עידן פרל – 336165733

מטלה 2

מבני נתונים

שאלה 1: עלינו למצוא את הקורס/ים בינה, כך שאחד מוניק לכן הוא מאמץ, מכפיל ב- α וכאשר מוניק לכן הוא, מכפיל ב- $(\alpha-1)$:

$$\frac{2}{1} \geq \alpha \geq 0$$

נקודה מעל ומומק הוא, כי קיבול מאמץ יותר קצרה, ולכן מציגים לקבה כיצד הוא מהר.

בקבה המאמץ, נניח, כי קיבול מאמץ יותר קצרה, ולכן מציגים לקבה כיצד הוא מהר.

לשם זה נצטרך להיזכר בקבה הלוגריתם, ובפרט שמאמץ הקבה $\log_a(n) = \frac{\log_b(n)}{\log_b(a)}$ נקבל:

המקבה הוא, מקבל $O(n \log_{\frac{1}{\alpha}} n)$

מצוף, מכפ כמה α לכל היותר $n \cdot k$ פעמים, ולכן מקבה המאמץ מקבל $O(\log_{\frac{1}{\alpha}}(n))$

כאות אופן, נשלה מעל המומק המקורי, יהיה מקבה הוא, ובאמן ניתן עלי יהיה

$$n = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^x \iff \log_{\frac{1}{\alpha}}(n) = x$$

$$n = \left(\frac{1}{\alpha-1}\right)^x \iff \log_{\frac{1}{\alpha-1}}(n) = x$$

כלומר $n = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^x \iff \log_{\frac{1}{\alpha}}(n) = x$.

כ- α (כ, כאשר יכולנו לבחור כ- α) את שניהם ל- n.

למשל, אם נתונים במשה הוא ומומק לעלות את פועה, נצטרך לעלק מכל הוא למשם את הזמן ניתן כדי לבדוק לקבל הקורסים, ונראה שמאמץ מקבה מהר.

: $a, b, n \in \mathbb{N}^+$ כך ש $a = \frac{1}{\alpha}$ ו $b = 2$ נגדיר

$$\log_{\frac{1}{\alpha}}(n) = \frac{\log(n)}{\log\left(\frac{1}{\alpha}\right)}$$

: $a, b, n \in \mathbb{N}^+$ כך ש $a = \frac{1}{1-\alpha}$ ו $b = 2$ נגדיר

$$\log_{\frac{1}{1-\alpha}}(n) = \frac{\log(n)}{\log\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)}$$

שאלה 2: בדוק האם כי עבור $\frac{n!}{2^n}$ שמתקיים $\log n$ שייך ל $\Omega(n\log n)$.

כלומר עלינו להוכיח שקיימים $c>0$ ו $0<n_0<1$, עבור $n \geq n_0$ כך ש:

$$c \cdot n\log n \leq \log_2\left(\frac{n!}{2^n}\right)$$

נשתמש בעובדה ש- $n! \geq \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n}{2}}$ (נוכיח בהמשך)

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n}{2}}}{2^n} \leq \frac{n!}{2^n}$$

$$\Leftrightarrow \log\left[\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n}{2}}}{2^n}\right] \leq \log\left[\frac{n!}{2^n}\right]$$

$$\Leftrightarrow \log\left[\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n}{2}}\right] - \log(2^n) \leq \log\left(\frac{n!}{2^n}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{n}{2}\log\left(\frac{n}{2}\right) - n\log(2) \leq \log\left(\frac{n!}{2^n}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{n}{2}\log\left(\frac{n}{2}\right) - n \leq \log\left(\frac{n!}{2^n}\right)$$

$$\Leftrightarrow n\left(\frac{1}{2}\log\left(\frac{n}{2}\right) - 1\right) \leq \log\left(\frac{n!}{2^n}\right)$$

($\frac{1}{2}\log\left(\frac{n}{2}\right) - 1$: $c(n)$ כינוי)

$$\Leftrightarrow c\cdot n\log n \leq \log\left(\frac{n!}{2^n}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\log_2\left(\frac{n!}{2^n}\right) = \Omega(n\log n)}$$

טיבוכיו ל $\Omega(n\log n)$, כלומר לא ייתכן שקיים אלגוריתם מיון שמבצע פחות מ $n\log n$ השוואות.