Veta 6.19 (Maticova reprezentace linearniho zobrazeni)

Bud $f : U \to V$ linearni zobrazeni, $B_U = \{x_1, ..., x_n\}$ baze prostoru U,
a $B_V = \{y_1, ..., y_m\}$ baze prostoru V.
Pak pro kazde $x \in U$ plati:
$[f(x)]_{B_V} = {}_{B_V}[f]_{B_U} \cdot [x]_{B_U}$. (6.1)

Dukaz
Oznacme $A := {}_{B_V}[f]_{B_U}$. Bud $x \in U$, tedy $x = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i$,
neboli $[x]_{B_U} = (\alpha_1, ..., \alpha_n)^T$. Pak:

1. $f(x) = f\left(\sum_{j=1}^{n} \alpha_j x_j \right) = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j f(x_j)$
#2. $= \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \left(\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \right)$
#3. $= \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \alpha_j a_{ij} y_i$
#4. $= \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{n} \alpha_j a_{ij} \right) y_i$.

Tedy vyraz $\sum_{j=1}^{n} \alpha_j a_{ij}$ reprezentuje i-tou souradnici
vektoru $[f(x)]_{B_V}$. Jeho hodnota je $\sum_{j=1}^{n} \alpha_j a_{ij} = (A \cdot [x]_{B_U})_i$,
coz je i-ta slozka vektoru ${}_{B_V}[f]_{B_U} \cdot [x]_{B_U}$.

Matice linearniho zobrazeni tedy prevadi souradnice
vektoru vzhledem k dane bazi na souradnice jeho obrazu.
Plne tak popisuje linearni zobrazeni, a navic obraz
libovolneho vektoru muzeme vyjadrit jednoduchym zpusobem
jako nasobeni matici.

Poznamka
Symbol kan oznacuje kanonickou bazi, tj. tu skladanou z
jednotkovych vektoru.

***
Mam problem pochopit nasledujici cast dukazu:
Tedy vyraz #$\sum_{j=1}^{n} \alpha_j a_{ij}$ reprezentuje i-tou souradnici
vektoru $[f(x)]_{B_V}$, ale jeho hodnota je
#$\sum_{j=1}^{n} \alpha_j a_{ij} = (A \cdot [x]_{B_U})_i$.

Prosim o vysvetleni teto casti a vyznamu vztahu
$(A \cdot [x]_{B_U})_i$ pro konkretni priklad nebo vyklad.