Предпредколлоквиум

1. **Дать определение ограниченного (сверху, снизу) множества, последовательности, функции (всего 9 определений)**

   a. Ограниченные сверху

      1. Ограниченное сверху множество.

         Множество X ограничено сверху, если $\exists M\ \forall x \in X\ x \leq M$

      2. Ограниченная сверху последовательность

         Последовательность $\{a_n\}$ ограничена сверху, если $\exists a_k\ \forall a_i \in a_n\ a_i \leq a_k$

      3. Ограниченная сверху функция

         Функция f(x) ограничена сверху на множестве X, если $\exists M\ \forall x \in X\ f(x) \leq M$

   b. Ограниченные снизу

      1. Ограниченное снизу множество.

         Множество ограничено снизу, если $\exists M\ \forall x \in X\ x \geq M$ *2.*

      Ограниченная снизу последовательность

         Последовательность $\{a_n\}$ ограничена снизу, если $\exists a_k\ \forall a_i \in a_n\ a_i \geq a_k$

      3. Ограниченная снизу функция

         Функция f(x) ограничена снизу на множестве X, если $\exists M\ \forall x \in X\ f(x) \geq M$

   c. Ограниченные

      1. Ограниченное множество.

         Множество X ограничено, если $\exists C\colon \forall x \in X\ |x| \leq C$

      2. Ограниченная последовательность

         Последовательность называется ограниченной, если она ограничена сверху и снизу.

      3. Ограниченная функция

Функция называется ограниченной на множестве X, если она ограничена сверху и снизу.

2. **Дать определение неограниченного (сверху, снизу) множества, последовательности, функции (всего 9 определений)**
   a. Неограниченные сверху
      1. Неограниченное сверху множество.
         Множество X неограничено сверху, если $\forall M\ \exists x \in X\ x \geq M$
      2. Неограниченная сверху последовательность
         Последовательность $\{a_n\}$ неограничена сверху, если
         $\forall a_k\ \exists a_i \in a_n\ a_i \geq a_k$
      3. Неограниченная сверху функция
         Функция f(x) неограничена сверху на множестве X, если
         $\forall M\ \exists x \in X\ f(x) \geq M$
   b. Неограниченные снизу
      1. Неограниченное снизу множество.
         Множество неограничено сверху, если $\forall M\ \exists x \in X\ x \leq M$
      2. Неограниченная снизу последовательность
         Последовательность $\{a_n\}$ неограничена снизу, если
         $\forall a_k\ \exists a_i \in a_n\ a_i \leq a_k$
      3. Неограниченная снизу функция
         Функция f(x) неограничена снизу на множестве X, если
         $\forall M\ \exists x \in X\ f(x) \leq M$
   c. Неограниченные
      1. Неограниченное множество.
         Множество X неограничено, если $\forall \mathrm{C}\colon \exists \mathrm{x} \in \mathrm{X}\ |\mathrm{x}| \geq \mathrm{C}$
      2. Неограниченная последовательность
         Последовательность называется неограниченной, если она неограничена сверху и снизу.
      3. Неограниченная функция

Функция называется неограниченной на множестве X, если она неограничена сверху и снизу.

3. Дать определения пределов

1. $\lim_{n\to\infty} a_n = a$

$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists n_\varepsilon \forall n > n_\varepsilon\ |a_n - a| < \varepsilon$$

2. $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$

$$\forall\, b > 0\ \exists n_b \forall n > n_b\ a_n > b$$

или $a_n \in O_b(+\infty)$

3. $\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty$

$$\forall\, b > 0\ \exists n_b \forall n > n_b\ a_n < -b \text{ или}$$

$$a_n \in O_b(-\infty)$$

4. Дать определения бесконечно большой и бесконечно малой последовательности

1. Последовательность бесконечно малая, если $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
2. Последовательность бесконечно большая, если

$$\lim_{n\to\infty} |a_n| = +\infty$$