

**Vorkurs Mathematik  
Blatt 6**

Besprechung der Lösungen am 26.09.2023 in den Übungen

---

**Aufgabe 1**

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- (i)  $3 \mid 27$ .
- (ii) Die natürliche Zahl 2024 ist eine gerade Zahl.
- (iii)  $\forall a \in \mathbb{N} : 2 \mid (4 \cdot a)$ .

**Aufgabe 2**

- (a) Betrachten Sie die folgenden Aussage:

Das Produkt zweier gerader natürlicher Zahlen ist eine gerade natürliche Zahl.

Notieren Sie zunächst die Voraussetzung und die zu zeigende Behauptung der Aussage und beweisen Sie dann diese.

- (b) Es sei  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie die folgende Aussage:

Wenn  $n$  gerade ist, dann ist auch  $n^2$  gerade.

**Aufgabe 3**

Es seien  $a, b, c \in \mathbb{N}$  beliebig. Beweisen Sie die folgenden Grundtatsachen zur Teilbarkeitsbeziehung natürlicher Zahlen:

- (i) Gilt  $c \mid b$  und  $b \mid a$ , so folgt  $c \mid a$ .
- (ii) Gilt  $b \mid a$  und  $b \mid c$ , so folgt  $b \mid (a + c)$ .

#### Aufgabe 4 (Bonusaufgabe)

- (a) Es sei  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 1$ . Beweisen Sie die Gleichheit

$$n^5 - n = n \cdot (n - 1) \cdot (n + 1) \cdot (n^2 + 1).$$

- (b) Folgern Sie mit Hilfe von Teilaufgabe (a), dass die Zahl  $n^5 - n$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n > 2$  durch 2 teilbar ist.
- (c) Folgern Sie mit Hilfe von Teilaufgabe (a), dass die Zahl  $n^5 - n$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n > 2$  durch 3 teilbar ist.