forstlicher Forschungsanstalten., 61–73.
- DEGENHARDT, ANNETT, 1998: Simulative Erzeugung von Waldstrukturen auf der Grundlage von Inventurdaten. Vortrag zur 11. Tagung der Sektion Forstliche Biometrie und Ertragskunde im Deutschen Verband Forstlicher Forschungsanstalten., 58–68.
- DEGENHARDT, ANNETT; POMMERENING, A., 1999: Simulative Erzeugung von Bestandesstrukturen auf der Grundlage von Probekreisdaten. Vortrag zur 12. Tagung der Sektion Forstliche Biometrie und Ertragskunde im Deutschen Verband Forstlicher Forschungsanstalten. Tagungsbericht. Im Druck.
- DONELLY, K., 1978: Simulation to determine the variance and edge-effect of total nearest neighbour distance. S. 91–95. In: *Simulation methods in archaeology*. Hodder, I. R. (Hrsg.). Cambridge University Press, London.
- FÜLDNER, K., 1995: Strukturbeschreibung von Buchen-Edellaubholz-Mischwäldern. Dissertation Forstliche Fakultät Göttingen, 163 S.
- GADOW, K. V., HUI, G. Y., ALBERT, M., 1998: Das Winkelmaß – ein Strukturparameter zur Beschreibung der Individualverteilung in Waldbeständen. *Centralbl. f. d. gesamte Forstwesen*. 115 Jhg. Heft 1, 1–10.
- GAVERIKOV, V.; STOYAN, D., 1995: The use of marked point processes in ecological and environmental forest studies. *Environmental and Ecological Stat.* 2, 331–344.
- GLEICHMAR, W.; GEROLD, D., 1998: Indizes zur Charakterisierung der horizontalen Baumverteilung. *Forstw. Cbl.* 117, 69–80.
- GOVE, J. H., 1993: Geostatistical Modelling of Tree Crown Shape. In: *Stochastic Spatial Models in Forestry. Proceedings of a IUFRO S4.11 Conference held in Thessaloniki, Greece, 18–21 May 1993*, p. 7–18.



- KÖHL, M.; ZINGG, A., 1995: Eignung von Diversitätsindizes bei Langzeituntersuchungen zur Biodiversität in Waldbeständen. *AFJZ* 167 (4), 76–85.
- LETCHER, B. H.; PRIDDY, J. A.; WALTERS, J. R.; CROWDER, L. B., 1998: An individual-based, spatially-explicit simulation model of the population dynamics of the endangered red-cockaded woodpecker, *Picoides borealis*. *Biological Conservation*. Vol. 86, S. 1–14.
- MCKELVEY, K.; NOON, B. R.; LAMBERSON, R. H., 1993: Conservation planning for species occupying fragmented landscapes: The case of the northern spotted owl. S. 424–250 in P. M. KAREIVA, J. G. KINGSOLVER And R. B. HUEY [Hrsg.] *Biotic interactions and global change*. Sinauer, Sunderland, Massachusetts, USA.
- PENTTINEN, A.; STOYAN, D.; HENTTONEN, H. M., 1992: Marked Point Process in Forest Statistics. *Forest Science*. 38 (4), 806–824.
- PIELOU, E. C., 1977: *Mathematical Ecology*. John Wiley and Sons, 385 S.
- POMMERENING, A., 1997: Eine Analyse neuer Ansätze zur Bestandesinventur in strukturreichen Wäldern. Diss. Fakultät für Forstwissenschaften und Waldökologie. Univ. Göttingen. Cuvillier Verl. Göttingen, 187 S.
- POMMERENING, A., 1998: Fortschreibung von Stichprobendaten mit positionsabhängigen Wachstumsmodellen. Vortrag anlässlich der Jahrestagung 1998 der Sektion Ertragskunde des Deutschen Verbandes Forstlicher Forschungsanstalten, 35–51.
- POMMERENING, A., 1999: Methoden zur Reproduktion und Fortschreibung einzelner konzentrischer Probekreise von Betriebs- und Landeswaldinventuren. Vortrag anlässlich der Jahrestagung 1999 der Sektion Ertragskunde des Deutschen Verbandes Forstlicher Forschungsanstalten, 155–174.
- PRETZSCH, H., 1995: Perspektiven einer modellorientierten Waldwachstumsforschung. *Forstw. Cbl.* 114, 188–209.
- PRETZSCH, H.; KAHN, M., 1996: Wachstumsmodelle für die Unterstützung der Wirtschaftsplanung im Forstbetrieb. Anwendungsbeispiel: Variantenstudie Fichtenreinbestand versus Fichten/Buchen-Mischbestand. *AFZ* 51 (25), 1414–1419.
- PRETZSCH, H., 1997: Analysis and modeling of spatial stand structures. Methodological considerations based on mixed beech-larch stands in Lower Saxony. *Forest Ecology and Management*. Vol. 97, 237–253.
- PRETZSCH, H., 1998: Structural diversity as a result of silvicultural operations. *Lesnisti-Forestry* (10): 429–439.
- RIPLEY, B. D., 1977: Modelling spatial patterns, *J. Roy. Statist. Soc., Series B*, Vol. 39, No. 2, 172–192 und Diskussion, 192–212.
- SABOROWSKI, J.; STOCK, R., 1994: Regionalisierung von Niederschlagsdaten im Harz. *AFJZ* (7), 117–122.
- SMALTSCHINSKI, TH., 1998: Charakterisierung von Baumverteilungen. *Forstw. Cbl.* 117, 355–361.
- STOYAN, D., 1987: Statistical analysis of spatial point processes: A soft core model and cross-correlations of marks. *Biom. J.* 29, 971–980.
- STOYAN, D.; STOYAN, H., 1992: *Fraktale Formen Punktfelder. Methoden der Geometrie-Statistik*. Akademie-Verlag, Berlin. 394 S.
- STOYAN, D.; PENTTINEN, A., 1998: *Spatial Point Process Methods in Forestry Statistics*. Technische Universität Bergakademie Freiberg. Fakultät für Mathematik und Informatik. Preprint 98-7, 66 S.
- UPTON, G.; FINGLETON, B., 1989: *Spatial Data Analysis by Example*. Vol. 1: Point Pattern and Quantitative Data. John Wiley & Sons, 410 S.
- UPTON, G.; FINGLETON, B., 1985: *Spatial Data Analysis by Example*. Vol. 2: Categorical and Directional Data. John Wiley & Sons, 416 S.
- WÄLDER, O.; STOYAN, D., 1996: On variograms in point process statistics. *Biom. J.* 38, 895–905.
- WIEGAND, TH., 1998: Die zeitlich-räumliche Populationsdynamik von Braunbären. Habilitationsschrift Forstwiss. Fak. der TU München, 202 S.

**Anschrift der Verfasser:** Dr. Arne Pommerening, Dr. Peter Biber und Prof. Dr. Hans Pretzsch, Lehrstuhl für Waldwachstumskunde der Technischen Universität München, Forstwissenschaftliche Fakultät, Am Hochanger 13, D-85354 Freising.  
 E-mail: A.Pommerening@lrz.tum.de  
 URL: <http://www.wvk.forst.uni-muenchen.de>  
 Prof. Dr. Dietrich Stoyan, Institut für Stochastik, TU Bergakademie Freiberg, Bernhard-von-Cotta-Straße 2, D-09596 Freiberg.  
 E-mail: stoyan@orion.hrz.tu-freiberg.de  
 URL: <http://www.mathe.tu-freiberg.de/Stoyan/>