1. Mathematische Konstruktionen

1.1. Zuweisung

- Zuweisung als Standardform (linke Seite wird durch rechte Seite definiert:

  $(x := y)$

  $x =_{def} y$: x ist Name (Abk.) für y

- x und y dürfen bel. vertauscht werden

Beispiele:

① $x =_{def} 2$

② $x =_{def} 2n + 1$

③ $f(x) =_{def} x^2$

④ $p | q \Leftrightarrow_{def}$ es gibt k mit $q = k \cdot p$

Beachte: „$x = y$" behauptet Gleichheit, d.h. Begr. fällig

1.2 Iteration

- Definitionsform zum Ausdr. v. Wiederholungen in variablen, aber bestimmten Grenzen:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k =_{def} a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

$$\prod_{k=1}^{n} a_k =_{def} a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n$$

Beispiel: $n! =_{def} \prod_{k=1}^{n} k$

- typ. Problem: Finde wertgl. Ausdruck ohne Laufv. k

<u>Beispiel:</u> $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

1.3 Rekursion

- Definitionsform, bei der die definierte Seite auf definierender Seite vorkommen darf:

$$x =_{def} \dots x \dots$$

- für Ausschluss unendl. Schachtelungen Festlegung v. Abbruchbedingungen:

<u>Beispiele:</u>

1. $n! =_{def} n \cdot (n-1)!$ für $n \geq 1$; $0! =_{def} 1$

2. $\text{Euklid}(m,n) =_{def} \begin{cases} \text{Euklid}(\text{mod}(n,m), m) & \text{falls } m \nmid n \\ m & \text{falls } m \mid n \end{cases}$

3. $F_n =_{def} F_{n-1} + F_{n-2}$ für $n \geq 2$; $F_1 =_{def} 1$, $F_0 =_{def} 0$

$$\begin{aligned} F_5 &= F_4 + F_3 \\ &= F_3 + F_2 + F_2 + F_1 \\ &= F_2 + F_1 + F_1 + F_0 + F_1 + F_0 + F_1 \\ &= F_1 + F_0 + F_1 + F_1 + F_0 + F_1 + F_0 + F_1 \\ &= 5 \cdot F_1 + 3 \cdot F_0 = 5 \end{aligned}$$

4. Ackermann-Funktion (auf nat. Zahlen x, y):

$$A(0,y) =_{def} y+1$$

$$A(x,0) =_{def} x \qquad \text{für } x \geq 1$$

$$A(x,y) =_{def} A(x-1,\ A(x,y-1)) \qquad \text{für } x \geq 1,\ y \geq 1$$