



UNIVERSITÉ
TOULOUSE III
PAUL SABATIER



Faculté
des Sciences
et d'Ingénierie

Structure De Données

CTD 11 : Pile

Algorithmique

Introduction

Motivation

Pile

Description du type

Abstraction : Opérations

Structure de données
(implémentations)

Implémentation utilisée pour les
exercices

Python

Exercices

Parenthésage

Gestion d'une rame

Introduction

Motivation

Pile

Implémentation utilisée pour les
exercices

Exercices

Introduction -

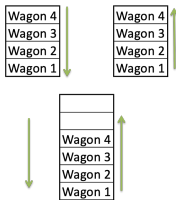
Motivation : la structure de données **pile** est omniprésente en algorithmique et dans la vie courante :

- ▶ Pile de dossiers ou d'assiettes
- ▶ Pile d'exécution
- ▶ Calcul en notation postfixée (ou polonaise inverse) : $ab + c *$
- ▶ Tours de Hanoï



Exemples d'utilisation d'une pile

- ▶ Arrivée au terminus du métro
 - ▶ Dans la voie de retournement, on "empile" les wagons.
 - ▶ On les "dépile" ensuite pour avoir la rame prête à repartir dans l'autre sens



- ▶ Vérification du parenthésage d'expression : $((((a + b) * (c - d)) + ((e - f) / (g + h)))) ?$
- ▶ Visite de sites Internet : on se souvient à chaque fois du précédent pour y retourner lorsqu'on quitte le site courant

Exemples d'utilisation d'une pile

- ▶ Appel de fonctions : à chaque appel d'une fonction f , on empile l'adresse de retour (l'instruction qui suit l'appel)
- ▶ A chaque return, on dépile une adresse de retour pour revenir après le dernier appel exécuté

```
def main():
```

```
    ...
```

```
    f() ———— A1 ———→ def f():
```

```
    @ Après f()          ...
```

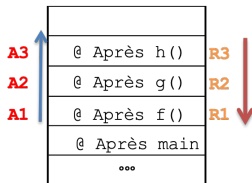
```
        g() ———— A2 ———→ def g():
```

```
        @ Après g()      ...
```

```
        ...
```

```
        return
```

Pile d'exécution



```
        h() ———— A3 ———→ def h():
```

```
        @ Après h()      ...
```

```
        ...
```

```
        return
```

```
        return
```

Définition informelle

Une **pile** est une structure de données qui mémorise des données/informations selon la politique **dernier arrivé-premier sorti (LIFO : Last In First Out)**

Introduction

Pile

Description du type

Abstraction : Opérations

Structure de données
(implémentations)

Implémentation utilisée pour les
exercices

Exercices

- ▶ Nombre d'éléments **variable** (évolution dynamique)
- ▶ Éléments de même type
- ▶ On ne peut accéder qu'à l'élément en **sommet** de pile

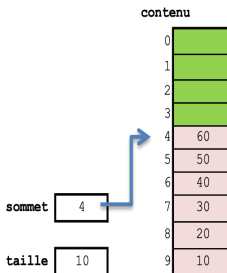
- ▶ opérations de construction
 - ▶ création d'une pile vide
- ▶ opérations modifiant l'état d'une pile
 - ▶ Empiler une valeur en sommet d'une pile
 - ▶ Dépiler et retourner la valeur en sommet d'une pile non vide
- ▶ opérations ne modifiant pas l'état d'une pile
 - ▶ Tester si une pile est vide ou non
 - ▶ Connaître le nombre d'éléments dans une pile
 - ▶ Afficher le contenu d'une pile

Pile - Structure de données (implémentations)

Pour réaliser une pile, diverses implémentations sont possibles :

Pile implémentée par un tableau

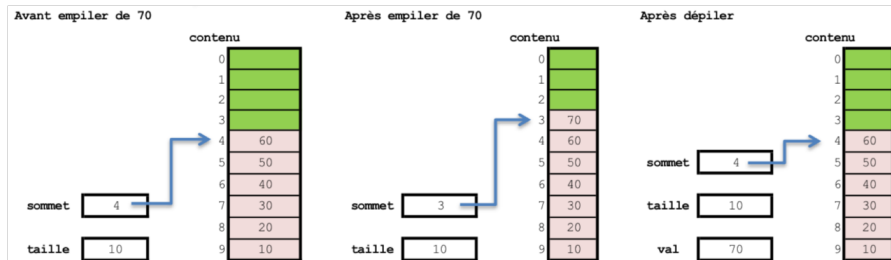
- ▶ Utiliser une zone mémoire contiguë
- ▶ Pour gérer une telle pile, il faut :
 - ▶ Un tableau qui mémorisera les éléments de la pile (contenu)
 - ▶ L'indice de l'élément en sommet de pile (sommet)
 - ▶ La taille du tableau réservé pour la pile (taille)
- ▶ Pile vide lorsque $\text{sommet} == \text{taille}$



Pile - Structure de données (implémentations)

Pile implémentée par un tableau

Exemple d'évolution



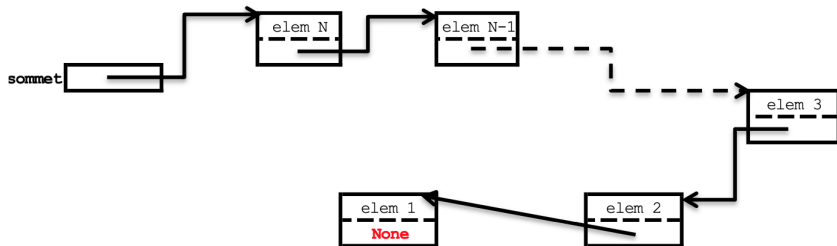
Pile implémentée en utilisant une liste chaînée de cellules

- ▶ Séquence logiquement ordonnée de cellules, afin de retrouver l'ordre des empilements de données :
 - ▶ Chaque cellule contient une information
 - ▶ Chaque cellule permet d'accéder ("pointe") à la précédente, c'est à dire l'élément en dessous dans la pile

Pile - Structure de données (implémentations)

Pile implémentée en utilisant une liste chaînée de cellules

- ▶ Variable sommet qui "pointe" la cellule en sommet de pile, qui "pointe" celle qui est dessous ... et ainsi de suite
- ▶ Valeur pointeur particulière NULL, nil ou None pour indiquer qu'il n'y a plus de cellule dessous



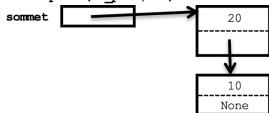
- ▶ Pile vide lorsque `sommet == None` (ne "pointe" rien)

Pile - Structure de données (implémentations)

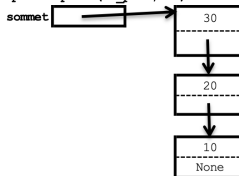
Pile implémentée en utilisant une liste chaînée de cellules

Exemple d'évolution

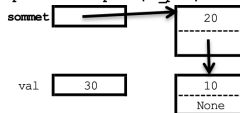
Avant `empiler(ma_pile, 30)`



Après `empiler(ma_pile, 30)`



Après `val = depiler(ma_pile)`



Comparaison Tableau / Liste chaînée

- ▶ Tableau ou liste chaînée : même coût d'exécution
- ▶ Occupation mémoire nécessaire
 - ▶ Tableau
 - ▶ Zone mémoire allouée dès la déclaration de la pile
 - ▶ Place perdue tant que la pile n'est pas suffisamment remplie
 - ▶ Réallocation d'une zone mémoire lorsque pleine
 - ▶ Liste chaînée
 - ▶ S'étend dynamiquement
 - ▶ Pointeur dans chaque cellule (information de service)
 - ▶ Occupation mémoire plus importante

Introduction

Pile

Implémentation utilisée pour les
exercices

Python

Exercices

- ▶ On utilise la liste Python pour implémenter la pile
- ▶ Une pile est vide si la liste qui la représente est vide
- ▶ L'élément en sommet de pile correspond au premier élément de la liste
- ▶ Empiler une valeur revient à l'insérer en début de la liste
- ▶ Depiler dans une pile non vide retourne le premier élément de la liste, après l'avoir supprimé de la liste

Implémentation utilisée pour les exercices - Python

```
1 # creer_pile: retourne une pile vide
2 def creer_pile_vide():
3     return []
4
5 # nombre d'elements dans la pile
6 def nombre_elements(une_pile):
7     return len(une_pile)
8
9 # pile_vide: retourne True si la pile une_pile
10 # est vide
11 def pile_vide(une_pile) :
12     return nombre_elements(une_pile) == 0
13
14
15 # empiler: ajoute une_valeur en sommet de la
16 # pile une_pile
17 def empiler(une_pile, une_valeur):
18     une_pile.insert(0, une_valeur)
```

Implémentation utilisée pour les exercices - Python

```
1 # depiler: supprime et retourne la valeur en
2 # sommet de la pile une_pile.
3 # Une exception est déclenchée si la pile est
4 # vide
5 def depiler(une_pile):
6     assert not pile_vide(une_pile),
7         "depiler_interdit_sur_une_pile_vide"
8     sommet = une_pile[0]
9     del une_pile[0]
10    return sommet
11
12 # affiche à l'écran le contenu de la pile
13 # une_pile, en commençant à partir de la
14 # valeur en sommet.
15 def afficher(une_pile):
16     print(une_pile)
```

Implémentation utilisée pour les exercices - Python

```
1 # fonction de test
2 def test():
3     pile=creer_pile_vide()
4     for i in range(1, 11):
5         empiler(pile, i)
6         print("nb_element_dans_la_pile=",
7               nombre_elements(pile))
8     afficher(pile)
9     print("Vider_la_pile")
10    i=1
11    while not pile_vide(pile):
12        val = depiler(pile)
13        print('i=', i, ' val=', val, "reste_ds_pile=",
14              nombre_elements(pile))
15        i += 1
16    print("Exception_pour_un_depiler_en_trop")
17    val = depiler(pile)
18    test()
```

Introduction

Pile

Implémentation utilisée pour les
exercices

Exercices

Parenthésage

Gestion d'une rame

Enonce

On utilise une chaîne de caractères pour stocker une expression mathématique telle que :

$$[\{p*(q/(r-s))\}/t] - [(x + y) \{(a/b)*c\}] + d$$

On souhaite vérifier que les trois types de parenthésage, c'est-à-dire les parenthèses, les crochets et les accolades, sont équilibrés.

Ainsi, l'expression ci-dessus a un parenthésage correct, alors que les expressions `[a (b*c)]`, `a {b*c}` et `(a (b*c))` ont un parenthésage incorrect.

Pour simplifier, on ne vérifie pas le placement correct des arguments des opérateurs. Par exemple, on considère que l'expression `(a*)-[bc]` a un parenthésage correct.

Ecrivez une fonction `verifier_parenthesage(expression)` qui retourne OK si expression a un parenthésage correct, Erreur sinon.

Exemple

| Entrée | Sortie |
|---|--------|
| $[\{p^*(q/(r-s))\}/t] - [(x + y) - \{(a/b)^*c\}] + d$ | OK |
| $[a - (b^*c)]$ | Erreur |
| $a - \{b^*c\}$ | Erreur |
| $a - [b^*c]$ | Erreur |
| $(a - (b^*c))$ | Erreur |

Enoncé

- ▶ Ecrire une fonction `retourner_rame` qui simule l'arrivée d'une rame à une station terminus.
- ▶ La rame sera représentée par un tableau d'entiers positifs.
- ▶ Le retournement de la rame consistera à empiler les wagons jusqu'au dernier, puis à les dépiler pour reconstituer la nouvelle rame. Cette nouvelle rame sera retournée par la fonction.
- ▶ Ecrire une fonction de test qui simule le parcours d'une rame entre deux stations terminus et qui affiche la composition de la rame au départ de chacune d'elles.