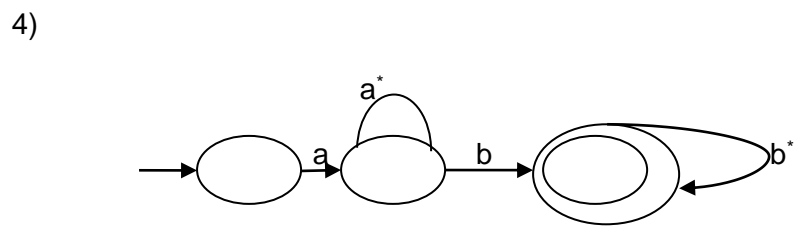
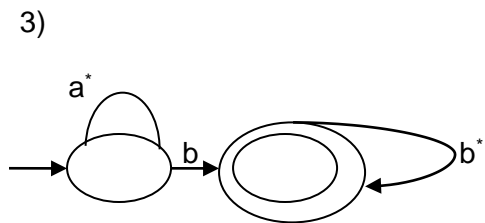
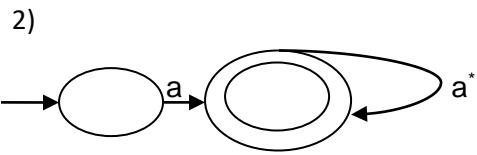
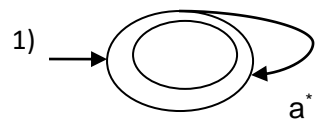
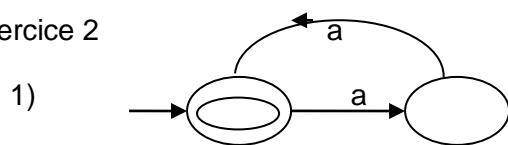


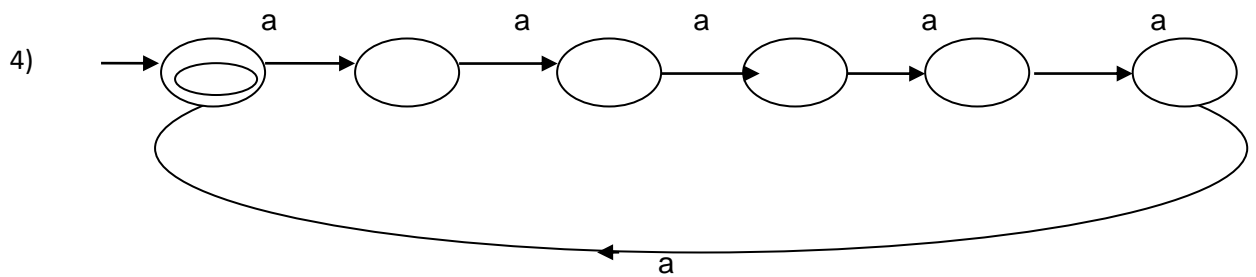
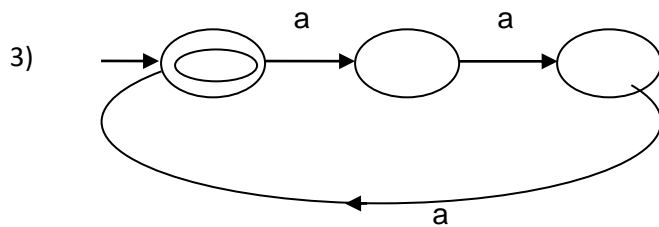
Exercise 1:



Exercise 2



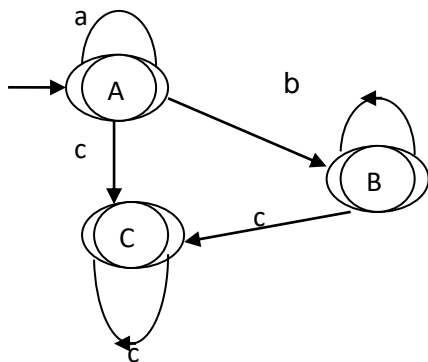
2) $(aaa)^*$



Exercise 3:

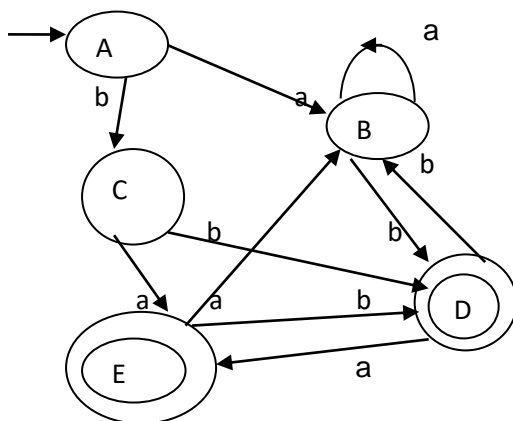
1) $\epsilon\text{-f}(p)=(p,q,r)$

| Etat | a | b | c |
|------------|---|----------|-------|
| {P,q,r} /A | A | {q,r} /B | {r}/C |
| B | - | B | C |
| C | - | - | C |



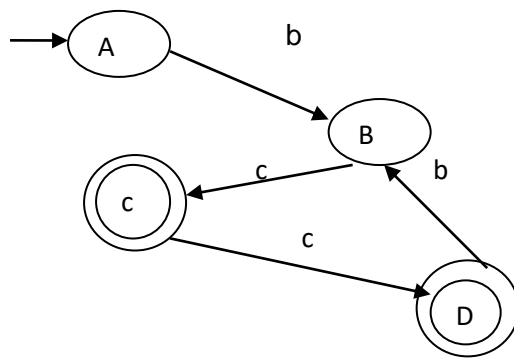
2) ε -f(0)=(1,2,3)

| Etat | a | b |
|-----------|-----------|------------|
| {1,2,3}/A | {4,2}/B | {1,3}/C |
| B | B | {3,1,5} /D |
| C | {5,4,2}/E | D |
| D | E | C |
| E | B | D |



5) ε -f(1)=(1)

| Etat | a | b | c |
|-------|-------------|-----------------|---------------|
| {1}/A | {2,3,5,6}/B | - | - |
| B | | {4, 5,6,8,9} /C | - |
| C | - | - | {7,2,3,8,9}/D |
| D | - | B | - |

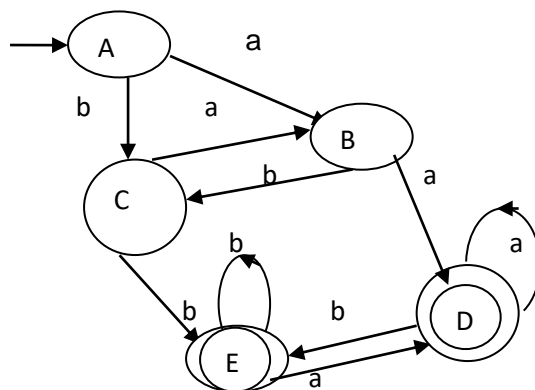


Exercice 4 :

1) $(a|b)^*(aa|bb)(a|b)^*$

2)

| Etat | a | b |
|-------|-----------|-----------|
| {0}/A | {0,1}/B | {0,2}/C |
| B | {0,1,3}/D | C |
| C | B | {0,2,3}/E |
| D | D | E |
| E | D | E |



3) $P0 : \{A,B,C\} / 1, \{E,D\} / 2$

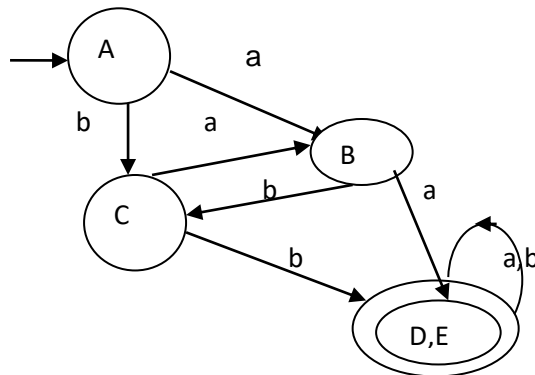
| | a | b |
|---|---|---|
| A | 1 | 1 |
| B | 2 | 1 |
| C | 1 | 2 |

| | a | b |
|---|---|---|
| D | 2 | 2 |
| E | 2 | 2 |

$P1 : \{A\}/1, \{B\}/2, \{C\}/3, \{D,E\}/4$

| | a | b |
|---|---|---|
| D | 4 | 4 |
| E | 4 | 4 |

P2 : {A}/1, {B}/2, {C}/3, {D,E}/4 → p1=p2 on s'arrête



4)

AFD reconnaissant le lge complémentaire:

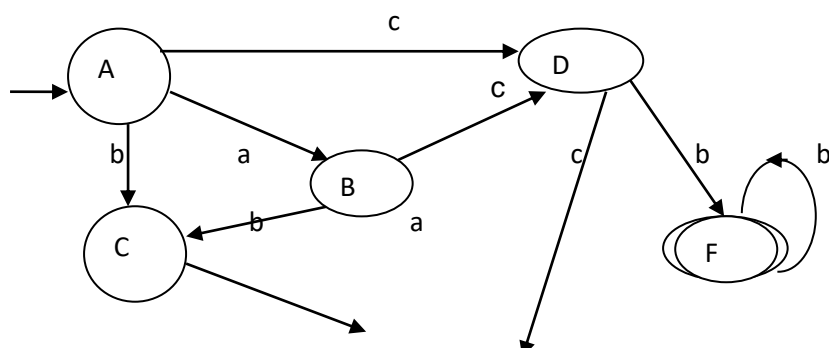
- Doit être déterministe
- doit être complet
- état initial reste le même
- état final → (normal) ordinaire
- état (normal) ordinaire + état puits → final

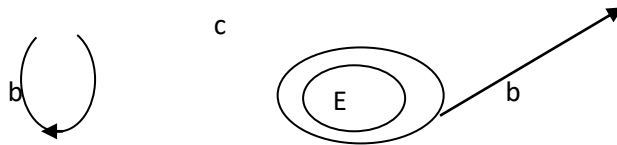
Exercise 5:

1)

ϵ -f(1)=(1,2)

| | a | b | c |
|---------|-------|---------|-----------|
| {1,2}/A | {2}/B | {2,4}/C | {3}/D |
| B | - | C | D |
| C | - | C | {3,5,6}/E |
| D | - | {5,6}/F | E |
| E | - | F | - |
| F | - | F | - |





2)

P0: {A,B,C,D}/1, {E,F}/2

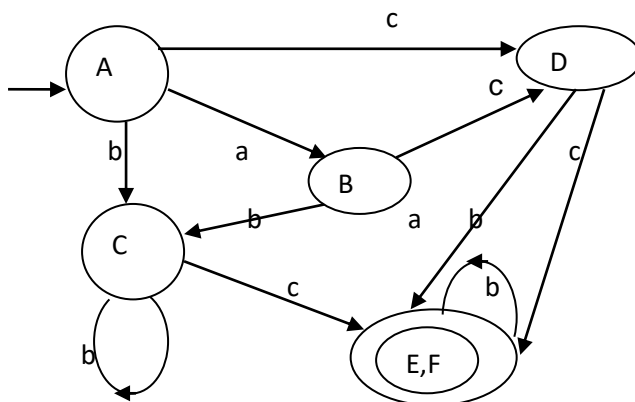
| | a | b | c |
|---|---|---|---|
| A | 1 | 1 | 1 |
| B | - | 1 | 1 |
| C | - | 1 | 2 |
| D | - | 2 | 2 |

| | a | b | c |
|---|---|---|---|
| E | - | 2 | - |
| F | - | 2 | - |

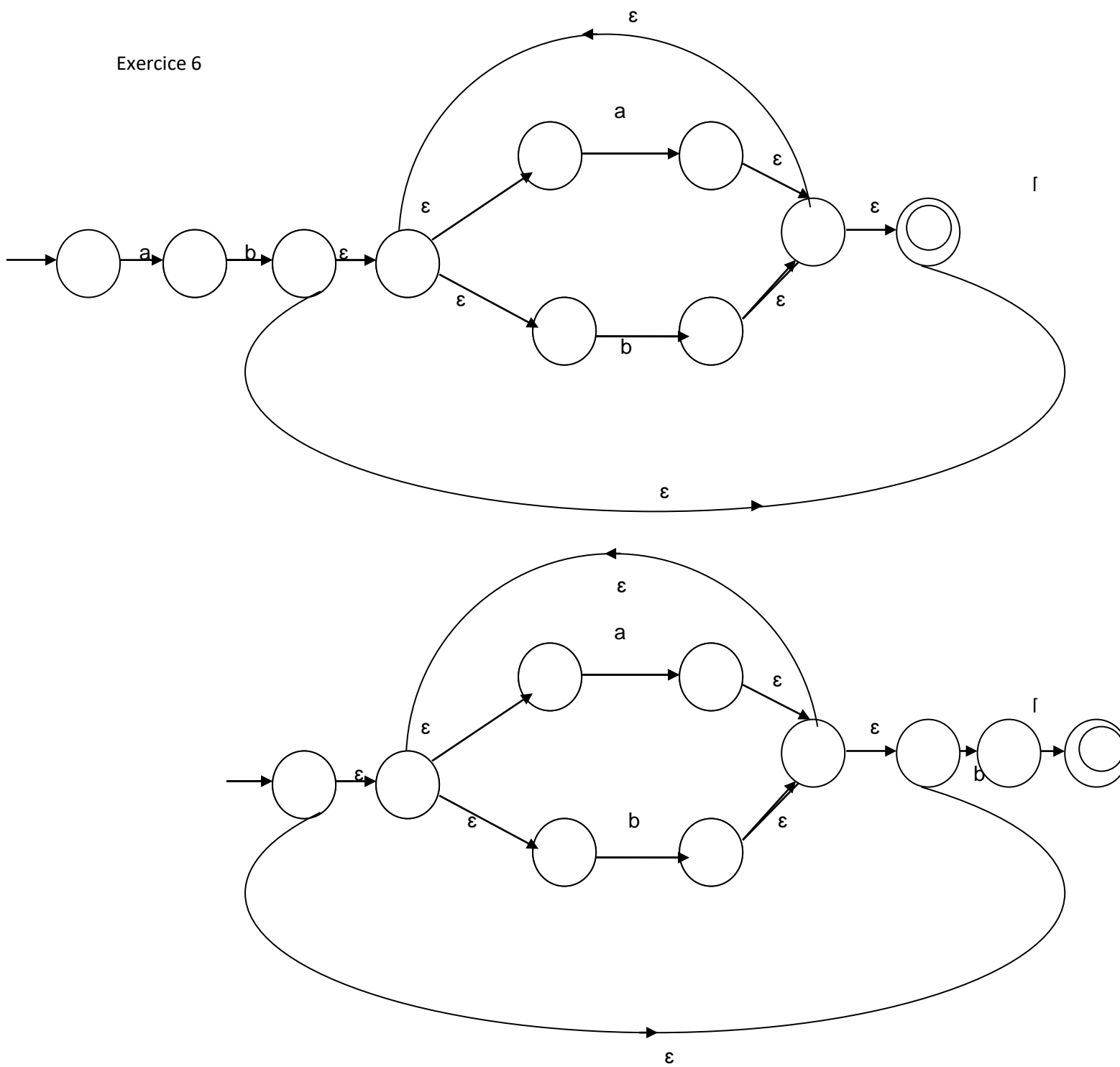
P1: {A}/1, {B}/2,{C}/3,{D}/4,{E,F}/5

| | a | b | c |
|---|---|---|---|
| E | - | 5 | - |
| F | - | 5 | - |

P1: {A}/1, {B}/2,{C}/3,{D}/4,{E,F}/5 → p1=p2 on s'arrête



Exercise 6



Exercice 9:

1) la correction se trouve dans le cours

2)

P0: {1,2,3,4,6}/A; {0,5}/B

| | a | B |
|---|---|---|
| 1 | A | B |
| 2 | A | B |
| 3 | A | A |
| 4 | A | B |
| 6 | B | B |

| | a | b |
|---|---|---|
| 0 | B | B |
| 5 | A | B |

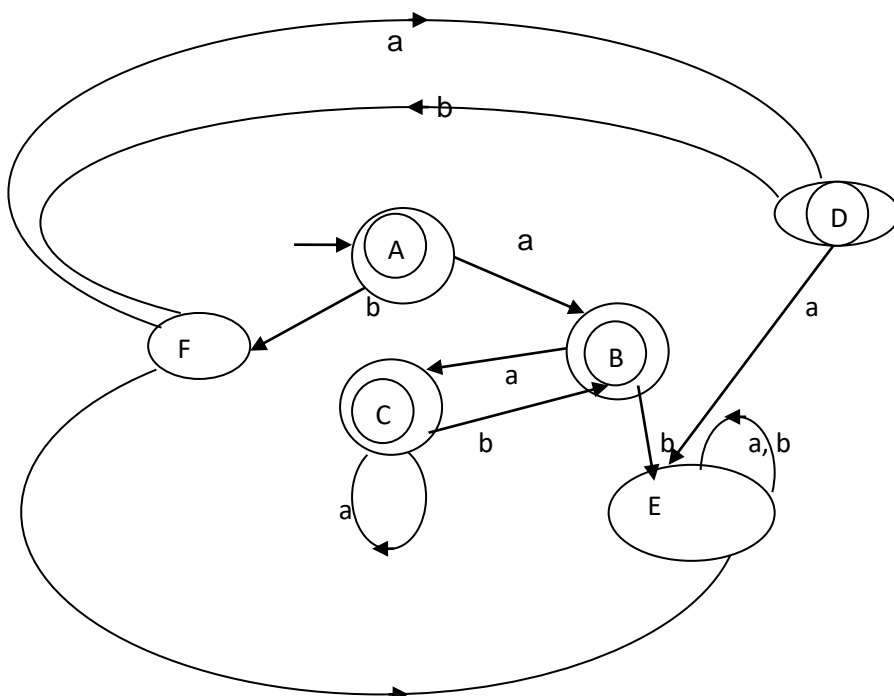
P1: {1,2,4}/A; {3}/B;{6}/C;{0}/D;{5}/E

| | a | b |
|---|---|---|
| 1 | A | E |
| 2 | B | D |
| 4 | B | D |

P2: : {1}/A;{2,4}/B; {3}/C;{6}/D;{0}/E;{5}/F

| | a | b |
|---|---|---|
| 2 | C | E |
| 4 | C | E |

P2=p1 → on s'arrete



b

Correction TD1

Exercice1

- 1) $W1=01, w2=101$
 $W1.w2=01101$
 $W2.w1=10101$
 $W1^3=010101$
 $W2^2=101101$
 $\epsilon.w1=w1=01$
 $|w1|=2$
- 2) Les mots suivants générés par l'expression régulière $(ab^*)b^*$: a,abbb

Exercice2 :

1. $a(a|b)^*b$: ab,abb,aab,abab,aaab...
2. $(a|b)^*ab(a|b)^*$:ab, aaba,babb,aabb,baba....
3. $(aa)^*a$: a,aaa,aaaaa..(nombre impair de a)
4. $(a|b)^*(c|d)^*$: ϵ ,a,b,c,d,ac,abcd...
5. $aab(a|b)^*(bb|aa)^+$: aabaa,aabbb,aabaabbbb...
6. $(a|ab)(c|bc)$: {ac,abc,abbc}

Exercice3:

1)

$W1$ et $w2$ sont définis sur Σ_1

$W3$ est défini sur Σ_1 et Σ_3

$W4$ est défini sur Σ_1 et Σ_2

$W5$ est défini sur Σ_1

$W6$ est défini sur Σ_1

- 2) La taille de w_1 sur Σ_1 est 3
 La taille de w_2 sur Σ_1 est 4
 La taille de w_3 sur Σ_1 est 8 et sur Σ_3 est 2
 La taille de w_4 sur Σ_1 est 4 et sur Σ_2 est 2
 La taille de w_5 sur Σ_1 est 11
 La taille de w_6 sur Σ_1 est 9
- 3) Il faut ajouter les mots : erat,t
- 4) Bali les suffixes {ε,i,li,ali,bali}
 Les préfixes de taam{ε,t,ta,taa,taam}

Exercice4 :

On considère l'alphabet $\{a,b\}$, donner une expression régulière décrivant :

1. les mots qui commencent par b : $b(a|b)^*$
2. les mots qui contiennent exactement trois a : $b^*a b^*a b^*a b^*$
3. les mots qui contiennent au moins trois a : $(a|b)^*a(a|b)^*a(a|b)^*a(a|b)^*$
 $b^*a b^*a b^*a(a|b)^*$
4. les mots qui contiennent au plus trois a : $b^*|b^*a b^*|b^*a b^*a b^*|b^*a b^*a b^*a b^*$
 $b^*(a|\varnothing)b^*(a|\varnothing)b^*(a|\varnothing)b^*$
5. les mots qui ne contiennent pas la séquence ab : b^*a^*

Exercice 5

1. les mots qui ne contiennent pas deux 0 successifs.
 $(1|01)^*(0|\epsilon) \rightarrow ((0|\epsilon)1+)^*(0|\epsilon)$
2. les mots qui ne contiennent pas la séquence 100.
 $0^*(1|10)^*$
3. les mots de longueur paire.
 $((0|1).(0|1))^*$
4. les mots ayant un nombre pair de 0 et un nombre pair de 1.

Langage non régulier \rightarrow pas d'expression régulière

5. les mots formés d'alternances de 0 et 1.
 $(1|\epsilon)(01)^*(0|\epsilon)$
6. les nombres multiples de 2 et plus grands ou égaux à 8.

Langage non régulier → pas d'expression régulière

Exercice 6 :

On considère l'alphabet $\{a, b\}$. Donner les expressions régulières correspondantes aux propriétés suivantes :

1. les mots qui ne contiennent aucun b : a^*
2. les mots qui contiennent au moins un a : $(a|b)^*a(a|b)^*$
 $b^*a(a|b)^*$
3. les mots de longueur paire : $(aa|bb|ba|ab)^*$
 $((a|b).(a|b))^*$
4. le langage $L = \{b^n p^n\}$ avec n et p entiers et au moins l'un des deux impair :
 $(bb)^*b(aa)^* | (bb)^*(aa)^*a | (bb)^*b(aa)^*a$
 $(bb)^*(b|\epsilon)(aa)^*a | (bb)^*b(aa)^*(a|\epsilon)$
5. les mots formes d'alternance de a et de b .
 $(ab)^*(a|\epsilon) | (ba)^*(b|\epsilon)$
6. les mots qui ne contiennent pas aa .
 $a(b+ab^*|b^*)^*(b+ab^*|b^*)^*$
 $(b|ab)^*(a|\epsilon) \rightarrow ((a|\epsilon)b+)^*(a|\epsilon)$
 $b^*(ab+)^*(a|\epsilon)$
 $(ab+)^*(a|\epsilon) | (b+a)^*(b^*|\epsilon)$

Exercice 7 :

- 1) Non, car le plus petit mot dans w_1 est
Le plus petit mot dans w_2 est bcw avec $1 < |w| < 2$
- 2) $L_1 : a^+$
 $L_2 : u = bcw / 3 < |u| < 4$
- 3) $M_{11} = aaa$
 $M_{12} = aaaaa$
 $M_{21} = bcb$
 $M_{22} = bcab$
- 4) $M = M_{11}.M_{22} = aaabcbab, |m| = 7$

Exercice 8 :

- 1) $Aba, aaba...$
- 2) $Ba, \epsilon...$
- 3) L'ensemble vide
- 4) $Abb...$

Exercice 9 :

- 1) $\{u \in \Sigma^* / u = u^r\}$
- 2) $\{u \in \Sigma^* / |u| = 2k, k \in \mathbb{N}\}$
- 3) $\{u \in \Sigma^* / |u|_b = 2k+1, k \in \mathbb{N}\}$
- 4) $\{u \in \Sigma^* / |u| < 8 \text{ et } |u|_a = 2k, k \in \mathbb{N}\}$

Exercice 10

$$L1 \cap L2 = \{aba, aaba, abaa\}$$

$$L1 - L3 = \{\epsilon, a, b, ab, aba, aaba, abba\}$$

Exercice 11

1)

$$L1.L2 = \{a, ab, aba, abb, abba, ba, bab, baba\}$$

$$L2.L1 = \{a, ab, ba, bab, bba, baa, baab, baba\}$$

$$L1.\emptyset = \emptyset$$

$$\emptyset.L2 = \emptyset$$

$$L1.\epsilon = L1$$

$$\epsilon.L2 = L2$$

$$L2 \cap \epsilon = \{\epsilon\}$$

2) $L3 = L4 = \epsilon$

$$L3 = \emptyset \text{ ou } L4 = \emptyset \text{ ou } L3 = L4 = \emptyset$$