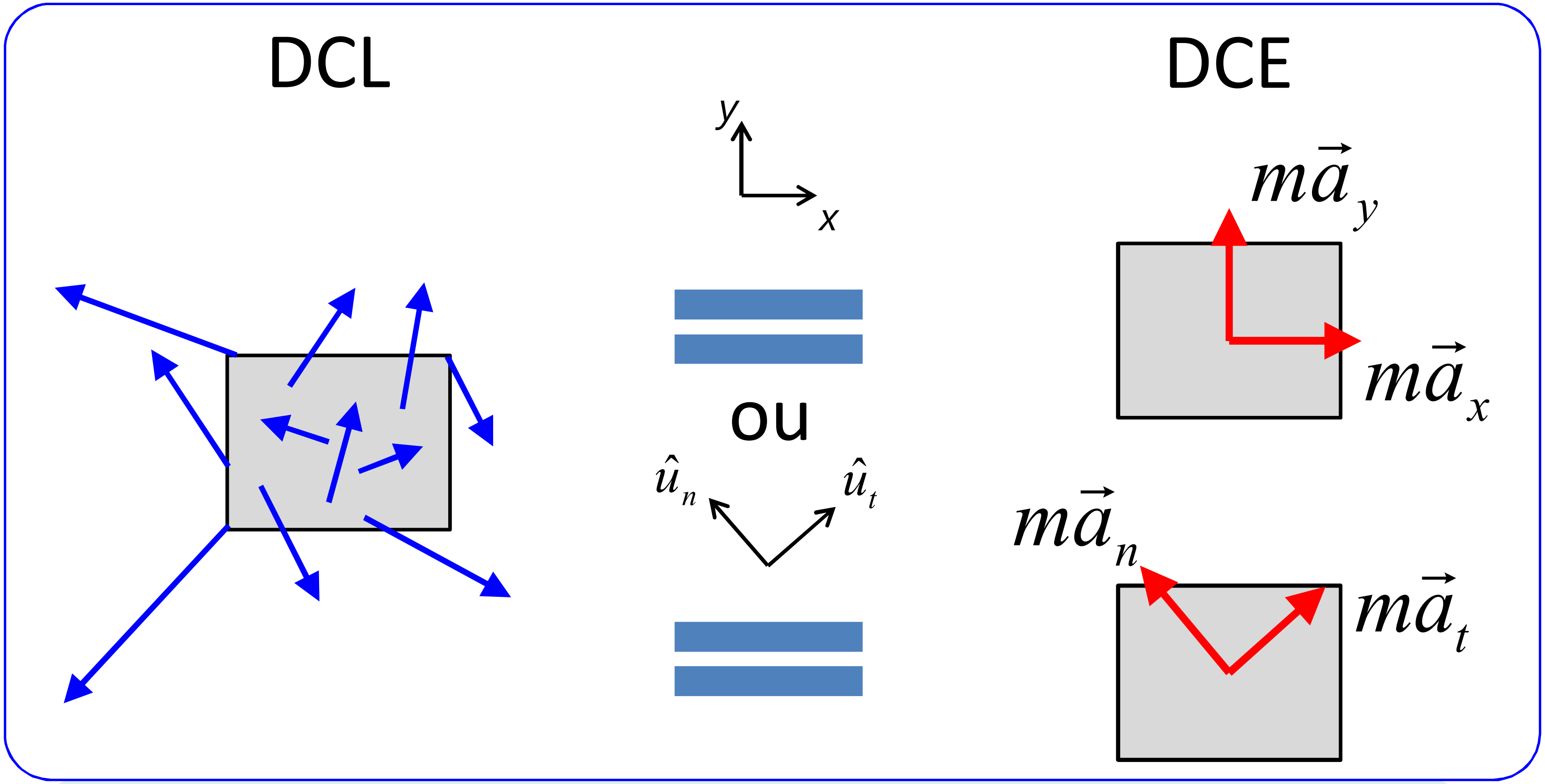
PHS 1101
Mécanique pour ingénieurs

Cours 7
Travail, énergie, puissance et rendement

Djamel Seddaoui
Département de Génie Physique

DCL-DCE

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

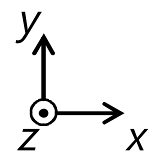


Orientez les composantes dans le sens positif des axes (*xy* ou *nt*).
Ce conseil évite bien des erreurs de signe.

2e loi de Newton et système de coordonnées

- **Coordonnées cartésiennes**

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

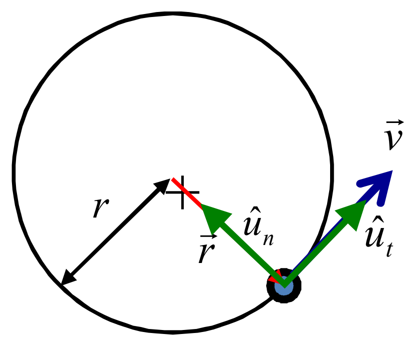


$$\boxed{\begin{aligned} \sum F_x &= m\ddot{x} \\ \sum F_y &= m\ddot{y} \\ \sum F_z &= m\ddot{z} \end{aligned}}$$

- **Coordonnées normales/tangentielles**

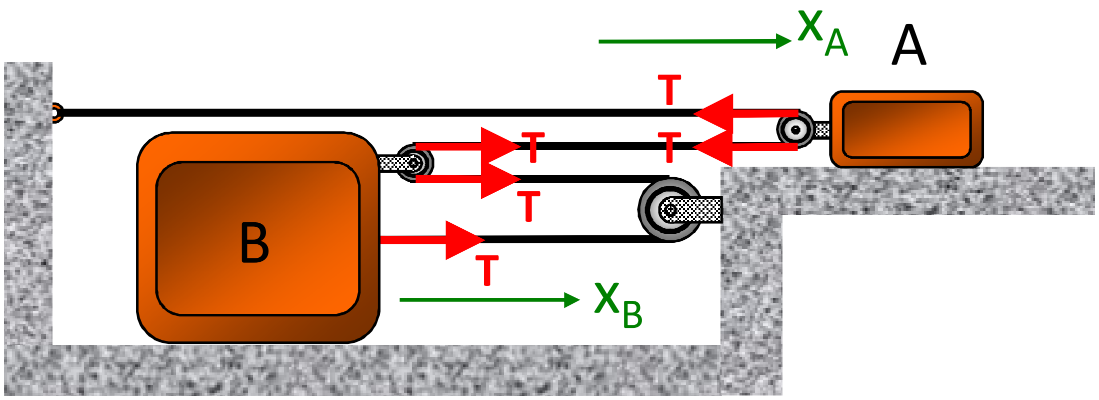
(mouvement circulaire)

$$\vec{a} = a_n\vec{u}_n + a_t\vec{u}_t + a_z\vec{k}$$

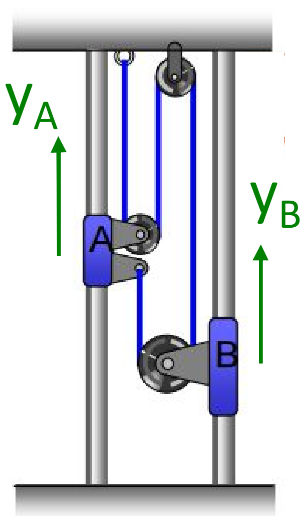


$$\boxed{\begin{aligned} \sum F_n &= \frac{mv^2}{r} \\ \sum F_t &= mr\alpha \\ \sum F_z &= m\ddot{z} \end{aligned}}$$

Exemples de mouvements contraints



$$2\Delta x_A = 3\Delta x_B$$
$$2v_A = 3v_B$$
$$2a_A = 3a_B$$



$$\Delta y_A = -2\Delta y_B$$
$$v_A = -2v_B$$
$$a_A = -2a_B$$

Hypothèse

Longueur de corde constante

$$\boxed{\sum \Delta \ell_i = 0}$$

Pour chaque objet, poser un axe parallèle à son déplacement et évaluer la variation de la longueur de la corde quand l'objet se déplace dans le sens positif de l'axe.

Plan de la semaine

- **Principe travail-énergie**
  - Définition et calcul du travail
  - Lien entre travail et variation d'énergie cinétique
- Loi de conservation de l'énergie
  - Définition de l'énergie potentielle pour une force conservative
  - Conservation de l'énergie mécanique d'un système
- Puissance et rendement

La 2e loi de Newton revisitée

Parfois, il suffit de réécrire ce que l'on connaît déjà…

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{d\vec{r}}\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{d\vec{r}}\vec{v}$$

Dérivation en chaîne

$$\sum \vec{F} = m\vec{v}\frac{d\vec{v}}{d\vec{r}}$$

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \sum \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} m\vec{v}\frac{d\vec{v}}{d\vec{r}} \cdot d\vec{r}$$

On intègre chaque membre sur la trajectoire de la particule.

$$\sum \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} m\vec{v} \cdot d\vec{v}$$

On change l'ordre de l'intégrale et de la somme.

$$\sum \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

On calcule l'intégrale de droite.

La 2e loi de Newton revisitée

Parfois, il suffit de réécrire ce que l'on connaît déjà…

$$\sum \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

Sentiment de déjà-vu?

Travail fait par une force sur une trajectoire

$$\boxed{U_{1\rightarrow 2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

en joule
1 J = 1 N·m

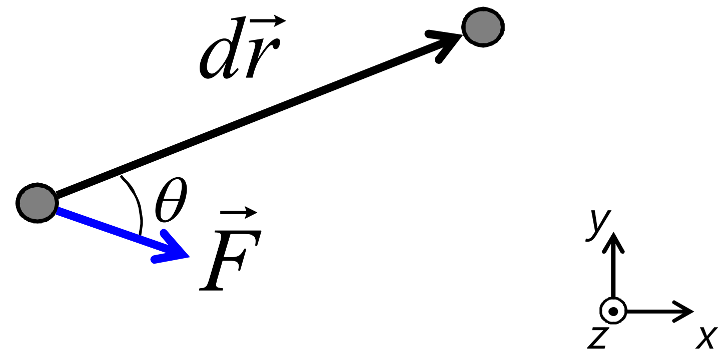
Énergie cinétique
(toujours positive!)

$$\boxed{T = \frac{1}{2} m v^2}$$

Travail infinitésimal

Une force qui s'exerce sur une particule en mouvement génère un travail.

(déplacement infinitésimal)



Travail infinitésimal

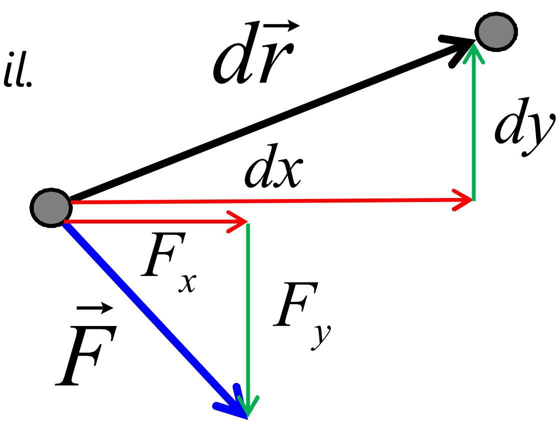
$$dU = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$dU = \left(F \cos\theta\right) dr$$

Seule la composante de la force dans la direction du déplacement effectue un travail.

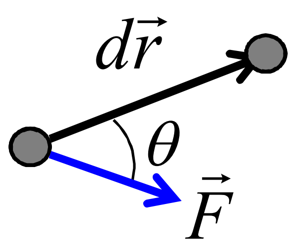
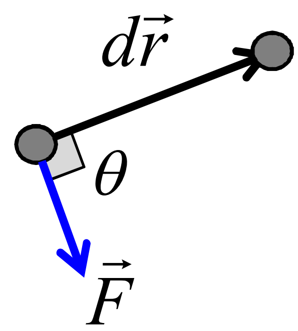
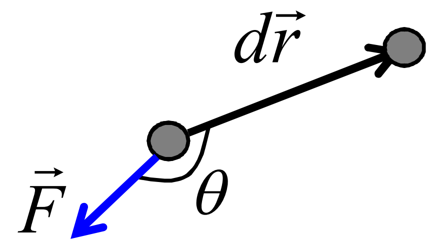
OU ENCORE

$$dU = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$



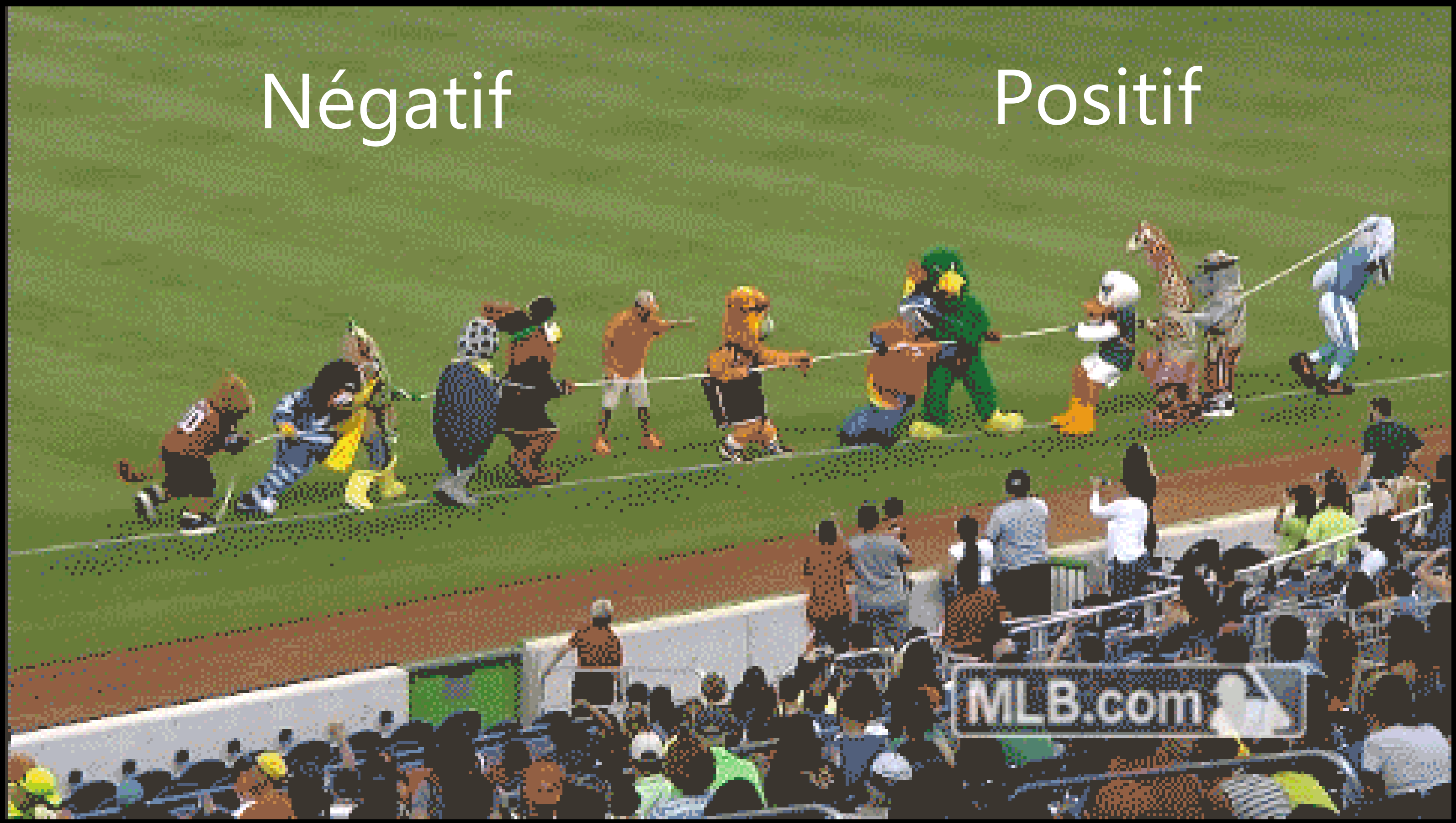
Signe du travail

$$dU = F \cos\theta \, dr$$

$0° \leq \theta < 90°$	$\theta = 90°$	$90° < \theta \leq 180°$
		
$dU > 0$ Positif	$dU = 0$ Nul	$dU < 0$ Négatif

Le signe du travail dépend de l'orientation relative de la force par rapport au déplacement.

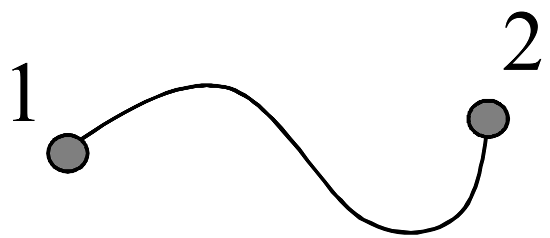
Quel est le signe du travail fait par les mascottes ?



$$dU = \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad dU = F \cos\theta \, dr \qquad dU = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

Pour obtenir le travail fait par une force, il faut intégrer le travail infinitésimal sur la trajectoire de la particule.

$$U_{1\to2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



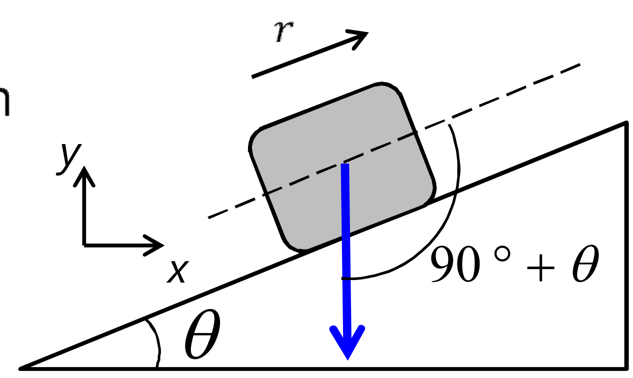
$$\boxed{U_{1\to2} = \int_{r_1}^{r_2} F \cos\theta \, dr}$$

Le choix de la méthode de calcul dépend du problème et de l'information connue.

$$\boxed{U_{1\to2} = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy + \int_{z_1}^{z_2} F_z dz}$$

Travail fait par la gravité

Un bloc de masse m se déplace sur une distance Δr en montant une côte. Quel est le travail fait par son poids ?



$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Méthode 1

$$U^g_{1\to 2} = \int_{x_1}^{x_2} P_x dx + \int_{y_1}^{y_2} P_y dy$$

Définition du travail

$$= \int_{x_1}^{x_2} 0 dx - \int_{y_1}^{y_2} mg dy$$

Poids $\vec{P} = -mg\vec{j}$

$$= 0 - mg\int_{y_1}^{y_2} dy = -mg\Delta y$$

Méthode 2

$$U^g_{1\to 2} = \int_{r_1}^{r_2} P\cos(90° + \theta) dr$$

Définition du travail avec l'angle entre la force et le déplacement

$$= P\sin(-\theta)\int_{r_1}^{r_2} dr$$

$$= -mg\sin\theta\Delta r = -mg\Delta y$$

Géométrie pour relier Δy et Δr

Travail fait par le poids

$$\boxed{U^g_{1\to 2} = -mg\Delta y}$$

Δy : variation de hauteur
(axe y positif toujours vers le haut)

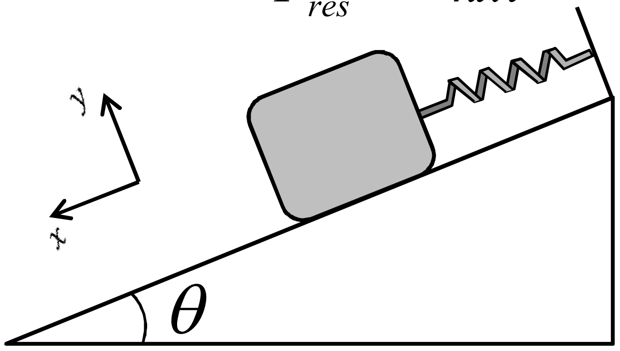
Il n'est pas nécessaire d'intégrer pour calculer le travail d'une force constante, puisque les intégrales deviennent des variations de position.

Travail fait par un ressort

Un bloc de masse m attaché à un ressort (k, L_0) se déplace sur un plan incliné. Quel est le travail fait par le ressort sur le bloc ?

On pose $x = 0$ lorsque le ressort est à sa longueur naturelle (ni étiré, ni comprimé). Ainsi, l'étirement du ressort correspond directement à $\Delta L = x$.

$$\vec{F}_{res} = -kx\vec{i}$$



$$U^{res}_{1\to2} = \int_{x_1}^{x_2} F_{res,x}\,dx + \int_{y_1}^{y_2} F_{res,y}\,dy$$

Définition du travail

$$= \int_{x_1}^{x_2} -kx\,dx + \int_{y_1}^{y_2} 0\,dy$$

Force selon *x* $\vec{F}_{res} = -kx\vec{i}$

$$= -k\int_{x_1}^{x_2} x\,dx$$

On sort les constantes de l'intégrale.

$$= -k\left.\frac{x^2}{2}\right|_{x_1}^{x_2} = -\frac{1}{2}k\left(x_2^2 - x_1^2\right)$$

La force du ressort peut aussi bien tirer que pousser sur le bloc selon la position de ce dernier. **L'important est la présence du signe négatif dans $\vec{F}_{res}$ qui signifie que le ressort tire (resp. pousse) lorsqu'il est étiré (resp. comprimé).**

Travail fait par un ressort

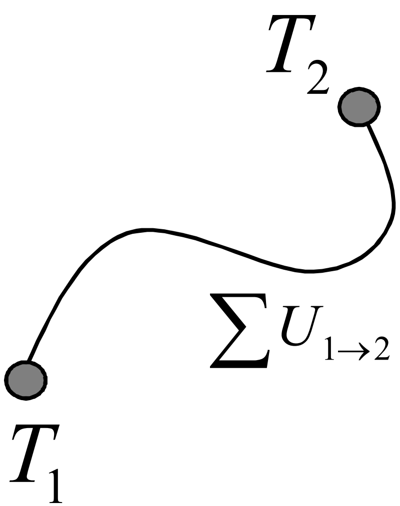
$$\boxed{U^{res}_{1\to2} = -\frac{1}{2}k\left[(\Delta L_2)^2 - (\Delta L_1)^2\right]}$$

$$\Delta L = L - L_0$$

$$\sum \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \qquad U_{1\to 2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad T = \frac{1}{2} m v^2$$

Principe travail-énergie

Le travail total effectué sur une particule est égal à la variation de son énergie cinétique.



$$\boxed{\sum U_{1\to 2} = T_2 - T_1}$$

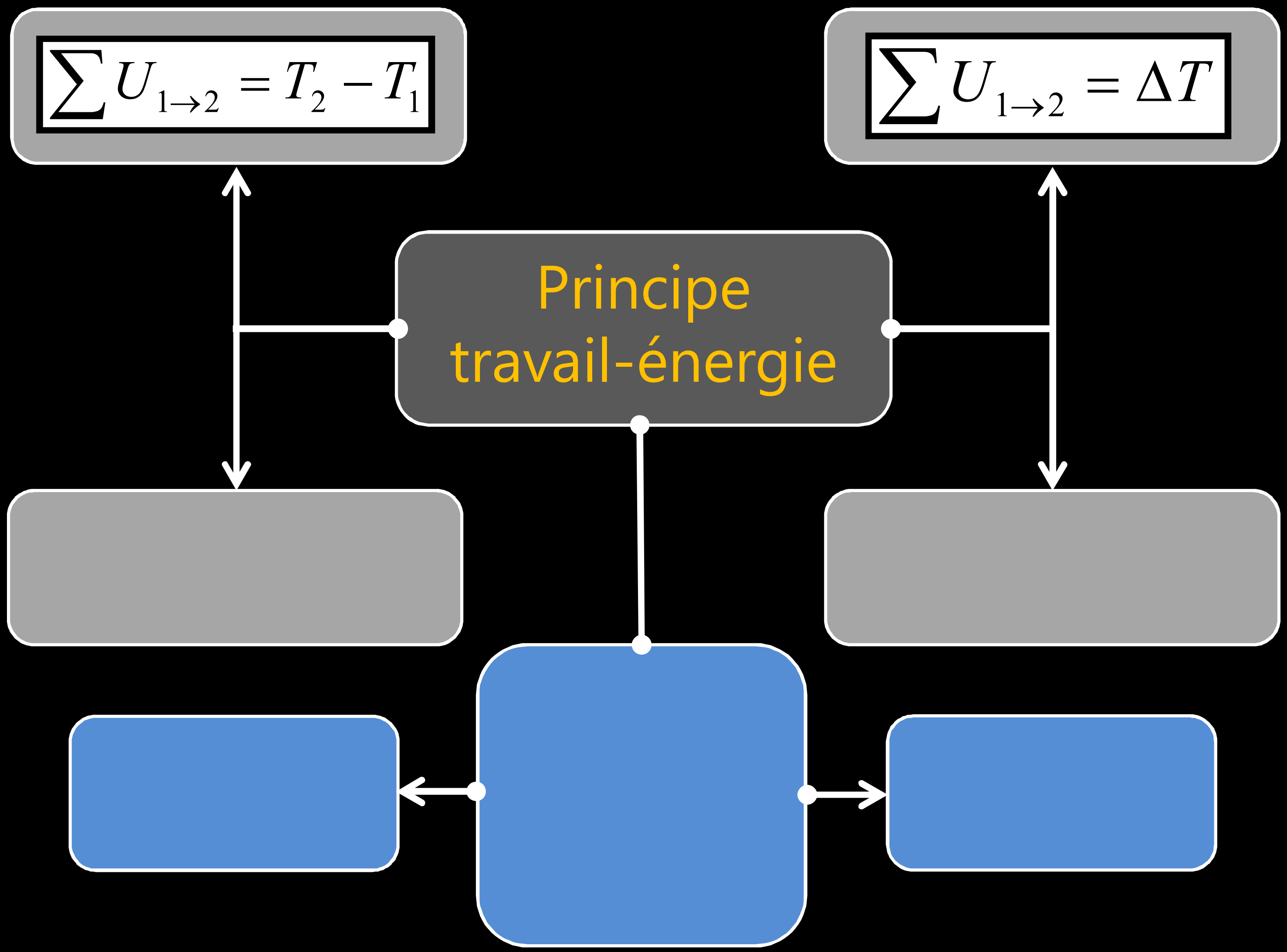
OU ENCORE

$$\boxed{\sum U_{1\to 2} = \Delta T} \qquad \Delta T = T_2 - T_1$$

Travail total positif : le module de la vitesse augmente.

Travail total négatif : le module de la vitesse diminue.

Un seul principe, plusieurs équations…



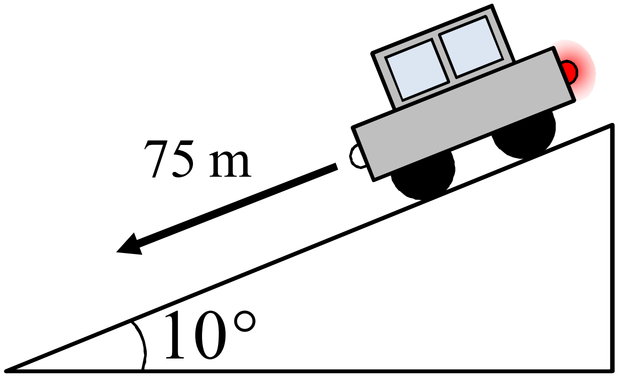
Exemple – Descente dangereuse

Une voiture de 800 kg descend une côte enneigée à 36 km/h. Le conducteur freine subitement, mais la voiture se met à glisser sur de la glace noire. Quel est le module de la vitesse de la voiture après avoir glissé sur une distance de 75 m ?

Le coefficient de frottement cinétique entre les pneus et la glace vaut 0,15 et la côte est inclinée à 10º par rapport à l'horizontale.

Information connue

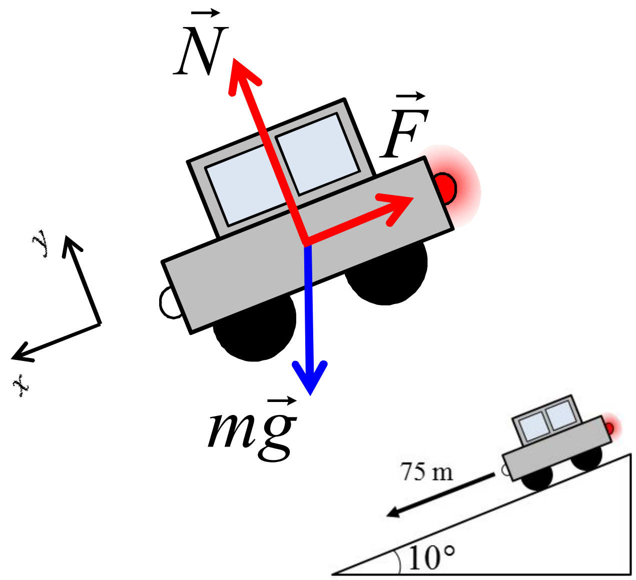
$$m = 800 \text{ kg}$$
$$v_0 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$
$$\mu_k = 0{,}15$$
$$\Delta r = 75 \text{ m}$$



Exemple – Descente dangereuse

$$m = 800\ \text{kg} \quad v_0 = 10\ \text{m/s} \quad \mu_k = 0{,}15 \quad \Delta r = 75\ \text{m}$$

DCL de la voiture



Travail fait par chaque force

$$U_g = mg \cdot \left(\Delta r . \cos(90° - 10°)\right) = 102{,}21\ \text{kJ}$$

La voiture descend.

$$\begin{aligned} U_F &= F\Delta r \cos 180° = -F\Delta r \\ &= -\left(\mu_k mg \cos 10°\right)\Delta r \\ &= -86{,}95\ \text{kJ} \end{aligned}$$

Le frottement s'oppose au déplacement.

$$N = mg \cos 10°$$

$$U_N = N\Delta r \cos 90° = 0\ \text{kJ}$$

La normale est perpendiculaire au déplacement.

Principe travail-énergie

$$U_g + U_F + U_N = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = 11{,}75\ \text{m/s}}$$

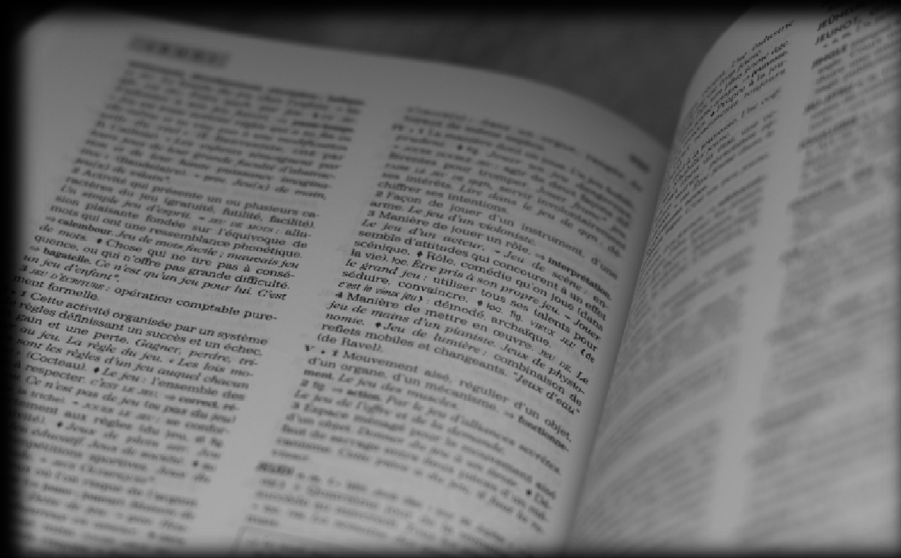
Plan de la semaine

- Principe travail-énergie
  - Définition et calcul du travail
  - Lien entre travail et variation d'énergie cinétique
- **Loi de conservation de l'énergie**
  - Définition de l'énergie potentielle pour une force conservative
  - Conservation de l'énergie mécanique d'un système
- Puissance et rendement

Définition de l’énergie

Selon le site larousse.fr

- Puissance physique de quelqu’un, qui lui permet d’agir et de réagir.
- Volonté tendue vers une action déterminée : puissance, vigueur, force morale.



L’énergie en science

L’énergie d’un système caractérise sa capacité à faire un travail.

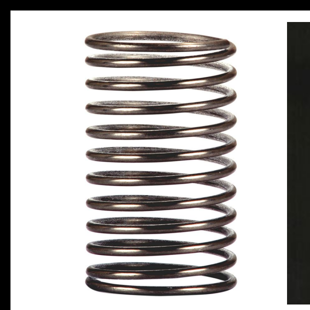
Travail $$\sum U_{1\rightarrow 2} = T_2 - T_1$$ Énergie

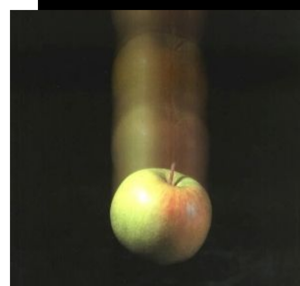
Différentes formes d'énergie

Énergie mécanique

Énergie cinétique
(mouvement)

Énergie potentielle



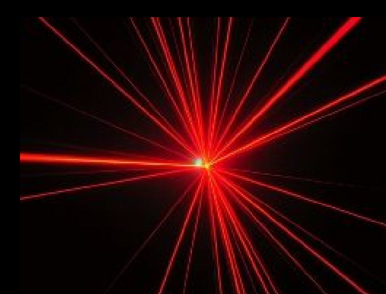


Énergie thermique

Agitation aléatoire des atomes/molécules

Énergie électromagnétique

Ex : énergie lumineuse



Énergie nucléaire

Noyaux atomiques

Énergie chimique

Interactions entre atomes

Il existe bien d'autres types d'énergie…

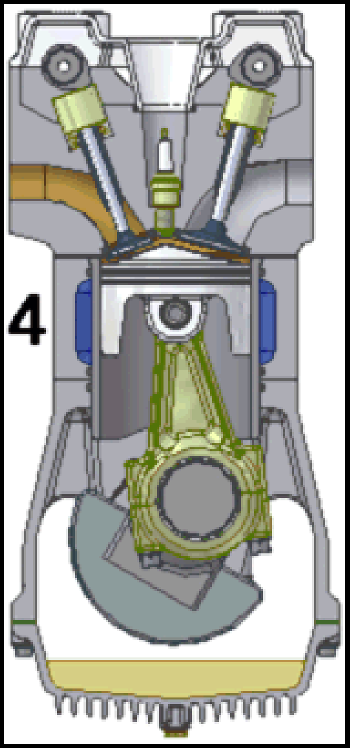
L’énergie est toujours conservée

Potentielle → Cinétique + Thermique

Électromag. → Chim + Therm.

Électromag. → Cinétique + Thermique

Potentielle → Cinétique → Électromagnétique



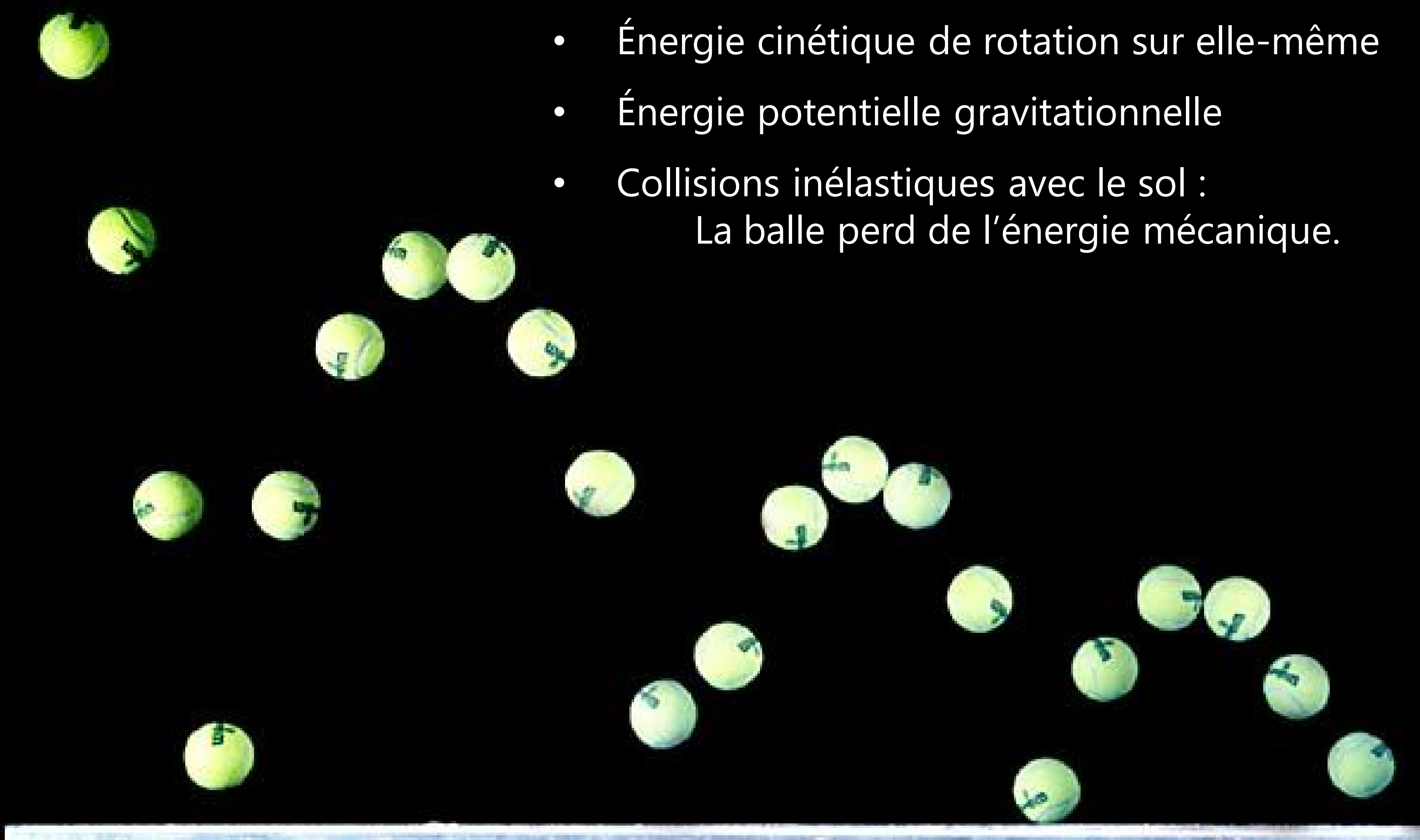
Chimique → Cinétique + Thermique

L’énergie ne fait que se transformer d’une forme à une autre…

Référence : L’énergie au quotidien, Marcel Lacroix (Université de Sherbrooke)

Quels types/transferts d’énergie voyez-vous ?

- Énergie cinétique de translation
- Énergie cinétique de rotation sur elle-même
- Énergie potentielle gravitationnelle
- Collisions inélastiques avec le sol :
  La balle perd de l’énergie mécanique.

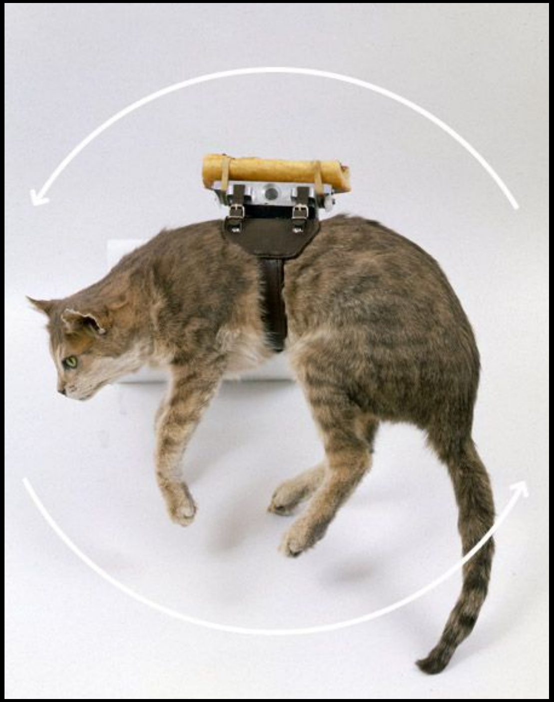


L'énergie est toujours conservée

Même si on ne sait pas nécessairement comment ça marche …

Mouvements perpétuels

1min33 à 4min40
https://www.youtube.com/watch?v=MP9_sq6jAjg



https://www.youtube.com/watch?v=Z8yW5cyXXRc

https://www.youtube.com/watch?v=zz-Lupbn7mc#t=77

Forces conservatives

Une force est conservative si le travail qu'elle génère :

- Dépend seulement des positions initiale et finale
(ne dépend pas de la trajectoire suivie entre ces positions) ;
- Est nul sur une trajectoire fermée
(si position initiale = position finale, alors le travail est nul).

Travail fait par le poids

$$U_{1\to 2}^{g} = -mg\Delta y$$

Trajectoire fermée
$y_1 = y_2$ et donc $U_g = 0$.

Travail fait par un ressort

$$U_{1\to 2}^{res} = -\frac{1}{2}k\left[(\Delta L_2)^2 - (\Delta L_1)^2\right]$$

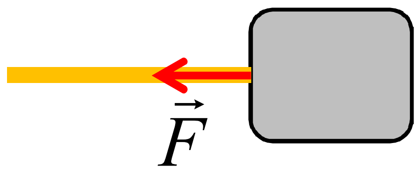
Trajectoire fermée
$\Delta L_1 = \Delta L_2$ et donc $U_{res} = 0$.

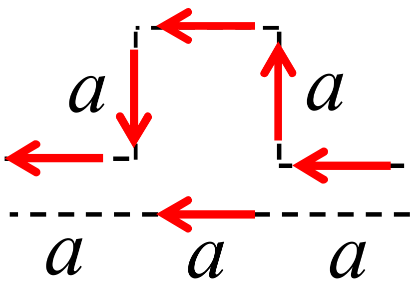
Le poids et la force exercée par un ressort sont des forces conservatives.

Conservative ou pas ?

Tension dans une corde

On tire un bloc en suivant un certain parcours.





$$U_{1\rightarrow 2} = 5aF$$

$$U_{1\rightarrow 2} = 3aF$$

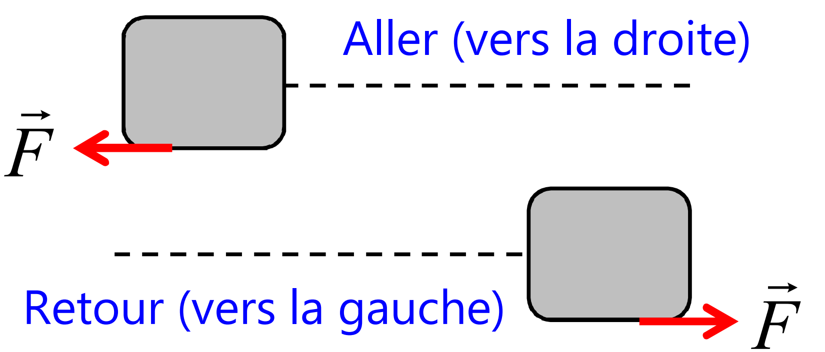
NON : le travail dépend de la trajectoire du bloc.

Frottement

On considère l'aller-retour d'un bloc.

$$U_{1\rightarrow 1} = U_{1\rightarrow 2} + U_{2\rightarrow 1} = -2F\Delta r$$

NON : le travail sur une trajectoire fermée n'est pas nul.



$$U^{g}_{1\to 2} = -mg\left(y_2 - y_1\right) \qquad U^{res}_{1\to 2} = -\frac{1}{2}k\left[(\Delta L_2)^2 - (\Delta L_1)^2\right]$$

Énergie potentielle

L'énergie potentielle associée à une force conservative est définie à partir du travail fait par cette force.

Définition de la variation d'énergie potentielle

$$\Delta V = V_2 - V_1 \equiv -U_{1\to 2}$$

Lorsque de l'énergie potentielle est utilisée pour faire un travail, sa quantité diminue.

Par identification avec les expressions de $U^{g}_{1\to 2}$ et $U^{res}_{1\to 2}$ (en haut de la page), on **définit l'énergie potentielle** associée à ces deux forces comme suit :

Énergie potentielle (gravité)

$$\boxed{V_g = mgy}$$

On fixe généralement $V_g = 0$ au point le plus bas du problème.

en joule
1 J = 1 N·m

Énergie potentielle (ressort)

$$\boxed{V_{res} = \frac{1}{2}k(\Delta L)^2}$$

Toujours positive.
Nulle quand $\Delta L = 0$.

$$\sum U_{1\to 2} = \Delta T \qquad V_g = mgy \qquad V_{res} = \frac{1}{2}k(\Delta L)^2$$

Énergie mécanique

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique d'un système.

$$\boxed{E = T + V} \qquad V = V_g + V_{res} + \cdots$$

On peut ainsi réécrire le principe travail-énergie en faisant apparaître l'énergie mécanique.

$$\boxed{\sum_{\text{non conservatives}} U_{1\to 2} = \Delta E = E_2 - E_1}$$

Le travail des forces non conservatives peut être positif (gain d'énergie mécanique) ou négatif (pertes d'énergie mécanique).

Principe travail-énergie (2e forme)

1. On distingue deux types de forces :
   - **Forces conservatives** (c) ;
   - **Forces non conservatives** (nc) .

2. Les travaux des forces conservatives sont déplacés vers le membre de droite ;

3. **Définition**
   La **variation d'énergie potentielle** est l'opposé du travail effectué par les forces conservatives ;

$$\Delta V = V_2 - V_1 \equiv -\sum U_{c,1\to 2}$$

4. **Définition**
   L'**énergie mécanique** est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle.

$$E \equiv T + V$$

Principe travail-énergie

$$\boxed{\sum U_{1\to 2} = \Delta T}$$

$$\sum U_{c,1\to 2} + \sum U_{nc,1\to 2} = \Delta T$$

$$\sum U_{nc,1\to 2} = \Delta T - \sum U_{c,1\to 2}$$

$$\sum U_{nc,1\to 2} = \Delta T + \Delta V$$

$$\boxed{\sum U_{nc,1\to 2} = \Delta E}$$

Principe travail-énergie

Un seul principe, plusieurs équations…

$$\sum U_{1\to 2} = T_2 - T_1$$

$$\sum U_{1\to 2} = \Delta T$$

Principe travail-énergie

$$\sum_{\text{non conservatives}} U_{1\to 2} = E_2 - E_1$$

$$\sum_{\text{non conservatives}} U_{1\to 2} = \Delta E$$

Conservation de l'énergie mécanique

Quand l'énergie mécanique est-elle conservée ?

$$\sum_{\text{non conservatives}} U_{1\to 2} = \Delta E$$

Quand le travail fait par les forces non conservatives est nul.
(tensions, frottements, poussées, tractions, etc.)

$$\sum_{\text{non conservatives}} U_{1\to 2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta E = 0} \quad \text{OU} \quad \boxed{E_1 = E_2}$$

$$\boxed{E_1 = E_2}$$

<u>État initial</u>	<u>État final</u>
$E_1 = T_1 + V_1$	$E_2 = T_2 + V_2$

Un seul principe, plusieurs équations…

$$\boxed{\sum U_{1\rightarrow 2} = T_2 - T_1}$$

$$\boxed{\sum U_{1\rightarrow 2} = \Delta T}$$

Principe travail-énergie

$$\boxed{\sum_{\text{non conservatives}} U_{1\rightarrow 2} = E_2 - E_1}$$

$$\boxed{\sum_{\text{non conservatives}} U_{1\rightarrow 2} = \Delta E}$$

Conservation de l'énergie

$$\boxed{\sum_{\text{non conservatives}} U_{1\rightarrow 2} = 0}$$

$$\boxed{E_1 = E_2}$$

$$\boxed{\Delta E = 0}$$

Choix de la méthode de résolution

Y'a-t-il des forces non conservatives dans le problème ?

OUI
Le travail des forces non conservatives est-il nul ?

NON

NON

OUI

Principe travail-énergie

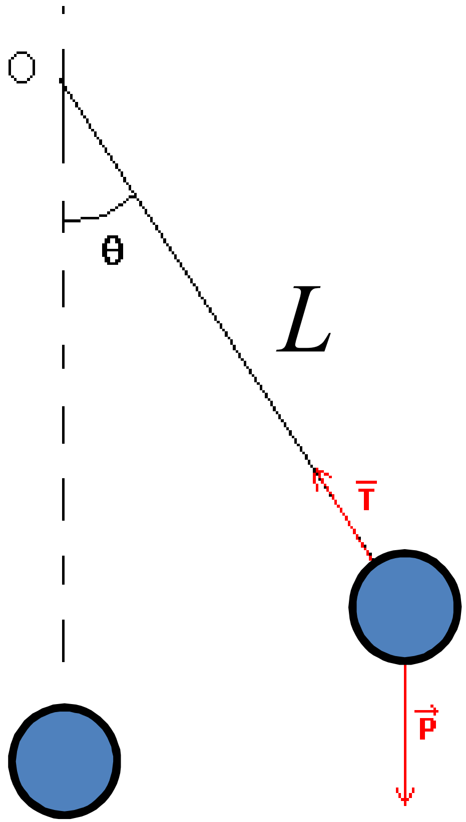
$$\sum_{\text{non conservatives}} U_{1\to 2} = \Delta E = E_2 - E_1$$

Conservation de l'énergie mécanique

$$\Delta E = 0 \quad \textbf{ou} \quad E_1 = E_2$$

Exemple – Pendule simple

On lâche un pendule d'un angle θ avec la verticale. Quelle est le module de la vitesse du pendule lorsqu'il passe par la verticale ?



Le poids est une force conservative.

La tension est non conservative, mais elle n'effectue aucun travail puisqu'elle est perpendiculaire au déplacement du pendule.

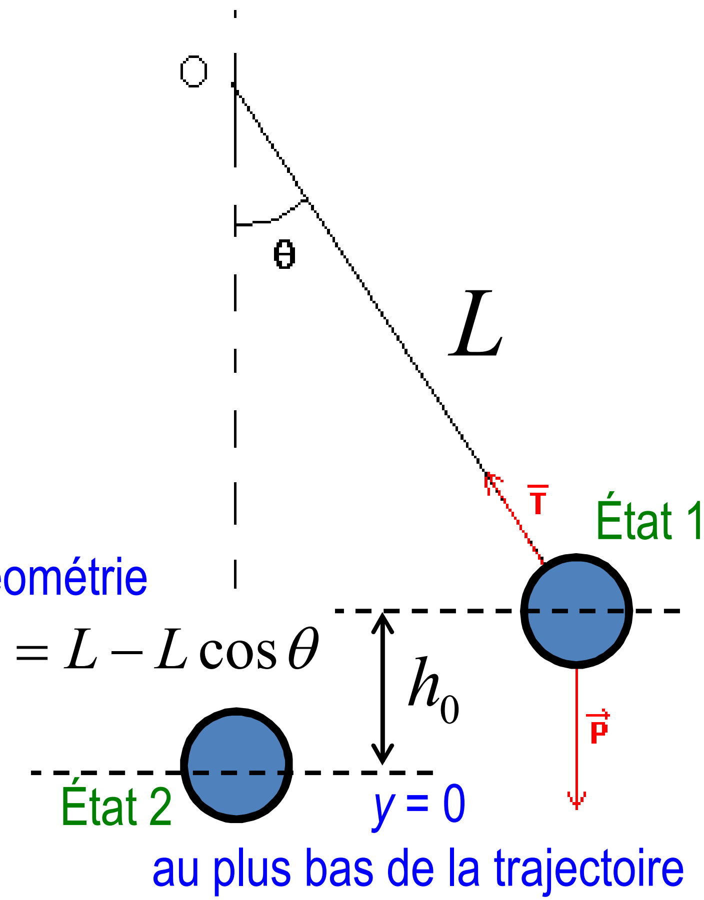
L'énergie mécanique est donc conservée.

$$E_1 = E_2$$

État 1 – L'objet est lâché immobile avec un angle θ.
État 2 – L'objet est passe par la verticale avec une vitesse v que l'on cherche.

Exemple – Pendule simple

On lâche un pendule d'un angle θ avec la verticale. Quelle est le module de la vitesse du pendule lorsqu'il passe par la verticale ?



Géométrie

$$h_0 = L - L\cos\theta$$

	État 1	État 2
Énergie cinétique (T)	0	$\frac{1}{2}mv^2$
Énergie potentielle (V)	mgh_0	0

$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow \quad 0 + mgh_0 = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)}}$$

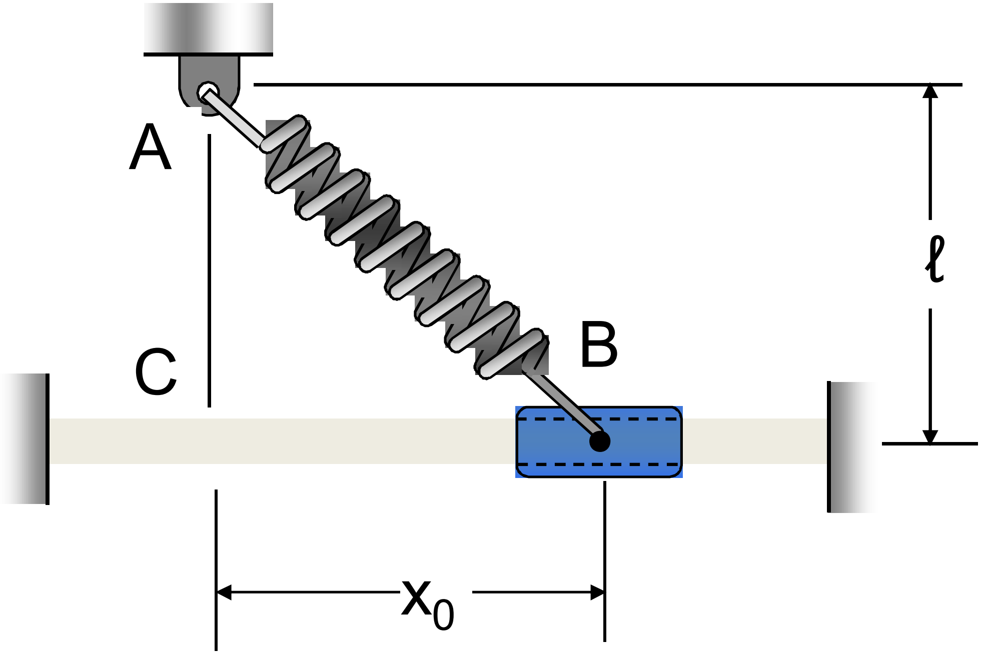
Manchon et ressort

Deux approches pour un même problème

Un ressort AB de constante *k* est fixé à un support en A et à un manchon de masse *m*. La longueur du ressort au repos est ℓ. Sachant que le manchon part du repos à $x = x_0$, évaluez la grandeur de la vitesse du manchon lorsqu'il passe au point C. Le manchon glisse sans frottement.

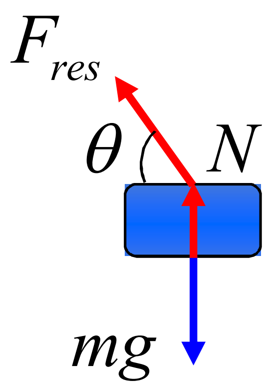
Vous avez résolu ce problème avec la méthode des forces au dernier TD. Il a fallu intégrer et effectuer plusieurs manipulations algébriques…

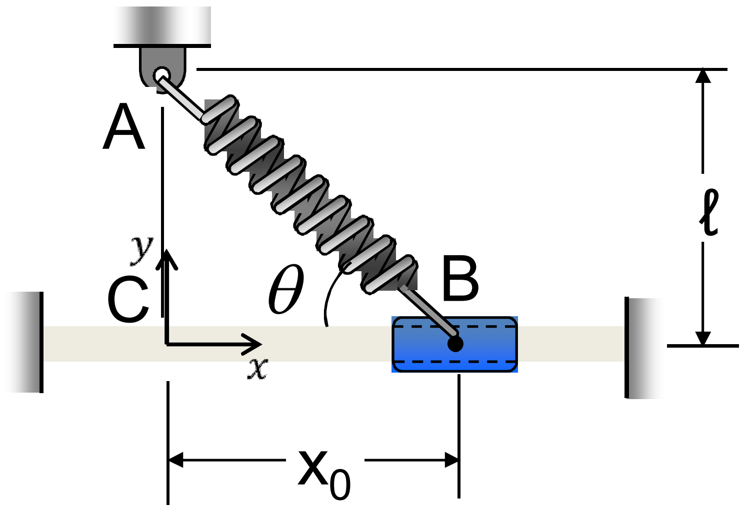
La méthode de l'énergie est beaucoup plus directe !



Manchon et ressort – Méthode de l'énergie

Évaluez la grandeur de la vitesse du manchon lorsqu'il passe au point C.





Le poids et la force du ressort sont des forces conservatives.

La normale est non conservative, mais elle est perpendiculaire au déplacement : elle ne fait pas de travail.

L'énergie mécanique est donc conservée.

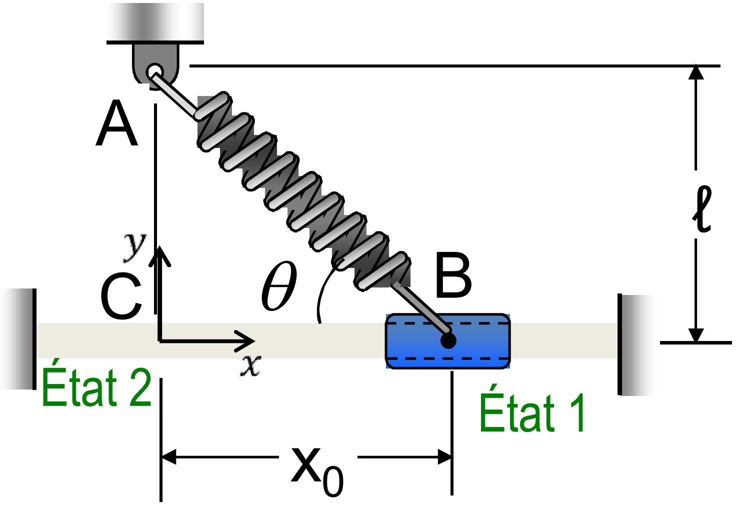
État 1
Le manchon est lâché immobile en B.

État 2
Le manchon passe au point C avec une vitesse que l'on cherche.

Manchon et ressort – Méthode de l'énergie

Évaluez la grandeur de la vitesse du manchon lorsqu'il passe au point C.

	État 1	État 2
Énergie cinétique (T)	0	$\frac{1}{2}mv^2$
Énergie potentielle (V)	$\frac{1}{2}k\left(\sqrt{x_0^2+\ell^2}-\ell\right)^2$	0



$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}k\left(\sqrt{x_0^2+\ell^2}-\ell\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{k}{m}}\left(\sqrt{x_0^2+\ell^2}-\ell\right)}$$

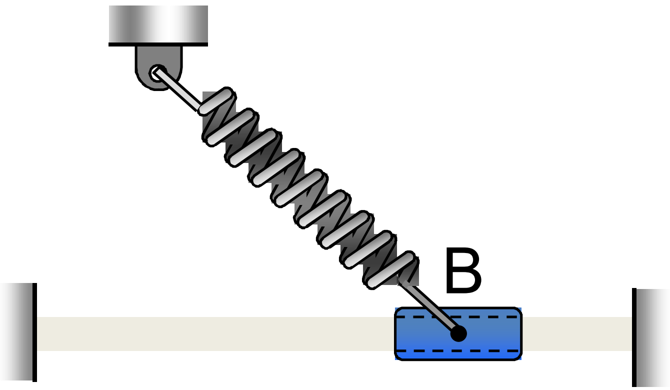
Plus simple !

Intérêt de la conservation de l’énergie ?

Lien direct entre vitesse et position

Requiert seulement les positions initiale et finale; pas la forme de la trajectoire.

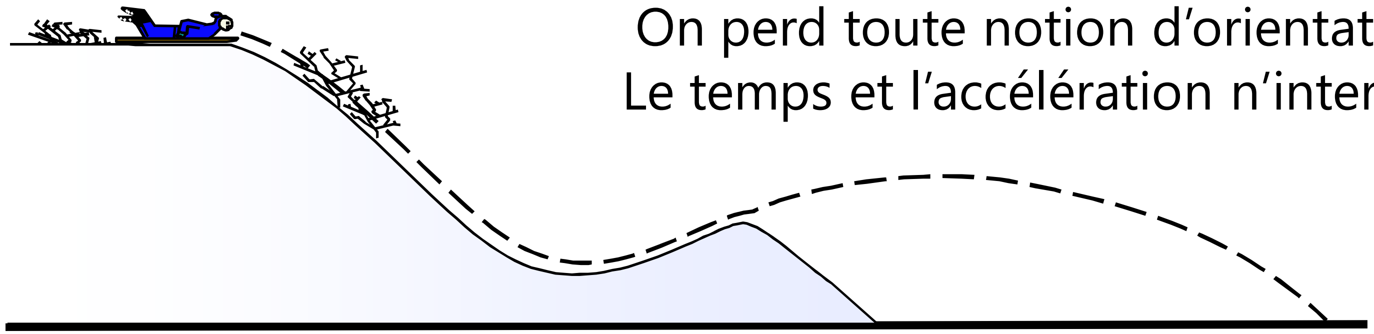
Équations scalaires
(moins complexes à résoudre)



Relier les diverses branches de la physique entre elles
(thermodynamique, mécanique, électromagnétisme, etc.)

Quelle information perd-on ?

On perd toute notion d’orientation (vecteur).
Le temps et l’accélération n’interviennent pas.



Plan de la semaine

- Principe travail-énergie
    - Définition et calcul du travail
    - Lien entre travail et variation d’énergie cinétique
- Loi de conservation de l’énergie
    - Définition de l’énergie potentielle pour une force conservative
    - Conservation de l’énergie mécanique d’un système
- **Puissance et rendement**

Travail et puissance

Énergie d'un système
Quantité de travail que le système peut réaliser.

Puissance générée par un système
Vitesse à laquelle le système peut transformer l'énergie qu'il contient en travail.

Puissance moyenne sur un intervalle de temps

$$\boxed{\overline{P} = \frac{U_{1\to 2}}{\Delta t} = \frac{U_{1\to 2}}{t_2 - t_1}}$$

en watt
1 W = 1 J/s

Puissance instantanée

$$\boxed{P = \frac{dU}{dt}}$$

Puissance instantanée

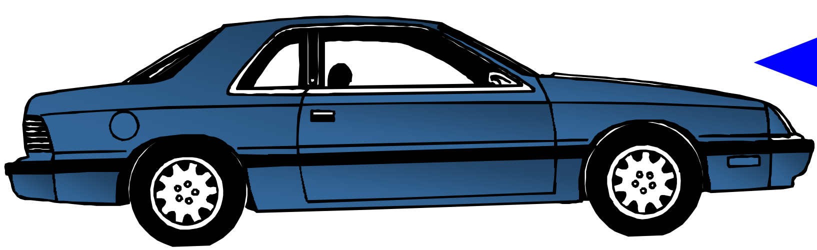
Si on insère la définition du travail dans celle de la puissance instantanée, on obtient une relation utile.

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}\right) = \frac{d}{dt}\left(\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot \vec{v}\, dt\right)$$

$$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

Puissance positive
La force fait un travail positif, ce qui fournit de l'énergie au système.

Puissance négative
La force fait un travail négatif, ce qui retire de l'énergie au système.



$$F_r = \frac{C_x \rho S v^2}{2}$$

$v = 100$ km/h

La puissance associée à la résistance de l'air est négative, car elle retire de l'énergie à la voiture.

Rendement

Le rendement η est le rapport de la puissance générée par un dispositif (sortie) et de la puissance qu'il reçoit (entrée). Le rendement se situe entre 0 et 100 %.

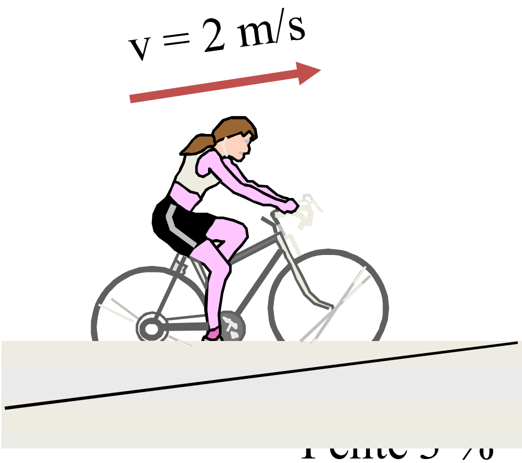
$$\boxed{\eta = \frac{P_{\text{fournie}}}{P_{\text{reçue}}}}$$

Le rendement idéal est de 100 % : toute la puissance reçue en entrée sert à fournir une puissance en sortie. En pratique, aucun processus n'a un rendement de 100 % à cause des pertes par frottement.

Processus/appareil	Rendement (ordre de grandeur)
Moteur à combustion	~ 30 %
Moteur électrique	~ 70-90 %
Cellule solaire	< 40 %
Réfrigérateur	< 50 %

Exemple – Rendement à vélo

Une femme de 60 kg sur un vélo de 7 kg développe une puissance de 175 W qu'elle utilise pour grimper une côte de 3% à la vitesse constante de 2 m/s. Déterminez le rendement du système femme-vélo.

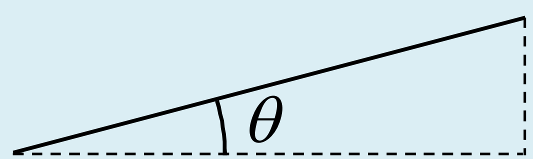


N.B. Négligez la résistance de l'air et la résistance au roulement des roues. Le rendement du vélo peut être inférieur à 100 % à cause des frottements internes entre les pièces du vélo.

Connu :
$m = 67$ kg, $P_{\text{reçue}} = 175$ W, vitesse constante $v = 2$ m/s, pente 3 %

On recherche : Rendement η du système femme-vélo

Stratégie de résolution
1. Faire le DCL-DCE du système femme-vélo ;
2. Déterminer la force qui permet au vélo d'avancer en résolvant la 2e loi de Newton ;
3. Calculer la puissance fournie par cette force ;
4. Calculer le rendement.



$$pente = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\theta$$

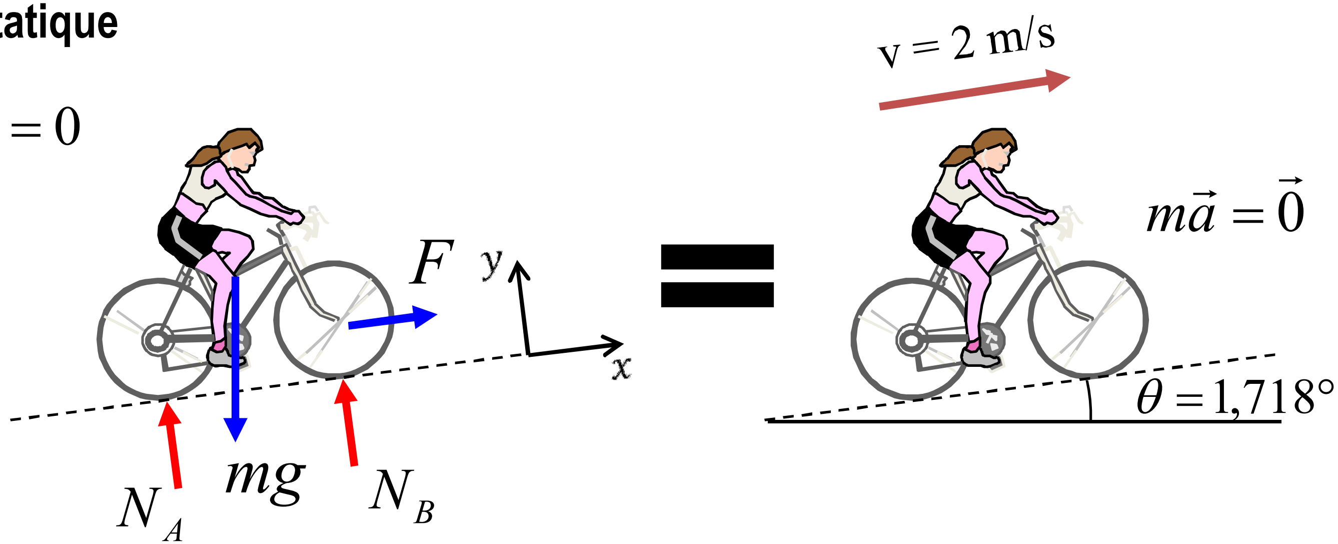
$$\theta = \arctan\left(0{,}03\right) = 1{,}718°$$

Exemple – Rendement à vélo

DCL-DCE et équilibre statique

$$\sum F_x = F - mg\sin\theta = 0$$

$$F = mg\sin\theta$$



Puissance fournie par la force *F*

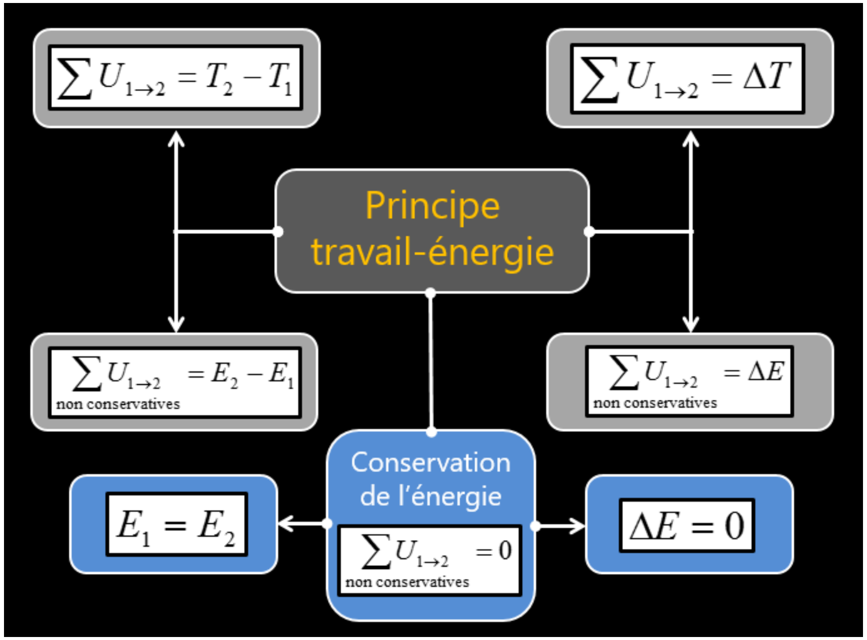
$$P_{\text{fournie}} = \vec{F}\cdot\vec{v} = Fv = mgv\sin\theta$$

$$= 67\cdot 9{,}81\cdot 2\sin(1{,}718°) = 39{,}41\ \text{W}$$

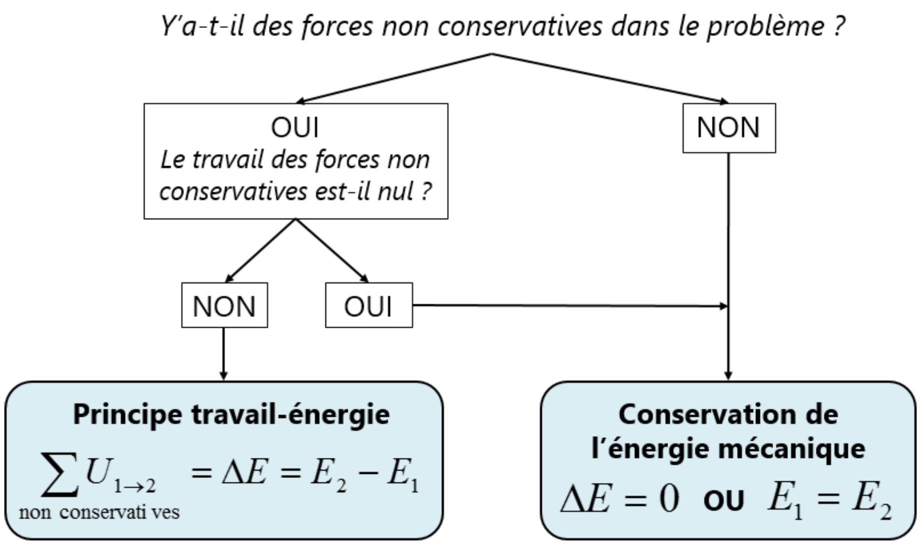
Rendement du système femme-vélo

$$\boxed{\eta = \frac{P_{\text{fournie}}}{P_{\text{reçue}}} = \frac{39{,}41\ \text{W}}{175\ \text{W}} = 22{,}5\ \%}$$

Conclusion du cours



Un seul principe central !



Identifier la situation

Puissance
Rythme auquel un travail est effectué.

$$\overline{P} = \frac{U_{1\to2}}{\Delta t} = \frac{U_{1\to2}}{t_2 - t_1} \qquad P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Rendement
Rapport de la puissance fournie sur la puissance reçue.

$$\eta = \frac{P_{\text{fournie}}}{P_{\text{reçue}}}$$