

Vorkurs Mathematik
Blatt 9

Besprechung der Lösungen am 29.09.2023 in den Übungen

Aufgabe 1

Es seien X eine Menge und $A, B \subset X$ zwei Teilmengen von X . Beweisen Sie:

- (i) $A \setminus B = A \cap (X \setminus B)$,
- (ii) $X \setminus (A \setminus B) = (X \setminus A) \cup B$.

Aufgabe 2

Es seien A, B und C Mengen. Beweisen Sie:

- (i) $A \subset B \implies A \cup C \subset B \cup C$,
- (ii) $B \setminus A \subset C \iff B \setminus C \subset A$.

Aufgabe 3

Es seien A, B und C Mengen. Beweisen Sie die Aussage

„Sind A und C disjunkt und gilt $A \subset B$, dann gilt $A \subset B \setminus C$.“

mit einem

- (a) direkten Beweis,
- (b) Beweis durch Kontraposition,
- (c) Widerspruchsbeweis.

Aufgabe 4 (Bonusaufgabe)

Bezeichnung: Es sei $n \in \mathbb{N}$. Für jede natürliche Zahl i mit $1 \leq i \leq n$ sei eine reelle Zahl a_i gegeben. Dann bezeichnet man die Summe all dieser Zahlen a_i mit dem Symbol

$$\sum_{i=1}^n a_i,$$

in Worten *Summe über a_i , für i von 1 bis n* , d.h.

$$\sum_{i=1}^n a_i := a_1 + \dots + a_n.$$

Berechnen Sie

(a) $\sum_{i=1}^6 i,$

(b) $\sum_{i=39}^{41} (5i + 1),$

(c) $\sum_{i=3}^{10} (-1)^{i+1} (i - 2).$

Schreiben Sie dann die folgenden Summen mit Hilfe des Summenzeichens

(d) $-9 + 18 - 27 + 36 - 45 + 54 - 63,$

(e) $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100.$