

Oxf.-Nr. 561

**Höhenzuwachsfunktionen für Einzelbaummodelle  
auf der Grundlage quasirealer Baumhöhenzuwächse**

*Height increment curves for single-tree model  
of the basis quasireal tree-height increment*

Von MARKUS KAHN und JÁN ĎURSKÝ

**Schlagwörter:** realer Höhenzuwachs, Bestandeshöhenkurve, Einzelbaummodell

**Key words:** real tree height increment, stand height curve, single tree model

**Zusammenfassung**

Die Entwicklung von Wachstumsmodellen für die forstliche Praxis erfolgt gegenwärtig weitgehend auf der Basis von Einzelbaumsimulatoren. Die erforderliche Datengrundlage realer Höhenzuwächse von Einzelbäumen ist allerdings sehr dünn, so dass quasireale Höhenzuwächse errechnet werden müssen. Der beschriebene Ansatz beruht auf der Verschiebung einer Bestandeshöhenkurve, die ihrerseits auf die Durchmesserzuwächse der Einzelbäume sowie auf ein standortabhängiges Modell zur Schätzung der Oberhöhenentwicklung zurückgreift. Der Ansatz läßt sich in Reinbeständen sowie in Mischbeständen nach Baumarten und Bestandeschichten getrennt anwenden.

Neben diesem Ansatz zur Ermittlung quasirealer Höhenzuwächse wird das Modell zur Schätzung der Oberhöhenentwicklung in Abhängigkeit vom Standort skizziert. Ebenso wird ein Funktionensystem zur Schätzung des quasirealen Höhenzuwachses von Einzelbäumen aus Höhenzuwachspotential und baumindividueller Konkurrenz vorgestellt.

**Summary**

The development of growth models for practical forestry is currently based on the design of single tree models. But the required data base especially on real single tree height increment values is merely small. So an approach is chosen to calculate so called real tree height increments. This approach is based on the shifting of stand height curves, which is based on the diameter increment of single trees and on a site dependent top height development. The approach can be applied on pure species stands as well as on mixed species stands with different species layers.



Beneath this approach the site dependent estimation of top height development is presented. Additionally a functional system to estimate the tree height increment in single tree models is sketched, which depends on a site dependent potential tree height increment and the tree's individual competitive situation.

## 1. Höhenzuwachs in Einzelbaum-Modellen

Die Entwicklung von Wuchsmodellen für die forstliche Praxis erfolgt gegenwärtig weitgehend auf der Basis von Einzelbaumsimulatoren. Hier sind beispielhaft zu nennen die Ansätze von Hasenauer (1994), Nagel (1994), Pretzsch (1992) und Sterba et al. (1995). Andererseits hat auch die Ertragstafel immer noch ihre Anhänger, z. B. Lockow (1996). In dem Wuchsmodell SILVA von Pretzsch ist der Höhenzuwachs des Einzelbaumes eine wichtige Leit- und Steuergröße (Kahn und Pretzsch, 1997; Kahn und Pretzsch, 1998). Hier vollzieht sich der Höhenzuwachs der Einzelbäume in Abhängigkeit eines standörtlichen Zuwachspotentials sowie von der baumindividuellen Konkurrenz. Der Höhenzuwachs im Wachstumsimulator SILVA 2.2 errechnet sich modellhaft als

$$zh_{\text{real}} = zh_{\text{pot}} * zh_{\text{Modifikation}} \quad (1)$$

Dabei ist  $zh_{\text{real}}$  der vom Modell geschätzte Höhenzuwachs eines Baumes,  $zh_{\text{pot}}$  ist ein standortabhängiges Höhenzuwachspotential. Der Multiplikator  $zh_{\text{Modifikation}}$  schließlich beinhaltet die Wirkung baumindividueller Konkurrenz auf den Höhenzuwachs. In den nächsten Kapiteln wird die Berechnung des  $zh_{\text{pot}}$  kurz beleuchtet. Ebenso wird auf den Zuwachsmultiplikator  $zh_{\text{Modifikation}}$  eingegangen. Dieser Modifikator zeichnet sich durch eine hohe Zahl an regressionsanalytisch zu bestimmenden Parametern aus. Es ist von daher interessant, wie er aufgebaut ist und zu welchen statistischen Regressionsresultaten er bei dem Wuchsmodell SILVA 2.2 führt. Dies gilt zwar auch für den Faktor  $zh_{\text{pot}}$ , jedoch wurde er an anderer Stelle bereits ausführlich beschrieben (z. B. Kahn, 1994; Kahn und Pretzsch, 1997).

Etwas breiteren Raum wird die Darstellung einnehmen, wie man bei der Parametrisierung des Höhenzuwachsmodells (1) auf die unabhängige Variable  $zh_{\text{real}}$  kommt. Bekanntlich ist das nicht trivial, da sich der Baumhöhenzuwachs einer leichten und genauen Messung räumlich in der Regel entzieht, und ein traditionell auf Bestandesmodelle ausgerichtetes ertragskundliches Versuchswesen dem Baumhöhenzuwachs bisher nur wenig Aufmerksamkeit geschenkt hat. Dies wird zwar in Zukunft anders sein, da der Übergang waldwachstumskundlicher Forschung von der Beschreibung zur Erklärung biologischer Prozesse allein schon durch den Übergang von Bestandesmodellen zu Baummodellen eine umfangreichere und präzise Erfassung von Baumhöhenzuwachsen erzwingt. Aber eine Wachstumsmodellierung, die sinnvollerweise die vorhandenen Datensätze des ertragskundlichen Versuchswesens bestmöglich ausschöpfen will, muß die Tatsache weitgehend fehlender realer Baumhöhenzuwächse berücksichtigen, wenn sie die Höhenzuwachsmodelle für Einzelbäume integrieren will.

## 2. Oberhöhenentwicklung in Abhängigkeit vom Standort

### 2.1 Modellansatz und Datenmaterial

Die Modellierung des Standort-Leistung-Bezuges zur Errechnung von  $zh_{\text{pot}}$  (vgl. Gleichung (1)) basiert in den Grundzügen auf einer Schätzung der Oberhöhe in Abhängigkeit vom Standort. Mit dem Standort-Leistung-Modell wird es möglich,

die baumartenspezifische dynamische Bonität eines Standortes unabhängig von der aktuellen Bestockung, also vor allem unabhängig von evtl. verfügbaren Altersangaben und Mischungsstrukturen, einzuschätzen. Zudem lassen sich damit Standort- und Klimaänderungen in ihren Auswirkungen auf das Wachstum von Bäumen und Waldbeständen nachbilden.

Das Datenmaterial zur statistischen Parametrisierung des Standort-Leistungs-Modells für den Wachstumsimulator SILVA 2.2 beruht auf insgesamt 3120 Aufnahmezeitpunkten, die bis in das letzte Jahrhundert zurückreichen und außer auf bayerischen Versuchsanlagen auch auf Versuchsflächen der Niedersächsischen Forstlichen Versuchsanstalt in Göttingen sowie der Landesanstalt für Wald, Schnee und Landschaft in Birmensdorf beruhen. Der räumliche Gradient dieses Datenmaterials reicht somit von den Tieflagen Schleswig-Holsteins bis in die Gebirgsregionen der Schweiz.

Auf einer ersten Stufe zur Bestimmung des standortabhängigen Höhenzuwachspotentials für Einzelbäume wird also eine potentielle Oberhöhenentwicklung in Abhängigkeit vom Standort geschätzt. Ausschlaggebend für diese Vorgehensweise ist vor allem die Verfügbarkeit von Oberhöhendaten im gesamten ertragskundlichen Versuchswesens. Eine direkte Ableitung standortabhängiger Einzelbaumpotentiale ist statistisch nicht so leicht möglich. Auf einer zweiten Stufe wird die baumartenabhängige Oberhöhenentwicklung in ein Zuwachspotential für Einzelbäume umgerechnet (vgl. Kahn, 1994).

## 2.2 Modellstruktur und Aggregationshierarchie

Ähnlich wie schon bei Sterba (1974) erfolgt hier die standortabhängige Parametrisierung einer Chapman-Richards-Funktion, indem deren Parameter als Funktionen von Standortfaktoren geschätzt werden. Es gilt:

$$h_{100} = A * (1 - e^{-k*t})^p \quad (2)$$

Hier ist  $h_{100}$  die Bestandesoberhöhe im Alter  $t$ ,  $A$ ,  $k$  und  $p$  sind Funktionsparameter. Wichtig für den Modellgedanken ist dabei, daß nur solche Standortfaktoren in das Modell einfließen, die von der forstlichen Standortkartierung großflächig zur Verfügung gestellt werden. Das sind hier:

1.  $\text{NO}_x$ -Gehalt der Luft
2.  $\text{CO}_2$ -Gehalt der Luft
3. Nährstoffversorgung des Bodens
4. Jahrestemperaturamplitude
5. Dauer der Vegetationszeit
6. Mitteltemperatur in der Vegetationszeit
7. Bodenfrische
8. Niederschlag in der Vegetationszeit
9. Ariditätsindex nach DE MARTONNE

Die Informationen zum  $\text{CO}_2$ - und  $\text{NO}_x$ -Gehalt der Luft beruhen auf globalen Trends, doch können auch lokale Informationen verwendet werden. Die Variablen Nährstoffversorgung des Bodens und Bodenfrische liegen ordinal (fachsprachlich-verbal) vor, sie werden unter Zuhilfenahme des fuzzy-mathematischen Konzepts einer linguistischen Variablen quantifiziert. Vergleichbar wie bei Anders et al. (1985) werden die 9 Standortfaktoren zu komplexen ökologischen Faktoren zusammengefaßt, und zwar die Variablen 1 bis 3 zu dem Ökofaktor *Nährstoffe*, die Variablen 4 bis 6 zu dem Ökofaktor *Wärme* und die Variablen 7 bis 9 zu dem Ökofaktor *Feuchtigkeit* (Abb. 1). Bei dieser Zusammenfassung zu komplexen ökologischen

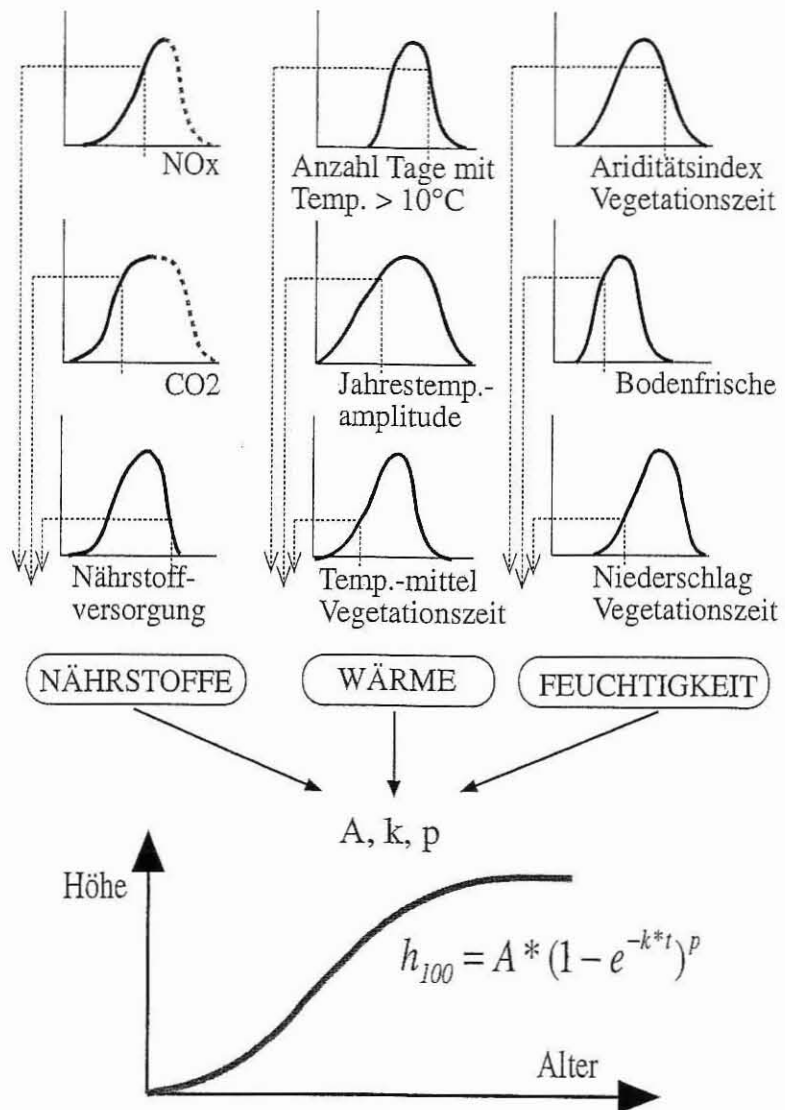


Abb. 1. Aggregationshierarchie des Standort-Leistung-Modells.

Fig. 1. Aggregation hierarchy of the model for estimating stand height development in dependence on site conditions.

Faktoren können wegen der Verwendung des fuzzy set-theoretischen  $\gamma$ -Operators (Zimmermann, 1991) kompensatorische Effekte berücksichtigt werden. Die drei komplexen ökologischen Faktoren werden ihrerseits ebenfalls über den  $\gamma$ -Operator auf die Parameter der Chapman-Richards-Funktion abgebildet, so dass unter mehrfacher Kompensation eine zweistufige Aggregationshierarchie vorliegt (vgl. Abb. 1).

Unter Verwendung dieses Standort-Leistung-Modells ist das Wachstumsmodell SILVA 2.2 also standort- und klimasensitiv. Zwar sind auch das Durchmesserzu-

wachstmodell und die Mortalitätsfunktionen von SILVA 2.2 standortabhängig, aber das soll hier nicht betrachtet werden (vgl. z. B. Kahn und Pretzsch, 1998; Dursky, 1997).

### 3. Ableitung quasirealer Höhenzuwächse

#### 3.1 Heterogene Datenquellen

Bei der Entwicklung von Wuchsmodellen entstammen die verfügbaren Datensätze oftmals sehr unterschiedlichen Quellen. So liegen teilweise Zeitreihen vor, die bereits im letzten Jahrhundert mit Messungen auf Versuchsflächen beginnen. Diese Zeitreihen sind vielfach gestört, z. B. durch die beiden Weltkriege. So schreibt etwa Wiedemann (1951), dass infolge des Zweiten Weltkrieges nahezu alle baumbezogenen Höhenzuwachsmessungen der Preußischen Forstlichen Versuchsanstalt verloren gegangen sind. Andererseits haben zeitweise die Messgeräte gewechselt, und natürlich auch die messenden Personen, so dass man sich auf die Höhenzuwächse, die sich aus Höhenmessungen der gleichen Bäume bei Wiederholungsaufnahmen ergeben, nur ungern verlässt. Mit diesen Situationen ist die Modellierung zwar auch bei den Baumdurchmesserzuwächsen konfrontiert, aber hier führt dies nicht zu so ernsthaften Problemen wie beim Höhenzuwachs. Und bei einmaligen Aufnahmen von Versuchsflächen lassen sich Durchmesserzuwächse aus Zuwachsbohrungen gewinnen, aber die baumzerstörungsfreie Ermittlung von Höhenzuwächsen ist meist ausgeschlossen.

Eine solide Parametrisierung von Wuchsmodellen, deren Einsatz für die forstliche Praxis gedacht ist, muss allerdings alle verfügbaren Daten bestmöglich nutzen, auch wenn es leichter ist, die Leistungen der Vorgänger abzuwerten und mit einem neuen Messkonzept wieder von vorne anzufangen, um alles besser zu machen. Bei der Entwicklung des Wuchsmodells SILVA 2.2 fließen alle zuverlässigen Datensätze in die Zuwachsmodellierung ein: das sind einerseits Daten aus Altersreihen mit zahlreichen Wiederholungsaufnahmen, das sind andererseits Daten aus Versuchsflächen mit nur einmaligen Aufnahmen. Die Altersreihen mit Wiederholungsaufnahmen sind nicht alle ununterbrochen, so daß sich punktuell Situationen ergeben, als lägen keine Folgeaufnahmen vor. Andere Wiederholungsaufnahmen sind teilweise unplausibel, so daß sich auch hier die Nutzung der Folgeaufnahme verbietet. Ob die Höhenmessungen einer Folgeaufnahme unplausibel sind, lässt sich oft erst nach 2 oder 3 weiteren Folgeaufnahmen, also nach 10 bis 20 Jahren, beurteilen.

Im Folgenden wird ein Ansatz vorgestellt, der die Höhenmessungen eines einzigen gegebenen Aufnahmezeitpunktes nutzt, um auf der Basis einer durchmesserzuwachsgeteuerten Einheitshöhenkurve quasireale Baumhöhenzuwächse zu ermitteln.

#### 3.2 Fortschreibung von Bestandeshöhenkurven

Hier werden also quasireale Höhenzuwächse nach einem speziellen Verfahren durch Verschieben von Bestandeshöhenkurven abgeleitet. Dazu wird auf die MICHALOFF-Bestandeshöhenkurve nach Sloboda et al. (1993) zurückgegriffen:

$$h = 1,3 + (h_m - 1,3) * e^{a_1 * (1 - dm/d)} * e^{a_2 * (1/dm - 1/d)} \quad (3)$$

Es bedeuten:

$h$  = Baumhöhe, [m]

$h_m$  = arithmetische Bestandesmittelhöhe, [m]

- $d_m$  = arithmetischer Bestandesmitteldurchmesser, [cm]  
 $d$  = Brusthöhendurchmesser, [cm]  
 $a_1, a_2$  = baumartenspezifische Funktionsparameter

Zu einem gegebenen Aufnahmezeitpunkt  $t$  sind die arithmetisch mittleren Durchmesser  $d_{m(\text{alt})}$  und  $h_{m(\text{alt})}$  für einen Bestand bekannt, wobei diese Eingangsgrößen bei einem Bestand getrennt nach Baumarten und Bestandesschichten ermittelt werden müssen. Aus Bohrspananalysen oder Wiederholungsmessungen lässt sich leicht die Veränderung des  $d_{m(\text{neu})}$  ermitteln. Hält man die Parameter  $a_0$  und  $a_1$  für aufeinanderfolgende Zeitpunkte konstant, dann fehlt nur noch die Kenntnis über den Wert der fortgeschriebenen Variablen  $h_{m(\text{neu})}$  um die Bestandeshöhenkurve zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  zu definieren. Es wird nun angenommen, daß die Relation zwischen Oberhöhe und arithmetischer Mittelhöhe für die aufeinanderfolgenden Zeitpunkte konstant bleibt. Die Entwicklung der Oberhöhe kann dann aus dem Standort-Leistung-Modell geschätzt werden, so daß damit auch die Veränderung von  $h_m$  im Zeitraum  $\Delta t$  errechenbar wird.

Dazu wird, von Gleichung (2) ausgehend, zunächst das theoretische Bestandesalter errechnet:

$$t_B = \frac{-\ln \left( 1 - \sqrt[p]{\frac{h_{100}}{A}} \right)}{k} \quad (4)$$

Die fortgeschriebene Oberhöhe nach einem Zeitraum von  $\Delta t$  Jahren ergibt sich, indem der Term  $(t_B + \Delta t)$  anstelle von  $t$  in Gleichung (2) eingesetzt wird. Die fortgeschriebene Mittelhöhe  $h_m$  folgt dann aus

$$h_{m(\text{neu})} = \frac{h_{m(\text{alt})} * h_{100(\text{neu})}}{h_{100(\text{alt})}} \quad (5)$$

wobei  $h_{m(\text{alt})}$  bzw.  $h_{100(\text{alt})}$  arithmetische Mittelhöhe und Oberhöhe zum Zeitpunkt  $t$  sind,  $h_{m(\text{neu})}$  und  $h_{100(\text{neu})}$  hingegen beziehen sich auf den Zeitpunkt  $t + \Delta t$ .

### 3.3 Ermittlung baumbezogener Höhenzuwächse

Eine fortgeschriebene Baumhöhe  $h_2$  ergibt sich nun, indem anstelle von  $h_m$ ,  $d_m$  und dem Baumdurchmesser  $d$  jetzt  $d_{m(\text{neu})}$ ,  $h_{m(\text{neu})}$  und  $(d + z d_{\text{real}})$  in Gleichung (3) eingesetzt werden. Dabei ist  $z d_{\text{real}}$  der baumindividuelle Durchmesserzuwachs in der Periode  $\Delta t$ . Bezeichnet  $h_1$  die Baumhöhe zum Zeitpunkt  $t$  und  $h_2$  die Baumhöhe zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  gemäß Gleichung (2), so folgt schließlich als Schätzung des quasi-realen Höhenzuwachses:

$$z h_{\text{real}} = h_2 - h_1 \quad (6)$$

Die realen Durchmesserzuwächse der Einzelbäume können sowohl aus Bohrspananalysen als auch aus Wiederholungsmessungen resultieren. Abbildung 2 verdeutlicht noch einmal die Zusammenhänge.

Dabei zeigt sich auch, dass trotz der Generierung der Höhenzuwächse aus der Verschiebung der Höhenkurven die Varianz der Höhenzuwächse sehr hoch bleibt (vgl. Abb. 2, unten), wobei diese allerdings mit der Varianz der Durchmesserzuwächse korreliert ist. Die Höhenzuwächse beinhalten jetzt allerdings gegenüber den Durchmesserzuwächsen zusätzliche Informationen, da die Höhenzuwächse bei glei-



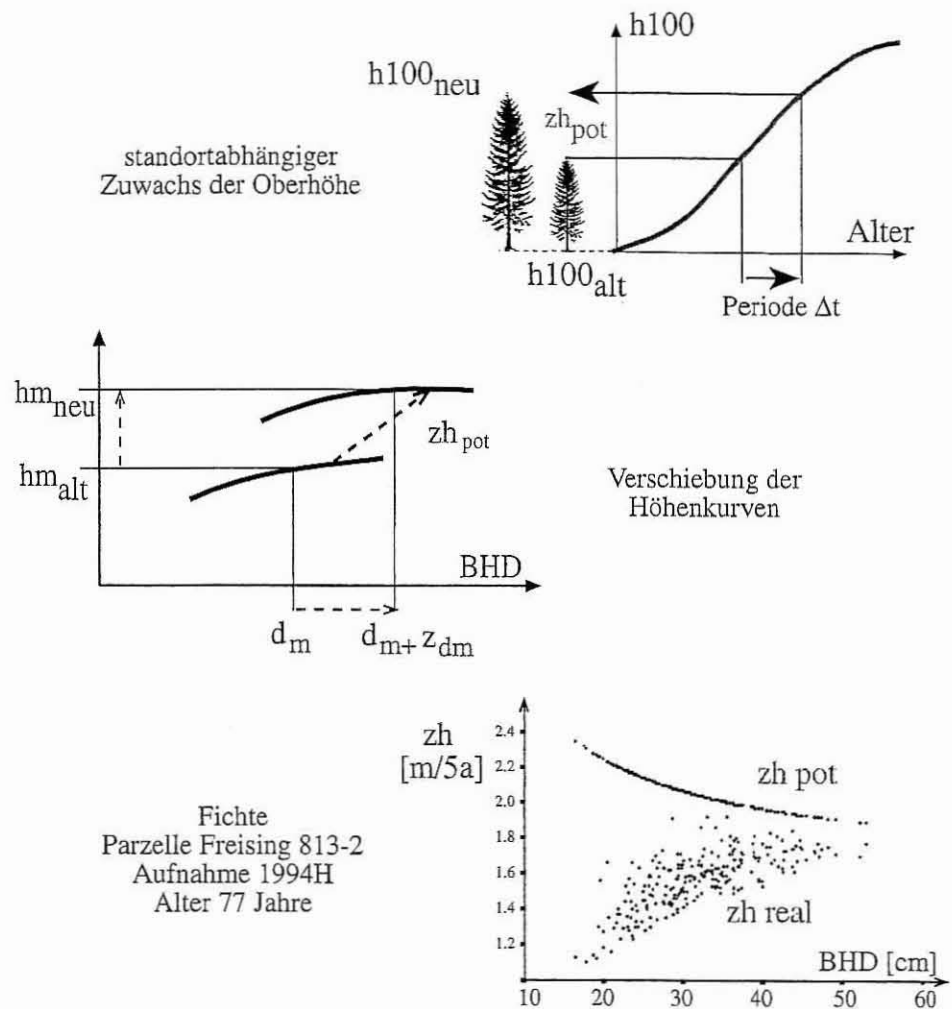


Abb. 2. Verschiebung der Höhenkurven zur Erzeugung „realer“ Höhenzuwächse. Die Koeffizienten der Höhenkurve bleiben konstant (Mitte), die Stärke der Verschiebung wird über das Standort-Leistungs-Modell gesteuert (oben). Die Streuung der Höhenzuwächse bleibt sehr hoch (unten, Daten Wuchsreihe Freising 813, Fichte, Parzelle 2).

Fig. 2. Shifting of stand height curves for generating „real“ height increment values. The coefficients of the stand height curve remain constant (center), and the shift itself is controlled by the site dependent height growth (above). The variance of the height increments remains very high (below, data of growth series Freising 813, spruce, plot 2).

chen Durchmesserzuwächsen, aber unterschiedlich stark gekrümmten Höhenkurven und unterschiedlichen (standortabhängigen) Zuwächsen der Oberhöhe sehr verschieden sein können. Das Verfahren liefert also einen echten Informationsgewinn und wird auf alle Versuchsflächen angewendet, die bei der Zuwachsparmetrisierung des Wuchsmodells SILVA 2.2 zum Einsatz kommen. Daher ist die Bestimmung der Höhenzuwächse bei allen Datensätzen verfahrenstechnisch identisch.



#### 4. Parametrisierung der Höhenzuwachsfunktionen

##### 4.1 Transformationen wichtiger Variablen

Der in Gleichung (1) genannte Potentialmodifikator  $zh_{\text{Modifikation}}$  setzt sich aus mehreren Termen zusammen. Ein erster Term beschreibt den Einfluß der Kronenmantelfläche auf den Zuwachs:

$$WKrone = 1 - e^{-a_0 * KMFläche} \quad (7)$$

Es bedeuten:

$WKrone$  = Einfluß der Kronenmantelfläche auf den Zuwachs

$KMFläche$  = Kronenmantelfläche in  $m^2$

$a_0$  = Parameter

Die Kronenmantelfläche wird unter Zuhilfenahme der Kronenformmodelle von Pretzsch (1992) ermittelt. Eine weitere Transformation bezieht den Effekt der Variablen KMA auf den Zuwachs ein, wobei KMA der Kronenmantelflächenanteil der Nadelbäume im konkurrenzbestimmenden Umfeld eines Bezugsbaumes ist:

$$WMischung = (1 + KMA)^{a_1} \quad (8)$$

Es bedeuten:

$WMischung$  = Einfluß der Baumartenmischung auf den Zuwachs

$KMA$  = Kronenmantelflächenanteil der Nadelbäume

$a_1$  = Parameter

Das konkurrenzbestimmende Umfeld eines Bezugsbaumes liegt bei dem Maximum aus 10 m und seinem zweifachen Kronendurchmesser. Setzt man die aufsummierte Kronenmantelfläche aller Nadelbäume in diesem Umfeld in Relation zur Summe der Kronenmantelflächen aller Bäume in diesem Umfeld, so ergibt sich der Term KMA.

Analog wie zuvor wird die Wirkung asymmetrischer Konkurrenzverteilung auf den Zuwachs berücksichtigt:

$$WNdist = (1 + NDIST)^{a_2} \quad (9)$$

Es bedeuten:

$WNdist$  = Wirkung asymmetrischer Konkurrenz auf den Zuwachs

$NDIST$  = normierte Entfernung des Konkurrenzschwerpunktes

$a_2$  = Parameter

Der Faktor NDIST wurde bereits bei Pretzsch (1995) beschrieben. Weiterhin existiert eine relative höhenabhängige Variable, die den dimensionsbedingten Einfluss des aktuellen Entwicklungsstadiums des Einzelbaumes zum Ausdruck bringt:

$$WHvita = \left(1 + \frac{h}{h_{100}}\right)^{a_3} \quad (10)$$

Es bedeuten:

$WHvita$  = Wirkung der aktuellen relativen Baumhöhe auf den Zuwachs

$h$  = aktuelle Baumhöhe, [m]

$h(100)$  = standortabhängiges Höhenpotential im Alter 100, [m]

$a_3$  = Parameter

Ebenfalls bei Pretzsch (1995) wurde der Konkurrenzindex  $KKL$  beschrieben, der auf einer Lichtkegelmethode beruhend die Konkurrenz von Nachbarbäumen auf einen Bezugsbaum quantifiziert. Der zentrale Einflußfaktor des Termes  $zh_{\text{Modifikation}}$  unter Berücksichtigung der  $KKL$ -Konkurrenz ergibt sich als

$$WKKL = KKL + a_4 * KKL \quad (11)$$

Es bedeuten:

$WKKL$  = Wirkung der Lichtkonkurrenz auf den Zuwachs

$KKL$  = Konkurrenz um Licht

$\Delta KKL$  = Änderung der Konkurrenz um Licht (Durchforstung, Mortalität)

$a_4$  = Parameter

Die Transformationen  $WMischung$ ,  $WNdist$ ,  $WHvita$  und  $WKKL$  werden zu dem wichtigen Wirkungsfaktor  $WKonkurrenz$  kombiniert, der so, abgesehen von den Regressionslösungen für die Funktionskoeffizienten, in dem Wachstumsmodell SILVA 2.2 gleichermaßen für den Höhen- und den Durchmesserzuwachs gilt:

$$WKonkurrenz = e^{-a_5 * Mischung * WNdist * WHvita * WKKL} \quad (12)$$

Es bedeuten:

$WKonkurrenz$  = integrierte Wirkung der Konkurrenz auf den Zuwachs

$a_5$  = Parameter

Die in den Gleichungen (7) bis (12) niedergelegten Terme fließen nun in das Modell zur Schätzung des Höhenzuwachses ein. Die Parameter der Terme werden regressionsanalytisch geschätzt.

#### 4.2 Modellansatz für die Schätzfunktion

Das Modell zur Schätzung des Höhenzuwachses lautet:

$$zh = zh_{\text{pot}} * a_6 * WKrone * WKonkurrenz \quad (13)$$

Es bedeuten:

$zh$  = prognostizierter Höhenzuwachs, [m/5 Jahre]

$zh_{\text{pot}}$  = standortabhängiges Höhenzuwachspotential

$WKrone$  = Wirkung der Kronenmantelfläche auf den Zuwachs

$WKonkurrenz$  = integrierte Wirkung der Konkurrenz auf den Zuwachs

$a_6$  = Parameter

Dabei handelt es sich also um einen Ansatz der Potentialmodifikation, wobei der prognostizierte Höhenzuwachs vom standortabhängigen Zuwachspotential, der Kronenmantelfläche und der baumindividuellen Konkurrenzsituation abhängig ist. Der in Gleichung (1) genannte Faktor  $zh_{\text{Modifikation}}$  entspricht dem Produkt  $a_6 * WKrone * WKonkurrenz$ . Die Parameter werden regressionsanalytisch bestimmt, und die Regressionsmodelle sind für alle Baumarten identisch, was zahlreiche technische Vorteile mit sich bringt. Allerdings ist daher nicht unbedingt zu erwarten, dass alle Parameter in allen Modellen bei allen Baumarten signifikant sind, wobei diese nicht signifikanten Parameter dann neutralisiert bzw. konstant gehalten werden.

Die Funktionsverläufe sind in Abbildung 3 beispielhaft für den Term  $WKonkurrenz$  über dem Konkurrenzindex  $KKL$  dargestellt. Daraus wird ersichtlich, dass die Baumarten bei gegebener Konkurrenz unterschiedlich auf den Höhenzuwachs reagieren.

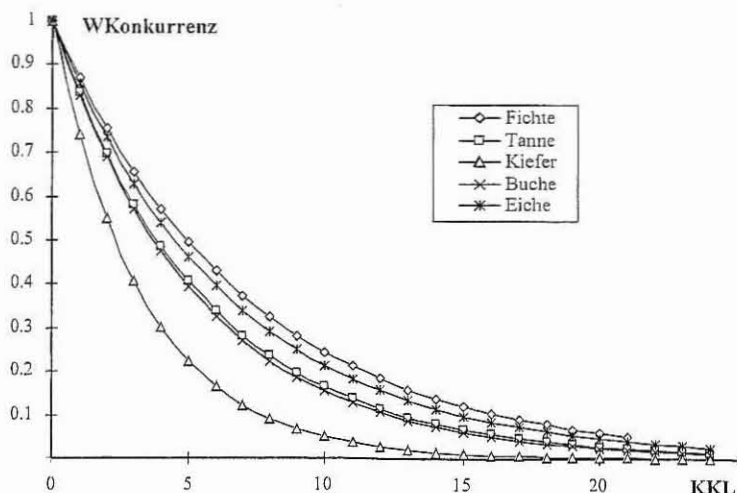


Abb. 3. Einfluß der Konkurrenz gemäß Gleichung (13) auf den Höhenzuwachs. Es gilt hier unter Anwendung von Gleichung (13):  $WMischung = 1$ ,  $Wdist = 1$ ,  $WHvita = 1$ ,  $DKKL = 0$ .

Fig. 3. Effect of competition on height increment, according to equation (13). For equation (13) it is assumed to be  $WMischung = 1$ ,  $Wdist = 1$ ,  $WHvita = 1$ ,  $DKKL = 0$ .

#### 4.3 Regressionsresultate für den Höhenzuwachs

Das beschriebene Modell (13) bzw. (1) wird für den Wachstumsimulator SILVA 2.2 für die Baumarten Fichte, Tanne, Kiefer, Buche und Eiche regressionsanalytisch parametrisiert. Die Bestimmtheitsmaße sind für alle Baumarten mit Ausnahme der Tanne hoch, die mittleren quadratischen Fehler niedrig: so erreicht die Fichte ein Bestimmtheitsmaß von 0.58, der mittlere quadratische Fehler liegt bei 0.1. Für die Eiche wird sogar ein Bestimmtheitsmaß von 0.84 erzielt, nur die Tanne bleibt bei 0.02 zurück.

Den größten Stichprobenumfang weist die Fichte mit mehr als 15 Tausend Datensätzen auf, gefolgt von der Kiefer mit mehr als 14 Tausend und der Buche mit mehr als 13 Tausend Datensätzen (vgl. Kahn und Pretzsch, 1998). Auch die Standardfehler der Parameterschätzungen sind in der Regel sehr klein, zumal ja die nicht signifikanten Koeffizienten aus dieser Schätzung rausfallen.

Die Analyse der Residuen zeigt ebenfalls ein sehr zufriedenstellendes Bild, denn die Residuen sind weitgehend homoskedastisch, und über den prognostizierten Höhenzuwachswerten treten keine augenfälligen systematischen Verzerrungen auf. Die nichtlineare Regression zur Schätzung der Parameter der Höhenzuwachsmodele liefert also zufriedenstellende und brauchbare Resultate.

#### 4.4 Parametrisierung von Residualfunktionen

Das Höhenzuwachsmodele wird dem Wachstumsmodell SILVA mit den regressionsanalytisch geschätzten Parametern implementiert. Bei Anwendung der bisher beschriebenen Modellfunktionen würde die Prognose allerdings nur Werte liefern, die einem genau abgegrenzten Kurvenverlauf entsprechen (bei einer Funktion  $y = f(x)$  wird jedem Punkt  $x$  nur ein Punkt  $y$  zugewiesen), und das Modell könnte die in der Wirklichkeit vorkommende große Streuung nicht widerspiegeln. Diese Streuung

steckt hier in den Residuen. Die Prognose wird daher mit normalverteilten Zufallszahlen  $N(m, s)$  um die Streuung der Residuen ergänzt, womit eine der Wirklichkeit entsprechende Streuung der Prognosewerte erzielt werden kann. Mittelwert  $m$  und Standardabweichung  $s$  werden über freie polynomiale Modelle in Abhängigkeit vom prognostizierten Höhenzuwachs gemäß Gleichung (13) geschätzt, um eine möglichst gute Anpassung an die wirklichen Daten zu gewährleisten. Bei Anwendung der polynomialen Modelle ist eine Extrapolation aber strikt zu vermeiden.

## 5. Diskussion

In dem vorliegenden Beitrag wird ein relativ durchgängiges Bild gezeichnet, wie die Modellierung des Höhenzuwachses für den Einzelbaumsimulator SILVA 2.2 realisiert wird. Dieses durchgängige Bild ist wichtig für das Verständnis und die Diskussion einzelner Modellbausteine, da die Entwicklung von Komponenten, wie dem Standort-Leistung-Modell, davon bestimmt wird, welche Modellkonzeption sich hinter dem Wuchsmodell selbst verbirgt. Zu einzelnen Themenbereichen gibt es allerdings bereits eine Vielzahl von Publikationen, so zu dem Standort-Leistung-Modell oder den Konkurrenzindizes, so dass auf deren Diskussion verzichtet werden soll.

Hervorzuheben ist hier der Ansatz zur Ermittlung quasirealer Höhenzuwächse von Einzelbäumen. Unter der Voraussetzung, daß für die Modellierung keine wirklichen und zuverlässigen Baumhöhenzuwächse vorliegen, bietet dieser Ansatz einige ganz entscheidende Vorteile. Vorausgesetzt werden zu seiner Anwendung lediglich zwei Bedingungen: erstens müssen Baumdurchmesserzuwächse vorliegen (aus Wiederholungsmessungen oder Zuwachsbohrungen), zweitens muss die Entwicklung der Bestandesmittelhöhe bekannt sein. Das Vorliegen von Durchmesserzuwächsen ist selbstverständlich. Die Tatsache, daß die Höhenkurvenparameter  $a_0$  und  $a_1$  konstant bleiben, entspricht dem Prinzip einer Einheitshöhenkurve.

Die Annahme, dass die Relation aus Oberhöhe zu Mittelhöhe über einen kurzen Zeitraum von 5 Jahren konstant bleibt, ist sicherlich nicht kritisch. Die Veränderung der Mittelhöhe wird hier komfortabel aus dem Modell zur Schätzung der Oberhöhenentwicklung in Abhängigkeit vom Standort abgeleitet. Bei der Parametrisierung der Zuwachsfunktionen (13) bzw. (1) führt dies zu der erwünschten Eigenschaft, dass der potentielle Baumhöhenzuwachs größer als der quasireale ist. Leitet man die quasirealen Höhenzuwächse unabhängig vom Standortpotential her, so kann dies auch zu anderen Resultaten führen, falls nämlich das Standort-Leistung-Modell die realen Höhenzuwächse nicht erreicht oder völlig übersteigt. Dieser Fall ist natürlich zu erwarten, weil die realen Höhenzuwächse von der Witterung abhängig sind, das Standort-Leistung-Modell aber klimaabhängig ist. Denn für die Versuchsflächen sind zwar die Klimadaten bekannt, auf denen daher auch die Parametrisierung des Standort-Leistung-Modells beruht, aber eher selten die Witterungsdaten. Es wäre sicherlich ein Gewinn, ließe sich bei der Parametrisierung der Funktionen (13) bzw. (1) ein Witterungsfaktor verwenden, denn dieser Witterungseffekt belastet auch den Durchmesserzuwachs. Aus statistischer Sicht vergrößert allerdings die Witterung lediglich die Streuung der Residuen, ein Bias ist nicht zu erwarten.

Neben diesen unproblematischen Annahmen zeigt sich als Vorteil, dass eine Ermittlung von Baumhöhenzuwächsen möglich wird, auch wenn nur eine einzige Versuchsflächenaufnahme vorliegt. Zudem lässt sich der Ansatz ohne Einschränkung auch auf Mischbestände anwenden, so also auf jede Baumart des Mischbestandes und sogar für die Baumart nach Bestandesschichten getrennt. Die Verwendung des

Begriffes der Oberhöhe in Mischbeständen und Bestandesschichten ist zwar nicht korrekt, aber methodisch unbedenklich, so dass die Suche nach einer geeigneteren Benennung unterbleiben kann. Vorteilhaft ist auch, daß bei dem verwendeten Ansatz kein Bias zu befürchten ist, wie er von Hasenauer und Monserud (1997) beschrieben worden ist und der dann auftritt, wenn quasireale Höhenzuwächse aus zeitlich benachbarten Bestandeshöhenkurven abgeleitet werden.

Zur Beschaffung von realen, und nicht quasirealen, Höhenzuwächsen von Einzelbäumen wird es zukünftig im ertragskundlichen Versuchswesen erforderlich sein, verstärkt auf Triebblängenrückmessungen zurückzugreifen. Hierzu bieten sich die bei Durchforstungen gefällten Bäume als Probenmaterial an. Von diesem Datenmaterial werden die heutigen Modellierer allerdings noch nicht so bald profitieren können.

#### Literatur

- Anders, S., G. Hofmann und S. Unger (1985): Quantifizierung der Leistungspotenz natürlicher Standortproduktivkräfte für die Rohholzerzeugung anhand ökologischer Ertragsmodelle – dargestellt am Beispiel natürlicher Buchenwälder des unteren Berglandes. Beiträge für die Forstwirtschaft 19 (3), S. 97–109.
- Ďurský, J. (1997): Modellierung der Absterbeprozesse in Rein- und Mischbeständen aus Fichte und Buche, AFJZ, 168. Jg., H. 7/8, S. 131–134.
- Hasenauer, H., and A. R. Monserud (1997): Biased predictions for tree height increment models developed from smoothed 'data', Ecological Modelling, 13–22 pp.
- Hasenauer, H. (1994): Ein Einzelbaumwachstumssimulator für ungleichaltrige Kiefern- und Buchen-Fichtenmischbestände, Forstliche Schriftenreihe Universität für Bodenkultur, Wien, 152 S.
- Kahn, M., und H. Pretzsch (1998): Parametrisierung und Validierung des Wachstumsmodells SILVA 2.2 für Rein- und Mischbestände aus Fichte, Tanne, Kiefer, Buche, Eiche und Erle, Vortrag anlässlich der Jahrestagung 1998 der Sektion Ertragskunde im Deutschen Verband Forstlicher Forschungsanstalten, Tagungsbericht, S. 18–34.
- Kahn, M. (1994): Modellierung der Höhenentwicklung ausgewählter Baumarten in Abhängigkeit vom Standort, Forstl. Forschungsber. München, Nr. 141, 221 S.
- Kahn, M., und H. Pretzsch (1997): Das Wachstumsmodell SILVA – Parametrisierung der Version 2.1 für Rein- und Mischbestände, AFJZ, 168. Jg., H. 6/7, S. 115–123.
- Lockow, K.-W. (1996): Neue Erkenntnisse über Wachstum und Ertrag der Roterle (*Alnus glutinosa* [L.] Gaertn.) unter besonderer Berücksichtigung des Einzelbaumes, DVFF, Sektion Ertragskunde, Jahrestagung 1996, S. 77–101.
- Nagel, J. (1994): Ein Einzelbaumwachstumsmodell für Roteichenbestände, Forst und Holz Nr. 3, S. 69–75.
- Pretzsch, H. (1995): Zum Einfluß des Baumverteilungsmusters auf den Bestandeszuwachs, AFJZ, 166. Jg., H. 9/10, S. 190–201.
- Pretzsch, H. (1992): Konzeption und Konstruktion von Wachstumsmodellen für Rein- und Mischbestände, Forstl. Forschungsber. München, Nr. 115, 358 S.
- Sloboda, B., D. Gaffrey und N. Matsumura (1993): Regionale und lokale Systeme von Höhenkurven für gleichaltrige Waldbestände, AFJZ, 164. Jg., H. 12, S. 225–228.
- Sterba, H. (1974): Ertragskundliche Hypothesen über den Standort, Institut für Forstliche Ertragslehre der Hochschule für Bodenkultur, Wien, 132 S.
- Sterba, H., M. Moser, H. Hasenauer und R. A. Monserud (1995): PROGNAUS – ein abstandsunabhängiger Wachstumssimulator für ungleichaltrige Mischbestände, DVFF, Sektion Ertragskunde, Jahrestagung 1995, S. 173–183.

- Wiedemann (1951): Ertragskundliche und waldbauliche Grundlagen der Forstwirtschaft, J. D. Sauerländer's Verlag, 346 S.
- Zimmermann, H.-J. (1991): Fuzzy set theory and its applications, Kluwer Academic Publisher, Boston, 399 p.

*Anschrift der Verfasser:* Dr. Markus Kahn, Dr. Ján Ďurský, beide Lehrstuhl für Waldwachstumskunde, Ludwig-Maximilian-Universität München, Am Hochanger 13, D-85354 Freising.

Eingelangt: Dezember 1998