

10. அன்வருவங்களில் எடு R -ன் அடக்கமான கணம்
 (அ) R (ஆ) Q
 (இ) $[0, 1]$ (ஈ) $(0, 1)$.

Which one of the following is a compact subset of R ?

- (அ) R (ஆ) Q
 (இ) $[0, 1]$ (ஈ) $(0, 1)$.

PART B — (5 × 6 = 30 marks)

Answer ALL questions.

11. (அ) (M, d) ஒரு மெட்ரிக் வெளி என்க. M ஓத்து ஏதுமொத்து குறிபிற் கொட்ட வரிசெய்து கொடுக்கவிடுவது என்க.

Let (M, d) be a metric space. Show that any convergent sequence in M is a Cauchy sequence.

Or

- (ஆ) ஒரு மெட்ரிக் வெளியின் முடிவுகள் என்னிட்டுக் கொண்ட ஒட்டு கண்களின் சேர்க்கையும் முடிவுகள் என்றிருப்பது.

In a metric space, show that finite union of closed sets is closed.

18. (அ) $f : M_1 \rightarrow M_2$ ஒடு கொட்டர்ஸ்சியான என்பது $\Leftrightarrow f(\bar{A}) \subseteq \bar{f(A)}$ வரை நிறுவுக.

Show that $f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous $\Leftrightarrow f(\bar{A}) \subseteq \bar{f(A)}$ வரை நிறுவுக.

Or

- (ஆ) (i) சரியான தவற எனக் கூறி வருமாப்படுத்தி $f : M_1 \rightarrow M_2$ கொட்டர்ஸ்சியான என்பது நிறுத்து எனில் M_1 -வில் $f(G)$ மற்றும் கணமாக இருக்க அவசியமிடுவது.

- (ii) $f : M_1 \rightarrow M_2, g : M_2 \rightarrow M_3$ என்பது கொட்டர்ஸ்சியான என்பது எனில் $g \circ f : M_1 \rightarrow M_3$ என்பது கொட்டர்ஸ்சியான என்பது நிறுவுக.

- (i) State whether the following is true or false – Justify. If $f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous and G is open in M_1 , then it is not necessary that $f(G)$ is open in M_2 .

- (ii) If $f : M_1 \rightarrow M_2, g : M_2 \rightarrow M_3$ are continuous functions, prove that $g \circ f : M_1 \rightarrow M_3$ is also a continuous function.

Let (M_1, d_1) , (M_2, d_2) be two metric spaces.
Prove that a function $f: M_1 \rightarrow M_2$ is continuous if and only if $f^{-1}(F)$ is closed in M_1 , whenever F is closed in M_2 .

Or

(ஆ) வழக்கமான மெட்ரிக்கை கொண்டு மெட்ரிக் வெளிகள் $(0, 1)$ மற்றும் $(0, \infty)$ ஒழியோ மார்பிக் கூட நிருபி.

Prove that the metric spaces $(0, 1)$ and $(0, \infty)$ with usual metrices are homeomorphic.

14. (அ) ஒன்றாக்கு மேற்பட்ட புள்ளிகளைக் கொண்ட ஏந்தவாரு தனித்த மெட்ரிக் வெளியும் தொடுத்த கணம் அல்ல என நிருபி.

Prove that any discrete metric space M with more than one point is disconnected.

Or

(ஆ) ஒரு தொடுத்த கணத்தின் தொடர் பிம்பழும் தொடுத்த கணம் எனக் காட்டுக.

Show that continuous image of a connected set is connected.

15. (அ) முற்றிலும் வரம்புதைய மெட்ரிக் வெளியை வரைபடி. ஓர் அடக்கமான மெட்ரிக் வெளி முற்றிலும் வரம்புதையை என நிறுவுக.

Define a totally bounded metric space. Prove that a compact metric space is totally bounded.

Or

(ஆ) மெட்ரிக் வெளி (M, d) யில் எந்த ஒரு அடக்கமான உட்கணமும் வரம்புதைய உட்கணமாக இருக்குக என நிருபி.

Prove that any compact subset of a metric space (M, d) is bounded.

PART C — $(5 \times 12 = 60 \text{ marks})$

Answer ALL questions.

16. (அ) (i) என்னிட்டுக்க கணங்களின் எண்ணிடத் தகவு சேர்ப்புக் கணம் என்னிட்டுக்க கூட என நிருபி.
(ii) எந்த வொரு மெட்ரிக் வெளியிலும் முடிவும் என்னிக்கலவிலான திறந்த கணங்களின் வெட்டு திறந்தது என நிருபி.

5. வழக்கமான மூட்டிக் கெளி (\mathbb{R}, d) பில்
 $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$ எனில் $\text{Int } \overline{A} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (அ) A (ஆ) \emptyset
 (இ) A' (ஈ) \overline{A} .

In the usual metric space (\mathbb{R}, d) , let

$A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$. Then $\text{Int } \overline{A} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (அ) A (ஆ) \emptyset
 (இ) A' (ஈ) \overline{A} .

6. செய் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றில் முதல் வகையைச் சார்பாக ஏது

- (அ) R (ஆ) (a, b)
 (இ) $[a, b]$ (ஈ) Q .

Which one of the following is of first category?

- (அ) R (ஆ) (a, b)
 (இ) $[a, b]$ (ஈ) Q .

7. பின்வருவனவற்றில் எது R -ல் கொடுக்க கணம் அல்ல

- (அ) Q (ஆ) $(0, 1)$
 (இ) R (ஈ) $[0, 2] \cup [1, 3]$.

(iii) M cannot be written as the union of two non empty subsets A and B such that $A \cap \overline{B} = \overline{A} \cap B = \emptyset$.

(iv) M and \emptyset are the only sets which are both open and closed in M .

20. (அ) (i) (M_1, d_1) என்பது அடக்கமான மூட்டிக் கெளி. (M_2, d_2) எதாவது ஒரு மூட்டிக் கெளி என்க. எந்த ஒரு கொடுக்கப்பியான காப்பு $f : (M_1, d_1) \rightarrow (M_2, d_2)$ ம் கீழே கொடுக்கப்பியான காப்பு என்றாலும்.

(ii) M_1 அடக்கமானது அல்ல எனில் $C_G G$ என்ற கோட்டுப் பாக்கமையா?

(i) Let (M_1, d_1) be a compact metric space, (M_2, d_2) be any other metric space. Prove that any continuous function $f : (M_1, d_1) \rightarrow (M_2, d_2)$ is uniformly continuous.

(ii) If M_1 is not compact, whether the above theorem true?

Or

13

6404/AEB

- \Rightarrow நிறுவ.
- \Leftrightarrow continuous
- \Leftrightarrow மூலமாகப்பட்டது
மீண்டும் M_1 முறை
-ல் $f(G)$ மூலம்
நிறுவலோ.
- $M_1 \rightarrow M_2$ என்றால்
மூலமாக
நூலாக நிறுவலோ
- following is true or
 $f : M_1 \rightarrow M_2$ is
open in M_1 , then
that $f(G)$ is open
- $f : M_1 \rightarrow M_2$ are
also a continuous
- 6404/AEB
- (i) Prove that countable union of countable sets is countable.
 - (ii) In any metric space, prove that the intersections of a finite number of open sets is open.

Or

- (a) எந்த ஒரு மெட்ரிக் வெளிக்கூலும் ஒவ்வொரு மூலம்
பந்தும் ஒரு மூலம் கணம் எனக் காட்டுக.

Show that in any metric space, every closed ball is a closed set.

17. (a) ஒரு மெட்ரிக் வெளிக்கூலும் கணம் A எங்கும்
அடர்ந்தியற்றகாக இருப்பதற்கு செயல்வாடுகள்
போதுமானதானால் நிபந்தனை A^c எங்கும்
அடர்ந்தியற்றகாக இருக்க வேண்டும் என நிறுவக.

Prove that a closed set A in a metric space is
nowhere dense if and only if A^c is
everywhere dense.

Or

- (b) மூலமாகவில் வகுக்க செற்றக்கூட அல்லது
State and prove Baire's category theorem.

12. (a) மூலமாக மெட்ரிக் வெளிக்கூலும் ஒரு உட்கணம்
 A மூலமாகவில்லை செயல்வாடுகள்
போதுமானதானால் நிபந்தனை A ஒரு மூலம் கணம்
என நிறுவக.

Prove that in a complete metric space a
subset A is complete if and only if A is closed.

Or

- (a) A என்க (M, d) என்ற மெட்ரிக் வெளிக்கூலும்
உட்கணம் என. $x \in \bar{A}$ ஆக இருந்தால் எடுத்து
ஏதொர் $r > 0$ க்கும் $B(x, r) \cap A \neq \emptyset$ ஆக
இருக்கும் எனக் காட்டுக.

Let A be a subset of a metric space (M, d) .
Show that $x \in \bar{A}$ if and only if
 $B(x, r) \cap A \neq \emptyset$ for all $r > 0$.

13. (a) $(M_1, d_1), (M_2, d_2)$ என்றால் இரு மெட்ரிக் வெளிக்கூல் என. $f : M_1 \rightarrow M_2$ என் எங்கூலாகச் செல்லும் நிறுத்தகால் இருக்காத மூலமாக
 F என்பது M_2 -ல் மூலமாக இருக்கும்
பொதுமானம் $f^{-1}(F)$. M_1 -ல் மூலமாக
இருக்கும் என நிறுவ.

2. X என்ற ஒவ்வொரு கணத்தில் d என்ற மெட்ரிக்
 $d(x, y) = \begin{cases} 0 & x = y \text{ எனில்} \\ 1 & x \neq y \text{ எனில்} \end{cases}$ என வகுப்புறுக்கப்படும்
 d என்பது

- (அ) யூக்ளிடியன் மெட்ரிக்
- (ஆ) சிரான மெட்ரிக்
- (இ) தனித்த மெட்ரிக்
- (ஈ) இலவ ஏதுமில்லை.

Q2

The metric d defined on a non empty set X is given by

$$d(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{if } x = y \\ 1 & \text{if } x \neq y. \end{cases}$$

Then d is a

- (a) Euclidean metric
- (b) Uniform metric
- (c) Discrete metric
- (d) None of these.

3. $f : R \rightarrow R$ என்ற சார்பு $f(x) = \sin x$ என வகுப்புறுக்கப்பட்டால், f என்ற சார்பு
- (அ) சிரான தொடர்ச்சியாகும்
 - (ஆ) சிரான தொடர்ச்சியற்றாது
 - (இ) தொடர்ச்சியற்றாகும்
 - (ஈ) இலவ ஏதுமில்லை.

e union of
and B such

which are

metric space.
netric space.
ous function
uniformly

whether the

6404/AEB

19. (a) R கு ஒரு உட்வெளி நொடுத்தாக இருந்தால்,
இருத்தால் மட்டுமே அது ஒரு இடைவெளி என
இல்லை.

Prove that a subspace of R is connected if
and only if it is an interval.

Or

- (a) (M, d) என்ற மூட்டிக் வெளியில்
கீழ்க்கண்ட வெளியில் என நிருப்பி.

- (i) M என்பது நொடுத்த கோடு
- (ii) இருங்கு பொதுவற்று, வெற்றற் முடிய
கண்களின் செப்பாக M -க் கோடு
முடியாது
- (iii) $A \cap \bar{B} = \bar{A} \cap B = \emptyset$ என அமையும்படி
 A முழும் B என்ற இருங்கு வெற்றற்
கண்களின் செப்பாக M -க் கோடு
முடியாது
- (iv) $M - \mathbf{a}$ M ஏற்றும் \emptyset ஆகிய கணங்கள்
மட்டுமே முடியத்தாலும் நிறுத்தாகலும்
இருக்கும்.

Let (M, d) be a metric space. Prove that the
following are equivalent.

- (i) M is connected.
- (ii) M cannot be written as the union of
two disjoint non empty closed sets.

Which one of the following is not a connected
subset of R ? 95

- (a) Q
- (b) $(0, 1)$
- (c) R
- (d) $[0, 2] \cup [1, 3]$.

மீண்டுமொத்தம் ஏது R -க் கோடுத்த கோடுகளும்

- (அ) $[4, 6] \cup [8, 10]$
- (ஆ) $[4, 6] \cap [5, 7]$
- (இ) $[4, 6] \cap [8, 10]$
- (ஈ) $[4, 6] \cup [7, 8]$.

Which one of the following is a connected subset
of R ? 96

- (a) $[4, 6] \cup [8, 10]$
- (b) $[4, 6] \cap [5, 7]$
- (c) $[4, 6] \cap [8, 10]$
- (d) $[4, 6] \cup [7, 8]$.

9. $B[0, 1]$ என்ற I_2 -க் கோடுகளும்

- (அ) முழுமொத்த கோடுகளும்
- (ஆ) அடக்கமானது
- (இ) திறந்த கோடு
- (ஈ) அடக்கமற்றது.

In I_2 , the subset $B[0, 1]$ is

- (a) totally bounded
- (b) a compact set
- (c) an open set
- (d) not a compact set.

(ஆ) கூறுக் கோருக் கேட்டதை எழி நிறுவ.

State and prove Heine Borel theorem.

93

The function $f : R \rightarrow R$ defined by $f(x) = \sin x$.

Then f is

- (a) uniformly continuous
- (b) not uniformly continuous
- (c) not continuous
- (d) none of these.

4. $f : R \rightarrow R$ என்ற சார்பு $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{if } x < 0 \\ 2 & \text{if } x \geq 0. \end{cases}$

வாய்மைக்கப்படால், f என்ற சார்பு

(அ) கூடாக்கியான சார்பு

(ஆ) கூடாக்கியற்றுத்

(இ) ஒனிக் கூடாக்கியானது

(ஈ) எங்கும் கூடாக்கியற்றுத்.

The function $f : R \rightarrow R$ defined by

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{if } x < 0 \\ 2 & \text{if } x \geq 0. \end{cases}$$

Then f is a

- (a) continuous function
- (b) not a continuous function
- (c) continuous at 0
- (d) nowhere continuous.

SECTION B — (5 × 7 = 35 marks)

$$(a) \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{45}{2h} [32y_0 + 12y_1 + 32y_2 + 14y_3 +$$

$$+ \dots + y_{n-1} + 8(y_n + y_0 + \dots)]$$

$$(b) \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{45}{3h} [y_0 + y_1 + 32y_2 + 14y_3 +$$

$$+ (32y_4 + 12y_5 + 32y_6 + 14y_7 + \dots) +$$

$$(c) \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{10}{3h} [y_0 + y_1 + 32y_2 + 14y_3 +$$

$$+ (32y_4 + 12y_5 + 32y_6 + 14y_7 + \dots) +$$

$$(d) \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{10}{3h} [y_0 + 5y_1 + 5y_2 + 6y_3 +$$

$$+ (2y_4 + 5y_5 + (2y_6 + 5y_7 + 5y_8 + 6y_9 + 5y_{10}) +$$

$$+ (2y_{11} + 5y_{12} + \dots + 5y_{n-1} + 5y_n + 6y_{n+1} + 5y_{n+2} +$$

$$+ 5y_{n+3} + \dots)]$$

Boole's rule is _____

$$(e) \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{45}{2h} [32y_0 + 12y_1 + 32y_2 + 14y_3 +$$

$$+ \dots + y_{n-1} + 8(y_n + y_0 + \dots)]$$

$$(f) \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{10}{3h} [y_0 + y_1 + 32y_2 + 14y_3 +$$

$$+ (32y_4 + 12y_5 + 32y_6 + 14y_7 + \dots) +$$

$$(g) \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{45}{2h} [7y_0 + 32y_1 + 12y_2 + 32y_3 +$$

$$+ 5y_{n-1} + y_n)]$$

$$+ (2y_{n-6} + 5y_{n-5} + y_{n-4} + 5y_{n-3} + y_{n-2} +$$

$$+ y_{n-1} + 5y_n) + (2y_6 + 5y_7 + y_8 + 6y_9 + 10y_{10} + 5y_{11}) +$$

$$(h) \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{10}{3h} [y_0 + 5y_1 + 5y_2 + 6y_3 +$$

$$+ (2y_4 + 5y_5 + (2y_6 + 5y_7 + 5y_8 + 6y_9 + 5y_{10}) +$$

$$+ (2y_{11} + 5y_{12} + \dots + 5y_{n-1} + 5y_n + 6y_{n+1} + 5y_{n+2} +$$

$$+ 5y_{n+3} + \dots)]$$

10. Boolean rule is _____

The formula $y_p = y_0 + p \left[\frac{\Delta y_0 + \Delta y_{-1}}{2} \right] + \frac{p^2}{2!} \Delta^2 y_{-1} + \frac{p(p^2 - 1)}{3!} \left[\frac{\Delta^3 y_{-1} + \Delta^3 y_{-2}}{2} \right] + \frac{p^2(p^2 - 1)}{4!} \Delta^4 y_{-2} + \dots$ is known as _____

- (a) Bessel's formula
- (b) Laplace Everett's formula
- (c) Stirling's formula
- (d) Gauss's formula.

6. வடிவ கூறுக்கூறு பார்த்து
கூறுக்கூறு நினைவு கூறி

$$(a) \Delta^n \cup = \frac{\Delta^n \cup}{h^n}$$

$$(b) \Delta^{n-1} \cup = \frac{\Delta^n \cup}{n! h^n}$$

$$(c) \Delta^{-n} \cup = \frac{\Delta^n \cup}{n! h^n}$$

$$(d) \Delta^{-1} \cup = \frac{\Delta^n \cup}{(n-1)! h^n}$$

4

7217/SMT8C52/
SMC8C53

15. (a) Newton - Cotes's முதல் மற்றும் இரண்டாம் பங்கு.

Derive Newton - Cotes' quadrature formula.

Or

(a) (i) Trapezoidal rule

(ii) ஒரெட்டு 1/3 முறை

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^2} \text{ முறையை}$$

Evaluate $\int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^2}$ by using

(i) Trapezoidal rule

(ii) Simpson one third rule.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Gauss Jordan முறையைப் பயன்படுத்தி 3 முறை முறையில் கூறுகின்ற சம்பந்தமாக
 $5x - 2y + 3z = 18$
 $x + 7y - 3z = -22$
 $2x - y + 6z = 22$.

13

7217/SMT8C52/
SMC8C53

Maths Dept. II. 11.10
6404/AEB F.N NOVEMBER 2010

Paper VIII — REAL ANALYSIS 91

(For those who joined in July 2006 and 2007)

Time : Three hours Maximum : 100 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. எந்தவொரு மெட்ரிக் வெளியிலும் திறந்த கணங்களின் தொகுதியின் சேர்ப்புக் கணம்.
 - (அ) திறந்தது
 - (ஆ) மூடியது
 - (இ) திறந்தது மற்றும் மூடியது
 - (ஈ) அப்ரதியான கணம்.

In any metric space the union of any family of open sets is

- (a) open
- (b) closed
- (c) both open and closed
- (d) dense set.

Newton's backward difference formula to find the first derivative at $x = x_0$ is _____

- (a) $\frac{1}{h} [\Delta y_n + \frac{1}{2} \Delta^2 y_n + \frac{1}{3} \Delta^3 y_n + \dots]$
 - (b) $\frac{1}{h} [\nabla y_n + \frac{1}{2} \nabla^2 y_n + \frac{1}{3} \nabla^3 y_n + \dots]$
 - (c) $\frac{1}{h^2} [\nabla^2 y_n + \nabla^3 y_n + \frac{11}{12} \nabla^4 y_n + \dots]$
 - (d) $\frac{1}{h^2} [\nabla^2 y_n - \nabla^3 y_n - \frac{11}{12} \nabla^4 y_n + \dots]$.
8. இடைக்கணிப்பு பல்லுறப்பான் $f(x)$ என் மீப்பெறு மீசிறு மதிப்புக்களைக் கணக்கூடுதல் மீப்பெறுத்த வேண்டும்

- (a) $f(x)$
- (b) $f(x)$ என் முதல் வகைக்கெடு
- (c) $f(x) - f(x_0)$
- (d) $f(x)$ என் இரண்டாவது வகைக்கெடு.

6

7217/SMT8C52/
SMC8C53

Prove that

$$(i) \quad \mu\delta = \frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta E^{-1}}{2}$$

$$(ii) \quad E^{\frac{1}{2}} = \mu + \frac{1}{2}\delta.$$

13. (a) நிட்டித்தின் முதல்கணக்கு இடைக்கணிப்பு பல்லுறப்பான் கணக்கூடுதல் செய்யக்கூடிய கணக்கு. அதிலிருந்து $x = 5$ க்கு y என் மதிப்பைக் கணக்க.

$$\begin{array}{cccc} x & : & 4 & 6 \\ y & : & 1 & 3 \end{array}$$

Construct Newton's forward interpolation polynomial for the following data :

$$\begin{array}{cccc} x & : & 4 & 6 \\ y & : & 1 & 3 \end{array}$$

Use it to find the value of y for $x = 5$.

Or

- (b) கிள்கும் விவரங்களிலிருந்து $x = 0$ க்கு $f(x)$ என் மதிப்பை கணக்குவிடுதல் இடைக்கணிப்பு வகைப்படிப்பு பயின்படுத்துக் கணக்க.

$$\begin{array}{ccccc} x & : & -1 & -2 & 2 & 4 \\ f(x) & : & -1 & -9 & 11 & 69 \end{array}$$

11 7217/SMT8C52/
SMC8C53

Find a real root of the equation $x^3 - 3x + 1 = 0$ lying between 1 and 2 correct to three places of decimal by using bisection method.

Or

(a) திட்டத்தை முறையின் வடிவத்தில்
 $xe^x = \cos x$ என்ற நம்பாட்டியிலிருந்து குறிப்புகள் எடுக்க.

Find a +ve root of the equation $xe^x = \cos x$ using Newton-Raphson method.

12. (a) பின்கொண்டு காட்டி அறிய: $\Delta \left[\tan^{-1} \left(\frac{n-1}{n} \right) \right] = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2n^2} \right)$

Prove that $\Delta \left[\tan^{-1} \left(\frac{n-1}{n} \right) \right] = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2n^2} \right)$.

Or

(a) பின்கொண்டு:

(i) $\mu\delta = \frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta E^{-1}}{2}$

(ii) $E^{\frac{1}{2}} = \mu + \frac{1}{2}\delta$.

The maxima and minima of the interpolating polynomial $f(x)$ can be obtained by equating _____ to zero

- (a) $f(x)$
- (b) first derivative of $f(x)$
- (c) $f(x) - f(x_0)$
- (d) 2nd derivative of $f(x)$.

9. Differencing $\frac{3}{8}$ rule Simpson's rule

(a) h^6 (b) h^2

(c) h^4 (d) h

Error in Simpson's $\frac{3}{8}$ rule is of order

(a) h^6 (b) h^2

(c) h^4 (d) h

If A has n elements, the number of relations that can be defined on A is

- | | |
|-----------|---------------|
| (a) 2^n | (b) 2^{n^2} |
| (c) n^2 | (d) $2n$. |

3. $(z, +)$ மீல் - 1 மின் வரிசை

- | | |
|-------|----------------|
| (அ) 0 | (ஆ) 2 |
| (இ) 1 | (ஈ) ∞ . |

Order of -1 in $(z, +)$

- | | |
|-------|----------------|
| (a) 0 | (b) 2 |
| (c) 1 | (d) ∞ . |

4. (z_{18}, \oplus) மீன் வட்ட உட்கும் $\langle 2 \rangle$ -வு உள்ள அடுப்புகளின் எண்ணிக்கை

- | | |
|-------|--------|
| (அ) 1 | (ஆ) 18 |
| (இ) 9 | (ஈ) 5. |

Number of elements in the cyclic subgroup $\langle 2 \rangle$ in (z_{18}, \oplus)

- | | |
|-------|--------|
| (a) 1 | (b) 18 |
| (c) 9 | (d) 5. |

55

(ஆ) N என்பது G என்ற குலத்தின் நேர்க்கை எட்டுக்கும் எனில் $NabNb = Nab$ என்ற செயல்விதம் கீழ் G/N ஒரு குலம் என நிறுவுக.

Let N be a normal subgroup of a group G . Then prove that G/N is a group under the operation defined by $NabNb = Nab$.

19. (அ) வரிகச ந உடைய எந்தவொரு முடிவறு வட்ட குலமும் (z_n, \oplus) உடன் ஸம ஒப்புகளும் உடையது என நிறுவுக.

Prove that any finite cyclic group of order n is isomorphic to (z_n, \oplus) .

Or

(ஆ) குலங்களுக்கான செயல்வாப்புக்கை அடிப்படை நேற்றத்தை ஏழுதி நிறுவுக.

State and prove fundamental theorem of homomorphism for groups.

20. (அ) (i) பூச்சிய வகுப்பாள்கள் இவ்வாறு ஒரு முடிவறு பரிமாற்று வகையைம் ஒரு புலம் என நிறுவுக.

(ii) எந்தவொரு புலமும் ஓர் எண் அரங்கம் ஆகும் என நிறுவுக.

(i) Prove that a finite commutative ring R without zero divisors is a field.

(ii) Prove that any field is an integral domain.

Or

Find the Laurent series expansion for the function $f(z) = \frac{-1}{(z-1)(z-2)}$ in the region

- (i) $|z| < 1$.
- (ii) $1 < |z| < 2$.
- (iii) $|z| > 2$.

Or

(iv) $f(z) = \frac{z-1}{z+1}$ எனும் காலை $z=1$ விடப்பட்டு நெரிசல் விரிவுபடுத்தி எழுத. மேலும் இத்தொடர் எப்பகுதியில் ஒருங்கும் என்பதைக் காடு.

Expand $f(z) = \frac{z-1}{z+1}$ as a Taylor's series about the point $z=1$. Further determine the region of convergence.

20. (v) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{x^6 + 1} = \frac{\pi}{3}$ என நிறுவு.

Prove that $\int_0^{\pi} \frac{dx}{x^6 + 1} = \frac{\pi}{3}$.

Or

(vi) $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos \theta}$ காண.

Evaluate $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos \theta}$.

12. (a) Q என்பது R மீற்ற கணம் அல்ல என்றிருவக்
Prove that Q is not open in R .

Or

- (b) விகிதமுறை எண்களின் கணம் என்பது R மூடிய
கணம் அல்ல என்றிருவக்
Prove that the set of irrational numbers is
not closed in R .

13. (a) M_1, M_2, M_3 யாப்பு மெசீஸ் மற்றும்
 $f: M_1 \rightarrow M_2, g: M_2 \rightarrow M_3$ கொடுக்கியான
ஏப்புகள் எனில் $g \cdot f$ கொடுக்கியானாலும் என்றிருவக்.
If M_1, M_2, M_3 be metric spaces and if
 $f: M_1 \rightarrow M_2$ and $g: M_2 \rightarrow M_3$ are continuous
functions then prove that $g \cdot f$ is continuous.

Or

- (b) நெருஞன யாப்புகளுடன் கூடிய $[0, 1]$ மற்றும் $[0, 2]$
என்ற யாப்புமெசீஸ், சம ஒப்புமையும்யானை
என்றிருவக்.
Prove that the metric spaces $[0, 1]$ and $[0, 2]$
with usual metrics are homeomorphic.

14. (a) ஒரு புள்ளியை ஒரு அதிகம் கொண்ட நல்திற்
யாப்புமெசீஸி இனைத்தூரு அல்ல என்றிருவக்.
Prove that any discrete space with more than
one point is disconnected.

Or

7. பின்வருவதைத் தீர்க்க உதவங்க எடுக்குமால்
கண்டுபிடி

- (a) Z (b) Q
(c) $R - \{0\}$ (d) R

Determine which of the following is a connected
subset of R

- (a) Z (b) Q
(c) $R - \{0\}$ (d) R

8. சிரியான வாக்கியத்தைக் கண்டுபிடி

- (a) R என்பது இனைத்தாலும்
(b) Q என்பது இனைத்தாலும்
(c) ஒரு இனைந் தெவிடிகள் எடுவதில்
இனைத்தாலும்
(d) A, B என்பது இனைத்தாலோ எனில் $A \cup B$ முதல்
இனைத்தாலும்

Find the correct statement.

- (a) R is connected
(b) Q is connected
(c) A subspace of a connected space is
connected
(d) $A \cup B$ is connected if A and B are
connected

13. (a) கிடைத்த விபாதித்திற்கு எனிய சராசரி குறியீடு என் 1992 ஆம் ஆண்டுக்குக் காலம்.

சர்க்குகள்	1991ஆம் வினாவை		1992ஆம் வினாவை	
	குபாசில்	ரூபாசில்	குபாசில்	ரூபாசில்
அரிசி	7	8		
காஷ்மீர்	3.5	3.75		
எண்ணோய்	40	43		
வாயு	78	85		
மாவு	4.5	5.25		

From the below data construct the simple aggregate index number for 1992.

Commodities	Prices in 1991 in Rupees	Prices in 1992 in Rupees
Rice	7	8
Wheat	3.5	3.75
Oil	40	43
Gas	78	85
Flour	4.5	5.25

Or

(b) வினாவுடையின் குறியீடு என்னைக் காலம் கூட்டுச் சராசரி உட்போகிக்க.

சர்க்குகள்	அரிசி	காஷ்மீர்	எண்ணோய்	வாயு	கூட்டுவரு
1990	158	168	157	155	
1991	272	326	309	304	

Find the Index Number of price relation with use Arithmetic mean.

Commodities	Rice	Chelam	Cumbu	Ragi
1990	158	168	157	155
1991	272	326	309	304

13. (b) கிடைத்த விபாதித்திற்கு ஒடு கேட்கோடு பொறுத்து.

x :	0	1	2	3	4
y :	2.1	3.5	5.4	7.3	8.2

Fit a straight line to the following data :

x :	0	1	2	3	4
y :	2.1	3.5	5.4	7.3	8.2

Or

(a) கிடைத்த விபாதித்திற்கு வினாவைக்கொடு பொறுத்து.

x :	1	2	3	4	5	6
y :	14	27	40	55	68	300

Fit a curve $y = a e^{bx}$ for the below data :

x :	1	2	3	4	5	6
y :	14	27	40	55	68	300

14. (a) ஒருபடித் தீட்டக் கணக்கில் கணித வடிவமொழியை எழுது.

Write the Mathematical formulation of a LPP.

Or

Maths Dept. 11.11.10
F.N.

7217/SMT8C52/
SMC8C53

NOVEMBER 2010

83

NUMERICAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $x^3 - x - 1 = 0$ -ன் சிறிய மிகைத் தீர்வைக் காண, எனிய மறுசெய்கை முறைப்படி சமன்பாட்டை எழுதும் முறை

(அ) $x = x^3 - 1$ (ஆ) $x = (x + 1)^{\frac{1}{3}}$

(இ) $x = \frac{1}{x^2 - 1}$ (ஈ) $x = \frac{x + 1}{x^2}.$

To find the smallest positive root of $x^3 - x - 1 = 0$ by the method of simple iteration, the equation should be rewritten as

(அ) $x = x^3 - 1$ (ஆ) $x = (x + 1)^{\frac{1}{3}}$

(இ) $x = \frac{1}{x^2 - 1}$ (ஈ) $x = \frac{x + 1}{x^2}.$

20

(a) கீழ்க்கண்ட ஒருபட்ட திட்டத் தகவலை அந்த தரவாளர்வாய்மில் எழுதுக.

$$\text{மீன்சிறியதாக்குத் } Z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

$$\text{கட்டுப்பாடுகள் } -x_1 + 3x_2 \leq -5$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq -8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Write the below LPP in its standard form :

$$\text{Minimize } Z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

$$\text{subject to: } -x_1 + 3x_2 \leq -5$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq -8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

15. (a) வரைபடம் மூலம் தீர்வு:

$$\text{மீப்பெரியதாக்குத் } Z = x_1 + x_2$$

$$\text{கட்டுப்பாடுகள் } 5x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Solve graphically the below LPP :

$$\text{Maximize } Z = x_1 + x_2$$

$$\text{subject to: } 5x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Or

10 7206/SMT8N21

SECTION B — (5 × 7 = 35 marks)

Answer ALL questions, choosing (a) or (b)
not exceeding 2 pages each.

All questions carry equal marks.

11. (a) $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_k$ முறையே n_1, n_2, \dots, n_k என்னிக்கையிலான விபரங்களின் கூடுதல் தொகரிகள் எனில், அவைகள் எங்கொங்கொடும் சேர்த் திபரங்களின் கூடுதல் தொகரி.

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + \dots + n_k\bar{x}_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$
 என்றிருவது.

If $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_k$ are the A.M. of n_1, n_2, \dots, n_k observations then prove that the Arithmetic mean of the combined set of observations is given by

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + \dots + n_k\bar{x}_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$
.

Or

(b) #G11 11 மாணவர்களின் உயரங்கள் கீழ்க்கண்டப்பட்டுள்ளன. அவைகளின் இடைநிலை அளவு மற்றும் கால் அளவுகள் இடைவெள்ளுக்காணக்

66, 65, 64, 70, 61, 60, 56, 63, 60, 67, 62.

Find the median and quartiles of heights in c.m.s. of 11 students given by 66, 65, 64, 70, 61, 60, 56, 63, 60, 67, 62.

7 7206/SMT8N21

23

- (n) முன்றாம் காலப்பகுதி அளவு
 (o) 9-ஆவது தசை பகுதி அளவு
 (p) 19-ஆம் தசை பகுதி அளவு ஆரியவுற்றால் காலத்

கிடைவெளி	கிடைவெளி	கிடைவெளி	கிடைவெளி
11 - 15	8	36 - 40	41
16 - 20	15	41 - 45	28
21 - 25	39	46 - 50	16
26 - 30	47	51 - 55	4
31 - 35	52	Total	250

Find :

- (a) Mean.
 (b) Median.
 (c) First quartile.
 (d) Third quartile.
 (e) 9th decile.
 (f) 19th percentile

for the below frequency distribution.

Class	Frequency	Class	Frequency
11 - 15	8	36 - 40	41
16 - 20	15	41 - 45	28
21 - 25	39	46 - 50	16
26 - 30	47	51 - 55	4
31 - 35	52	Total	250

12

7206/SMT8N21

7. கெமலைக் குணகுகள் என்ன என்று அழையுமா?

- (அ) கட்டுப்பாடுகளின் குணகுகள்
 (ஆ) நுழிக்கோள் காலனில் குணகுகள்
 (இ) குறைவாற்ற கட்டுப்பாடுகளின் குணகுகள்
 (ஈ) அமைப்புக் குணகுகள்

What are the cost coefficients?

- (a) Coefficients of the constraints
 (b) Coefficients of the objective function
 (c) Coefficients of the non-negative constraints
 (d) Structural coefficients.

8. ஒரு பாதித் திட்ட கணக்கின் நிறைவேலை வடிவம் பின்னால் கணக்கு ஆகும்

- (அ) பெருமக்
 (ஆ) சிறுமக்
 (இ) உத்தமக்
 (ஈ) பெரும மற்றும் சிறுமக்.

The standard form of a LPP is a _____ problem.

- (a) Maximization
 (b) Minimization
 (c) Optimization
 (d) Both a maximization and minimization.

5

7206/SMT8N21

கோரி

9. வகுபட முனையில் உத்தமத்தீர்பு
ஏனெனில் ஒன்றில் பொறுப்பு கிடைக்கு
 (அ) பெருமப்புள்ளி (ஆ) எல்லைப்புள்ளி
 (இ) ஒருங்குப் (ஈ) உத்தமப்

In graphical method, the optimality is attained in
one of the _____ points.

- (a) maximum (b) boundary
 (c) extreme (d) optimal.

10. ஒரு ஒருபாக்த நிட்டக கணக்கின் கட்டுப்பாடுகள் ஒரு
நேர்த்திக் கிணறு செய்யப்படவில்லை எனில்.
அக்கணக்கிறது _____ தீர்வு இல்லை
 (அ) உத்தமத் (ஆ) சாத்தியத் தீர்வு
 (இ) சாத்தியமற்ற (ஈ) பெருமத்

When the constraints of a LPP are not satisfied
simultaneously, then the LPP has no _____
solution.

- (a) optimal (b) feasible
 (c) infeasible (d) maximum.

(ஆ) வகுபடம் கூடாத தீர்:

$$\text{மீச்சிறிதாக்கு} \quad Z = -x_1 + 2x_2$$

$$\text{கட்டுப்பாடுகள்} \quad -x_1 + 3x_2 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Solve the below LPP graphically :

$$\text{Minimize } Z = -x_1 + 2x_2$$

$$\text{subject to: } -x_1 + 3x_2 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions not exceeding
4 pages each.

All questions carry equal marks.

16. கீழ்க்கண்ட விகாரையை படிவதூக்கு

(அ) கட்டுச் சார்கி

(ஆ) இடைநிலை அளவு

(இ) முதல் காஸ்பகுதி அளவு

8-11-12

10-1
Maths

2792/SMT8C51/
SMC8C51

NOVEMBER 2012

48

REAL ANALYSIS
(Also common to Mathematics with CA)

(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. கிரெடின் கணங்களில் எது ஒன்றிடையாகிறது?

(அ) Z

(ஆ) Q^*

(இ) Q

(ஈ) R

Which one of the following sets is not countable?

(அ) Z

(ஆ) Q^*

(இ) Q

(ஈ) R

supply
ed in the
Platinum
pectively.

Profit/Unit
(Rs.)

500

600

1200

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

18. x_i -க் தளித்த மாறியாக எடுத்துக்கொண்டு நீர்க்கண்ட விபாதனிற்கு ஒரு இருபடிப்பரவுகளையுத்தூப் பெறுத்து
 $x:$ 0 1 2 3 4
 $y:$ 1 5 10 22 38

Fit a second degree parabola by taking x_i as the independent variable for the below data.

$$x: \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$y: \quad 1 \quad 5 \quad 10 \quad 22 \quad 38$$

19. ஒரு தொழிற்சாலை பின்டுமை மற்றும் தங்கம் போன்ற உலோகங்களை உபயோகித்து 3 வகையான பாக்ஸ்களைத் தயாரிக்கின்றது. இதை அரிய உலோகங்களின் பற்றாக்குறையால் அடங்கும் ஒரு நாலுக்கு உபயோகிக்கப்படும் அளவுகளை ஒழுங்குபடுத்துகின்ற விதியோகத் தேவைகள் மற்றும் யாபம் இலவசங்களைப் போற்றுத் தொடர்புகடை விபரங்கள் நீர்க்கண்ட அட்டவணையில் கொட்டப்பட்டுள்ளன.

பாக்ஸ்	ஒருங்குறைப் பாக்ஸ்	தங்கம்	ஒருங்குறைப் பாக்ஸ்
	(கிராம)	(கிராம)	(கிராம)
A	2	3	500
B	4	2	600
C	6	4	1200

பின்டுமை மற்றும் தங்கம் இலவசங்கள் திடீரி ஒதுக்கு முறையே 160 கிராம் கள் மற்றும் 120 கிராம் கள் கூடும் கணக்கிற்கு ஒரு இருபடிப்பிட்ட மாதிரி எடுத்து.

A company manufactures 3 types of parts which use precious metals Platinum and Gold. Due to the shortage of these precious metals the government regulates the amount that may be used per day.

Give a formula for the standard deviation of a frequency distribution.

$$(a) \sum f_i x_i \quad (b) \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$(c) \sum f_i (x_i - \bar{x}) \quad (d) \sqrt{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}$$

4. "ஏஷன்" எனக்க குடிமடி ஒரு முனை குறிக்கப்படுகிறது?

$$(அ) P_{101} \quad (ஆ) M_{101}$$

$$(இ) B_{101} \quad (ஈ) I_{101}$$

Fisher's index number is denoted by _____

$$(a) P_{101} \quad (b) M_{101}$$

$$(c) B_{101} \quad (d) I_{101}$$

5. $(x_i, y_i), \quad i = 1, 2, \dots, n$ என்பதைக் குறிப்பிட்டு விடும் விரைவும் போதுமான இயங்கிவைச் சம்பாடு _____

$$(அ) a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum y_i$$

$$(ஆ) a \sum x_i + b_n = \sum x_i y_i$$

$$(இ) a \sum x_i^2 + b \sum x_i + nc = \sum y_i$$

$$(ஈ) a \sum x_i^2 = \sum y_i$$

(a) $y = a + bx$ -இ a, b -ன் மதிப்புகளைக் கண்டத் தாக்கமுறை மூலம் கணக்கிடுக.

$x:$	0	1	2	3	4
$y:$	1.8	5.1	8.9	14.1	19.8

Use the method of least squares to determine a and b in $y = a + bx$ to fit in the following data :

$x:$	0	1	2	3	4
$y:$	1.8	5.1	8.9	14.1	19.8

14. (a) ஒரு சேரிய நெறிபடுத்தும் பிரச்சனையின் கணித வடிவ அனுபவப்ரகார வழிமுறைகளை எழுதுக.

Write the procedure of mathematical formulation of a linear programming problem.

Or

- (a) மீட்டா அலங்கரிப்பவர் ஒருவர் A, B என்ற இரு வகையான விளக்குகளைத் தயாரிக்கிறார். இரு விளக்குகளும் தொழிலநுட்பங்களை வெட்டுப்பவர் மற்றும் மெருகூட்டுப்பவர் ஆகிய இருவரிடம் செல்விறுத் திணக்கு A, வெட்டுப்பவர்

தோத்தில் 2 மணி நேரமும், மெருகூட்டுப்பவர் தோத்தில் 1 மணிநேரமும் எடுத்துக் கொள்விறுத் திணக்கு B, வெட்டுப்பவர் தோத்தில் 1 மணி நேரமும், மெருகூட்டுப்பவர் தோத்தில் 2 மணிநேரமும் எடுத்துக் கொள்விறுத் திணக்கு ஒரு மாதத்தில், வெட்டுப்பவரிடம் 104 மணி நேரங்களும், மெருகூட்டுப்பவர் 76 மணிநேரங்களும் உள்ளன விளக்கு A-ஐ திணக்கும் இவபம் ரூ. 6, விளக்கு B-ஐ திணக்கும் இவபம் ரூ. 11 அவுத் தயாரிக்கும் அனாந்து விளக்குகளையும் விற்கிற விற்கும். இவாபத்தின் பீட்டுப்படி மற்றும் காண்பதற்கான L.P.P-ஐ வடிவமைக்க.

A home decorator manufactures two types of lamps A and B. Both lamps go through two technicians first a cutter, second a finisher. Lamp A requires 2 hours of cutter's time and 1 hour of finisher's time; Lamp B requires 1 hour of cutter's and 2 hours of finisher's time. The cutter has 104 hours and finisher 76 hours of available time each month. Profit on one lamp A is Rs. 6 and on one lamp B is Rs. 11.00. He can sell all that he produces. Formulate this as a L.P.P which would maximize the profit.

முறை 400 அதன் பிற்கால வெவ்வேக மூலப்படியாக சீமாந் ஏர்மேன் தோகா அமைச்சர் டில்லி வேல்டும் மாண்பு செய்வது உப்பு வகுப்பும் மூலம் இருக்கிறது.

A company has two bottling plants one located in Chennai and other in Hyderabad. Each plant produces 3 soft drinks Coca-Cola, Fanta and Pepsi. The number of bottles produced per day in a month of May is as in the below table. According to the market condition there will be a demand of 20 thousand bottles of Coca-Cola, 40 thousand bottles of Fanta and 44 thousand bottles of Pepsi. The operating cost per day of plant at Chennai and Hyderabad are 600 and 400 units. For how many days each plant must run in May so as to minimize production cost while still meeting the market demand. Solve the LPP graphically.

Production

Drinks	Chennai	Hyderabad
Coca-cola	1500	1500
Fanta	3000	1000
Pepsi	2000	5000

7206/SMT8N21

NOVEMBER 2016

STATISTICS AND OPERATIONS RESEARCH

(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

All questions carry equal marks.

Choose the correct answer :

1. ஒரு பட்டினம் அதிக முறை வகுப்பு மற்றும் எதிர் எண்ணா? (a) சார்பி (b) இடைஞானம் (c) முகடு (d) மாற்பாரி

In a distribution the value of the variate which occurs maximum number of times is called

- (a) mean (b) median
(c) mode (d) variance.

2. தனிப் ராச்சி முறையின் மூலம் கண்டியப்படும் விலைகள் குறிப்பிடுவதற்கான வரும்பொடு

$$(a) P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \quad (b) P_{01} = \frac{\sum P_0}{\sum P_1}$$

$$(c) P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100 \quad (d) P_{01} = \frac{\sum P_0}{\sum P_1} \times 100.$$

Write the formula of price index number by simple aggregate method.

$$(a) P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \quad (b) P_{01} = \frac{\sum P_0}{\sum P_1}$$

$$(c) P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100 \quad (d) P_{01} = \frac{\sum P_0}{\sum P_1} \times 100.$$

3. ஒரு நிகழ்வின் பட்டியலில் திட்டவிலக்கம் காணும் குத்திரம் என்ன?

$$(a) \sum f_i x_i \quad (b) \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$(c) \sum f_i (x_i - \bar{x}) \quad (d) \sqrt{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}.$$

The relevant data with respect to supply requirements and profit are summarized in the table shown below. Daily allotments of Platinum and Gold are 160 gms and 120 gms respectively. Write the LP Model for the problem.

Parts	Platinum per unit (gm)	Gold per unit (gm)	Profit/Unit (Rs.)
A	2	3	500
B	4	2	600
C	6	4	1200

20. ஒரு தொழிற்சாலைக்கு 2^o குளிர்பானம் தயாரிக்கும் ஆலைகள் ஒன்று சென்னையிலும் மற்றும் வைதராபாத்திலும் உள்ளன. ஒவ்வொரு ஆலையும் கொக்கோலா, ஃபெஸ்டா மற்றும் பெப்ஸி ஆகிய மூன்று குளிர்பானங்களைத் தயாரிக்கின்றன. மே மாதத்தில் ஒரு நாளைக்குத் தயாரிக்கப்பட்ட புட்டகளின் எண்ணிக்கை கிழக்காண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

ஏற்பதற்

பானங்கள் சென்னை வைதராபாத்

கொக்கோலா 1500 1500

ஃபெஸ்டா 3000 1000

பெப்ஸி 2000 5000

மாங்கெட் நிலவரப்படி 20 ஆயிரம் கோக்கோலா பாட்டில்களும், 40 ஆயிரம் ஃபெஸ்டா பாட்டில்களும், 44 ஆயிரம் பெப்ஸி பாட்டில்களும் தேவைப்படும் நிலையிலும், வைதராபாத்திலும் உள்ள ஆலைகளின் செயல்படுத்தும் செலவு முறையே ஒரு நாளைக்கு 600

The divided differences are independent of

- (a) Number of arguments
- (b) Order of arguments
- (c) Value of the arguments
- (d) Type of arguments

7. $x = x_0$ யில் இரண்டாவது வகைக்கெழு $\frac{d^2y}{dx^2}$ காண்பதற்கான நிழல்தளிள் முன்னோக்கிய வேறுபாட்டு வாய்பாடு

$$(a) \frac{1}{L} \left[\Delta y_* + \frac{1}{2} \Delta^2 y_* + \frac{1}{3} \Delta^3 y_* + \dots \right]$$

$$(b) \frac{1}{L^2} \left[\Delta^2 y_* - \Delta^3 y_* + \frac{11}{12} \Delta^4 y_* - \dots \right]$$

$$(c) \frac{1}{L} \left[\nabla y_* - \frac{1}{2} \nabla^2 y_* + \dots \right]$$

$$(d) \frac{1}{L^2} \left[\nabla^2 y_* + \nabla^3 y_* + \frac{11}{12} \nabla^4 y_* - \dots \right]$$

4

2793/SMT8C52/
SMC8C53

என்பது கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் $y'(x)$ என்க காணக் அதிலிருந்து $x = 0.5$ எனில் $y'(x)$ என்க.

Find $y'(x)$ given

45

x :	0	1	2	3	4
$f(x)$:	1	1	15	40	85

Hence find $y'(x)$ at $x = 0.5$.

Or

(a) பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து $y'(0)$, $y''(0)$ ஆகியவற்றைக் காணக்.

x :	0	1	2	3	4	5
y :	4	8	15	7	6	2

Find $y'(0)$ and $y''(0)$ from the following table.

x :	0	1	2	3	4	5
y :	4	8	15	7	6	2

15. (a) Trapezoidal முறைப்படி \int_{4x+5}^{11} ஆகியது கொண்டுகொண்டு பயன்படுத்தி \int_{4x+5} என்க.

Evaluate \int_{4x+5}^{11} by Trapezoidal rule using 11 coordinates.

Or

9 2793/SMT8C52/
SMC8C53

If standard deviation is 11, then variance is

- (a) 121 (b) $\sqrt{11}$
(c) 22 (d) 1.

3. $\frac{\sum p_1 q_0 \times 100}{\sum p_0 q_0}$ என்பது விலை குறியீட்டு எண்ணின்
குத்திரம்

- (அ) பிஷர் (ஆ) பாஸ்சீ
(இ) லாப்ஸையர் (ஈ) கெலி

$\frac{\sum p_1 q_0 \times 100}{\sum p_0 q_0}$ is _____ formula for price
index number.

- (a) Fisher's (b) Paasche's
(c) Laspeyres (d) Kelly's.

4. பாஸ்சீயின் குத்திரத்தில் _____ bias
உள்ளது.

- (அ) மேல்நோக்கிய (ஆ) கீழ்நோக்கிய
(இ) கிரிய (ஈ) இவை எதுவுமில்லை.

Paasche's formula is said to have _____ bias.

- (a) upward (b) downward
(c) ideal (d) none of these.

For the following data, find the index number by Paasche's method and Laspeyre's method.

Products	p_0	q_0	p_1	q_1
A	12	100	20	120
B	4	200	4	240
C	8	120	12	150
D	20	60	24	50

18. தீங்கனம் விரைவுகளுக்கு இருபடி பரவுமொழியை போர்க்குத்.

$$\begin{array}{cccccccccc} x: & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ y: & 2 & 6 & 7 & 8 & 10 & 11 & 11 & 10 & 9 \end{array}$$

Fit a second degree parabola to the following data:

$$\begin{array}{cccccccccc} x: & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ y: & 2 & 6 & 7 & 8 & 10 & 11 & 11 & 10 & 9 \end{array}$$

19. F_1, F_2 என்ற இருவடு உணவு வகைகளில் V_1, V_2, V_3 என்ற மூன்று விட்டமின் அத்தன் உணவுகள் ஒருவருக்கு 90 நாலைக்குத் தேவையான குறைந்தபடச் சந்தை விட்டகங்கள் பின்வருமாறு V_1 விட்டமில் 1 மில்லிகிராம், V_2 விட்டமில் 50 மில்லிகிராம், V_3 விட்டமில் 10 மில்லிகிராம் ஓராக்கு F_1 வகை உணவில் 1 மில். V_1 , 100 மில் V_2 , 10 மில் V_3 விட்டமின்களும் ஓராகு F_2 வகை உணவில் 1 மில் V_1 , 10 மில் V_2 , 100 மில் V_3 விட்டமின் சுதாக்கும் உணவான F_1 வகையில்

The decision variables in an L.P.P are

- (a) non-negative (b) zero
 (c) negative (d) strictly positive.

9. _____ என்னிடமில்லை மற்றும் இல்லை.

கேள்வி: L.P.P. வகைபாடு மூலம் தீர்க்கப்படும்

- (அ) ஒன்று (ஆ) இரண்டு
 (இ) மூன்று (ஈ) நால்லை

L.P.P.s involving _____ variables can be solved graphically.

- (a) one (b) two
 (c) three (d) four.

10. வகைபாடு மேற்கொள்ளிக் L.P.P.-ஐ தீர்க்க வேண்டும்

- (அ) நால்லை (ஆ) குழிகளை
 (இ) குவிகளை (ஈ) இரண்டு ஏதாவதில்லை.

The solution space of L.P.P in graphical method is a

- (a) square (b) concave set
 (c) convex set (d) none of these.

7231/SMC8N21

DEP

NOVEMBER 2010

STATISTICS AND OPERATIONS RESEARCH

(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

1. வரையறைப்படி _____ என்பது விவரங்கள் அடங்கிய ஒரு தொகுப்பின் மைய உறுப்பு ஆகும்.

- (அ) ஏரோஸி (ஆ) இடைநிலை
(இ) மோடு (ஈ) திட்டவிழக்கம்.

The _____ by definition refers to the middle most value in a distribution.

- (a) Mean (b) Median
(c) Mode (d) S.D.

2. திட்டவிழக்கம் 11 எனில், அதன் மாறுபாடு

- (அ) 121 (ஆ) $\sqrt{11}$
(இ) 22 (ஈ) 1.

Solve the following L.P.P. by graphical method :

$$\text{Maximize } z = 5x_1 + 7x_2$$

Subject to :

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 24$$

$$10x_1 + 7x_2 \leq 35$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

16

5. $Y = a + bX$ என்ற கூற்றொட்டு பொதுத்துவதற்கு E -ன் மதிப்பு நீசிறியநாக அல்லது முதல் வரியை சமன்பாடுகள்

(அ) $\frac{\partial E}{\partial a} < 0$ மற்றும் $\frac{\partial E}{\partial b} < 0$

(ஆ) $\frac{\partial E}{\partial a} = 0$ மற்றும் $\frac{\partial E}{\partial b} = 0$

(இ) $\frac{\partial E}{\partial a} > 0$ மற்றும் $\frac{\partial E}{\partial b} > 0$

(ஈ) இனவை எதுவுமில்லை

The first order equations for E being the least for fitting the straight line $Y = a + bX$ are

(அ) $\frac{\partial E}{\partial a} < 0$ and $\frac{\partial E}{\partial b} < 0$

(ஆ) $\frac{\partial E}{\partial a} = 0$ and $\frac{\partial E}{\partial b} = 0$

(இ) $\frac{\partial E}{\partial a} > 0$ and $\frac{\partial E}{\partial b} > 0$

(ஈ) none of these.

6. $Y = a + bX + cX^2$ என்ற இருபடி வளரவங்களைப் பொதுத்துவதற்குப் பயன்படும் இயல் சமன்பாடுகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 1

(ஆ) 2

(இ) 3

(ஈ) 4

3

7231/SMC8N21

17

Qo 1/1/12

- (ஆ) (i) G ஒரு குலம். a என்பது n வரிசை உள்ள G யின் உறுப்பு எனில் a^s , $0 < s < n$ -ன் வரிசை n/d என நிறுவு. இங்கு d என்பது n , s ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுக்கி
- (ii) ஒரு குலத்தின் வரிசை அதன் ஒரு உறுப்பின் வரிசைக்குச் சமம் எனில் அக்குலம் உட்டக்குலம் என நிறுவு.
- (i) Let G be a group and let a be an element of order n in G . Prove that order of a^s , where $0 < s < n$, is n/d where d is the g.c.d. of n and s .
- (ii) Prove that a group is cyclic if its order is equal to the order of one of its elements.
18. (ஆ) (i) ஒரு குலத்தின் இட இணைக்களின் தொகுப்பு அக்குலத்தின் பிரிவினை ஆகும் என நிறுவு.
- (ii) பகா என வரிசை உடைய எந்தவாரு குலத்திற்கும் முனையான உட்குலம் விடையாது என நிறுவு.
- (i) Prove that the collection of all left cosets forms a partition of the group.
- (ii) Prove that any group of prime order has no proper subgroup.

Or

10

1902/AEC

5. H, K என்பதால் G என்ற குலத்தின் முடிவை உட்குலங்கள் எனில் $|HK| =$

56

- (அ) $\frac{|K|}{|H \cap K|}$ (ஆ) $\frac{|H||K|}{|H \cap K|}$
 (இ) $\frac{|H|}{|H \cap K|}$ (ஈ) $\frac{|H| + |K|}{|H \cap K|}$

If H and K are two finite subgroups of a group G then $|HK| =$

- (a) $\frac{|K|}{|H \cap K|}$ (b) $\frac{|H||K|}{|H \cap K|}$
 (c) $\frac{|H|}{|H \cap K|}$ (d) $\frac{|H| + |K|}{|H \cap K|}$

6. $\frac{z_{10}}{< 5 >}$ என்ற மூல குலத்தின் வரிசை

- (அ) 5 (ஆ) 12
 (இ) 60 (ஈ) 3

Order of the quotient group $\frac{z_{10}}{< 5 >}$ is

- (அ) 5 (ஆ) 12
 (இ) 60 (ஈ) 3.

3

1902/AEC

(a) (i) சிம்பனின் $\frac{1}{3}$ விதி

(ii) Waddles விதி ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி
 $\int \frac{dx}{1+x} dx$ எய்க்காணா.

Evaluate $\int \frac{dx}{1+x}$ using

44

- (i) Simpson's one third rule
(ii) Waddles rule.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Gaussian முறையைப் பயன்படுத்தி $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$

எந்த அனியின் ஜெம்மானினைக் காணக.

Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ using

Gaussian method.

X	V	D
4	-1	1

2793/SMT8C52/
SMC8C53

5. அட்டவணையின் நடு மதிப்புக்கு அதிகம் இருந்தாலோப்பு கேள்வப்படுக், பயன்படுத்த வேண்டும் சிற்கு வாய்ப்பாடு (அ) எவ்வாறு விதியின் வாய்ப்பாடு
(ஆ) நியூட்டனின் முன்னோக்கிய வாய்ப்பாடு
(இ) கெல்லானின் வாய்ப்பாடு
(ஈ) கால்வீன் வாய்ப்பாடு

If interpolation is required near the center of the table then the best formula to use is _____ formula

- (a) Lagrange's formula
(b) Newton's forward formula
(c) Bessel's formula
(d) Gauss formula

6. வகுக்க வேறுபாடு _____ எய்க்காரந்து

- (அ) மாறிகளின் எண்ணிக்கை
(ஆ) மாறிகளின் வரிசை
(இ) மாறிகளின் மதிப்பு
(ஈ) மாறிகளின் வகை

3

2793/SMT8C52/
SMC8C53

20/11/12

SECTION C — (5 × 12 = 60 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) (i) $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ என்பது அகுபூப்பாக்கள் எனில், $g \circ f: A \rightarrow C$ ஆக இருபூப்பாக என்றுவர்.

$$(ii) A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ என்க } M_2(R) \text{ என்க அனில்.}$$

பெருக்கலின் கீழ் கண்டது எடுப்பு உண்டு எனில், எனில் மட்டும் $ad - bc \neq 0$ எனில்

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \text{ என்றும் நிறுவக.$$

- (i) Let $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ be bijections.
 Then prove that $g \circ f: A \rightarrow C$ is also a bijection.
- (ii) Prove that $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ has an inverse in $M_2(R)$ with respect to matrix multiplication iff $ad - bc \neq 0$, and
- $$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

Or

8

1902/AEC

If (z_n, \oplus, \otimes) is a field then n is

- (a) prime (b) composite
 (c) 0 (d) ∞ .

10. F என்ற பல்கலை மன்றபுதூர்

- (a) R (b) C
 (c) $[0]$ (d) F

Field of Quotients of a field F is

- (a) R (b) C
 (c) $[0]$ (d) F

SECTION B — (5 × 6 = 30 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) என்கத்திற்கு முறையாக நிறுவக
- $$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Prove by the method of induction

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Or

- (b) ρ, σ என்பது S என்ற கெழ்வின் மீது வெற்பாட்டுக்கூட்டு என்ற கெழ்வு என்று முடிவு செய்ய வேண்டும் என்று நிறுவக. ஒரே முடிவு செய்ய வேண்டும் என்றும் நிறுவக.

5

1902/AEC

Which one of the following is not true?

- (a) an isometry is a homomorphism
- (b) a homomorphism is an isometry
- (c) an identity map is a homomorphism
- (d) homomorphism is an equivalence relation

6. கொடுக்கப்பட்டுள்ள $\epsilon > 0$ விற்கு ஏற்பாடு $\delta > 0$ என்ற எண்
என்க நோன்றினால், a என்ற புள்ளியில்
 $f : M_1 \rightarrow M_2$ என்பது தொடர்ச்சியாக அமையும்.

- (a) $f(B(a, \delta)) \subseteq B(f(a), \epsilon)$
- (b) $B(f(a), \epsilon) \subseteq f(B(a, \delta))$
- (c) $f(B(a, \epsilon)) \subseteq B(f(a), \delta)$
- (d) $B(f(a), \delta) \subseteq f(B(a, \epsilon))$

$f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous at a point a if given
 $\epsilon > 0$ there exists $\delta > 0$ such that _____.

- (a) $f(B(a, \delta)) \subseteq B(f(a), \epsilon)$
- (b) $B(f(a), \epsilon) \subseteq f(B(a, \delta))$
- (c) $f(B(a, \epsilon)) \subseteq B(f(a), \delta)$
- (d) $B(f(a), \delta) \subseteq f(B(a, \epsilon))$

14. (அ) ஒரு புள்ளியை விட அதிகம் கண்ண ஏது தவிர்த்தி
யாப்பு வெளியிட இன்னொத்து என நிறுவுக

Prove that any discrete metric space with
more than one point is disconnected.

Or

(ஆ) M மற்றும் ϕ என்பன (M, d) என்ற
யாப்பு வெளியிட உள்ள ஒரே திறந்த மற்றும் முடிவு
கணங்கள் எனில் M என்பது இன்னொத்து என
நிறுவுக

In a metric space (M, d) if M and ϕ are the
only sets which are both open and closed if
 M , then prove that M is connected.

15. (அ) R என்ற கணம் A என்பது கணிதமாக அமையும்
நேரவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை என்பது
 A முடியதாகவும் வரம்புவடியதாகவும் அமையும்
வேண்டும் என்பதே என நிறுவுக

Prove that a subset A of R is compact if and
only if A is closed and bounded.

Or

9 7216/SMT8C51/
 SMC8C51

13. (a) (M, d) என்ற மெட்ரிக்ஸில் $f : M \rightarrow R$,
 $g : M \rightarrow R$ என்ற உதாரணமியான சம்பந்தம்
 எனில் $f + g$ என்ற சம்பந்தம் உதாரணமியானது என
 நினைக்க.

In a metric space (M, d) if $f : M \rightarrow R$,
 $g : M \rightarrow R$ are continuous prove that $f + g$
 is continuous.

Or

- (b) $[0,1]$ என்ற இடைவெளியில் d_1 என்பது சாதாரண
 யாப்பு எனவும், $[0,2]$ என்ற இடைவெளியில் d_2
 என்பது சாதாரண யாப்பு எனவும் இருந்தால்
 $f(x) = 2x$ என வகையறஞ்சப்பட்ட சம்பந்தம்
 $f : [0,1] \rightarrow [0,2]$ என்பது சமயங்படிக்கமயாக
 அமையாது என நிறுவுக.

If d_1 be the usual metric on $[0,1]$ and d_2 be
 the usual metric on $[0,2]$ then prove that the
 map $f : [0,1] \rightarrow [0,2]$ defined by $f(x) = 2x$ is
 not an isometry.

7. இல்லாவுமொற்றில் R என இரண்டாக உட்கூற்றால்
 கணமுள்ளது
- (a) (p,q) (b) Q
 (c) Z (d) $R - \{0\}$

Determine which of the following is a connected
 subset of R ?

- 64
8. சரியான வாக்கியத்தை கண்டுபிடி
- (a) R என்பது இனங்நது
 (b) Q என்பது இனங்நது
 (c) ஒரு இனங்த வெளியில் உள்ளவை
 இனங்நதாகும்
 (d) A, B என்பது இனங்நதவை எனில் $A \cup B$ என
 இனங்நதாகும்

Find the correct statement

- (a) R is connected
 (b) Q is connected
 (c) A subspace of a connected space is connected
 (d) $A \cup B$ is connected if A and B are connected

9. R-இன் கச்சிதமான உட்கணக்காக கோருதோ

- (அ) Z (ஆ) Q
 (இ) [1,2] (ஈ) (3,4)

Choose the compact subset of R.

- (அ) Z (ஆ) Q
 (இ) [1,2] (ஈ) (3,4)

10. மூலியான வாக்கியியத்தைக் காணக்.

- (அ) சாதாரண யாப்புடன் கூடிய R கச்சிதமானது
 (ஆ) தனித்த யாப்புடன் கூடிய R கச்சிதமானது
 (இ) சாதாரண யாப்புடன் கூடிய [0,1] கச்சிதமானது
 (ஈ) யாப்பு வெளியின் மூடிய உட்கணம் கச்சிதமானது

Determine which of the following is true?

- (அ) R with usual metric is compact
 (ஆ) R with discrete metric is compact
 (இ) [0,1] with usual metric is compact
 (ஈ) Any closed subset of a metric space is compact

SECTION B — (5 × 7 = 35 marks)

Answer ALL the questions.

11. (அ) ஒவ்வொரு தக்க கணத்தை ஒவ்வொரு உட்கணமாக எண்ணிடத்தக்க என்றிருவத்

Prove that a subset of a countable set is countable.

Or

(ஆ) (M,d) என்ற மூலிய மூடிய
 $|d(x,z) - d(y,z)| \leq d(x,y), \forall x,y,z \in M$ என்றிருவத்

In a metric space (M,d) prove that
 $|d(x,z) - d(y,z)| \leq d(x,y) \forall x,y,z \in M$.

12. (அ) சாதாரண யாப்புடன் கூடிய $R - \{(0,1)\}$ என்ற திறந்த கணமாக இருக்கும் என்றிருவத்

Prove that in R with usual metric, $(0,1)$ is an open set.

Or

(ஆ) தனித்த யாப்பு வெளி மூழுஞ்சமயானது என்றிருவத்

Prove that any discrete metric space is complete.

SECTION B — (5 × 7 = 35 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) குறை வளைவு.

நடவடிக்கை : 70 90 110 130 150

தொகைகள் : 43 78 83 125 87

Calculate the mode :

Central value : 70 90 110 130 150

Frequency : 43 78 83 125 87

Or

(ஆ) கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு, கால்சரி காண்டு.

பிரதிமுறைகள் : 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60

உயர்வுகள் : 5 10 25 30 20 10

Compute the mean of the following data :

Marks obtained : 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60

No. of students : 5 10 25 30 20 10

12. (a) குறியீடுகளின் திறப்பெயல்புகளை விவரி.

Explain the characteristics of index numbers.

Or

Solve graphically :

$$\text{Maximize } z = 2x_1 + 3x_2$$

Subject to :

$$x_1 + x_2 \leq 1$$

$$3x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு, கால்சரி காண்டு திட்டமில்லை காண்டு.

வயது : 20-25 25-30 30-35 35-40 40-45 45-50 50-55

பேரவைகள் : 170 110 80 45 40 30 25
கால்சரி காண்டுகள் :

Calculate arithmetic mean and standard deviation of the following data :

Age : 20-25 25-30 30-35 35-40 40-45 45-50 50-55

No. of employees : 170 110 80 45 40 30 25

17. கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு, பாஷ்னிபிள் முனை மற்றும் வாஸ்பியர் முறைகளைப் பயன்படுத்தி குறிப்பிடு காண்டுகள்.

பொருள்கள்	p_0	q_0	p_1	q_1
A	12	100	20	120
B	4	200	4	240
C	8	120	12	150
D	20	60	24	50

7. $f : (C, +)$ பிலிருந்து $(R, +)$ க்கு $f(x + iy) = y$ என
வகுயறாக்கப்பட்ட சம்பாப்பு f பிள்ளைக்கு = _____

- (அ) C (ஆ) R
(இ) $\{1\}$ (ஈ) $\{0\}$.

If $f : (C, +) \rightarrow (R, +)$ is defined by $f(x + iy) = y$ then
கார்க் $f =$ _____

- (அ) C (ஆ) R
(இ) $\{1\}$ (ஈ) $\{0\}$.

8. G என்பது வரிசை n உடைய முடிவறு வட்ட குலம் எனில்
 G என்பது _____ டட்டு சம ஒப்புமொழுது
ஆகும்

- (அ) $(z, +)$ (ஆ) $(nz, +)$
(இ) (z_n, \oplus) (ஈ) $(Q, +)$.

If G is a finite cyclic group of order n , then G is
isomorphic to

- (அ) $(z, +)$ (ஆ) $(nz, +)$
(இ) (z_n, \oplus) (ஈ) $(Q, +)$.

9. (z_n, \oplus, \circ) ஒரு புலம் எனில் g என்பது
(அ) பகா எண் (ஆ) பகு எண்
(இ) 0 (ஈ) ∞ .

- (ஆ) (i) பூப்பிரிய விதியை ஏழுதக.
(ii) $f : R - \{3\} \rightarrow R - \{1\}$, $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ என்பது
இருபுறப்பான எள நிறுவக. அதன் கேஸ்மாற
சார்க்கப்காணக.
(i) Write the Law of trichotomy.
(ii) Show that $f : R - \{3\} \rightarrow R - \{1\}$ given by
 $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ is a bijection and find its
inverse.

17. (அ) (i) G பின் இரு உட்குலங்களின் சேப்பு
உட்குலம் எனில், எனில் மட்டுமே அவற்றிற்
ஒன்று மற்றதின் உட்குலமாக இருக்கும் என
நிறுவக.
(ii) எந்தவொரு வரிசை மாற்றத்தைம்,
ஷெவ்வேரான கூற்களின் பெருக்கை
ஏழத் துவியும் என நிறுவக.
(i) Prove that the union of two subgroups
of a group G is a subgroup iff one is
contained in the other.
(ii) Prove that any permutation can be
expressed as a product of disjoint
cycles.

Or

9

1902/AEC

பிரவே

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள $\epsilon > 0$ விற்கு ஏற்பாடு m என்ற மினக் கூடுதல் எண் அளவுத்து $n \geq m$ மதிப்புகளுக்கு எனில் (a_n) என்பது l என்ற ஒமையை எண்ணிற்கு குலிகிறது எனப்படும்.

(அ) $|a_n + l| < \epsilon$ (ஆ) $|a_n - l| < \epsilon$

(இ) $|a_n + l| > \epsilon$ (ஈ) $|a_n - l| > \epsilon$

(a_n) converges to a real number l if given $\epsilon > 0$ there exists a positive integer m such that for all $n \geq m$ _____.

(அ) $|a_n + l| < \epsilon$ (ஆ) $|a_n - l| < \epsilon$

(இ) $|a_n + l| > \epsilon$ (ஈ) $|a_n - l| > \epsilon$

3. சாதாரண யாப்புடன் கூடிய R கூப் பொறுத்து பின்வரும் R கூட்டுகளைச்சொல்லி எது முடியது என கால்க.

(அ) R (ஆ) \emptyset

(இ) N (ஈ) Q

2

7216/SMT8C51/
SMC8C51

11

7216/SMT8C51/
SMC8C51

19. M இனைந்ததாக அலமய தேவையான மூல போதுமான நிபந்தனை $f : M \rightarrow \{0,1\}$ என்ற ஒவ்வொரு தொடர்க்கீழான சார்பும் மேல்கோத்து உடையது அல்லது என்பதே என நிறுவுக.

Prove that M is connected if and only if every continuous function $f : M \rightarrow \{0,1\}$ is not onto.

20. ஹெய்ள்போரல் தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவுக.

State and prove Heine Borel theorem.

1902/AEC

Maths
Dept

54
NOVEMBER 2012

Paper IX — MODERN ALGEBRA

(For those who joined in July 2006 and 2007)

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $f : R \rightarrow R$ என்பது $f(x) = x^2 + 2x + 1$ எனவும்
 $g : R \rightarrow R$ என்பது $g(x) = x + 1$ எனவும்
வரையறீக்கப்பட்டால் $(f \circ g)(x) =$
(அ) $x^2 + 2x + 2$ (ஆ) $x^2 + 2x + 1$
(இ) $x^2 + 4x + 4$ (ஈ) $x + 1$.

If $f : R \rightarrow R$ is given by $f(x) = x^2 + 2x + 1$
 $g : R \rightarrow R$ is given by $g(x) = x + 1$, $(f \circ g)(x) =$

- (அ) $x^2 + 2x + 2$ (ஆ) $x^2 + 2x + 1$
(இ) $x^2 + 4x + 4$ (ஈ) $x + 1$.

2. A யில் n உறுப்புகள் உள்ளன எனில் A யின் மீது
வரையறீக்கப்படும் உறவுகளின் எண்ணிக்கை

- (அ) 2^n (ஆ) 2^{n^2}
(இ) n^2 (ஈ) $2n$.

9. கோட்டினால் வெளியேற்ற செய்தே.

- (a) $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$
- (b) $\{0, 1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$
- (c) $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$
- (d) $\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$

Choose the compact subset of R .

- (a) $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$
- (b) $\{0, 1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$
- (c) $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$
- (d) $\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$

10. ஒவ்வொரு வாக்கிப்பதைச் சொல்ல.

- (அ) மாப்பிள்ளீசின் ஏதேனும் கணிதமான உட்கணம் வழங்குவதற்கும்
- (ஆ) மாப்பிள்ளீசின் ஏதேனும் வழங்குவதை உட்கணம் கணிதமானது
- (இ) R ம் ஏதேனும் மூலம் நிறும் வழங்குவதை உட்கணம் கணிதமானது
- (ஈ) ஏதேனும் கணிதமான மாப்பிள்ளீ மூலம் வழங்குவதற்கும்

6

2792/SMT8C51/
SMC8C51

Determine which of the following is false.

- (a) Any compact subset of a metric space is bounded
- (b) Any bounded subset of a metric space is compact
- (c) Any closed and bounded subset of R is compact
- (d) Any compact metric space is totally bounded

PART B — (5 × 7 = 35 marks)

Answer ALL questions choosing either (a) or (b).

11. (அ) எடுத்து எள்ளுகிறதோ குடும்ப கூடு தங்குவதை அளிக்க விரைவாக்கிறது என்ற நிறைக்

/ Prove that any countably infinite set is equivalent to a proper subset of itself.

Or

- (ஆ) (M, d) என்ற மாப்பிள்ளீ
 $|d(x, z) - d(y, z)| \leq d(x, y) \quad \forall x, y, z \in M$ என்ற நிறைக்

In a metric space (M, d) prove that
 $|d(x, z) - d(y, z)| \leq d(x, y) \quad \forall x, y, z \in M$

7

2792/SMT8C51/
SMC8C51

If ρ and σ are equivalence relations defined on a set S , prove that $\rho \cap \sigma$ is an equivalence relation. Also prove that union of two equivalence relations need not be an equivalence relation.

12. (அ) குலம் G யின் மையத்தை வளர்யறி. குலம் G யின் மையம் G யின் உட்குலம் என நிறுவக.

Define centre of a group G . Prove that centre of a group G is a subgroup of G .

Or

- (ஆ) ஒரு வட்ட குலத்தின் உட்குலமும் வட்ட குலம் என நிறுவக.

Prove that a subgroup of cyclic group is cyclic.

13. (அ) பெர்மாட் நேற்றத்தை எழுதி நிறுவக.

State and prove Fermat's theorem.

Or

- (ஆ) G யின் உட்குலம் N நேற்கூடம் உட்குலம் எனில், எனில் மட்டுமே N யின் இரு வகை இனை கணங்களின் பெருக்கலும் ஒரு வகை இனை கணமாகும் என நிறுவக.

Prove that a subgroup N of G is normal iff the product of two right cosets of N is again a right coset of N .

14. (அ) G ஒரு குலம் எனக் $f(x) = x^{-1}$ என வகையறாக்கப்பட்ட $f: G \rightarrow G$ என்ற கார்பு கம் ஒப்புக்கொண்டு எனில், எனில் மட்டுமே G ஒரு அபிவியல் குலம் ஆகும் என நிறுவக.

Let G be any group. Show that $f: G \rightarrow G$ given by $f(x) = x^{-1}$ is an isomorphism, iff G is abelian.

Or

- (ஆ) ஒரு அபிவியல் குலத்தின் செயல்வெப்பமாக பிம்பழும் அபிவியல் குலம் ஆகும் என நிறுவக.

Prove that homomorphic image of an abelian group is abelian.

15. (அ) ஒரு முடிவறா என் அரங்கம் ஒரு புலம் ஆகும் என நிறுவக.

Prove that a finite integral domain is a field.

Or

- (ஆ) சிறப்பு எண் பூச்சியமாக உள்ள எந்தவொரு எண் அரங்கமும் முடிவறந்து என நிறுவக.

Prove that any integral domain of characteristic zero is infinite.

Maths

10-11-10

F.N

7216/SMT8C51/
SMC8C51

NOVEMBER 2010

60

REAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

Choose the correct answer :

1. $f : A \rightarrow B$ என்ற சார்பு _____ ஆக அமையும்
எனில் A, B என்ற இரண்டு கணங்கள் சமமாகும்.

- (அ) 1 - 1
- (ஆ) மேல்கோர்த்த உடையது
- (இ) 1 - 1, மேல்கோர்த்தவு உடையது
- (ஈ) சம ஒப்புமை உடையது

Two sets A, B are said to be equivalent if there exists a function $f : A \rightarrow B$ such that f is

-
- (a) 1 - 1
 - (b) onto
 - (c) 1 - 1, onto
 - (d) homomorphism

Which one of the following is not true?

- (a) an isometry is a homeomorphism
(b) a homeomorphism is an isometry
(c) an identity map is a homeomorphism
(d) homeomorphism is an equivalence relation
6. $f: M_1 \rightarrow M_2$ என்பது சமச்சூலமயாக அமைவதற்கான பிப்ர்தங்கள் _____
- (அ) f என்பது 1-1, ஒதுக்கசியானது, f^{-1} ஒதுக்கசியானது
(ஆ) f என்பது 1-1, மெல்கோர்த்தல் உடையது, f^{-1} ஒதுக்கசியானது
(இ) f என்பது 1-1, மெல்கோர்த்தல் உடையது, f^{-1} ஒதுக்கசியானது
(ஈ) f என்பது 1-1, மெல்கோர்த்தல் உடையது, f^{-1} ஒதுக்கசியானது
- $f: M_1 \rightarrow M_2$ is a homeomorphism if

- (a) f is 1-1, continuous, f^{-1} is continuous
(b) f is 1-1, onto f^{-1} is continuous
(c) f is 1-1, onto, continuous, f^{-1} is continuous
(d) f is onto, f is continuous, f^{-1} is continuous

(ஆ) $A = \{(x, y) / x^2 + y^2 = 1\}$ என்பது R ஓர் இடங்கள் உட்கணம் என்றிருந்து.

Prove that $A = \{(x, y) / x^2 + y^2 = 1\}$ is a connected subset of R .

15. (அ) ஒரு பூஜை வரம்புக்கை கணாக்கில் வெற்றுக்கணமல்லாத உட்கணம் என்பது பூஜை வரம்புக்கையை என்றிருவது.

Prove that a non empty subset of a totally bounded set is totally bounded.

Or

(ஆ) R ஓர் வரம்புக்கை முடிவிலா உட்கணம் எழுவும் ஒரு எங்களப்புள்ளியைக் கொண்டிருக்கும் என்றிருவது.

Prove that any bounded infinite subset of R has a limit point.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. எண்ணிட்டக்க கணங்களின் எண்ணிட்டக்க கீழ்ப்பு என்பது எண்ணிட்டக்கை என்றிருவது.

Prove that countable union of countable sets is countable.

2. (M, d) என்பது யாப்புவெளி எனில், M மீதான யாப்பைப் போன்று தேர்ந்தெடு.

- (அ) $\frac{d(x, y)}{1 - d(x, y)}$ (ஆ) $\frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$
- (இ) $\frac{1 + d(x, y)}{d(x, y)}$ (ஈ) $\frac{1 - d(x, y)}{d(x, y)}$

If (M, d) be a metric space, choose the metric on M

- (அ) $\frac{d(x, y)}{1 - d(x, y)}$ (ஆ) $\frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$
- (இ) $\frac{1 + d(x, y)}{d(x, y)}$ (ஈ) $\frac{1 - d(x, y)}{d(x, y)}$

3. சாதாரண யாப்புடன் கூடிய $[0, 1]$ கூப் பொறுத்து பின்வரும் $[0, 1]$ நிட்டகணங்களில் எது மூடியது என காணக.

- (அ) $\left(\frac{1}{2}, 1\right]$ (ஆ) $\left(0, \frac{1}{4}\right]$
- (இ) $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ (ஈ) $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$

Use Lagrange's interpolation formula to find $f(x)$, when $x = 0$, given the following data :

$x :$	-1	-2	2	4
$f(x) :$	-1	-9	11	69

14. (a) $u_0 = 5, u_1 = 15, u_2 = 57$ முதல் $x = 0$ விடும்
 $\frac{du}{dx} = 4, x = 2$ விடும் $\frac{du}{dx} = 72$ எனில் $\Delta^3 u_0, \Delta^4 u_0$
 கால்பாதங்கள் காணக.

Given $u_0 = 5, u_1 = 15, u_2 = 57$ and $\frac{du}{dx} = 4$ at $x = 0$ and 72 at $x = 2$. Find $\Delta^3 u_0$ and $\Delta^4 u_0$.

Or

(b) அங்கும் விவரங்களிலிருந்து sec 31 எடுக்க காணக.

$\theta :$	31	32	33	34
------------	----	----	----	----

$\tan \theta :$	0.6008	0.6249	0.6494	0.6745
-----------------	--------	--------	--------	--------

Find sec 31 from the following data :

$\theta :$	31	32	33	34
------------	----	----	----	----

$\tan \theta :$	0.6008	0.6249	0.6494	0.6745
-----------------	--------	--------	--------	--------

Relation between divided differences and forward differences is given by _____

$$(a) \Delta^n \psi = \frac{\Delta^n \psi}{h^n} \quad (b) \Delta^n \psi = \frac{\Delta^n \psi}{n! h^n}$$

$$(c) \Delta \frac{\psi}{h^n} = \frac{\Delta^n \psi}{h^n} \quad (d) \Delta^n \psi = \frac{\Delta^n \psi}{(n-1)! h^n}$$

7. $x = x_n$ என் முதல் வடிக்கையும் காணப்பட்டால்
 பின்னால் கிடைக்கு கொண்டு கொண்டு

$$(a) \frac{1}{h} (\Delta y_n + \frac{1}{2} \Delta^2 y_n + \frac{1}{3} \Delta^3 y_n + \dots)$$

$$(b) \frac{1}{h} (\nabla y_n + \frac{1}{2} \nabla^2 y_n + \frac{1}{3} \nabla^3 y_n + \dots)$$

$$(c) \frac{1}{h} (\nabla^2 y_n + \nabla^3 y_n + \frac{11}{12} \nabla^4 y_n + \dots)$$

$$(d) \frac{1}{h^2} (\nabla^2 y_n - \nabla^3 y_n - \frac{11}{12} \nabla^4 y_n + \dots)$$

5

7217/SMT8C52/
SMC8C53

Solve the following system of equations by Gauss Jordan method.

$$5x - 2y + 3z = 18$$

$$x + 7y - 3z = -22$$

$$2x - y + 6z = 22.$$

85

17. (a) r என்ற எந்தவொரு மிகக் குழு எண்ணுக்கும் $\nabla^r f(x) = \nabla^r f(x - r)$ என்றிருவது.

- (b) இன்வருவனவற்றிலிருந்து விடுபட்ட மதிப்பைக் காணக்.

$$x: 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5$$

$$y: 2 \ 5 \ 7 \ - \ 32$$

- (a) Prove $\nabla^r f(x) = \nabla^r f(x - r)$ for any positive integer r .

- (b) Estimate the missing term from the following:

$$x: 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5$$

$$y: 2 \ 5 \ 7 \ - \ 32$$

14

7217/SMT8C52/
SMC8C53

4. e^x யின் n வகு வெறுபா?

$$(a) e^x (e^h - 1)^2 \quad (b) e^x (e^h - 1)^n$$

$$(c) e^x (2^h - 1) \quad (d) e^{(n-1)h}.$$

The n^{th} difference of e^x is

$$(a) e^x (e^h - 1)^2 \quad (b) e^x (e^h - 1)^n$$

$$(c) e^x (2^h - 1) \quad (d) e^{(n-1)h}.$$

$$5. y_p = y_0 + p \left[\frac{\Delta y_0 + \Delta y_{-1}}{2} \right] + p^2 \left[\frac{\Delta^2 y_{-1}}{2!} \right] + \dots$$

$$+ p(p^2 - 1) \left[\frac{\Delta^3 y_{-1} + \Delta^3 y_{-2}}{2} \right] + \frac{p^2(p^2 - 1)}{4!} \Delta^4 y_{-2} + \dots$$

சம்பந்தமான வரிசீலனையின் ஒரு பகுதி

(a) Bessel-யின் வரிசீலனை

(b) Laplace Everett-யின் வரிசீலனை

(c) Stirling-யின் வரிசீலனை

(d) கால்பிள் வரிசீலனை

3

7217/SMT8C52/
SMC8C53

38

17. தாதான யாப்படின் கூடிய R^n என்பது முழுமையானது என நிருவி.

, Prove that R^n with usual metric is complete.

18. $f : M_1 \rightarrow M_2$ என்ற சர்பு தொடர்ச்சியானதாக அல்லது தேவையான மற்றும் போதிய நிபந்தனை என்பது $(x_n) \rightarrow x \Rightarrow (f(x_n)) \rightarrow f(x)$ என்பதையாகும் என நிறுவுக.

A function $f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous if and only if $(x_n) \rightarrow x \Rightarrow (f(x_n)) \rightarrow f(x)$.

19. இடைமதிப்பு தேர்த்தைக் கறி நிறுவுக.

State and prove the intermediate value theorem.

20. ஒரு யாப்படிவளி கணிதமாக அல்லது தேவையான மற்றும் போதிய நிபந்தனை என்பது முடிவறை வெட்டு பள்புதைய மூடிய கணங்களின் ஏதேனும் குடும்பங்களுக்கு வெறுமையானால் வெட்டுடையது என்பதையாகும் என நிறுவுக.

Prove that a metric space M is compact if and only if any family of closed sets with finite intersection property has non empty intersection.

Determine which of the following subsets of $[0, 1]$ is closed in $[0, 1]$ with usual metric.

(a) $\left(\frac{1}{2}, 1\right]$ (b) $\left[0, \frac{1}{4}\right]$

(c) $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ (d) $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$

4. பின்வருவதையிற்குள் எது இரண்டாவது பிரிவைச் சார்ந்ததால் என கண்டுபோடு.

(அ) R (ஆ) Q
 (இ) $[a, b]$ (ஈ) (a, b)

Find which of the following is not of second category?

(a) R (b) Q
 (c) $[a, b]$ (d) (a, b)

5. கீழ்க்கண்டவற்றில் எது சரியானது?

- (அ) சமயாப்புக்கும் என்பது சம ஒப்புக்கமயாகும்
 (ஆ) சமாப்புக்கும் என்பது சமயாப்புக்கமயாகும்
 (இ) முற்றொருமைச் சர்பு சமாப்புக்கமயாகும்
 (ஈ) சமாப்புக்கும் என்பது சமநிலை உறவாகும்

The normal equation in fitting a parabola $y = ax^2 + bx + c$ to the data (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$ is _____

- (a) $a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum y_i$
- (b) $a \sum x_i + b_n = \sum x_i y_i$
- (c) $a \sum x_i^2 + b \sum x_i + nc = \sum y_i$
- (d) $a \sum x_i^2 = \sum y_i$

6. ஒரு வளைவளர் பொருத்ததல் என்பது _____

- (அ) காப்பு உறவு கண்டுபிடிக்கும் ஒரு முறை
- (ஆ) ஒரு நேர்கோடு கணக்கிடும் முறை
- (இ) ஒரு வளைவளர் வரையும் முறை
- (ஈ) ஒரு பரவளையம் பொருத்தம் முறை

A curve fitting is a process of _____

- (a) finding a functional relationship
- (b) computing a line
- (c) drawing a curve
- (d) fitting a parabola.

17. (அ) கேக்பேப்ரின் முறை
 (ஆ) பாஸ்சீயின் முறை
 (இ) பெஸ்லியின் முறை
 (ஈ) மிஷல்லின் முறை
 (ஈ) மார்சல் - எட்ஜ்எட்வர்ட் முறை இயல்வதை பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்ட அட்டவணை மூலம் விகிவகளின் குறியீட்டைக்கணக்காக கண்டுபிடித்து அடிப்படை ஆண்டு நடப்பு ஆண்டு
 சர்க்குகள் மினங் அளவு மினங் அளவு
 A 2 8 4 6
 B 5 10 6 5
 C 4 14 5 10
 D 2 19 2 13

Construct index number of prices from the below data by applying

- (a) Laspeyre's method.
- (b) Paasche's method.
- (c) Bowley's method.
- (d) Fisher's index method.
- (e) Marshal-Edgeworth method.

Commodities	Base Year		Current Year	
	Price	Quantity	Price	Quantity
A	2	8	4	6
B	5	10	6	5
C	4	14	5	10
D	2	19	2	13

Maxima and minima of the interpolating polynomial is obtained from _____

(a) $\Delta y_* + \frac{(2p-1)}{2} \Delta^2 y_* + \frac{(3p^2 - 6p + 2)}{6} \Delta^3 y_* = 0$

(b) $\Delta^2 y_{-1} - \frac{1}{12} p \Delta^4 y_{-2} = 0$

(c) $\Delta^2 y_* - \Delta^3 y_* + \frac{3p^2 + 6p + 2}{6} \Delta^4 y_* = 0$

(d) $\Delta y_* - \frac{(2p-1)}{2} \Delta^2 y_* + \frac{(3p^2 - 6p + 2)}{6} \Delta^3 y_* = 0$

9. Trapezoidal വിത്തിൽ പിന്നുമെണ്ണ വരിക്ക് _____

(a) h (b) h^2

(c) h^3 (d) h^4

Error in Trapezoidal rule is order _____

(a) h (b) h^2

(c) h^3 (d) h^4

10. സൗംക്രാം കുറിയിട്ടുള്ള Romberg' യിൽ വാർപ്പാറ്റ് _____

(a) $I = I_2 - \frac{I_2 - I_1}{3}$ (b) $I = I_1 + \frac{I_2 - I_1}{3}$

(c) $I = 2I_2 + \frac{I_2 - I_1}{5}$ (d) $I = I_2 + \frac{I_2 - I_1}{3}$

Romberg's formula is given by _____ by usual notation

(a) $I = I_2 - \frac{I_2 - I_1}{3}$ (b) $I = I_1 + \frac{I_2 - I_1}{3}$ see in

(c) $I = 2I_2 + \frac{I_2 - I_1}{5}$ (d) $I = I_2 + \frac{I_2 - I_1}{3}$

SECTION B — (5 × 7 = 35 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Regula Falsi മുഹൂരംയപ്പ് പദ്ധതിപ്പാർക്ക്
 $x^2 - \log_e x - 12 = 0$ അംഗീകാരിച്ച മുഹൂരംയപ്പ് പദ്ധതിക്ക്.

Find the smallest positive root of
 $x^2 - \log_e x - 12 = 0$ by Regula Falsi method.

Or

- (b) തിലപ്പാർക്ക് മുഹൂരംയപ്പ് പദ്ധതിപ്പാർക്ക് $3\sqrt{5}$ ലഭിക്കുന്നത് കാണണ്ട്.

Using Newton's - Raphson method find the approximate value of $3\sqrt{5}$.

12. (a) (i) $2x^3 - 3x^2 + 4x - 8$ എഡ് സൗംക്രാം പദ്ധതിക്ക് പഠിയുംപ്പോലെ എഴുതു.

(ii) $\Delta \log f(x) = \log \left(1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right)$ എന്ന് ചുരുക്കി.

- (i) Express $2x^3 - 3x^2 + 4x - 8$ as a factorial polynomial

(ii) Prove that $\Delta \log f(x) = \log \left(1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right)$.

Or

(e) A என்பது R-ல் முழு வரம்புதெய் உட்கணம் எனில் \bar{A} கஷ்டமானது என்றுவக.

If A is a totally bounded subset of R, prove that \bar{A} is compact.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

6. Q என்பது என்னிட்டத்தக்கு என்றுவக.

Prove that Q is countable.

7. கான்டிரின் வெட்டுத் தேற்றத்தைக் காரி நிறுவக.

State and prove Cantor's intersection theorem.

8. $f : M_1 \rightarrow M_2$ என்ற கார்பு தொடர்ச்சியாளதாக அமைய தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை என்பது $(x_n \rightarrow x) \Rightarrow (f(x_n)) \rightarrow f(x)$ என்பதோகும் என்றுவக.

A function $f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous if and only if $(x_n \rightarrow x) \Rightarrow (f(x_n)) \rightarrow f(x)$.

Determine which of the following subsets of R is closed in R with usual metric

- | | |
|--|-----------------|
| (a) R | (b) \emptyset |
| (c) N | (d) Q |
| 4. R-ல் முழுமையான உட்கணத்தைத் தேற்றுத் ④ | |
| (அ) (p,q) | (ஆ) $(p,q]$ |
| (இ) $[p,q)$ | (ஈ) $[p,q]$ |

Choose the complete subset of R.

- | | |
|---|-------------|
| (a) (p,q) | (b) $(p,q]$ |
| (c) $[p,q)$ | (d) $[p,q]$ |
| 5. கீழ்க்கண்ட வந்தில் எது சரியான? | |
| (அ) சமயாப்புமை என்பது சம ஒப்புமை ஆகும் | |
| (ஆ) சமஒப்புமை என்பது சமயாப்புமை ஆகும் | |
| (இ) ஒத்த கார்பு என்பது சம ஒப்புமை ஆகும் | |
| (ஈ) சமஒப்புமை என்பது சமயிலை உறவாகும் | |

3 7216/SMT8C51/
SMC8C51

10 7216/SMT8C51/
SMC8C51

(x) எனக்
'(x) எனக்
0), $y''(0)$

following

எனக்

மதிப்புகளை

5

le using

8C52/
C8C53

- (a) $u_1 + u_2 + u_3 = 25$, $u_4 = 29$, முடிய $u_5 + u_6 = 113$ எனில் $u(x)$ எய் காணக். அதிலிருந்து u_{10} எய்க் காணக்.

Given that $u_1 + u_2 + u_3 = 25$, $u_4 = 29$, $u_5 + u_6 = 113$ find the polynomial $u(x)$ and hence find u_{10} .

13. (a) பின்வரும் மதிப்புகளுக்குப் பொறுத்தும் முப்படி பல்வேறுப்பானங்க் காணக்.

$$x: 0 \ 1 \ 2 \ 3$$

$$f(x): 1 \ 2 \ 1 \ 10$$

Find a cubic polynomial which takes the following values.

$$x: 0 \ 1 \ 2 \ 3$$

$$f(x): 1 \ 2 \ 1 \ 10$$

Or

- (b) Laplace - Everett's வாய்பாட்டைத் தருவி.

Derive Laplace - Everett's formula.

14. (a) $x: 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4$
 $f(x): 1 \ 1 \ 15 \ 40 \ 85$

8

2793/SMT8C52/
SMC8C53

Newton's forward difference formula to find the second derivative $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = x_0$ is

$$(a) \frac{1}{L} \left[\Delta y_* + \frac{1}{2} \Delta^2 y_* + \frac{1}{3} \Delta^3 y_* + \dots \right]$$

$$(b) \frac{1}{L^2} \left[\Delta^2 y_* - \Delta^3 y_* + \frac{11}{12} \Delta^4 y_* - \dots \right]$$

$$(c) \frac{1}{L} \left[\nabla y_* - \frac{1}{2} \nabla^2 y_* + \dots \right]$$

$$(d) \frac{1}{L^2} \left[\nabla^2 y_* + \nabla^3 y_* + \frac{11}{12} \nabla^4 y_* - \dots \right]$$

8. இதைக்கணிப்பு பல்வேறுப்பானின் மீப்பெறு. மீசீரு மதிப்புகளை ————— பினிருந்து பெறவேண

$$(a) \Delta y_* + \frac{(2p-1)}{2} \Delta^2 y_* + \frac{(3p^2-6p+2)}{6} \Delta^3 y_* = 0$$

$$(b) \Delta^2 y_{-1} - \frac{1}{12} p \Delta^4 y_{-2} = 0$$

$$(c) \Delta^2 y_* - \Delta^3 y_* + \frac{3p^2+6p+2}{6} \Delta^4 y_* = 0$$

$$(d) \Delta y_* - \frac{(2p-1)}{2} \Delta^2 y_* + \frac{(3p^2-6p+2)}{6} \Delta^3 y_* = 0$$

5

2793/SMT8C52/
SMC8C53

(ஆ) M என்பது யாப்பு வெளி மற்றும் $A \subseteq M$ என்க. A மூடிய கணம் எனில், எனில் மட்டும் A ஏன் எங்கெல்ப் புள்ளிகள் அனைத்தும் A மீது இருக்கும் என நிறுவு.

* Let M be a metric space and $A \subseteq M$. Prove that A is closed iff A contains all its limit points.

17. (அ) Cantor யின் வெட்டு செற்றத்தை எடுத்து நிறுவு. State and prove Cantor's intersection theorem.

Or

(ஆ) வெளி L_2 முழுமையாகது என நிறுவு.

Prove that the space L_2 is complete.

18. (அ) $f : M_1 \rightarrow M_2$ என்ற எப்பு நொடர்ச்சியாகது எனில், எனில் மட்டும் நீண்ட கணக்கின் செற்றும் கிம்பாகும் நீண்ட கணம் ஆகும் என நிறுவு.

* Prove that a function $f : M_1 \rightarrow M_2$ is continuous iff inverse image of every open set is open.

Or

- (ஆ) (i) வழக்கமான யச்சுடன் கூடிய R ஆகது பிரிநிலை யச்சுடன் கூடிய R க்கு வழிவெப்பும் கூடியது அல்ல என நிறுவு.

A complete subset of a complete metric space is _____

- | | |
|---------------|------------|
| (a) complete | (b) open |
| (c) connected | (d) closed |

5. பிரிநிலை யச்சு வெளியெடு வார்யாக அங்கமாக உடைய எப்பு ஆகும்

(அ) நொடர்ச்சியாக

(ஆ) நொடர்ச்சியாக

(இ) கீழான நொடர்ச்சியாக

(ஈ) இருபுற்பான்

Any function whose domain is a discrete metric space is _____

- | |
|--------------------------|
| (a) continuous |
| (b) discontinuous |
| (c) uniformly continuous |
| (d) rejection |

6. R என்ற ஏதேனும் இரு நீண்ட கூடுமொன்றை

- | |
|-----------------------------|
| (அ) வழிப்புக்கும் உடையனவு |
| (ஆ) வழிவெப்புக்கும் உடையனவு |
| (இ) வழிவெப்புக்கும் உடையனவு |
| (ஈ) கீழானவு |

Gauss jocobi method is a _____ method

- (a) Iterative (b) Direct
(c) Indirect (d) Approximate

3. பின்வரும் தெரிவுகளில் எது தவறானது?

- (அ) $\Delta \circ E = E \circ \Delta$ (ஆ) $E = 1 + \Delta$
(இ) $E^{-1} = 1 - \nabla$ (ஈ) $\Delta + E = E + \Delta$

Which one of the following choices is wrong?

- (a) $\Delta \circ E = E \circ \Delta$ (b) $E = 1 + \Delta$
(c) $E^{-1} = 1 - \nabla$ (d) $\Delta + E = E + \Delta$

4. $E^2 y = x^2$ மற்றும் $h = 1$ எனில் $y =$ _____

- (அ) x^2 (ஆ) $(x-1)^2$
(இ) $(x-2)^2$ (ஈ) $2x$

If $E^2 y = x^2$ and $h = 1$, $y =$ _____

- (a) x^2 (b) $(x-1)^2$
(c) $(x-2)^2$ (d) $2x$

17. நிட்டமான வேறுபாடுகளுக்கான அடிப்படை செல்களை எழுதி திறவுக.

State and prove the fundamental theorem for finite difference.

18. $y_{10} = 600, y_{20} = 512, y_{30} = 439, y_{50} = 243$ எனில் ஸ்டெர்லிங் வரவீட்டைப் பயன்படுத்தி y_{35} எயக்கணக்கி ஒகு.

Using Stirling's formula compute y_{35} given that $y_{10} = 600, y_{20} = 512, y_{30} = 439, y_{50} = 243$.

19. பின்வரும் விவரங்களிலிருந்து $x = 51$ முக் $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ எழுதியவற்றைக் காணக.

$x :$	50	60	70	80	90
$y :$	19.96	36.65	58.81	77.21	94.61

Find $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 51$ from the following data.

$x :$	50	60	70	80	90
$y :$	19.96	36.65	58.81	77.21	94.61

11 2793/SMT8C52/
SMC8C53

2793/SMT8C52/
SMC8C53

Nov
2012 NOVEMBER 2012

42

✓ NUMERICAL ANALYSIS (Also common to
Mathematics with C.A)

(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Choose the correct answer :

1. $x^3 - 3x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாத்தின் ஒரு மூலம்
_____, _____ இடையில் உள்ளது

- (அ) -1, 0 (ஆ) 1, 2
(இ) -3, -2 (ஈ) 2, 3

A real root of the equation $x^3 - 3x + 1 = 0$ lie
between _____ and _____

- (a) -1, 0 (b) 1, 2
(c) -3, -2 (d) 2, 3

கன ஜிக்கோஃ முறை _____ முறை ஆகும்

- (அ) மறி வெய்க்க (ஆ) செழுப்பான
(இ) மறைமுகமாக (ஈ) செலுப்பான

The set Z of all integers w.r.b. ordinary addition and multiplication is a

- (a) field
- (b) ring
- (c) integral domain
- (d) none

PART B — (5 × 6 = 30 marks)

Answer ALL questions.

11. (அ) ρ மற்றும் σ என்பன S என்ற காலத்தில் வரையறைக்கப்பட்ட இரு சமன் உறவுகள் எனில் $P \cap \sigma$ -ம் இரு சமன் உறவு என நிறுவு.

If ρ and σ are equivalence relations defined on a set S , prove that $P \cap \sigma$ is an equivalence relation.

Or

(ஆ) $f:A \rightarrow B$ மற்றும் $g:B \rightarrow C$ என்பன ஒன்றுக்கொண்டுள்ள சமீல் கார்புகள் எனில் $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ என நிறுவு.

If $f:A \rightarrow B$ and $g:B \rightarrow C$ are bijections, then prove that $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

18. (அ) தீவ்ரங்காலை நிறுவு

- (i) G என்ற குழுத்தின், குரியீட்டு எண் 2 உடைய ஒரு உட்குலம் H எனில், H ஆனால் G -ன் தோற்றும் உட்குலம்.
- (ii) G என்ற குழும், கொடுக்கப்பட்ட வெளியெங்கூன்று கொண்ட உட்குலம் H -ஐ மட்டும் கொண்டுள்ளது எனில், H ஆனால் G -ன் தோற்றும் உட்குலம்

Prove the following :

- (i) If H is a subgroup of index 2 in a group G , then H is a normal subgroup of G .
- (ii) If a group G has exactly one subgroup H of given order, then H is a normal subgroup of G .

Or

- (ஆ) (i) பல எண்ணால் விவரிக்கப்படும் குலம் உட்குலம் என நிறுவு.
- (ii) ஆய்வின் கீழ்க்கண்ட ஏழுதி நிறுவு.
- (i) Prove that every group of prime order is cyclic
- (ii) State and prove Euler's theorem.

4. $\{1, -1, i, -i\}$ என்ற வட்டக்குலத்தின் பிறப்பிகள்

(அ) $1, 0$

(ஆ) $i, -i$

(இ) $1, -1$

(ஈ) எதுவுமில்லை

The generators of the cyclic group $\{1, -1, i, -i\}$ are

(a) $1, 0$

(b) $i, -i$

(c) $1, -1$

(d) None

5. G என்ற முடிவுள்ள குலத்தின் உட்குலங்கள் A மற்றும் B மேலும் A ஆளது B -ன் உட்குலம் எனில்

(அ) $[G : A] = [G : B][B : A]$

3

(ஆ) $[G : A] = [G : B][A : B]$

(இ) $[G : B] = [G : A]$

(ஈ) எதுவுமில்லை

A and B are subgroups of a finite group G such that A is a subgroup of B . Then

(a) $[G : A] = [G : B][B : A]$

(b) $[G : A] = [G : B][A : B]$

(c) $[G : B] = [G : A]$

(d) None

1396/AEC

3

37

AEC

(ஆ) $f:A \rightarrow B$ என்ற சார்பு. ஒன்றாக்கொள்ளுவதை மேல் அம்பாக அமையத் தேவையான, போதுமான நிபந்தனை:

$g:B \rightarrow A$ என்ற தனித்த சார்பு, $g \circ f = i_A$ யாற்றும் $f \circ g = i_B$ என்றாலும் கைமாடும் என நிறுவுக.

Prove that a function $f:A \rightarrow B$ is a bijection if and only if there exists a unique $g:B \rightarrow A$ such that $g \circ f = i_A$ and $f \circ g = i_B$.

17. (ஆ) A, B என்பது G என்ற குலத்தின் உட்குலங்கள் AB என்பது G -ன் உட்குலம் $\Leftrightarrow AB = BA$ என நிறுவுக.

Let A and B be two subgroups of a group G . Then prove that AB is a subgroup of G if and only if $AB = BA$.

Or

(ஆ) பின்வருவதையாக நிறுவுக:

- (i) ஒரு வட்டக்குலம், அபீலியன் குலமாகும்
- (ii) வட்டக்குலத்தின் உட்குலம் வட்டக்குலமாகும்.

Prove the following:

- ✓(i) Any cyclic group is abelian
- ✓(ii) A subgroup of a cyclic group is cyclic.

12. (ஆ) G என்ற குலத்தின் கைமாடும் $Z(G)$ கூடது G -ன் உட்குலம் என நிறுவுக.

Prove that the centre $Z(G)$ of a group G is a subgroup of G .

Or

(ஆ) G என்பது ஒரு குலம், $a \in G$ எனில் a -வின்கையும் a -வினால் பிரைபிக்பட்ட வட்டக் குலத்தின் வரிகையும் கைமாடும் என நிறுவுக.

Let G be a group and $a \in G$. Then prove that order of a is the same as the order of the cyclic group generated by a .

13. (ஆ) லாக்ராஞ்சியின் தெரிவதை எழுதி நிறுவுக.
State and prove Lagrange's theorem.

Or

(ஆ) G என்ற குலத்தின் இரு கோண உட்குலங்களைப் போட்டு, ஒரு கோணம் உட்குலம் என நிறுவுக.

Prove that the intersection of two normal subgroups of a group G is a normal subgroup of G .

19. (அ) குலங்களுக்கிடையே, இயல் மாறாத தன்மை ஒரு சமான நிறுவுக.

Prove that isomorphism is an equivalence relation among groups.

Or

(ஆ) $f: G \rightarrow G'$ என்பது G, G' என்ற குலங்களுக்கிடையே, ஓர் இயல்மாறாக கோர்த்தல் எனில்

- (i) $f(e) = e'$; e, e' என்பன முறையே G மற்றும் G' -ன் சமனி நிறுப்புகள்
- (ii) $f(a^{-1}) = [f(a)]^{-1}; a \in G$
- (iii) a -ன் வரிசீசன $= f(a)$ -ன் வரிசீசன; $a \in G$ என நிறுவுக.

Let $f: G \rightarrow G'$ be an isomorphism of groups.

Prove that

- (i) $f(e) = e'$, where e and e' are the identity elements of G and G' respectively.
- (ii) $f(a^{-1}) = [f(a)]^{-1}; a \in G$
- (iii) order of a = order of $f(a), a \in G$.

For any positive integer n , $\frac{Z}{nZ} \cong$

- (a) Z
- (b) nZ
- (c) Z_n
- (d) None

9. Z_6 என்ற வளையுத்தின் சிறப்பு எண்

- (அ) 2
- (ஆ) 3
- (இ) 6
- (ஈ) ஏதுமிருந்து

Z_6 is a ring of characteristic

- (a) 2
- (b) 3
- (c) 6
- (d) None

10. அமைந்து கூடி உண்ணின் கூடும் Z எண் கூடும் மற்றும் பெருக்கலைப் போதுக்கு

- (அ) கணம்
- (ஆ) விளையம்
- (இ) எண் அடிக்கல்
- (ஈ) எதுவுமில்லை

14. (a) ஒவ்வொரு முடிவிலா வட்டக்குலமும் $(\mathbb{Z}, +)$ -க்கு இயல் மாறாத தன்மையுடையது என நிறுவுக.

/ Prove that any infinite cyclic group is isomorphic to $(\mathbb{Z}, +)$.

Or

- (b) G மற்றும் G' என்பன குலங்கள் $f: G \rightarrow G'$ என்பது ஒரு செயல்மாறாக, கோத்தல் H' என்பது G' -ன் ஓர் உட்குலம் எனில், $f^{-1}(H')$ ஆனது G -ன் உட்குலம் என நிறுவுக.

Let G and G' be two groups and $f: G \rightarrow G'$ be a homomorphism. If H' is a subgroup of G' , then prove that $f^{-1}(H')$ is a subgroup of G .

15. (a) R என்பது ஒரு வகையம். $a, b \in R$ எனில் அன்வருவனவந்தை நிறுவுக.

- (i) $0.a = a.0 = 0$
- (ii) $a(-b) = (-a)b = -(ab)$
- (iii) $(-a)(-b) = ab$
- (iv) $a(b-c) = ab - ac$.

8

1396/AEC

Let R be a ring and $a, b \in R$. Then prove the following

- (i) $0.a = a.0 = 0$
- (ii) $a(-b) = (-a)b = -(ab)$
- (iii) $(-a)(-b) = ab$
- (iv) $a(b-c) = ab - ac$.

Or

- (a) பூச்சிய வகுப்பான்கள் இயலாத், முடிவுள்ள பரிசுமிகு வகையம், ஒரு கணம் என நிறுவுக.

/ Prove that a finite commutative ring without zero divisors is a field.

PART C — (5 × 12 = 60 marks)

Answer ALL questions.

16. (a) S என்ற கணத்தில் ஒவ்வொரு பிரிவும் இயற்கையான முறையில் ஒரு கணம் கூடாக வகைப்படுக்கும் என நிறுவுக.

Prove that any partition of a set S determines an equivalence relation.

Or

9

1396/AEC

6. G என்ற குலத்தின் ஒரு சீர்க்கை உட்குலம் N எனில்
 (அ) $aNa^{-1} = \{e\}$ (ஆ) $aNa^{-1} = N$
 (இ) $aNa^{-1} = G$ (ஈ) எதுவுமில்லை
- If N is a normal subgroup of a group G , then
 (a) $aNa^{-1} = \{e\}$ (b) $aNa^{-1} = N$
 (c) $aNa^{-1} = G$ (d) None
7. $f:G \rightarrow G'$ என்பது ஒரு செயல்மாறாக் கோர்த்தல் f
 ஆகாது $1-1 \Leftrightarrow$
 (அ) $\ker f = G$ (ஆ) $\ker f = \{e\}$
 (இ) $\ker f = G'$ (ஈ) எதுவுமில்லை
- $f:G \rightarrow G'$ is a homomorphism f is $1-1 \Leftrightarrow$
 (a) $\ker f = G$ (b) $\ker f = \{e\}$
 (c) $\ker f = G'$ (d) None
8. n என்பது மிகை முழு எண் எனில், $\frac{Z}{nZ} \cong$
 (அ) Z (ஆ) nZ
 (இ) Z_n (ஈ) எதுவுமில்லை
20. (அ) (i) சமீ உறுப்பு 1 என்ற எண்ணும் R -ஐ
 அம்சுகளின் கணம். பெருக்கலைப் பொறுத்து
 ஒரு குலம் எனக்காட்டு.
 (ii) Z_n என்பது ஒர் எண் அளவுக்கு ஒரு ஒரு பகு
 டம் என நிறுவுக.
 (i) Let R be a ring with identify 1 show
 that the set of all units in R is a group
 under multiplication.
 (ii) Prove that Z_n is an integral domain
 $\Leftrightarrow n$ is prime.
- Or
- (ஆ) (i) R என்ற எண்ணுக்க்கு $a^2 = a$, $\forall a \in R$
 எனில் $a + a = 0; a + b = 0 \Rightarrow a = b$; $ab = ba$
 என நிறுவுக.
 (ii) D என்ற எண் அளவுக்குள் கிடைப்பு என 0
 அவ்வது பகு எண் என நிறுவுக.

1396/AEC

APRIL 2011

**Modern
Algebra**

MODERN ALGEBRA

(For those who joined in July 2006 and 2007)

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. S என்ற கணத்தில் வரையறுக்கப்பட்ட உறவு ρ ஆகும்
சமச்சீர் உறவு எனில்

- (அ) $a \rho b \Rightarrow b \rho a$
- (ஆ) $a \rho a$
- (இ) $a \rho b, b \rho c \Rightarrow a \rho c$
- (ஈ) எதுவுமில்லை

A relation ρ defined on a set S is said to be
symmetric, if

- (a) $a \rho b \Rightarrow b \rho a$
- (b) $a \rho a$
- (c) $a \rho b, b \rho c \Rightarrow a \rho c$
- (d) None

2. A என்ற கணத்தில் வரையறுக்கப்பட்ட * என்ற சம்பந்தமான பிரிமாற்றுத் தன்மை உடையது எனில்

- (அ) $a * b = ab$
(ஆ) $a * b = a$
(இ) $a * b = a + b$
(ஏ) $a * b = b * a$

கணக்கை
2

A binary operation * on a set A is said to be commutative if

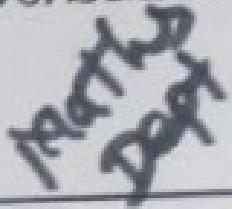
- (a) $a * b = ab$
(b) $a * b = a$
(c) $a * b = a + b$
(d) $a * b = b * a$

3. ஒரு முடிவறு குலமானது அபீலியனாக இருக்க அதன் வரிசையின் மீப்பெரு மதிப்பு

- (அ) 6 (ஆ) 5
(இ) 3 (ஏ) 7

The maximum value of the order of a finite group to be abelian is

- (a) 6 (b) 5
(c) 3 (d) 7



(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

All questions carry equal marks.

1. $(\mathbb{Z}, +)$ வீதி -1 என்னுடன்

- | | |
|-------|--------------|
| (அ) 2 | (ஆ) ∞ |
| (இ) 1 | (ஈ) -1 |

The order of the element -1 in $(\mathbb{Z}, +)$ is

- | | |
|-------|--------------|
| (அ) 2 | (ஆ) ∞ |
| (இ) 1 | (ஈ) -1. |

2. S_n - என்ற குலத்தில் உள்ள ஒருப்புகளின் எண்ணிக்கை

- | | |
|--------------------|---------------|
| (அ) n | (ஆ) $n!$ |
| (இ) $\frac{n!}{2}$ | (ஈ) n_{C_1} |

The number of elements in S_n is

- (a) n
- (b) $n!$
- (c) $\frac{n!}{2}$
- (d) n_{C_2} .

3. G என்பது பகாஎண் வரிசையைக் கொண்ட ஒரு குலம் எனில்

- (அ) G ம் ஏந்த உட்குலங்களும் இல்லை
- (ஆ) G ம் ஏந்த முறையான உட்குலங்களும் இல்லை
- (இ) G ம் இரண்டுக்கு மேற்பட்ட உட்குலங்கள் உள்ளன
- (ஈ) G அபீலியன் குலம் ஆகும்.

Let G be a group of prime order. then

- (a) G has no subgroups
- (b) G has no proper subgroups
- (c) G has more than 2 subgroups
- (d) G is non abelian.

4. G/N , என்ற வகு குலத்தில், N ஆனது

- (அ) G -ம் ஏதேனும் ஒரு முறையான உட்குலம்
- (ஆ) G -ம் வட்ட உட்குலம்
- (இ) G -ம் நேர்மை உட்குலம்
- (ஈ) G -ம் ஒரு முறையான அபீலியன் உட்குலம்.

18. G என்ற குலத்தின் ஒரு உட்குலம் H எனில், அதைகுலங்களாக நிறுவுக.

- (அ) $a \in H \Leftrightarrow aH = H$
- (ஆ) $aH = bH \Leftrightarrow a^{-1}b \in H$.

- (இ) $a \in bH \Leftrightarrow aH = bH$.

If H is a subgroup of a group G , then prove the following :

- (a) $a \in H \Leftrightarrow aH = H$.
- (b) $aH = bH \Leftrightarrow a^{-1}b \in H$.
- (c) $a \in bH \Leftrightarrow aH = bH$.

19. குலங்களுக்கிடையேயான இயல்மாறா கோச்சது, ஒரு சமான உறவு என நிறுவுக.

Prove that, isomorphism is an equivalence relation among the groups.

20. குலங்களுக்கான கெய்லி தேற்றும் எழுதி நிறுவு.

State and prove Cayley's theorem on groups.

- (i) Let R be a ring such that $a^2 = a$ for all $a \in R$ prove that $a + a = 0; a + b = 0 \Rightarrow a = b; ab = ba$.
- (ii) Prove that the characteristic of an integral domain D is either 0 or a prime number.

9

Algebra

If R is a ring such that $a^2 = a$ for all $a \in R$, prove that

- (i) $a + a = 0$,
- (ii) $a + b = 0 \Rightarrow a = b$.
- (iii) $ab = ba$.

| 2

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

All questions carry equal marks.

16. $f : A \rightarrow B$ மற்றும் $g : B \rightarrow C$ என்பன இரு ஒன்றாக கொண்டுள்ள மேல் சாஸ்கள் எனில், $f^{-1} : B \rightarrow A$ ஒடு ஒன்றாக கொண்டுள்ள மேல் சாஸ்பு என்றால் $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ எனவும் நிறுவுக.

If $f : A \rightarrow B$ and $g : B \rightarrow C$ are bijections, prove that $f^{-1} : B \rightarrow A$ is a bijection and $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

17. ஒரு குலம் G ன் இரு உட்குலங்களின் கோரப்பு, G -ன் உட்குலமாக அமையத் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனையாவது, ஒன்று மற்றைத் தன்மைக்கியது என நிறுவுக.

Prove that, the union of two subgroups of a group G is a subgroup off one is contained in the other.

In the quotient group G/N , N is

- (a) any proper subgroup of G
- (b) a cyclic subgroup of G
- (c) a normal subgroup of G
- (d) a proper abelian subgroup of G .

5. $f : (R^+, \cdot) \rightarrow (R^+, \cdot)$ என்ற சாஸ்பு $f(x) = |x|$ என வரையறைக்கப்படுகிறது மேல்மாறாக கோரப்பு மூலமாக இருக்கும் கூறுதல்
- (அ) {1}
 - (ஆ) {-1}
 - (இ) {0}
 - (ஈ) {1, -1}.

The Kernel of the homomorphism $f : (R^+, \cdot) \rightarrow (R^+, \cdot)$ defined by $f(x) = |x|$ is

- (a) {1}
- (b) {-1}
- (c) {0}
- (d) {1, -1}.

6. $f : G \rightarrow G'$ ஒரு இயல்மாறாக கோரத்தல் $a \in G$, எனில் a ன் வரிசை =

- (அ) 1
- (ஆ) $f(a)$ ன் வரிசை
- (இ) a^{-1} ன் வரிசை
- (ஈ) $f(a^{-1})$ ன் வரிசை.

(a) G என்ற குத்தின் உட்குலங்கள் H, N இனவையில், N ஆகத் G ன் சேர்க்கம் உட்குலம் எனில், $H \cap N$ ஆகத் H -ன் சேர்க்கம் உட்குலம் என்க எடுக்க. $H \cap N$ ஆகத் G -ன் சேர்க்கம் உட்குலமாக அமையத் தேவையில்கை என்பதற்கு ஒரு உதாரணம் தருக.

Show that, if H and N are subgroups of a group G and N is normal in G , then $H \cap N$ is normal in H . Show by an example that $H \cap N$ need not be normal in G .

14. (a) வரிசை n உடைய, முடிவறை உட்குலம், $(Z_n, +)$ க்கு இயல்மாறாக கோர்த்தலை உடையது என நிறுவுக.

Prove that, any finite cyclic group of order n is isomorphic to $(Z_n, +)$.

Or

- (a) $f : G \rightarrow G'$ ஒரு இயல்மாறாக கோர்த்தல் எனில்
- $f(e) = e'$.
 - $f(a^{-1}) = (f(a))^{-1}$.
 - H என்பது G ன் உட்குலம் எனில், $f(H)$ ஆகத் G' ன் உட்குலம் என நிறுவுக.

The inverse of $f : R \rightarrow R$ given by $f(x) = x + 3$ is

- $f^{-1}(x) = 3 - x$
- $f^{-1}(x) = x - 3$
- $f^{-1}(x) = \frac{1}{x+3}$
- $f^{-1}(x) = \frac{1}{x} + 3$.

9. ஒரு வளையம் _____ எனில், பூமியின் வளையம் என்ற அழைக்கப்படும்

- $a^2 = I, \forall a \in R$
- $a^2 = a, \forall a \in R$
- $a^2 = 0, \forall a \in R$
- $a^n = 0 \text{ for some } n \in N$.

A ring is called a Boolean ring if

- $a^2 = I, \forall a \in R$
- $a^2 = a, \forall a \in R$
- $a^2 = 0, \forall a \in R$
- $a^n = 0 \text{ for some } n \in N$.

10. ஒரு வளையமாக அமையாத, இயற்கணித அமைப்பு

- $(Z, +, \cdot)$
- $(Q, +, \cdot)$
- $(R, +, \cdot)$
- $(R, \cdot, +)$

Let $f: G \rightarrow G'$ be an isomorphism. If $a \in G$, then order of $a =$

- (a) 1
- (b) order of $f(a)$
- (c) order of a^{-1}
- (d) order of $f(a^{-1})$.

7. நீண்டாக உள்ள போதுமிகள் முறையில் விடும் விடைகளை என்றால் இது

- (அ) n^2
- (ஆ) 2^n
- (இ) 2^{n^2}
- (ஈ) $2n$.

The number of binary relations on a set with n elements is

- (a) n^2
- (b) 2^n
- (c) 2^{n^2}
- (d) $2n$.

8. $f: R \rightarrow R$ எனில் $f(x) = x + 3$ என்ற விவரங்களின் படி எனில், f என்ற சம்பந்தம், $f^{-1}(x) = 3 - x$ (ஆ) $f^{-1}(x) = x - 3$ (இ) $f^{-1}(x) = \frac{1}{x+3}$ (ஈ) $f^{-1}(x) = \frac{1}{x} + 3$.

Let $f: G \rightarrow G'$ be a homomorphism. Prove the following :

- (i) $f(e) = e'$.
- (ii) $f(a^{-1}) = (f(a))^{-1}$.
- (iii) If H is a subgroup of G then $f(H)$ is a subgroup of G' .

15. (ஆ) R எனில் $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, $a, b \in R$ என்ற அமல் உள்ளதை அமிலத்தை கணித்தி எனில், அதை மூலம் விடும் விடை என்று விடுவதை விடுதலே. R என்ற அமலை என்க என்று கூற.

Show that, the set R of all matrices of the form $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ where $a, b \in R$ is a ring under matrix addition and matrix multiplication.

Or

- (ஆ) R எனில் அனைத்தில் $a \in R$, எனில் $a^2 = a$ என் அமலைக் கொண்டுவருவதை பிரசர.
- (i) $a + a = 0$.
 - (ii) $a + b = 0 \Rightarrow a = b$.
 - (iii) $ab = ba$.

The algebraic structure which is not a ring is

- (a) $(Z, +, \cdot)$ (b) $(Q, +, \cdot)$
(c) $(R, +, \cdot)$ (d) $(R, \cdot, +)$.

SECTION B — (5 × 7 = 35 marks)

Answer ALL questions.
All questions carry equal marks.

11. (a) $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ என்பது இரு கார்புகள் பின்வருவதைத்தீர்க்க நிறுவு.

- (i) $g \circ f$ ஒரு $1 - 1$ கார்பு $\Rightarrow f$ ஒரு $1 - 1$ கார்பு
(ii) $g \circ f$ ஒரு மொத்த கார்பு $\Rightarrow g$ ஒரு மொத்த கார்பு.

Let $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ be two functions.

Prove that

- (i) $g \circ f$ is $1 - 1 \Rightarrow f$ is $1 - 1$ and
(ii) $g \circ f$ is onto $\Rightarrow g$ is onto.

Or

- (b) $f: R - \{ 3 \} \rightarrow R - \{ 1 \}$ என்ற சம்பாபதி

$$f(x) = \frac{x-2}{x-3}$$

f ஆகை ஒன்றாக வெளியிட வேண்டும் என்று நிறுவி. அதன் செயல்ரூபம் காட்டு.

Show that $f: R - \{ 3 \} \rightarrow R - \{ 1 \}$ given by

$$f(x) = \frac{x-2}{x-3}$$
 is a bijection and find its inverse.

12. (a) ஒரு வட்டக்குலத்தில் உட்குலம் ஒரு வட்டக்குலம் என நிறுவு.

Prove that, a subgroup of a cyclic group is cyclic.

Or

- (b) ஒரு குலம் G -ன் மையம் $Z(G)$, G -ன் உட்குலம் என நிறுவு.

Prove that the centre $Z(G)$ of a group G is a subgroup of G .

13. (a) ஆய்வரின் செற்றும் ஏழை நிறுவு.

State and prove Euler's theorem.

Or

16.5.13. F.N

7520/SMC8C41

APRIL 2015

MODERN ALGEBRA

16

(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ($x \neq 1$) इसीलिए $f^{-1}(x) =$ _____

(a) $\frac{y}{y+1}$

(b) $\frac{y}{y-1}$

(c) $\frac{y-1}{y}$

(d) $\frac{y+1}{y}$

If $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ($x \neq 1$) then $f^{-1}(x) =$ _____

(a) $\frac{y}{y+1}$

(b) $\frac{y}{y-1}$

(c) $\frac{y-1}{y}$

(d) $\frac{y+1}{y}$

2. n -எல்லை ஒன்று ஒரு கால்திரி வகையிலிருப்பதை கடிசையிலிருப்பதை நிறைவேண்டும்.
- (அ) n^2 (ஆ) 2^n
 (இ) 2^{n^2} (ஈ) $2n$
- The number of relations that can be defined in a set with n elements
- (a) n^2 (b) 2^n
 (c) 2^{n^2} (d) $2n$.
3. S_n -ல் உள்ள ஒற்றைப் பகுதி வரிசை மற்றுள்ளதை என்றால்
- (அ) குறை குறை (ஆ) விகிடப்படும்
 (இ) சீராக குறை (ஈ) வட்டாக்குறை.
- The set of all odd permutations in S_n is
- (a) not a group (b) ring
 (c) normal subgroup (d) cyclic group.
4. G என்று ஏ-ஒல் அவசிய நழப்பாகவும் n எதிர்பார்த்து கொண்டு குறைக்கவும், $a \in G$ ஆகவும் இருப்பதை
- (அ) $a^{\infty} = a$ (ஆ) $a^{\infty} = 0$
 (இ) $a^{\infty} = e$ (ஈ) $a^{\infty} = 1$

2

7520/SMC8C4I

11

7520/SMC8C4I

18. லாங்ராஞ்சின் செல்கூத் எழுதி விடுவா.
 State and prove Lagrange's theorem.
19. குலங்களுக்கிடையெல்லா சமீபத்தை ஒரு கம்பை உறுப்பு என்றிருவதை நிறைவேண்டும்.
 Show that Isomorphism is an equivalence relation among groups.
20. கேல்லையின் செல்கூத் எழுதி விடுவா.
 State and prove Cayley's theorem.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

All questions carry equal marks.

16. $f : R \rightarrow (0,1), \quad f(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{x}{1+|x|} \right]$ என்க

வினாவுக்கூட்டு அல்ப ஓர் இரு புதியங்கள் என்க
அட்டுக்

Show that $f : R \rightarrow (0,1)$ defined by

$$f(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{x}{1+|x|} \right].$$

17. G என்பது ஒரு கும். $a, b \in G$ எனில்
இன்வருவானவற்றை நிறுவு.

(அ) a -ன வரிசை : a^{-1} -ன வரிசை

(ஆ) a -ன வரிசை : $b^{-1}ab$ -ன வரிசை

(இ) ab -ன வரிசை : ba -ன வரிசை.

Let G be a group and $a, b \in G$ then prove that

(a) Order of a = order of a^{-1}

(b) Order of a = order of $b^{-1}ab$

(c) Order of ab = order of ba .

If G is a finite group of order n with identity element e and $a \in G$ then

- | | |
|---|---------------|
| (a) $a^n = a$ | (b) $a^n = 0$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> (c) $a^n = e$ | (d) $a^n = 1$ |

5. ஒவ்வொரு குழக்கறுப்பு மூன்றுப்பாலம்
இருக்கும்

- (அ) இரண்டு சோசம் உட்கும்
- (ஆ) ஒரு சோசம் உட்கும்
- (இ) மூன்று சோசம் உட்கும்
- (ஈ) ஒன்றுமிகும்

Every group has atleast

- (a) two normal subgroups
- (b) one normal subgroups
- (c) three normal subgroups
- (d) none

6. ஒரு அபெனியல் குழக்கிள் திடு உட்குமிகும் H, K
எனில் HK -ம் தான்

- (அ) உட்கும்
- (ஆ) கும்
- (இ) அபெனியல்கும்
- (ஈ) இயற்றில் ஏழுவரியக்கூ

If H and K are subgroup of an abelian group
then HK is also a _____

- (a) Subgroup (b) Group
(c) Abelian group (d) None of these.

7. $f: Z \rightarrow Z_n$ சார்பும், $f(x) = r$, $x = qn + r$ எனில்
ஏனென்றாலுடைய நீண்ட அதாக உள்ளது

- (a) $\{0\}$ (b) nz
(c) $[1]$ (d) $\{-1\}$.

The kernel of f is _____ where
 $f: Z \rightarrow Z_n$ is defined by $f(x) = r$ with $x = qn + r$

- (a) $\{0\}$ (b) nz
(c) $[1]$ (d) $\{-1\}$.

8. $(Z, +) \cong$ _____

- (x) $(2Z, +)$ (a) $(Q, +)$
(b) $(R, +)$ (c) (Z_n, \oplus) .

$(Z, +) \cong$ _____

- (a) $(2Z, +)$ (b) $(Q, +)$
(c) $(R, +)$ (d) (Z_n, \oplus) .

4

7520/SMC8C41

15. (a) R என்ற கால்வாயை கீழே R மீலை
கால்வாய்வாட்டுத் திடுவது

- (i) $0a = a0 = 0$
(ii) $a(-b) = (-a)b = -ab$
(iii) $(-a)(-b) = ab$
(iv) $a(b - c) = ab - ac$.

Let R be a ring and $a, b \in R$. Then prove
that

- (i) $0a = a0 = 0$
(ii) $a(-b) = (-a)b = -ab$
(iii) $(-a)(-b) = ab$
(iv) $a(b - c) = ab - ac$.

Or

(a) $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, a, b \in R$ என்ற மாது அமிலம்
உடல்வகை உடைப கணம் R -க்குக் கூடி
கூட்டு மற்றும் தெளி பெறுகூடிய கீழ் 9 ஒ^o
அமையும் மத்தியங்கள்

Show that the set R of all matrices of the
form $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, where $a, b \in R$ is a ring under
matrix addition and matrix multiplication.

9

7520/SMC8C41

3/6/13 F.N. Dept. Q

(8 pages)
7495/SMT8C51/
SMC8C51

Maths
Dept (015/013)
A.N.
APRIL 2013

REAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL the questions.

All questions carry equal marks.

Choose the correct answer:

1. _____

(a) Q (b) (0,1]

(c) R (d) C

_____ is countable.

(a) Q (b) (0,1]

(c) R (d) C

2. _____ Quotient Quotient (M,d)-gub Quotient metric
diameter

(a) 0 (b) 1

(c) - (d) -

In any metric space (M,d) the diameter of the empty set is

(a) 0 (b) 1

(c) - (d) -

3. _____ Quotient Quotient R → Quotient B(-1,1)

(a) [-2,0] (b) [-2,2]

(c) [-1,1] (d) (-2,0)

In R with usual metric the open ball B(-1,1) is

(a) [-2,0] (b) [-2,2]

(c) [-1,1] (d) (-2,0)

4. _____

(a) (0,1) (b) R

(c) Z (d) {0}

_____ is an open set.

(a) {0,1} (b) R

(c) Z (d) {0}

(ஆ) G என்ற குழுத்தின் ஏந்த ஒரு உறுப்பின் வரிசையும் G -ன் வரிசையை வகுக்கும் என்று நிறைவு.

Prove that the order of any element of a group G divides the order of G .

14. (ஆ) G என்பது ஒரு குழு என்க. $f: G \rightarrow G$,
 $f(x) = x^{-1}$ என வகுபடுக்கப்பட்ட என்பது f ஒரு குழு உப்புயை எனில், எனில் மட்டும் G ஆகையான அபீலியர் குழு என்று நிறைவு.

Let G be any group. Show that $f: G \rightarrow G$ given by $f(x) = x^{-1}$ is an isomorphism $\Leftrightarrow G$ is abelian.

Or

(ஆ) $f: G \rightarrow G'$ என்பது இயங்குமிருந்து கோந்து எனில், f என்பது 1-1 எனில் எனில் மட்டும் $\ker f = \{e\}$ எனக் கொட்டுக.

Let $f: G \rightarrow G'$ be a homomorphism then show that f is 1-1 iff $\ker f = \{e\}$.

9. Q என்பது _____

(ஆ) சமனி உறுப்பு கோண... வகுபடும்

(ஆ) பரிமாற்ற வகுபடும் அம்சம்

(ஆ) வகுபடும் அம்சம்

(ஏ) பூலிவர் வகுபடும்.

Q is a _____

(a) Ring with identity

(b) Non-commutative ring

(c) Not a ring

(d) Boolean ring.

10. ஒரு வகுபடுமாக அமையாத, இயற்கணித அமைப்பு

(ஆ) $(Z, +, \cdot)$

(ஆ) $(Q, +, \cdot)$

(ஆ) $(R, +, \cdot)$

(ஏ) $(R_{++}, +)$.

The algebraic structure which is not a ring is

(a) $(Z, +, \cdot)$

(b) $(Q, +, \cdot)$

(c) $(R, +, \cdot)$

(d) $(R_{++}, +)$.

SECTION B — (5 × 7 = 35 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

All questions carry equal marks.

11. (a) R என்று R -க்கு $f(x) = 2x - 3$ என் வகையறாக்கப்பட்ட கண்பு ஓர் இரு புறப்பால் எண்களாக காட்டுக். மொதும் அதன் நெர்மாலை காணக் $f^{-1} \circ f, f \circ f^{-1}$ க்கு கணக்கிடுக.

Show that $f: R \rightarrow R$ defined by $f(x) = 2x - 3$ is a bijection and find its inverse. Compute $f^{-1} \circ f$ and $f \circ f^{-1}$.

Or

- (b) $S = Z$, $a\rho b$ எனில் ab என்பது ஒரு செவ்வீய வர்க்கம் என்ற உறவு ஒரு சமாள் உறவு என்றிருவது.

$S = Z$, $a\rho b$ means ab is a perfect square prove that ρ is an equivalence relation.

12. (a) G என்பது ஒரு குலம் $(a.b)^2 = a^2.b^2 \forall a, b \in G$ எனில் G - ஒரு அபீலியன் குலம் எனக் காண்பி.

G is a group $(a.b)^2 = a^2.b^2 \forall a, b \in G$. Show that G is an abelian group.

Or

- (a) S_n என்று அழைத்த இடங்களில் வரிசைமாற்றுக்கணின் கணப் A_n எனில் A_n என்பது $\frac{n!}{2}$ வரிசைமாற்றுக்கணியுடைய குலம் என்று நிருபி.

Let A_n be the set of all even permutation in S_n . Then prove that A_n is a group containing $\frac{n!}{2}$ permutations.

13. (a) G என்பது குலம் மற்றும் H என்பது குல உட்குலம் எனில் நிறுவுக.

- (i) $a \in bH \Leftrightarrow a^{-1} \in Hb^{-1}$
 (ii) $a \in bH \Leftrightarrow aH = bH$.

Let G be a group and H be a subgroup of G then prove that

- (i) $a \in bH \Leftrightarrow a^{-1} \in Hb^{-1}$
 (ii) $a \in bH \Leftrightarrow aH = bH$.

Or

14. (அ) A மற்றும் B என்பன கெட்சிக் கேவலிM-ன் நொடுத்த உட்கணக்கள் மற்றும் $A \cap B \neq \emptyset$ எனில் $A \cup B$ -ம் நொடுத்தது என நிறுவுக.

If A and B are connected subsets of metric space M and if $A \cap B \neq \emptyset$ then prove that $A \cup B$ is connected.

Or

(ஆ) இடை மதிப்பு செற்றத்தக்க காலி நிறுவுக.

State and prove intermediate value theorem.

15. (அ) எந்த ஒரு பூரண வரம்புடைய கெட்சிக் கேவலிபும் பிரிக்க வேண்டிய என நிறுவுக.

Prove that any totally bounded metric space is separable.

Or

(ஆ) அடக்கமில்லாத, மூடிய மற்றும் வரம்புடைய L_2 -ன் உட்கணக்கிற்கு ஒரு உதாரணம் தருக.

Give an example of a closed and bounded subset L_2 of which is not compact.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

All questions carry equal marks.

16. காசி-ஸ்கர்வர்ட்ஸ் சமனிப்பினமையை கூறி நிறுவுக.

State and prove Cauchy Schwarz inequality.

With the usual metric, _____ is compact.

- (a) $[0,1]$
- (b) $[0,\infty)$
- (c) \mathbb{R}
- (d) \mathbb{Z}

PART B — $(5 \times 7 = 35$ marks)

Answer ALL questions.

All questions carry equal marks.

11. (a) $[0,1]$ — என்னிடத்தை அல்ல என நிறுவுக.

Prove that $[0,1]$ is uncountable.

Or

(b) (M,d) என்பது ஒரு மெட்ரிக் வெளி என்க
 $d_1(x,y) = \frac{d(x,y)}{1+d(x,y)}$ என்பது வழையாறு
 கூறப்பட்டால் d_1 என்பது ஒரு மெட்ரிக் என நிறுவுக.

Let (M,d) be a metric space define
 $d_1(x,y) = \frac{d(x,y)}{1+d(x,y)}$. prove that d_1 is a metric
 an M.

12. (a) (i) \mathbb{R} என்பது திறந்த கோம் அல்ல
 (ii) \mathbb{Z} என்பது ஒரு மூடு கோம்—என நிறுவுக.
 Prove that

- (i) \mathbb{R} is not open in \mathbb{R}
- (ii) \mathbb{Z} is closed

Or

(c) L_2 —ஆனது மூழுமையானது என நிறுவுக.

Prove that L_2 is complete.

13. (a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ என்பது $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \text{ இரிச்சாலை} \\ 1 & \text{if } x \text{ இல்லாத வரையாறு} \end{cases}$
 என்பது கூறப்பட்டதாக எனில் f கொட்டக்கியல் என நிறுவுக.

Show that the function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by
 $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \text{ is irrational} \\ 1 & \text{if } x \text{ is rational} \end{cases}$ is not continuous.

Or

(d) இரு கொட்டக்கியல் காப்புளிக் கோணங்கும் கொட்டக்கியானது என நிறுவுக.

Prove that the composition of two continuous functions is continuous.

5. அங்குலத்தின் மீதில் $\lim_{x \rightarrow a} f(x) =$ _____ is connected
- (அ) a
 - (ஆ) $f(a)$
 - (இ) ∞
 - (ஈ) K
- If f is continuous at a then $\lim_{x \rightarrow a} f(x) =$ _____ 25
- (அ) a
 - (ஆ) $f(a)$
 - (இ) ∞
 - (ஈ) K
6. $f: M_1 \rightarrow M_2$ என்று ஒரு M வீற்று உள்ள மீதில் $F(G)$ என்பது M_2 வீற்று ஒவ்வொரு வீற்று கூம் G
- (அ) வீற்று
 - (ஆ) மூடிய
 - (இ) கூறுகிறது
 - (ஈ) வீற்று
- If $f: M_1 \rightarrow M_2$ is an open map then $F(G)$ is _____ is M_2 for every open set G in M_1
- (அ) open
 - (ஆ) closed
 - (இ) connected
 - (ஈ) dense
7. _____ என்பது கூறுகிறது கணம்
- (அ) 12
 - (ஆ) R
 - (இ) $[0,1]$
 - (ஈ) $[1,2] \cup [3,4]$

8. $R -$ இன் கூறுகிற கூட்டுறவும்
- (அ) $[a,b]$
 - (ஆ) R
 - (இ) Z
 - (ஈ) $R - \{U\}$
- Connected subset of R is
- (அ) $[a,b]$
 - (ஆ) R
 - (இ) Z
 - (ஈ) $R - \{U\}$
9. $\{-n, n/n \in N\}$ என்பது _____ என் போதுமான
- (அ) $(0,1)$
 - (ஆ) $[0, \infty)$
 - (இ) R
 - (ஈ) $(-\infty, 0)$
- $\{-n, n/n \in N\}$ is an open cover for
- (அ) $(0,1)$
 - (ஆ) $[0, \infty)$
 - (இ) R
 - (ஈ) $(-\infty, 0)$
10. வழக்கமான கூறுகிறப்பது _____
- (அ) $[0,1]$
 - (ஆ) $[0, \infty)$
 - (இ) R
 - (ஈ) Z

4 7495/SMT8C51/
SMC8C51
(P.T.O.)

2. $AX = B$ என்ற சமன்பாட்டின் நீர்வு கால்பதற்கு கால் நிக்குநக முறை பயன்படுத்தும்போது, A ஆகை _____ க்ராமாற்றப்படும்

- (அ) மூலயவிட்ட அனி
- (ஆ) மேல் முக்கோண அனி
- (இ) கீழ் முக்கோண அனி
- (ஈ) அவகு அனி

When Gauss elimination method is used to solve $AX = B$, A is transformed to a _____ matrix

- (a) diagonal
- (b) upper triangular
- (c) lower triangular
- (d) unit

3. $(1 + \Delta)(1 - \nabla)$ -ன் மதிப்பு

- | | |
|---------|--------|
| (அ) 0 | (ஆ) 1 |
| (இ) E | (ஈ) -1 |

The value of $(1 + \Delta)(1 - \nabla)$ is

- | | |
|---------|--------|
| (a) 0 | (b) 1 |
| (c) E | (d) -1 |

- (a) Find the second difference
 $y = 7x^4 + 12x^3 - 6x^2 + 5x - 3$ if $h = 2$.
- (b) Find the missing terms from the following:
 $x : 10 \quad 15 \quad 20 \quad 25 \quad 30 \quad 35$
 $y : 43 \quad - \quad 29 \quad 32 \quad - \quad 77$

18. இன்வரும் அட்டவணையிலிருந்து, தியூட்டள் வகுபட்ட வேறுபட்டு கூத்திறம் பயன்படுத்தி $f(8)$ -ஐ மதிப்பீட்டார்கள்.

$$\begin{array}{ccccccc} x & : & 4 & 5 & 7 & 10 & 11 & 13 \\ f(x) & : & 48 & 100 & 294 & 900 & 1210 & 2028 \end{array}$$

By Newton's divided difference formula, find the value of $f(8)$ given that

$$\begin{array}{ccccccc} x & : & 4 & 5 & 7 & 10 & 11 & 13 \\ f(x) & : & 48 & 100 & 294 & 900 & 1210 & 2028 \end{array}$$

19. இன்வரும் அட்டவணையிலிருந்து, $\sin x$ -ஐ முதல் மற்றும் இரண்டாம் வரைக் கெழுக்கள் கிடைக்கார்கள்.

- (அ) $x = 0^\circ$
- (ஆ) $x = 40^\circ$ உக்கார்கள்.

$$x^\circ : \quad 0 \quad 10 \quad 20 \quad 30 \quad 40$$

$$y = \sin x : 0.000 \quad 0.1736 \quad 0.3420 \quad 0.5000 \quad 0.6428$$

கோடுக், இப்புக்கிளிகள், வகைக்கெழுக்களை எண்ணியான மதிப்புகள் கணக்கிடுக.

3513/SMT8C52/
SMC8C53

APRIL 2014

1005
9/10

26

NUMERICAL ANALYSIS

(Also common to Maths C.A)

(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. புல்லா-ரப்ளேஸ் முறை _____ கூடிய
(அ) எண்ணி முறை
(ஆ) சம்பிள்டி முறை
(இ) பிரைஸ் முறை
(ஈ) உத்தி முறை

Newton Raphson method is known as

- (a) method of curves
- (b) method of tangents
- (c) method of chords
- (d) method of points

(ஆ) $\int_0^5 \frac{dx}{4x+5}$ -ன் மதிப்பை, 11 ஆயத் தொகைகள் கொண்டு, டிரபிலஸாப்டல் விதி பயன்படுத்தி காணக.

Evaluate $\int_0^5 \frac{dx}{4x+5}$ by Trapezoidal rule using 11 coordinates.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. $28x + 4y - z = 32$, $x + 3y + 10z = 24$,
 $2x + 17y + 4z = 35$ என்ற சமன்பாட்டு தொகுதியின் தீர்வை, காஸ்லீடல் முறை பயன்படுத்தி, நான்கு தமச இடத்திற்காக்க காண.

Solve the system of equations : $28x + 4y - z = 32$,
 $x + 3y + 10z = 24$, $2x + 17y + 4z = 35$ using Gauss Seidal method correct to four decimal places.

17. (அ) $h = 2$ எனக் கொண்டு, $y = 7x^4 + 12x^3 - 6x^2 + 5x - 3$ என்ற கூடுதலாவது வேறுபாடு காணக.
(ஆ) பின்வரும் அட்டவணையில், லிடுபட்ட உறுப்புகள் காணக.

$$\begin{array}{ccccccc} x & : & 10 & 15 & 20 & 25 & 30 & 35 \\ y & : & 43 & - & 29 & 32 & - & 77 \end{array}$$

10 3513/SMT8C52/
 SMC8C53

4. எது சரியானது?

(அ) $\Delta x^{r+1} = r x^{r-1}$ (ஆ) $\Delta x^r = rx^{r-1}$

(இ) $\Delta^n e^x = e^x$ (ஈ) $\Delta \sin x = \cos x$

Which one is correct?

28

(அ) $\Delta x^{r+1} = r x^{r-1}$ (ஆ) $\Delta x^r = rx^{r-1}$

(இ) $\Delta^n e^x = e^x$ (ஈ) $\Delta \sin x = \cos x$

5. நியூட்டன் மேன்முக இடைச்செருகல் தூதிரம் _____ இடைவெளிகளுக்கு மட்டுமே பயன்படுத்தப்படும்

(அ) சமமற்ற (ஆ) முடிவுறு

(இ) சமமான (ஈ) வெவ்வேறு

Newton's forward interpolation formula is used only for _____ intervals

- (அ) unequal (ஆ) finite
(இ) equal (ஈ) distant

6. முதல் வகுபட்ட வித்தியாசம் $[x_{n-1}, x_n]$:

(அ) $\frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}$ (ஆ) $\frac{x_n - x_{n-1}}{y_n - y_{n-1}}$

(இ) $x_n - x_{n-1}$ (ஈ) $y_n - y_{n-1}$

3 3513/SMT8C52/
 SMC8C53

29/4/15 2-5 Maths dep

(8 pages)

8525/SMT8C51/
SMC8C51

APRIL 2015

REAL ANALYSIS
(Also common to Maths CA)

(For those who joined in July 2008 and after)

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. _____
(a) $(0,1]$ (b) \mathbb{Z}
(c) \mathbb{R} (d) \mathbb{C}
_____ is countable.
(a) $(0,1]$ (b) \mathbb{Z}
(c) \mathbb{R} (d) \mathbb{C}
2. $[0,1] - \text{a set} =$
(a) 0 (b) 1
(c) -1 (d) 2

The diameter of $[0,1]$ is

- (a) 0 (b) 1
(c) -1 (d) 2

3. _____ is the open set
(a) $(0,1)$ (b) $[0]$
(c) \mathbb{Q} (d) 2

4. _____ is not complete.
(a) \mathbb{R} (b) \mathbb{C}
(c) \mathbb{Q} (d) \mathbb{I}_2

5. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

- (a) $f(x) \in B(f(a), \epsilon)$ (b) $x \in B(f(a), \epsilon)$

2 8525/SMT8C51/
SMC8C51

The first divided difference $[x_{n-1}, x_n] =$

- | | |
|---|---|
| (a) $\frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}$ | (b) $\frac{x_n - x_{n-1}}{y_n - y_{n-1}}$ |
| (c) $x_n - x_{n-1}$ | (d) $y_n - y_{n-1}$ |

7. $x = x_0$ என்ற புள்ளியிலே $\frac{dy}{dx} =$

- $h \left[\Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 \dots \right]$
- $\frac{1}{h} \left[\Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 \dots \right]$
- $h \left[\Delta y_0 + \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 + \dots \right]$
- $\frac{1}{h} \left[\Delta y_0 + \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 + \dots \right]$

The value of $\frac{dy}{dx}$ at $x = x_0$ is

- $h \left[\Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 \dots \right]$
- $\frac{1}{h} \left[\Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 \dots \right]$
- $h \left[\Delta y_0 + \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 + \dots \right]$
- $\frac{1}{h} \left[\Delta y_0 + \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 + \dots \right]$

Find $y'(x)$ given :

$x:$	0	1	2	3	4
$y(x):$	1	1	15	40	85

Hence find $y'(x)$ at $x = 0.5$

Or

(ஆ) ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை அவ்வருப்பு அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 1961 ஆம் ஆண்டு, மக்கள்தொகை வளரும் வீதம் காணக்.

வருடம் (x): 1931 1941 1951 1961 1971
மக்கள்தொகை (y): 40.62 60.80 79.95 103.56 132.65

The population of a certain town is shown in the following table.

Year (x): 1931 1941 1951 1961 1971
Population (y): 40.62 60.80 79.95 103.56 132.65

Find the rate of growth of the population in 1961.

15. (அ) திட்டான் கோடு குறிர்க்கிறது. கிடைக்க 3/8 விடையைத் தருவிக்க.

Derive Simpson 3/8 rule from Newton Cote's formula.

Or

(ஆ) முடிவறு வித்தியாசங்களுக்கான அடிப்படை செற்றம் எழுதி நிறுவுக.

State and prove fundamental theorem for finite differences.

13. (அ) திட்டப்படி பின்முக இடைக்கொருகல் குத்திரம் தருவிக்க.

Derive Newton's backward interpolation formula.

Or

(ஆ) பின்வரும் விவரங்களிலிருந்து, கால் மேள்முக குத்திரம் பயன்படுத்தி $f(30)$ -ன் மதிப்பு காணக.

$$x : \quad 21 \quad 25 \quad 29 \quad 33 \quad 37$$

$$f(x) : 18.4708 \quad 17.8144 \quad 17.1070 \quad 16.3432 \quad 15.5154$$

Using Gauss forward formula find $f(30)$ from the following data.

$$x : \quad 21 \quad 25 \quad 29 \quad 33 \quad 37$$

$$f(x) : 18.4708 \quad 17.8144 \quad 17.1070 \quad 16.3432 \quad 15.5154$$

14. (ஆ)

$$x : \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$y(x) : 1 \quad 1 \quad 15 \quad 40 \quad 85$$

எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் $y'(x)$ காணக அதிகரித்து, $x = 0.5$ வு $y'(x)$ காணக.

8

3513/SMT8C52/
SMC8C53

8. எடுத்திருக்கும் பயன்படுத்தி காணப்பெறும் எண்களைக் கொடுவிக் $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=x_0}$ =

$$(அ) \quad \frac{1}{h^2} \left[\Delta^2 y_{-1} - \frac{1}{12} \Delta^4 y_{-2} + \dots \right]$$

$$(ஆ) \quad h^2 \left[\Delta^2 y_{-1} - \frac{1}{12} \Delta^4 y_{-2} + \dots \right]$$

$$(இ) \quad \frac{1}{h^2} \left[\Delta^2 y_{-1} + \frac{1}{12} \Delta^4 y_{-2} + \dots \right]$$

$$(ஈ) \quad h^2 \left[\Delta^2 y_{-1} + \frac{1}{12} \Delta^4 y_{-2} + \dots \right]$$

Using Stirling's formula, $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=x_0}$ =

$$(அ) \quad \frac{1}{h^2} \left[\Delta^2 y_{-1} - \frac{1}{12} \Delta^4 y_{-2} + \dots \right]$$

$$(ஆ) \quad h^2 \left[\Delta^2 y_{-1} - \frac{1}{12} \Delta^4 y_{-2} + \dots \right]$$

$$(இ) \quad \frac{1}{h^2} \left[\Delta^2 y_{-1} + \frac{1}{12} \Delta^4 y_{-2} + \dots \right]$$

$$(ஈ) \quad h^2 \left[\Delta^2 y_{-1} + \frac{1}{12} \Delta^4 y_{-2} + \dots \right]$$

9. திட்டப்படி குத்திரத்தில் $n =$ _____ எனப் பிரதிமிட்டிரபிலாய்டல் குத்திரம் கிடைக்கப்பெறும்

$$(அ) \quad 1 \qquad \qquad \qquad (ஆ) \quad 2$$

$$(இ) \quad 3 \qquad \qquad \qquad (ஈ) \quad 4$$

5

3513/SMT8C52/
SMC8C53

SECTION B — (5 × 7 = 35 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) (0,1] என்பது என்னிட்டக்கடு அல்ல என நிறுவு.

Prove that (0,1] is uncountable.

Or

- (b) (M, d) ஒரு மெட்ரிக் வெளி $d_1(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$ என வெறாயற செய்யப்பட்டால் M மீது d_1 ஒரு மெட்ரிக் என நிறுவு.

Let (M, d) be a metric space. Define $d_1(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$. Prove that d_1 is a metric on M .

12. (a) (i) (0,1) என்பது திறந்த கணம்.
 (ii) \mathbb{Z} மூடிய கணம்—என நிறுவு.

Prove that

- (i) (0,1) is an open set.
 (ii) \mathbb{Z} is closed.

Or

- (b) வழக்கமான மெட்ரிக் கொண்டு C முழுமையானது என நிறுவு.

Prove that C with usual metric is complete.

13. (a) இரு நொடர்ச்சியான கெபுலேஷன் நொடர்ச்சியானது என நிறுவு.

Prove that the composition of two continuous functions is continuous.

Or

- (b) f மற்றும் $g(g(x) \neq 0)$ நொடர்ச்சியானது எனில் f/g —ம் நொடர்ச்சியானது என நிறுவு.

If f and $g(g(x) \neq 0)$ are continuous then prove that f/g is also continuous.

14. (a) M ஒரு மெட்ரிக் வெளி எனக் M வில் A ஒரு நொடுத்த உட்கணம் எனக் M -வில் ஒரு உட்கணம் B என்பது $A \subseteq B \subseteq \bar{A}$ என இருந்தால் B நொடுத்தது என நிறுவு.

Let M be a metric space. Let A be a connected subset of M . If B is a subset of M such that $A \subseteq B \subseteq \bar{A}$ them. Prove that B is connected.

Or

- (b) எந்த ஒரு நொடுத்த கைந்தியில் நொடர்ச்சியான பிழப்பும் நொடுத்தது என நிறுவு.

Prove that any continuous image of a connected set is connected.

Trapezoidal rule is obtained by substituting $n =$
_____ in the Newton Cote's formula

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

10. திப்பானின் $\frac{1}{3}$ விதியில் உள்ள மூலத்து மதிர் E எனில்

$$(a) |E| < \frac{(b-a)h^4 M}{12}$$

$$(b) |E| < \frac{(b-a)h^4 M}{840}$$

$$(c) |E| < \frac{(b-a)h^4 M}{180}$$

$$(d) |E| < \frac{(b-a)h^4 M}{80}$$

If E is the total error in Simpson's $\frac{1}{3}$ rule, then

$$(a) |E| < \frac{(b-a)h^4 M}{12}$$

$$(b) |E| < \frac{(b-a)h^4 M}{840}$$

$$(c) |E| < \frac{(b-a)h^4 M}{180}$$

$$(d) |E| < \frac{(b-a)h^4 M}{80}$$

6

3513/SMT8C52/
SMC8C53

SECTION B — (5 × 7 = 35 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) $x^3 + x^2 - 1 = 0$ என்ற சம்பாட்டுக் குறு மூலத்தீர்மை, மறுசெய்தொழுதில் முறை முறை நூல் இடுத்தமாக்க வாண்டு.

Find a real root of $x^3 + x^2 - 1 = 0$ using iteration method, correct to three places of decimals.

Or

(b) நியூட்டன் முறை பயன்பூர்தி. $\sqrt{12} -$ மதிப்பை நான்கு நூல் இடுத்தமாக்க வாண்டு.

Evaluate $\sqrt{12}$ to four places of decimals by Newton Raphson method.

12. (a) பிரவுக:

$$(i) \nabla \Delta = \Delta - \nabla = \delta^2$$

$$(ii) \mu\delta = \frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta E^{-1}}{2}.$$

Prove that:

$$(i) \nabla \Delta = \Delta - \nabla = \delta^2$$

$$(ii) \mu\delta = \frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta E^{-1}}{2}.$$

Or

7

3513/SMT8C52/
SMC8C53

f is continuous at $a \Leftrightarrow$

- (a) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$ (b) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
 (c) $f(x) \in B(a, \delta)$ (d) $x \in B(f(a), \epsilon)$

6. $F : (0,1) \rightarrow (0, \infty)$ $f(x) = \frac{x}{1-x}$ _____

வகுப்புக்கப்பட்டால் f ஆனது

- (அ) 1-1 (ஆ) மெல்லாற்றம்
 (இ) தொடர்ச்சி அல்ல (ஈ) இவை எதுவுமில்லை

If $F : (0,1) \rightarrow (0, \infty)$, is defined by $f(x) = \frac{x}{1-x}$ then
 f is

- (a) 1-1 (b) not onto
 (c) not continuous (d) none of these

7. _____ என்பது தொடக்க கணம்

- (அ) R (ஆ) Q
 (இ) $[0,1]$ (ஈ) $[1,2] \cup [3,4]$

_____ is connected

- (a) R (b) Q
 (c) $[0,1]$ (d) $[1,2] \cup [3,4]$

8. $R - \text{ன் } Q\text{-த்துக்கூடங்கள்}$

- (அ) Q (ஆ) $(0, \infty)$
 (இ) Z (ஈ) $R - \{0\}$

Connected subset of R is

- (அ) Q (ஆ) $(0, \infty)$
 (இ) Z (ஈ) $R - \{0\}$

9. எந்த ஒரு அடக்கமான கூட்டுத் தொகீயம்

- (அ) முழுகமையாது (ஆ) திருத்தம்
 (இ) ஒழுங்காது (ஈ) முழுகமையாது

Any compact metric space is _____.

- (அ) Complete (ஆ) Open
 (இ) Regular (ஈ) not complete.

10. வழக்கமான கூட்டுத் தொகீயங்கள் _____
 அடக்கமானது அல்ல

- (அ) $[0, \infty)$ (ஆ) $[1,2]$
 (இ) $[1,3] \cap [3,4]$ (ஈ) $A \cup B$

_____ with usual metric is not compact.

- (அ) $[0, \infty)$ (ஆ) $[1,2]$
 (இ) $[1,3] \cap [3,4]$ (ஈ) $A \cup B$

Any two open intervals in R are —

- (a) isomorphic (b) homeomorphic
(c) equivalent (d) equal

7. இரண்டு மூலிகைகளும் ஏது தனி நோக்கங்களை உட்கொண்ட அல்லது?

- (அ) $(0,1)$ (ஆ) R
(இ) $R - \{0\}$ (ஈ) $(0,2) \cup (1,3)$

Which one of the following is not a connected subset of R ?

- (a) $(0,1)$ (b) R
(c) $R - \{0\}$ (d) $(0,2) \cup (1,3)$

8. f என்பது R வில் ஒத்துப்படிப்பட்ட மற்றும் அளவு கீழ்க்கண்ட நோக்கங்களை உட்கொண்ட நோக்கங்கள் என்க R -ஏ என்க

- (அ) ஒன்றிட்டுக்கொண்டு (ஆ) ஒன்றிட்டுக்கொண்டு
(இ) கூடிக்கொண்டு (ஈ) $\{0\}$

If f is a non-constant real valued continuous function on R then the range of R is

- (a) countable (b) uncountable
(c) compact (d) $\{0\}$

PART C — (5 × 12 = 60 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (a) (M, d) என்பது முன் கொள்ள வேண்டும் நோக்கங்களை நிறுவு.

- (i) A போது கொள்ள வேண்டும் நோக்கங்கள் $A = \text{int } A$

- (ii) $\text{int } A = A$ வில் கால்விக்கூட கால்விக்கூட நோக்கங்கள் $\text{int } A$

- (iii) $\text{int } A$ என்பது A வில் போது கொள்ள வேண்டும் நோக்கங்கள் $\text{int } A \subseteq A$

Let (M, d) be a metric space. If $A, B \subseteq M$, prove the following:

- (i) A is open iff $A = \text{int } A$

- (ii) $\text{int } A = \text{union of all open sets contained in } A$

- (iii) $\text{int } A$ is an open subset of A and if B is any other open set contained in A then $B \subseteq \text{int } A$.

Or

or (b).
 $A, B \subseteq M$
A and B
are connected
and if
A and B
are contained
in A
and if B
is contained in A
1901/AEB

14. (a) A, B என்பது M மீற யாப்பு வெளியில் இரண்டுபுள்ள உட்கணக்கள் மற்றும் $A \cap B \neq \emptyset$ எனில் $A \cup B$ மும் இரண்டுபுள்ள உட்கணக்கள் என நிறுவு.

If A and B are connected subsets of a metric space M and if $A \cap B \neq \emptyset$, prove that $A \cup B$ is connected.

Or

- (b) ஒர் இரண்டுபுள்ள கணத்தின் நூடாக்கியின்டையில் அம்பழும் இரண்டுபுள்ளது என நிறுவு.

Prove that any continuous image of a connected set is connected.

15. (a) ஒரு கண்டமான யாப்பு வெளியில் முடிய உமிழுவியில் கண்டமானது என நிறுவு.

Prove that a closed subspace of a compact metric space is compact.

Or

- (b) A என்பது யாப்பு வெளி M மீற் உட்கணக்கு என்க. A முழுமொன்று வரம்புகிடையக் கூடிய வரம்புகிடையது என நிறுவு.

Let A be a subset of a metric space M . If A is totally bounded, prove that A is bounded.

9. வழக்கமான யாப்பில் R ஆகது _____

- (a) கண்டமானது
(b) கண்டமானது அல்ல
(c) முழுமொன்று அல்ல
(d) ஒன்றைக்கூட்டக்கூடு

R with usual metric is _____

- (a) compact (b) not compact
(c) not complete (d) countable

10. ஏற்கிழவாரு கண்டமான யாப்பு வெளியில் _____

- (a) வரம்புகிடையது
(b) முழுமொன்று அல்ல
(c) வரம்புகிடையது அல்ல
(d) அரிச்கூத்தக்கூடு அல்ல

Any compact metric space is _____

- (a) bounded (b) not complete
(c) non bounded (d) not separable

PART B — (5 × 6 = 30 marks)

Answer ALL questions.

11. (அ) (0,1) என்னிட்டைக்க கணம் அல்ல என நிறுவு.

- Prove that (0,1) is uncountable.

Or

- (ஆ) (M, d) என்பது ஒரு யாப்பு வெளி என்க.
 $d_1(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$ என வகையறாதால் d_1 மும்
 M மில் ஒரு யாப்பு ஆகும் என நிறுவு.

Let (M, d) be a metric space. Define
 $d_1(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$. Prove that d_1 is a metric
on M .

12. (அ) யாப்பு வெளி M மில் கால்பிள் தொடர்
வரிக்கைய வகையற தொடர் மில் ஏத்தொரு
ஒருங்கும் தொடரும் கால்பிள் தொடர் ஆகும் என
நிறுவு.

Define a Cauchy sequence in a metric space
 M . Prove that any convergent sequence in
 M is a Cauchy sequence.

Or

6

1901/AEB

- (இ) மூழையான யாப்பு வெளி M மில் ஒரு கணம் A
நிறுவுகணம் எனில் A , மும் மூழையான யாப்பு
வெளி ஆகும் என நிறுவு.

Prove that a subset A of a complete metric
space M is complete if A is closed.

13. (அ) $f : M_1 \rightarrow M_2$ என்பது ஒன்றுக்கொங்கிடல், சூழல்
தொடர்பு எனில் பின்வருவது கமானமானதால் என
நிறுவு.

(i) f ஒரு வடிவொப்பும்

(ii) f ஒரு தொடர்ச்சியான திறத்த தொடர்பு

• Let $f : M_1 \rightarrow M_2$ be a 1-1 onto map. Then
prove that the following are equivalent.

(i) f is a homeomorphism

(ii) f is a continuous open map.

Or

- (ஆ) $f : R \rightarrow R, f(x) = \cos x$ என வகையறாதப்பட்ட
சம்பு கீர்தி தொடர்ச்சியுடைய சம்பு R என
நிறுவு.

Prove that the function $f : R \rightarrow R$ defined by,
 $f(x) = \cos x$ is uniformly continuous on R .

7

1901/AEB

M என்க A
என்க M வில்
ஒன்று நொகுதி.
ப்பட்டிருப்பின்
.....
 G_{α_n} என்ற

1901/AEB



NOVEMBER 2012

Paper VIII – REAL ANALYSIS

(For those who joined in July 2006 and 2007)

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

30

Answer ALL questions.

Choose the right answer :

1. விதமுறை எண்களின் கணம்
 - (அ) முடிவற்றது
 - (ஆ) என்னத்தக்கூடு
 - (இ) முடிவற்ற எண்ணத்தக்கூடு
 - (ஈ) என்னிடழுமியாற்று

The set of irrational numbers is

- (a) finite
- (b) countable
- (c) infinitely countable
- (d) uncountable

1901/AEB

15. (அ) வகையறு : அடக்கமான மெட்ரிக்வெளி வழக்கமான மெட்ரிக் கொண்டு R ஆகத் தீவிரமானது அல்ல என்றெடுக.

Define compact metric space prove that R with usual metric is not compact.

Or

- (ஆ) ஒரு பூர்ண வரம்புடைய கணத்தின் நிரப்பு கணம் என்பது பூர்ண வரம்புடையது என்றெடுக.

Prove that the closure of a totally bounded set is totally bounded.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. சேராவுட்டால் சமளிபிள்ளமையை கூறி நிறுவு.

State and Holder's inequality.

17. அள்ளுடல் வெட்டு தேற்றத்தைக் கூறி நிறுவு.

State and prove Cantor's intersection theorem.

18. (அ) f என்பது மெட்ரிக் வெளி M முதல் வகையறக்கப்பட்ட மூல மதிப்புகளை கொண்ட நிரப்பு கணம் $A = \{x \in M / f(x) \geq 0\}$ என்க. A ஓர் முடிய கணம் என்றெடுக.

- (ஆ) வழக்கமான மெட்ரிக் கொண்டு $(0,1)$ மாதிரி $(0, \infty)$ என்ற மெட்ரிக் வெளிகள் என்றெடுக.

- (a) Let f be a continuous real valued function defined on a metric space M . Let $A = \{x \in M / f(x) \geq 0\}$. Prove that A is closed.

- (b) Prove that the metric spaces $(0,1)$ and $(0, \infty)$ with usual metrics are homeomorphic.

19. R -ன் உபவெளி கொடுக்கத் தக இருக்க தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அது ஒரு இடைவெளி என்றெடுக.

33

Prove that a subspace of R is connected iff it is an interval.

20. எந்த ஒரு முடிய இடைவெளி $[a,b]$ —யில் R தீவிரமான உட்கணம் என்றெடுக.

Prove that any closed interval $[a,b]$ is a compact subset of R .

8

8525/SMT8C51/
SMC8C51

- Number of normal equation for fitting a second degree curve $Y = a + bX + cX^2$ is
- 1
 - 2
 - 3
 - 4.
7. இருபடித்தீவாற்றப் பயன்படுத்தி கொண்டுள்ள உதவிகளைக் கொண்டு முன்
- வரைபடம் முன்
 - செல்ல வேண்டியது
 - குபக் கிழா கொண்டிடம்
 - இருவகையாகியது
- 69
- A technique for determining an optimum schedule of inter dependent activities in view of available resources is called
- graphical solution
 - linear programming
 - non-linear programming
 - none of these.
8. L.P.P-இ என்ன கொல்ல வேண்டும்
- குறைப்பற்றங்கள்
 - நிறை
 - நோட்டீஸ்
 - ஒரேயான (> 0)

ஏராளமான வினா மு. 1.00. F_1 மானிக் குறைப்பு முன் மு. 1.50. குறைப்பு படி மிகப்பொதும் சுற்றுச்சூழலில் கொண்டுகொண்டு வரும் கொண்டுபடும் ஒருவித மீதிர கொண்டுகொண்டு வரும் வகையில் இந்த கூற்றின் கீழ்க் கொண்டுகொண்டு வரும் வகையாகக் கொண்டுகொண்டு வரும்.

Consider two different types of food stuffs, say F_1 and F_2 . Assume that these foods contain vitamins V_1 , V_2 and V_3 . Minimum daily requirement of these vitamins are 1 mg of V_1 , 50 mg of V_2 and 10 mg of V_3 . Suppose that the food F_1 contains 1 mg of V_1 , 100 mg of V_2 and 10 mg of V_3 , whereas the food F_2 contains 1 mg of V_1 , 10 mg of V_2 and 100 mg of V_3 . Cost of one unit of F_1 is Rs. 1 and that of F_2 is Rs. 1.50. Formulate this as a L.P.P so as to minimize the total cost.

20. வட்டார பார்த்துக் கொண்டு L.P.P-க்கு கொண்டுகொண்டு வரும்.

$$\text{கீடுக்கால : } z = 5x_1 + 7x_2$$

கட்டுப்புகள் :

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 4 \\ 3x_1 + 8x_2 &\leq 24 \\ 10x_1 + 7x_2 &\leq 35 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$