

Inteligencia Artificial

Informe Final: Resolución TTRP con movimiento Swap

Joaquín Gallegos Iturriaga

21 de noviembre de 2022

Evaluación

Mejoras 1ra Entrega (10 %):	_____
Código Fuente (25 %):	_____
Representación (25 %):	_____
Descripción del algoritmo (35 %):	_____
Bibliografía (5 %):	_____
Nota Final (100):	_____

Resumen

El Problema de Enrutamiento de Camiones y Trailers (**TTRP**) tiene como objetivo el minimizar los costos de una flota de camiones y trailers que tienen que satisfacer demandas de un conjunto de clientes, los cuales pueden ser de difícil acceso, por lo que los camiones pueden desacoplar los trailers para poder atenderlos. Este problema tiene su origen con el Problema de Enrutamiento de Vehículos con Trailers (**VRPT**), con el pasar de los años los investigadores definen el problema TTRP, proponiendo variantes y heurísticas para poder encontrar una mejor solución a partir de una solución inicial propuesta, siendo que esta perfectamente puede no ser factible. El propósito de la presente investigación, además de analizar la evolución del tratamiento del presente problema, es presentar una forma de resolver este problema usando la técnica de búsqueda incompleta Hill Climbing con Best Improvement.

1. Introducción

El propósito de este informe es realizar una recopilación sobre la evolución del problema de enrutamiento de camiones y trailers, con el fin de sentar bases para la propuesta de una resolución de este problema usando el método de búsqueda incompleta Hill Climbing con Best Improvement.

El problema de enrutamiento de vehículos (**VRP** por sus siglas en inglés), el cual trata de determinar el conjunto de rutas para una flota de camiones homogénea o heterogénea deben servir a un conjunto de clientes que están alrededor de un punto de reparto, cada camión tiene una capacidad fija, de la misma manera que los clientes tienen una demanda que debe ser satisfecha en una sola visita de un camión. El objetivo del problema de enrutamiento de vehículos es proveer a cada vehículo una ruta con una secuencia de visitas tal que todos los clientes sean completamente satisfechos y que el costo de la flota completa (todas las rutas) sea mínima. Una variación del VRP es el problema de enrutamiento de camiones y trailers (**TTRP**), este problema tiene los mismos supuestos que VRP pero con la modificación de que a los camiones se les puede agregar un acople para poder extender la capacidad de estos y poder satisfacer a

mas clientes. Además en este problema se encuentra la posibilidad de que existan clientes que son de muy difícil acceso, por lo que el uso de trailers es primordial para priorizar la capacidad del camión para los clientes de difícil acceso y para los demás la capacidad del trailer.

Una motivación para estudiar este problema es que durante la pandemia una gran cantidad de gente hizo uso del e-commerce para poder comprar bienes, y como consecuencia las compras son repartidas por empresas de reparto, empresas las cuales están constantemente enfrentando esta problemática, por lo que el análisis de este problema e implementación de resolución beneficia a todas las empresas de reparto que posean clientes que son de difícil acceso, por ejemplo en valparaíso en que la mayoría de cliente viven en cerros donde el acceso de un camión con trailer es prácticamente imposible.

Dada las ideas anteriores, en la siguiente sección (Sección 2) se realiza una definición del problema mas detallado, luego en la sección ?? se presenta un análisis de los estudios previos realizados. En la sección 4 se presentan modelos matemáticos que se han propuesto para este problema en la literatura, luego se presenta la representación matemática y para terminar la descripción del algoritmo usado para la resolución del problema principal de este paper.

2. Definición del Problema

El Problema de Enrutamiento de Camiones y Trailers o *Truck And Trailer Routing Problem* plantea la siguiente situación. Una flota de camiones m_k y trailers m_l donde $m_k \geq m_l$ deben atender a un conjunto de clientes pertenecientes a una ruta, la cual inicia desde un centro de distribución, debe pasar una vez por cada cliente y termina al volver al centro de distribución, básicamente lo mismo que TSP. Cada camión y trailer cuenta con una capacidad fija Q_k y Q_l respectivamente, además un camión puede acoplar un trailer. Esta combinación se denomina como vehículo completo, la cual posee una capacidad $Q_k + Q_l$, en palabras mas simples, la capacidad del vehículo completo es la suma de la capacidad del camión más la capacidad del trailer.

Los clientes que podemos encontrar en este problema son: Los clientes que pueden ser abastecidos solamente por un camión puro (**t.c**) y los que pueden ser abastecidos por ambos tipos de vehículos, camión puro o vehículo completo (**v.c**). Respecto a las rutas que los camiones deben seguir, se pueden encontrar tres tipos según Chao [1], ruta de camión puro (**RCP**), ruta de vehículo puro (**RVP**) y ruta de vehiculo completo (**RCV**). La ruta de camión puro esta compuesta por clientes t.c o v.c que son atendidos por un camión puro, por su parte la ruta de vehículo puro esta compuesta solamente por clientes v.c, pero con la salvedad de que ellos no pertenecen a una sub-ruta. Una sub-ruta comienza en el momento en que el camión se detiene en un cliente, estaciona su trailer, abastece a los clientes t.c y vuelve a re acoplar el trailer, y finalmente tenemos la ruta de vehículo completa, ruta que es recorrida por un vehículo completo que por lo menos tiene una o mas sub-rutas dentro de su ruta principal.

Al momento de trabajar este problema se debe tener en cuenta lo siguiente:

- La demanda de la ruta completa, es decir la ruta principal más las sub-rutas no deben superar la capacidad del camión o vehículo que se le asigne
- La demanda de la sub-ruta no debe superar a la capacidad del camión puro
- Las demandas de la ruta principal como de las sub-rutas se obtiene al sumar las demandas de cada cliente que esté en la ruta o sub-rutas.

Como se menciona al comienzo de esta sección el Problema de Enrutamiento de Camiones y Trailers trata de establecer una ruta donde los clientes sean visitados una vez por el camión designado, la demanda de los clientes sean satisfechas, todo eso tratando de minimizar los costos de las rutas, estos pueden ser, costo de la flota completa, costo de vehiculos completos, costo

de estacionar el trailer en el cliente raíz de una sub-ruta. Por ejemplo Chao [1] se enfoca en minimizar la distancia total de conjunto de rutas que define en su problema, cuya distancia se puede entender como la distancia euclidiana total de la ruta, es decir la distancia del deposito al primer cliente, del primer cliente al segundo y así hasta completar la ruta. Sin embargo este problema cuenta con variantes, una de ellas es la que analizan Derigs, Pullmann y Vogel [9], el Problema de Enrutamiento de Camiones y Trailers con Ventanas de Tiempo y el Problema de Enrutamiento de Camiones y Trailers sin Transferencia de cargas, en la primera variante que se menciona, fue introducida por Lin et. al [8]. Este problema tiene la particularidad de comportarse de la misma forma pero con una ventana de tiempo donde los clientes pueden ser atendidos, en pocas palabras, es la situación que viven los repartidores cuando preguntan por hora de disponibilidad para recibir el pedido. Por otra parte el **TTRP** proviene de varios problemas, el ya mencionado VRP y el problema de enrutamiento de vehículos con trailers [4] siendo el más similar a TTRP, entre otros.

3. Estado del Arte

El origen de los problemas de enrutamiento de vehículos (**VRP**), es el problema de despacho de camiones [3], una generalización del problema del vendedor viajero (**TSP**) más el problema de la mochila (**KP**), es decir un camión con capacidad C debe satisfacer las demandas de P clientes, donde cada cliente tiene una demanda de tamaño q de la capacidad del camión y cada cliente debe ser visitado una sola vez por un solo camión. Por simplicidad en TTDP considera que los productos ha entregar son los mismos para cada cliente. Años más tarde en 1989 R. Vahrenkamp [10] estudia el problema aplicándolo a las empresas lecheras que hacen retiro y transporte de este alimento, haciendo uso de un camión y un apero aljibe para aumentar su capacidad, además de existir granjas en que solamente puede llegar el camión sin el acople, bastante similar a la situación del problema presentado en 1996, el llamado Problema de Enrutamiento de Vehículos con Trailers [4], cuya variante sentó las bases del Problema de Enrutamiento de Camiones con Trailers que Chao [1], ya que Gerdessen establece las situaciones, notaciones y consideraciones del problema, como por ejemplo:

- Los clientes y el deposito son vértices en una red euclidiana
- El tiempo que un camión o un vehículo necesita para cubrir las distancias es proporcional a aquella distancia
- Cada cliente puede ser usado como punto de estacionamiento del trailer
- Cada cliente es servido por exactamente un camión
- Todos los vehículos tienen la misma capacidad

Gerdessen en su artículo propone una serie de heurísticas que se encargan de encontrar soluciones “buenas” para el VRPT en un tiempo razonable. Estas heurísticas pueden ser separadas en: 3 heurísticas para la construcción de una solución inicial y una de heurística de mejoramiento de soluciones [4]. Estas han sido utilizadas hasta el día de hoy para la construcción de soluciones. Luego en el año 2002 “nace” el problema de enrutamiento de camiones y trailers de mano de I-Ming Chao. Chao en su investigación aborda el problema de la siguiente manera, usa las bases y supuestos de Gerdessen, es decir, notaciones y algunas de las restricciones. Para generar las soluciones iniciales Chao usa lo que denomina semillas, es decir los clientes que estén más alejados del centro de despacho, además en su modelo propuesto donde su variable es el si se asigna o no un cliente i a la ruta del camión j . Cada cliente es asignado a uno de los tres tipos de ruta, una ruta de camiones puro solamente v.c o t.c y una ruta de vehículos puros solamente de tipo v.c, los cuales pueden ser tratados como un problema del vendedor viajero. Para

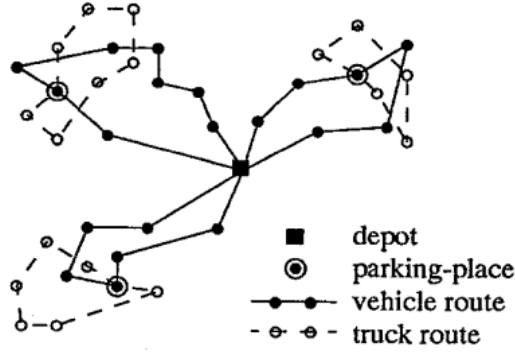


Figura 1: Notacion de las rutas por Gerdessen [4]

convertir las soluciones infactibles en factibles Chao [1] utiliza lo que el llama pasos de mejora independiente, los cuales son OPD, OTP, redefinición de raíz de un sub-tour y para reducir un poco la distancia se usa el movimiento 2-opt. Para la resolución del problema, Chao utiliza la búsqueda tabú [5] con dos heurísticas, la restricción tabú basada en frecuencia y la desarrollada por ellos mismos, la restricción tabú basada en objetivos, en conjunto con los métodos ODP y TDP.

Para poder probar las heurísticas usadas y propuestas Chao utilizó los problemas VRP propuestos por Christofides, Mingozzi, and Toth [2] y los transformaron a problemas TTRP, para cada problema CMT tres TTRPs son creados.

Dimensions of the TTRP test problems

Problem number	Original ^a	Customers		Trucks		Trailers		Ratio of demand to capacity
		v.c.	t.c.	Number	Capacity	Number	Capacity	
1	CMT1	38	12	5	100	3	100	0.971
2		25	25					
3		13	37					
4	CMT2	57	18	9	100	5	100	0.974
5		38	37					
6		19	56					
7	CMT3	75	25	8	150	4	100	0.911
8		50	50					
9		25	75					
10	CMT4	113	37	12	150	6	100	0.931
11		75	75					
12		38	112					
13	CMT5	150	49	17	150	9	100	0.923
14		100	99					
15		50	149					
16	CMT11	90	30	7	150	4	100	0.948
17		60	60					
18		30	90					
19	CMT12	75	25	10	150	5	100	0.903
20		50	50					
21		25	75					

Figura 2: Tabla con las instancias de los problemas usados por Chao [1]

La ejecución de la heurística de Chao TSTTRP fue desarrollada en FORTRAN 5.0, sin embargo no se dice la representación usada, pero se intuye que se usa 2 arreglos bi-dimensionales, uno para las rutas principales y otro para los sub-tours. A continuación se presentan los resultados obtenidos por Chao:

Comparison of the Computational Results of 21 TTRP test problems

Problem	Initial solution				TS improvement solution									
	Construction		Descent		Set 1(K = 10)		Set 2(K = 20)		Set 3(K = 30)		Set 4(K = 40)		Set 5(K = 50)	
	Objective	Penalty	Objective	Penalty	Objective	Time	Objective	Time	Objective	Time	Objective	Time	Objective	Time
	(T ₁)				(T ₁)	(min)	(T ₂)	(min)	(T ₃)	(min)	(T ₄)	(min)	(T ₅)	(min)
1	657.15	9.6	646.02	0	586.07	1.19	591.38	2.02	565.02	2.76	565.02	3.72	565.02	4.19
2	739.04	13.9	739.90	0	671.72	1.14	658.83	1.97	658.07	2.94	662.84	4.38	662.84	5.22
3	785.54	16.8	774.78	0	677.57	1.27	674.17	2.54	680.88	3.57	648.74	4.76	664.73	6.50
4	937.82	26.0	943.47	0	867.53	1.59	856.20	4.01	860.95	5.40	858.66	5.50	857.84	7.53
5	1108.87	22.9	1130.85	0	988.92	2.30	1011.54	3.36	999.56	4.53	1012.84	4.64	949.98	7.06
6	1174.17	32.1	1236.69	0	1057.36	1.93	1083.05	3.62	1053.23	4.26	1086.70	5.37	1084.82	7.96
7	937.31	14.1	906.31	0	834.43	4.88	842.06	7.48	839.07	9.32	832.56	11.28	837.80	16.43
8	1004.45	18.5	971.60	0	918.00	3.03	900.54	5.63	901.46	7.58	901.34	9.64	906.16	11.11
9	1156.50	45.6	1106.66	0	994.00	3.35	979.83	4.33	981.72	6.67	971.62	9.10	1000.27	10.18
10	1232.10	33.6	1159.78	0	1073.75	7.32	1081.06	8.19	1073.50	15.40	1083.31	19.63	1076.88	21.72
11	1422.41	38.0	1288.74	0	1185.55	4.76	1178.00	7.12	1173.84	11.36	1178.00	15.60	1170.17	17.10
12	1578.79	34.0	1453.82	0	1290.66	5.59	1293.54	9.04	1257.38	10.36	1230.93	13.31	1217.01	20.27
13	1624.16	35.3	1481.40	0	1382.71	9.78	1385.15	16.69	1383.42	22.92	1384.42	26.44	1364.50	42.34
14	1760.51	37.1	1624.96	0	1493.07	8.92	1519.36	14.62	1486.77	18.81	1482.68	20.70	1464.20	25.96
15	2105.02	33.6	1858.87	0	1540.25	8.97	1580.50	14.14	1564.83	19.89	1586.84	20.48	1544.21	24.62
16	1288.48	10.3	1267.87	0	1170.57	3.21	1068.23	7.27	1146.06	10.21	1041.36	12.52	1064.89	14.56
17	1314.09	9.4	1261.17	0	1143.25	3.61	1090.46	6.31	1118.30	8.54	1099.99	11.24	1104.67	13.74
18	1383.19	10.8	1366.21	0	1176.26	4.95	1194.29	6.55	1178.23	8.07	1141.36	10.71	1202.00	12.52
19	1146.74	22.0	969.96	0	854.02	4.26	888.62	6.63	894.25	8.62	896.09	12.11	887.22	16.13
20	1144.96	24.0	1140.47	0	943.94	3.84	942.39	6.23	959.30	7.52	958.30	10.09	963.06	10.09
21	1263.70	57.0	1174.43	0	960.68	3.56	926.47	5.88	956.13	8.95	965.71	9.86	952.29	9.57
Average	1226.90	25.93	1166.86	0	1038.59	4.26	1035.51	6.84	1034.86	9.41	1028.06	11.48	1025.74	14.51

I.-M. Chao / Computers & Operations Research 29 (2002) 33–51

Figura 3: Tabla con las tiempos computacionales que obtuvo Chao [1]

Problem	Initial (A)	Best (B)	Percentage improvement of the initial solution (%)					Percentage above the best solution (%)				
			Set 1	Set 2	Set 3	Set 4	Set 5	Set 1	Set 2	Set 3	Set 4	Set 5
			(A - T ₁)/A	(A - T ₂)/A	(A - T ₃)/A	(A - T ₄)/A	(A - T ₅)/A	(T ₁ - B)/B	(T ₂ - B)/B	(T ₃ - B)/B	(T ₄ - B)/B	(T ₅ - B)/B
1	646.02	565.02	9.28	8.46	12.54	12.54	12.54	3.73	4.67	0.00	0.00	0.00
2	739.90	658.07	9.21	10.96	11.06	10.41	10.41	2.07	0.12	0.00	0.72	0.72
3	774.78	648.74	12.55	12.99	12.12	16.27	14.20	4.44	3.92	4.95	0.00	2.46
4	943.47	856.20	8.05	9.25	8.75	8.99	9.08	1.32	0.00	0.55	0.29	0.19
5	1130.85	949.98	12.55	10.55	11.61	10.44	15.99	4.10	6.48	5.22	6.62	0.00
6	1236.69	1053.23	14.50	12.42	14.83	12.13	12.28	0.39	2.83	0.00	3.18	3.00
7	906.31	832.56	7.93	7.09	7.42	8.14	7.56	0.22	1.14	0.78	0.00	0.63
8	971.6	900.54	5.52	7.31	7.22	7.23	6.74	1.94	0.00	0.10	0.09	0.62
9	1106.66	971.62	10.18	11.46	11.29	12.20	9.61	2.3	0.84	1.04	0.00	2.95
10	1159.78	1073.50	7.42	6.79	7.44	6.59	7.15	0.02	0.7	0.00	0.91	0.31
11	1288.74	1170.17	8.01	8.59	8.92	8.59	9.20	1.31	0.67	0.31	0.67	0.00
12	1453.82	1217.01	11.22	11.02	13.51	15.33	16.29	6.05	6.29	3.32	1.14	0.00
13	1481.4	1364.50	6.66	6.50	6.61	6.55	7.89	1.33	1.51	1.39	1.46	0.00
14	1624.96	1464.20	8.12	6.50	8.50	8.76	9.89	1.97	3.77	1.54	1.26	0.00
15	1858.87	1540.25	17.14	14.98	15.82	14.63	16.93	0.00	2.61	1.60	3.02	0.26
16	1267.87	1041.36	7.67	15.75	9.61	17.87	16.01	12.41	2.58	10.05	0.00	2.26
17	1261.17	1090.46	9.35	13.54	11.33	12.78	12.41	4.84	0.00	2.55	0.87	1.30
18	1366.21	1141.36	13.90	12.58	13.76	16.46	12.02	3.06	4.64	3.23	0.00	5.31
19	969.96	854.02	11.95	8.39	7.81	7.62	8.53	0.00	4.05	4.71	4.93	3.89
20	1140.47	942.39	17.23	17.37	15.89	15.97	15.56	0.16	0.00	1.79	1.69	2.19
21	1174.43	926.47	18.20	21.11	18.59	17.77	18.91	3.69	0.00	3.20	4.24	2.79
Average			10.79	11.12	11.17	11.77	11.87	2.64	2.23	2.21	1.48	1.38

Figura 4: Tabla con las mejoras de resultado que obtuvo Chao [1]

Estos resultados algunos investigadores los han usado para comparar sus propias heurísticas e investigaciones. Un ejemplo de ello es la investigación que realizaron Villegas et al. [6], ellos proponen una solución usando **GRASP** (Greedy randomized adaptative search procedures) con una búsqueda local iterada (**ILS**), propuesto por primera vez por Prins [7]. Ellos obtuvieron los siguientes resultados al aplicar su propuesta de metaheurística, sin embargo analizaron una variación, RTTRP, junto con realizar una comparativa de su propuesta con los otros métodos que se han propuesto para resolver RTTRP comparando con Chao [1] y Lin et. al [8](Figura 5).

Method	Chao [12] instances		Lin et al. [39] instances	
	Simulated annealing	Matheuristic (small pool)	Simulated annealing	Matheuristic (small pool)
Number of BKS	12/21	17/21	0/36	36/36
Avg. gap (%)	0.96	0.27	16.41	0.33
Max. gap (%)	2.88	1.25	27.38	1.18
Cumulative number of trucks	187	190	462	440
Cumulative number of trailers	132	132	368	369
Avg. time (min)	39.17	4.34	36.75	6.47
Max. time (min)	119.51	12.72	70.91	34.82
Computer	Pentium IV at 1.5 GHz	Intel Core 2 Quad at 2.66 GHz	Pentium IV at 1.5 GHz	Intel Core 2 Quad at 2.66 GHz
Mflops	326	576	326	576
Time factor	0.57	1.00	0.57	1.00
Avg. scaled time (min)	22.17	4.34	20.80	6.47
Runs	10	10	10	10

Figura 5: Tabla con las comparativas de Chao y Lin [6]

Instance		Simulated annealing						Matheuristic (small pool)						
Id.	n	BKS	Avg.	Gap (%)	Time (min)	Best	Trucks	Trailers	Avg.	Gap (%)	Time (min)	Best	Trucks	Trailers
1	50	557.11	559.59	0.45	6.77	557.11	5	4	557.93	0.15	0.37	557.11	5	4
2	50	608.22	610.38	0.36	6.66	608.22	5	4	608.26	0.01	0.49	608.22	5	4
3	50	618.04	618.5	0.07	5.35	618.04	5	3	618.04	0.00	0.73	618.04	5	3
4	75	784.73	790.76	0.77	15.53	784.73	8	7	785.16	0.05	0.74	784.73	8	7
5	75	839.62	845.89	0.75	14.73	839.62	9	5	839.62	0.00	0.94	839.62	9	5
6	75	930.41	935.76	0.58	12.58	930.64	9	5	932.27	0.20	1.20	930.41	10	4
7	100	810.38	815.09	0.58	24.63	810.38	6	6	814.32	0.49	2.12	810.65	6	6
8	100	872.64	882.55	1.14	24.29	873.8	8	3	876.21	0.41	2.27	872.64	8	4
9	100	911.49	918.2	0.74	21.27	911.49	9	2	911.49	0.00	2.37	911.49	9	2
10	150	1009.50	1027.76	1.81	63.55	1018.62	10	9	1012.84	0.33	5.54	1009.50	10	9
11	150	1076.88	1088.84	1.11	60.10	1076.88	10	9	1083.60	0.62	5.89	1081.63	11	10
12	150	1150.34	1166.27	1.38	51.22	1154.13	12	6	1153.01	0.23	6.13	1150.34	13	6
13	199	1248.88	1284.81	2.88	119.51	1263.62	13	13	1256.81	0.63	12.58	1248.88	14	12
14	199	1321.40	1354.1	2.47	112.66	1336.03	15	13	1325.93	0.34	10.54	1321.40	14	13
15	199	1419.86	1454.59	2.45	92.27	1422.22	17	10	1426.06	0.44	12.72	1419.86	17	10
16	120	975.16	978.22	0.31	40.64	975.65	6	5	976.46	0.13	5.15	975.16	6	5
17	120	1004.92	1008.97	0.40	37.55	1006.79	6	5	1005.16	0.02	4.10	1004.92	6	5
18	120	1097.56	1103.61	0.55	31.09	1097.56	7	5	1111.27	1.25	4.45	1105.94	7	5
19	100	797.19	801.51	0.54	28.18	797.19	8	7	798.20	0.13	3.28	797.61	8	7
20	100	847.21	849.85	0.31	29.00	847.21	9	6	847.64	0.05	4.83	847.21	9	6
21	100	909.06	914.33	0.58	23.94	909.06	10	5	909.94	0.10	4.79	909.06	10	5
Number of BKS						12				17				
Avg. gap (%) or Avg time (min)			0.96	39.17				0.27			4.34			
Max. gap (%) or Max. time (min)			2.88	119.51				1.25			12.72			
Cumulative number of trucks or trailers							187	132				190	132	

Figura 6: Tabla con las comparativas de Villegas et al. con Chao [6]

Villegas et al [6] obtiene los mismos valores de la función objetivo que Chao (Figura 6), pero con un tiempo computacional menor y en algunos casos usando una cantidad mayor de camiones y trailers que los instanciados por Chao, por lo que la propuesta de Villegas tiene un mejor desempeño que la forma de trabajar de Chao. En el caso de Lin, Villegas obtiene mejores soluciones y con un tiempo de ejecución mucho menor que Lin (figura 7).

Este problema tiene una tendencia a seguirse tratando y basándose en los supuestos que Gerdessen propuso. Sin embargo con el avance de la computación, puede que estos problemas se resuelvan de una manera más rápida, como efecto de los mejores procesadores y GPUs que existen en la actualidad. Además que este problema es un punto fundamental de la logística de las empresas que se especializan o que su mercado es la mensajería y entrega de encomiendas.

4. Modelo Matemático

Uno de los modelos propuestos para este problema fue hecho por Chao [1]: Sea $V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ el conjunto de nodos de nuestra red, siendo el nodo 0 el centro de distribución y E el conjunto de caminos que conectan a los nodos. Cada nodo posee una demanda positiva

Detailed results for the RTTRP based on the testbed by Lin et al. [39].

Instance		Simulated annealing								Matheuristic (small pool)							
Id	Name	n	BKS	Avg.	Gap (%)	Time (min)	Best	Trucks	Trailers	Avg.	Gap (%)	Time (min)	Best	Trucks	Trailers		
1	ta175a-1	75	1465.45	1670.23	13.97	17.63	1656.62	11	10	1466.44	0.07	1.58	1465.45	10	10		
2	ta175a-2	75	1548.42	1747.46	12.85	18.65	1746.25	11	10	1552.29	0.25	1.00	1548.42	10	10		
3	ta175a-3	75	1661.14	1923.62	15.80	17.63	1918.60	11	10	1669.66	0.51	1.18	1661.14	10	9		
4	ta175b-1	75	1197.17	1377.36	15.05	14.15	1375.08	11	8	1197.21	0.00	1.37	1197.17	10	8		
5	ta175b-2	75	1249.58	1437.08	15.01	18.65	1435.68	12	8	1251.70	0.17	1.47	1249.58	11	8		
6	ta175b-3	75	1412.02	1618.39	14.62	14.47	1614.21	12	7	1413.67	0.12	2.28	1412.02	11	7		
7	ta175c-1	75	1078.17	1343.18	24.58	17.10	1338.10	10	9	1082.09	0.36	0.78	1078.17	9	8		
8	ta175c-2	75	1180.32	1428.24	21.00	17.10	1423.89	11	7	1186.09	0.49	0.97	1180.32	10	8		
9	ta175c-3	75	1261.93	1506.93	19.42	12.88	1506.50	11	7	1262.07	0.01	1.02	1261.93	9	8		
10	ta175d-1	75	1224.35	1417.65	15.79	16.42	1412.72	9	9	1226.21	0.15	1.31	1224.35	9	9		
11	ta175d-2	75	1303.20	1513.74	16.16	16.42	1506.95	10	8	1311.59	0.64	2.29	1303.20	9	8		
12	ta175d-3	75	1501.18	1739.62	15.88	14.90	1733.86	12	6	1502.37	0.08	1.62	1501.18	12	6		
13	ta100a-1	100	1878.76	2081.04	10.77	31.01	2047.43	11	10	1881.36	0.14	1.91	1878.76	11	10		
14	ta100a-2	100	2031.11	2251.00	10.72	31.01	2223.02	11	10	2042.16	0.45	3.33	2031.11	12	9		
15	ta100a-3	100	2211.57	2476.08	11.96	25.06	2470.66	14	8	2223.59	0.54	4.00	2211.57	13	9		
16	ta100b-1	100	1698.18	1983.52	16.80	28.83	1957.00	11	10	1701.85	0.22	3.62	1698.18	11	10		
17	ta100b-2	100	1767.75	2138.68	20.98	28.83	2114.81	11	10	1788.69	1.18	3.55	1767.75	11	10		
18	ta100b-3	100	1917.98	2331.88	21.58	24.74	2329.98	12	10	1927.55	0.50	2.75	1917.98	11	11		
19	ta100c-1	100	1200.24	1394.56	16.19	32.41	1383.14	12	10	1201.75	0.13	2.33	1200.24	11	10		
20	ta100c-2	100	1259.39	1439.79	14.32	32.41	1436.41	12	9	1261.28	0.15	1.92	1259.39	12	9		
21	ta100c-3	100	1460.88	1761.74	20.59	24.97	1755.33	14	7	1461.71	0.06	2.41	1460.88	14	7		
22	ta100d-1	100	1371.54	1683.52	22.75	29.28	1662.28	12	11	1374.53	0.22	1.94	1371.54	12	11		
23	ta100d-2	100	1474.06	1810.37	22.82	29.28	1799.13	13	10	1476.50	0.17	2.16	1474.06	12	10		
24	ta100d-3	100	1562.66	1990.56	27.38	24.38	1978.66	14	9	1574.24	0.74	2.59	1562.66	12	10		
25	ta150a-1	150	2941.01	3134.90	6.59	70.91	3122.79	14	14	2956.17	0.52	8.10	2941.01	14	14		
26	ta150a-2	150	3090.98	3293.80	6.25	70.91	3286.83	15	14	3113.94	0.45	11.38	3090.98	15	13		
27	ta150a-3	150	3305.20	3526.10	6.68	59.00	3501.39	16	13	3318.08	0.39	16.93	3305.20	16	12		
28	ta150b-1	150	2417.53	2698.36	11.62	68.73	2680.50	14	12	2423.18	0.23	10.97	2417.53	13	13		
29	ta150b-2	150	2501.00	2835.00	13.35	68.73	2803.86	15	12	2504.52	0.14	7.39	2501.00	14	12		
30	ta150b-3	150	2709.48	3040.46	12.22	57.14	2999.32	16	12	2729.42	0.74	17.45	2709.48	15	12		
31	ta150c-1	150	1932.19	2379.57	23.15	69.79	2360.47	16	14	1934.85	0.14	5.82	1932.19	15	13		
32	ta150c-2	150	2049.53	2470.30	20.53	69.79	2448.50	16	12	2059.18	0.47	7.16	2049.53	16	13		
33	ta150c-3	150	2353.15	2895.43	23.04	57.19	2844.30	18	11	2362.51	0.40	7.91	2353.15	17	11		
34	ta150d-1	150	2398.72	2802.23	16.82	68.68	2783.68	14	14	2402.23	0.15	31.03	2398.72	14	14		
35	ta150d-2	150	2529.73	2948.06	16.54	68.68	2901.66	14	14	2541.01	0.45	24.75	2529.73	14	14		
36	ta150d-3	150	2757.83	3226.23	16.98	55.34	3180.48	16	13	2770.72	0.47	34.82	2757.83	15	13		
Number of BKS							0						36				
Avg. gap (%) or Avg time (min)				16.41	36.75					0.33	6.47						
Max. gap (%) or Max. time (min)				27.38	70.91					1.18	34.82						
Cumulative Number of trucks or trailers								462	368					440	369		

Figure 7: Tabla con las comparativas de Villegas et al. con Lin [6]

$q_i, \forall i \in V - \{0\}$ y cada camino tiene un costo simétrico y no negativo $c_{ij} \in E$ donde c_{ij} es la distancia euclidiana entre los nodos. Sea $d_{ij} = c_{0i} + c_{is_j} + c_{0s_j}$ el costo de asignar el cliente i a la ruta j ya sea de camión o vehículo, donde s_j es la semilla de la ruta j .

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_k} d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s.a } \sum_{j=1}^{m_k} x_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i x_{ij} \leq Q_l + Q_k, j = 1, 2, \dots, m_l \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i x_{ij} \leq Q_k, j = 1, 2, \dots, m_k, \quad (4)$$

$$x_{ij} = \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m_k \quad (5)$$

$$0 \leq x_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m_k \quad (6)$$

La función objetivo (1) representa la minimización del costo total de la asignación, por su parte las restricciones (2) y (5) establecen que un cliente puede estar en una sola ruta. La restricción (3) limita la carga que puede llevar un vehículo, es decir que la demanda de la ruta asignada debe ser menor o igual a la capacidad que tiene el camión más el trailer. De similar manera la restricción (4) limita que la demanda de la ruta debe ser menor o igual a la capacidad del camión. La restricción (6) establece que los valores de las variables pueden ser mayores o iguales a 0, por lo que induce soluciones infactibles, pero que después se pueden mejorar. Y lo más importante, la variable x_{ij} indica si se asigna el cliente i a la ruta j .

Cabe destacar que el modelo propuesto por Chao no busca solucionar el problema, si no que poder generar soluciones iniciales ya sean factibles o no, para luego ser mejoradas con sus métodos [1]. El espacio de búsqueda que tendría este problema sería de $2^{n \cdot m_k}$.

5. Representación

Para la representación de la solución se usa un arreglo bidimensional de tamaño $n \times m$ donde n es la cantidad de rutas en total, es decir rutas y sub-rutas y m es la cantidad de clientes pertenecientes a la ruta. La estructura de datos que se usará es un vector de vectores de números enteros con la siguiente interpretación, la posición del vector de enteros en el vector de vectores es el número de ruta creada y la posición de los números enteros en el vector de números enteros es el orden de visita, es decir el que esta en el índice 1, es el que se visita primero después de salir del centro de distribución o el que se visita después de desacoplar el trailer y así sucesivamente hasta llegar al $n - 1$ que es el ultimo que se visita antes de volver al centro de distribución o volver al nodo raíz de la sub ruta.

6. Descripción del algoritmo

Las instancias que se usarán para resolver el problema tienen la siguiente estructura:

```
n_camiones capacidad_camiones ntrailers capacidad_trailes n_clientes
0 posx posy demanda tipo
.
.
.
n_clientes posx posy demanda tipo
```

Una consideración a tener aunque igual se explica en las secciones anteriores es que el centro de distribución siempre será el “cliente” 0, además este no tendrá demanda alguna. El siguiente algoritmo que se presenta, es el algoritmo que se encarga de la lectura de las instancias.

Algorithm 1 Read instances

```
1: procedure READ(file,&n_cam,&n_tra,&cap_cam,&cap_tra,&n_cli) ▷ solamente el archivo
   es pasado directamente, los demás parámetros son por referencia
2:   line ← getline(file)
3:   n_cam,cap_cam,n_tra,cap_tra,n_cli ← line
4:   clientes ← vector < Cliente > ▷ Cliente es una estructura que guarda los datos
5:   while !getline(file) do ▷ Mientras no sea el fin del archivo
6:     Cliente cliente
7:     line ← getline(file)
8:     cliente.numero,cliente.posx,cliente.posy,cliente.demanda,cliente.tipo ← line
9:     clientes ← cliente
10:  end while
11:  return clientes
12: end procedure
```

La estructura de datos mencionada *Cliente* es una estructura que contiene los datos de un cliente es decir, contiene su numero de cliente, su posición en el eje x, su posición en el eje y, la demanda que el cliente tiene y el tipo es decir si es un cliente t.c o v.c.

Luego de obtener los datos se calcula la matriz de costos, es decir la matriz con la distancia euclidiana entre todos los puntos. Una vez obtenida la matriz se calcula lo que se denomina semillas, estas semillas según Chao [1] son los puntos más lejanos que crearán las rutas. El procedimiento para generar las semillas es el siguiente: primero se elige el nodo más lejano respecto al centro de distribución, luego se elige el segundo mas lejano del centro de distribución y las semillas. Esto se hace la misma cantidad de veces que camiones disponibles haya.

Una vez obtenidas las semillas se calcula d_{ij} , el cual es el mismo que usa Chao [1] para resolver un problema de asignación para generar la solución inicial. Luego de eso se realiza HC con MM para la búsqueda de soluciones.

Algorithm 2 Generate Solution

```

1: procedure SOLVE(clientes, IT_MAX, n_cam)
2:   Costos  $\leftarrow$  euclideanMatrix(clientes)
3:   dijMatrix  $\leftarrow$  dijmatrix(Costos, n_cam)
4:   Sol_ini  $\leftarrow$  ASPRO(dijMatrix)
5:   sea N Vector de vecinos
6:   while  $i < IT\_MAX$  do
7:     Vecino  $\leftarrow$  swap(Sol_ini)
8:     if  $\text{len}(N) < n\_clientes/2$  then
9:       Sol_ini  $\leftarrow$  Minimum(N)
10:      Empty(N)
11:     end if
12:   end while
13: end procedure

```

El algoritmo descrito indica la forma en que se obtendrá la solución inicial. La función euclideanMatrix obtiene la matriz de costos del problema, dij_Matrix indica cuales son las rutas que se crearon y cual es el costo de agregar a los clientes a aquella ruta. La función ASPRO se encarga de generar la solución inicial que será utilizada para la generación del vecindario de las soluciones.

Referencias

- [1] I-Ming Chao. A tabu search method for the truck and trailer routing problem. *Computers & operations research*, 29:33–51, 2002.
- [2] Toth P Christofides N, Mingozzi A. The vehicle routing problem. *Computers Operations Research*, pages 315–38, 1979.
- [3] G. B. DANTZIG and J. H. RAMSER. The truck dispatching problem. *Management Science*, 6:80–91, 1959.
- [4] Johanna C. Gerdessen. Vehicle routing problem with trailers. *European Journal of Operational Research*, 93:135–147, (1996).
- [5] Fred Glover. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers Operations Research*, 5:533–549, 1986.
- [6] Caroline Prodhon-Andrés L. Medaglia Nubia Velasco Juan G. Villegas, Christian Prins. A matheuristic for the truck and trailer routing problem. *European Journal of Operational Research*, 230:231–244, 2013.
- [7] C. Prins. A grasp x evolutionary local search hybrid for the vehicle routing problem. *Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem*, pages 636–647, 2009.
- [8] Chung-Cheng Lu Shin-Wei Lin, Vincent F. YU. A simulated annealing heuristic for the truck and trailer routing problem with time windows. *Expert System with Applications*, 38:15244–15252, 2011.

- [9] Ulrich Vogel Ulrich Derigs, Markus Pullmann. Truck and trailer routing-problems, heuristics and computational experience. *Computers Operations Research*, 40:536–546, 2013.
- [10] R. Vahrenkamp. Transportation logistic in rural setting, the case of milk collection. *Technical Report*, 5, 1989.