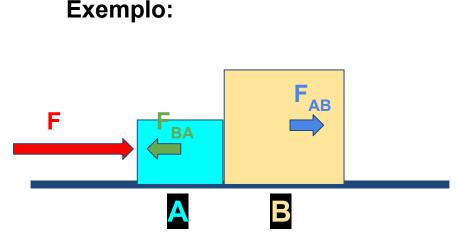
# Diagrama de Forças, Sistemas de corpos e o cálculo da aceleração



# O que é um diagrama de forças?

Um diagrama de forças é um esquema onde são expostas todas as forças que atuam sobre os corpos de um sistema.



Legenda:

A - Corpo A

**B** - Corpo B

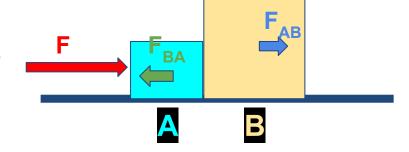
F - Força externa aplicada ao corpo A

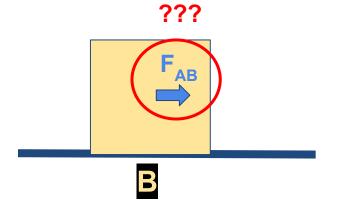
**F**<sub>AB</sub> - Força que o corpo A faz sobre o B

F<sub>BA</sub> - Força que o corpo B faz sobre o A

# Vamos analisar primeiro o corpo B:

De onde surge a força aplicada em B  $(F_{AB})$ ?

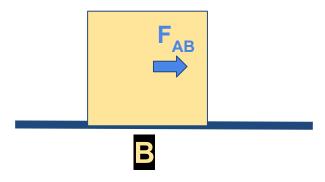




Quando a força F, aplicada sobre o corpo A, o empurra, a única forma desse corpo se mover é indo para a direita, mas para fazer isso o corpo A NECESSARIAMENTE tem que empurrar o corpo B, logo a força  $F_{AB}$  é a força que o A faz sobre o B.

Obs.: A força F está aplicada apenas sobre o corpo A, não sobre o corpo B.

# Sendo assim a força resultante sobre o corpo B é a força $F_{AB}$ !



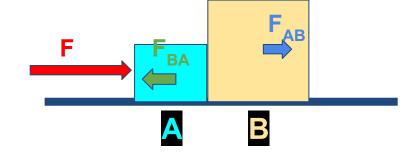
Logo  $F_{RB} = F_{AB}$  -> Força resultante em B  $(F_{RB})$  é igual a força que A faz em B

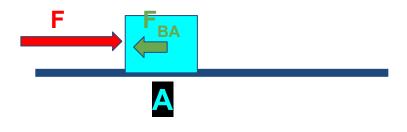
E como é  $F_{RB}=m_B$ . a -> podemos concluir que  $F_{AB}=m_B$ .a!

onde "a" é a aceleração sofrida pelo corpo B e m<sub>B</sub> é a massa do corpo B

# Vamos analisar agora o corpo A:

Quais são as forças aplicadas em A?





$$F_{RA} = F - F_{BA}$$

Sobre o corpo A temos duas forças horizontais, a força F apontando para a direita e a força de reação do corpo B sobre o A  $(F_{BA})$ , apontando para a esquerda.

Sendo assim a força resultante sobre o corpo A é a soma de duas forças, uma para a direita, que convencionamos positiva F, e uma para a esquerda que dizemos negativa F<sub>BA</sub>.

E como  $F_{RA} = m_A \cdot a$ , temos que:

$$F-F_{BA}=m_A.a$$

F<sub>RA</sub> -> Força resultante em A

m<sub>A</sub> -> massa de A

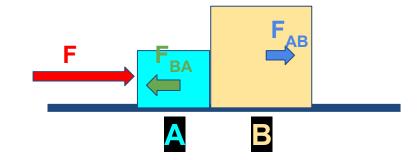
a -> aceleração do corpo A

Lembrando aos desatentos: Se  $F_{RA}$ =F- $F_{BA}$  e  $F_{RA}$ = $m_{A}$ .a, logo F- $F_{BA}$ = $m_{A}$ .a



# Voltando ao sistema inicial temos equações, uma para A e outra para B

#### **Assim temos:**

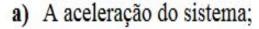


$$\left\{egin{aligned} F-F_{BA}=m_A.\,a\ F_{AB}=m_B.\,a \end{aligned}
ight.$$

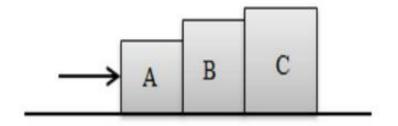
Através deste sistema podemos calcular a aceleração "a" que os blocos sofrem!
OBS.: A aceleração a é a mesma para os dois blocos, pois eles jamais se separam!

# **Exemplo Resolvido**

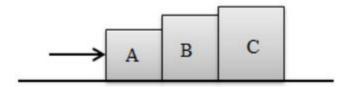
1. (0,5) Uma força horizontal F aplicada no corpo A, tem módulo 112 N e empurra o sistema de corpos representado na figura ao lado. As massas dos corpos A, B e C são respectivamente 6 kg, 10kg e 12 kg, desconsiderando os atritos existentes no sistema, calcule:



- b) A força que A exerce em B;
- c) E a força que B exerce em C.



# Passo 1 - Diagrama de forças sobre cada corpo



Temos que ter em mente que:

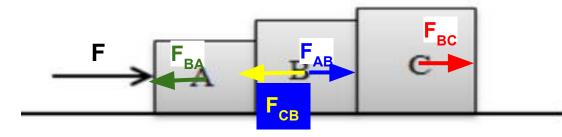
A força F empurra o corpo;

O corpo A empurra o B ->F<sub>AB</sub>;

O corpo B empurra o C para frente ->F<sub>BC</sub>;

O corpo B reage e empurra o A para trás -> F<sub>BA</sub>;

O corpo C reage e empurra o B para trás -> F<sub>CB</sub>;



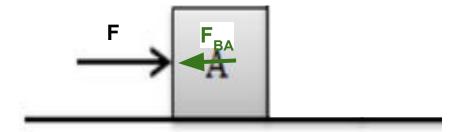
Estou desconsiderando a força Peso e a Normal em relação ao solo, mas eles existem e estão presentes, apenas se anulam!!



# Analisando o corpo A, temos:

$$F_{RA} = F - F_{BA}$$
 ou seja:

$$m_A$$
 .  $a=F-F_{BA}$ 

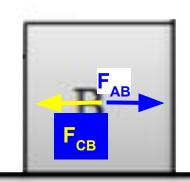


# Analisando o corpo B, temos:

$$F_{RB} = F_{AB} - F_{CB}$$

ou seja:

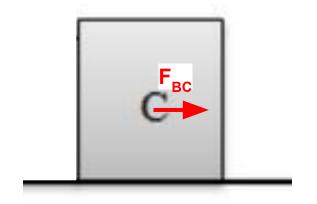
$$m_B$$
 .  $a=F_{AB}-F_{CB}$ 



# **Analisando o corpo C, temos:**

$$F_{RC}=F_{BC}$$
 ou seja:

$$m_C$$
 .  $a=F_{BC}$ 



Juntando todas as equações, temos:

$$egin{cases} m_A.\,a = F - F_{BA} \ m_B.\,a = F_{AB} - F_{CB} \ m_C.\,a = F_{BC} \end{cases}$$

Para resolver o sistema, recomendo a soma das equações.

A soma das equações que estão do lado esquerdo = a soma das que estão d<u>o lado direito</u>, assim temos:

$$m_A.\,a + m_B.\,a + m_C.\,a = F - F_{BA} + F_{AB} - F_{CB} + F_{BC}$$

Obs. 1: Notem que em um sistema de 2 corpos, tínhamos duas equações, agora com 3 corpos temos 3 equações, em um sistema de 4 corpos teríamos 4 equações e assim sucessivamente.

Obs. 2: As forças  $F_{AB}$  e  $F_{BA}$  são um par ação  $(F_{AB})$  e reação  $F_{BA}$ , logo elas tem exatamente a mesma intensidade;

Obs. 3:As forças  $F_{BC}$  e  $F_{CB}$  são um par ação  $(F_{BC})$  e reação  $F_{CBA}$ , logo elas tem exatamente a mesma intensidade;



$$m_A.\,a + m_B.\,a + m_C.\,a = F - F_{BA} + F_{AB} - F_{CB} + F_{BC}$$

A letra "a)" do exercício pede para descobrir a aceleração do sistema, achar o "a": Como m<sub>A</sub>=6kg, m<sub>B</sub>=10kg e m<sub>C</sub>=12kg, do lado esquerdo da equação temos:

$$6kg. a + 10kg. a + 12kg. a = 28kg. a$$

Para o lado direto já sabemos que:

 $F_{AB} = F_{BA}$ , logo elas se anulam!

F<sub>CB</sub>=F<sub>BC</sub>, logo elas se anulam!

$$28kg. a = F - F + F + F + F + F$$

ou seja: |28kq . a=F|



# Mas como F=112N, temos:

$$28kg. a = 112N$$

Isolando a, fica:

$$a = \frac{112N}{28kg}$$

$$a=4m/s$$

UFA!!! FINALMENTE!!!

Calma, recém terminamos a letra "a)"



A letra "b)" pede para descobrirmos a força que A exerce em B, força F ou F<sub>RΔ</sub> (já sabemos que são iguais)

# Para descobrirmos $F_{AB}$ temos de retornar ao sistema:

$$egin{cases} m_A.\,a=F-F_{BA} \ m_B.\,a=F_{AB}-F_{CB} \ m_C.\,a=F_{BC} \end{cases}$$

Vamos utilizar apenas a primeira equação, pois queremos saber F<sub>BA</sub> e já temos todas as demais variáveis

# Logo, temos:

Logo, temos: 
$$6kg.4m/s=112N-F_{BA} \\ 24N=112N-F_{BA} \\ \longrightarrow \begin{array}{c} 24N-112N=-F_{BA} \\ -88N=-F_{BA} \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} F_{BA} \\ \longrightarrow \end{array}$$

$$lacksquare 24N-112N=- \ -88N=-F_{BA}$$



$$F_{BA} = 88N$$



A letra "c)" pede para descobrirmos a força que B exerce em C, força F<sub>BC</sub> ou F<sub>CB</sub> (já sabemos que são iguais) e de forma análoga a "letra b)", temos:

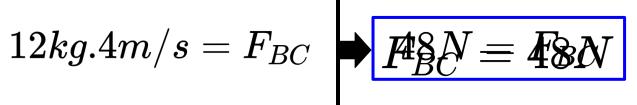
#### Retornando ao sistema:

$$\left\{egin{array}{l} m_A.\,a=F-F_{BA}\ m_B.\,a=F_{AB}-F_{CB}\ m_C.\,a=F_{BC} \end{array}
ight.$$

Vamos utilizar apenas a terceira equação, pois queremos saber F<sub>BC</sub> e já temos todas as demais variáveis

# Logo, temos:

$$12kg.4m/s=F_{BC}$$



**AGORA SIM ACABOU \o/** 

# **Exemplo Resolvido**

- No sistema representado na figura, as massas dos blocos A e B são respectivamente 3 kg e 1 kg. Despreze qualquer atrito. Determine:
  - a. A aceleração do sistema
  - b. A força de tração no fio que liga os dois corpos.

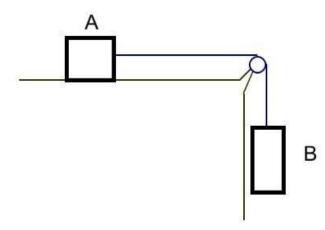


Diagrama de forças:

Desta forma as forças que nos

interessam são:

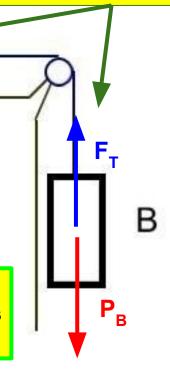
Força de tração da corda sobre os corpos ->FT

Força Peso sobre o corpo B -> P<sub>B</sub>

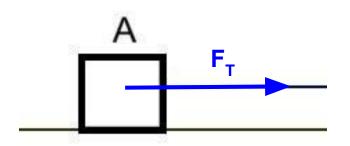
Força Peso sobre o corpo A ->  $P_A$ Normal em relação ao solo no corpo A ->  $N_A$ 

Quando na HORIZONTAL a Força peso e a normal em relação ao solo SEMPRE tem a mesma direção e intensidade, mas possuem sentidos opostos, logo se anulam!!

Obviamente a Força de tração sempre puxa os corpos no sentido da corda, assim como sempre exerce exatamente força de mesma intensidade nos dois extremos da corda!!



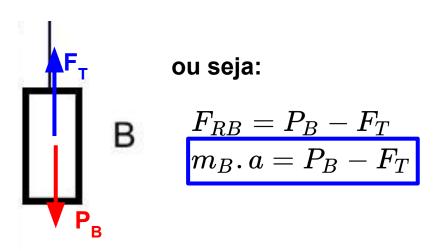
# Analisando A, temos:



## ou seja:

$$egin{aligned} F_{RA} &= F_T \ m_A \ldotp a &= F_T \end{aligned}$$

## **Analisando B, temos:**



#### Montando o Sistema:

$$\left\{egin{aligned} m_A.\,a = F_T \ m_B.\,a = P_B - F_T \end{aligned}
ight.$$



Resolvendo o sistema por soma:

oor soma: 
$$egin{aligned} igg| m_A.\,a &= F_T \ m_B.\,a &= P_B - F_T \ \hline m_A.\,a &+ m_B.\,a &= igg| + P_B - igg| \end{aligned}$$

um soma e o outro diminui, logo se anulam!

Então temos: 
$$\, m_A .\, a + m_B .\, a = P_B \,$$

mas como:  $P_B=m_B$  . g

então:  $m_A$  .  $a+m_B$  .  $a=m_B$  . g

Resolvemos a letra "a)"



$$3kg. a + 1kg. a = 1kg.10m/s^2$$

$$4kg.\,a=10kg.\,m/s^{2}$$

$$a=rac{10kg.m/s^2}{4kq}$$

$$a=2,5m/s^{ t 2}$$



Letra "b)" qual é a F<sub>⊤</sub> -> Força de tração?

Essa é bastante simples, voltamos ao sistema:

$$egin{aligned} m_A.\,a &= F_T \ m_B.\, q &= P_B - F_T \end{aligned}$$

nos dá exatamente o que queremos!

Assim:

$$F_T=3kg.2,5m/s^{2} \ F_T=7,5N$$

$$F_T=7,5N$$

Esse foi fácil demais!!

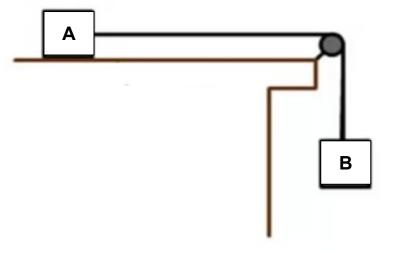


# Antes de olhar a resolução deste exemplo tente fazer sozinho(a) esse é com atrito! :D

## **Exemplo Resolvido:**

Dois corpos A e B, de Massas  $M_A$  = 3kg e  $M_B$  = 2kg, estão ligados por uma corda de peso desprezível que passa sem atrito pela polia, como mostra a figura a seguir:

Entre A e a mesa existe atrito de coeficiente  $\mu_c$  = 0,5, a aceleração da gravidade vale g=10m/s² e o sistema é mantido inicialmente em repouso. Qual aceleração atingem os blocos após o sistema ser liberado?



### Já tentou? boa! Vamos ver se acertou!

# Montando o diagrama:

T -> força de tração na corda

P<sub>R</sub> -> Força peso em B

**F**<sub>ATC</sub> -> Força de atrito cinético

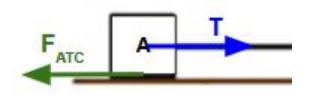
(queremos saber a aceleração, então

o sistema deve estar em movimento)

Novamente estamos na horizontal, logo a normal com o solo sobre A e o seu peso irão se anular!



# para A, temos:



então:  $F_{RA} = T - F_{ATC}$ 

ou seja:  $M_A$  .  $a=T-F_{ATC}$ 

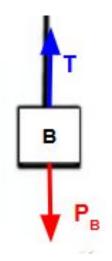
Lembrando que  $F_{ATC} = \mu_c.N$  e que no plano horizontal Normal = Peso

temos:  $M_A$  .  $a=T-\mu_C$  .  $M_A$  . g

para B, temos:

logo:  $F_{RB}=P_B-T$ 

Por adotado: of sentino do no provincio de no provincio de no provincio de negativa!



sentido do movimento



$$M_A.\,a + M_B.\,a = T - \mu_C.\,M_A.\,g + M_B.\,g - T$$

as trações se anulam

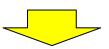
Como:

$$M_B = 2kg$$

$$\mu_{\rm C}$$
=0,5

 $\mu_{\rm C} = 0.5$ g=10m/s<sup>2</sup> Temos:  $3kg. a + 2kg. a = 2 - 0, 5.3kg. 10m/s^2 + 2kg. 10m/s^2 - 2 = 2 - 0, 5.3kg. 10m/s^2 + 2kg. 10m/s^2 - 2 = 2 + 2 + 2kg. 10m/s^2 - 2 = 2 + 2kg. 10m/s^2 - 2$ 

logo: 
$$5kg. a = -15kg. m/s^2 + 20kg. m/s^2$$



$$5kg. \, a = 5kg. \, m/s^2$$

$$a=rac{5kg.m/s^2}{5kg}$$



 $a=1m/s^2$ 



# Para achar a Tração (T), fazemos:

$$\left\{egin{aligned} M_A.\,a &= T - \mu_C.\,M_A.\,g \ M_B.\,a &= M_B.\,g - T \end{aligned}
ight.$$

pode-se escolher qualquer equação, escolhi a de baixo, pois tem uma variável a menos para digitar :P

logo: 
$$2kg.1m/s^2=2kg.10m/s^2-T$$
  $2N=20N-T$   $2N-20N=-T$   $-18N=-T$ 

$$T=18N$$

Há uma lista de exercícios no sigaa sobre o tema!

Lista de exercícios: Clique Aqui!

