ג'יורג'ן פרס
336165733

מבני נתונים - מטלה 3

שאלה 1

א. האלגוריתם מחזיר true אם המבנים של שני העצים זהים.

ב. האלגוריתם עושה מספר קבוע של פעולות בכל צומת כדי לבדוק שהצומת הנוכחית שלו בעץ השני באותו צומת. לכן עבור n צמתים עבור עצים t_1 ו- t_2 זהים האלגוריתם יבצע $k \cdot n$ פעולות, ולכן הסיבוכיות יהיה $O(k \cdot n)$ שהוא שווה ל- $O(n)$.

שאלה 2

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{x \in V} depth(x) = \Theta(\log(n))$$

לכן קיימים c_1, c_2 וקיים n_0 כך שלכל $n > n_0$ מתקיים:

$$c_2 \cdot \log(n) \geq \frac{1}{n} \sum_{x \in V} depth(x) \geq c_1 \log(n) \quad , \quad c_2 \geq c_1$$

לפי הרמז:

$$\frac{1}{n} \sum_{x \in P} depth(x) \leq \frac{1}{n}\left(\sum_{x \in P} depth(x) + \sum_{y \in Q} depth(y)\right)$$

לכן

$$C_2 \log(n) \geq \frac{1}{n} \sum_{x \in V} depth(x) = \frac{1}{n}\left(\sum_{x \in P} depth(x) + \sum_{y \in Q} depth(y)\right)$$

$$\geq \frac{1}{n} \sum_{x \in P} depth(x)$$

$$\Leftrightarrow \quad C_2 \log(n) \geq \frac{1}{n} \sum_{x \in P} depth(x)$$

$$\geq \frac{1}{n}\left(1 + 2 + 3 + \dots + (h-1) + h\right)$$

$$\geq \frac{1}{n}\left(\frac{h(h+1)}{2}\right)$$

$$\geq \frac{h^2}{2n} \cdot \frac{1}{2n}$$

$$\geq \frac{h^2}{2n}$$

$$c_2 \log(n) \geq \frac{h^2}{2n}$$

$$\Leftrightarrow c_2 \cdot 2n \log(n) \geq h^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2c_2 \cdot n \log(n)} \geq h$$

$$\Leftarrow h \leq \sqrt{2c_2} \cdot \sqrt{n \log(n)}$$

■ $h = O\left(\sqrt{n \log(n)}\right)$