

Vorkurs Mathematik
Blatt 10

Besprechung der Lösungen am 02.10.2023 in den Übungen

Aufgabe 1

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ die Gleichheit

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

gilt.

Aufgabe 2

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ die Gleichheit

$$\sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1} - 1$$

gilt.

Aufgabe 3

Beweisen Sie die folgenden Teilbarkeitsaussagen mit vollständiger Induktion:

- (i) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $5 \mid 6^n - 1$.
- (ii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $9 \mid 4^n + 15n - 1$.

Aufgabe 4

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ die Gleichheit

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

gilt.