

**Vorkurs Mathematik
Blatt 3**

Besprechung der Lösungen am 21.09.2023 in den Übungen

Aufgabe 1

- (a) Betrachten Sie die Mengen $A := \{1\}$, $B := \{1, 2\}$, $C := \{1, 2, 3, 4\}$, $D := \{1, A, B, C\}$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------------|
| (a) $1 \in B$, | (b) $A \subseteq C$, | (c) $1 \in D$, | (d) $A \in D$, |
| (e) $\{1\} \in B$, | (f) $A \in B$, | (g) $\{2\} \subseteq D$, | (h) $A \subseteq D$, |
| (i) $A \subseteq B$, | (j) $2 \in D$, | (k) $A \in B$, | (l) $\{A\} \subseteq D$. |

- (b) Betrachten Sie nun die Mengen $A := \{1\}$ und $B := \{2, 3, 4\}$. Bestimmen Sie die folgenden Mengen:

- | | | |
|---|-------------------------------|--|
| (a) $A \cup B$, | (b) $A \cap B$, | (c) $A \setminus B$, |
| (d) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$, | (e) $A \times B$, | (f) $B \times A$, |
| (g) $(A \times B) \setminus (B \times B)$, | (h) $A \times (A \times A)$, | (i) $(A \times A) \cap (B \times B)$. |

Aufgabe 2

Betrachten Sie die Mengen $A := \{1\}$ und $B := \{1, 2, 3\}$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

- | | | |
|---|---|---|
| (a) $1 \in A$, | (b) $1 \in \mathcal{P}(A)$, | (c) $\{1\} \in \mathcal{P}(A)$, |
| (d) $\{1\} \subseteq A$, | (e) $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$, | (f) $A \in \mathcal{P}(B)$, |
| (g) $\{\{1\}, A\} \subseteq \mathcal{P}(A)$, | (h) $(1, 2) \in \mathcal{P}(A \times B)$, | (i) $A \times A \in \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$. |

Aufgabe 3

- (a) Schreibe die folgende Regel im mathematischen Stil (wie in heutiger Vorlesung):

Wenn ein Fahrzeugführer die vorgegebene Geschwindigkeitsbegrenzung innerhalb einer geschlossenen Ortschaft um einen Wert von 31 bis 40 km/h unerlaubt überschreitet, dann wird er mit einem Bußgeld von 160 Euro und 2 Punkten in Flensburg bestraft.

- (b) Schreibe auch den folgenden Witz im mathematischen Stil:

Treffen sich zwei Kerzen, fragt die eine: „Ist Wasser gefährlich?“ Sagt die andere: „Davon kannst du ausgehen.“

Aufgabe 4

- (a) Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

- (i) $-4 \in \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 8 \text{ oder } x \text{ ist ungerade}\}$,
- (ii) $-2 \in \{z \in \mathbb{N} \mid z \text{ ist ein Teiler von } 24 \text{ und } z \text{ ist gerade}\}$,
- (iii) $\{1, 2\} \in \{v \in \mathbb{R} \mid v^2 - 3v + 2 = 0\}$.

- (b) Zur Abkürzung setzen wir $U := \{1, 3, 5, 7, 9\}$ und formulieren dann folgende Regel:

Sei u ein Objekt, das $u \in U$ erfüllt und $u \neq 9$. Dann gilt $(u + 2) \in U$.

Schreibe die Regel mit einem veränderten Platzhalternamen erneut auf. Gibt es eine Umbenennung, mit der die inhaltliche Bedeutung der Regel geändert würde?

Aufgabe 5

Wir befinden uns in einer Situation, in der Namen u , v , w für natürliche Zahlen bereits definiert wurden und betrachten dort die folgende Regel:

Seien u, v, w natürliche Zahlen. Dann gilt $(u+v) \cdot (w+u) = u \cdot (v+w) + u^2 + w \cdot v$.

Ersetze die Platzhalter in der Folgerung systematisch durch $u \leftarrow w$, $v \leftarrow u$, $w \leftarrow v$. Fällt dir das Ersetzen leichter, wenn du vorher die Platzhalter der Regel in x , y , z umbenennst?