UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Sede-Medellin

Facultad de Ciencias

Actuaría de riesgos de contingencias de vida

Estadistica

Trabajo 1

Juan David Garcia Zapata
Juan Diego Espinosa

2024

Nos correspondio el siguiente problema:

Problema	Modelo
3	perks1

a1	a2	a3
0.00025748	0.00002553	0.10128397

Cuadro 1: Parametros perks1

Enunciado

Problema sobre seguro para cobertura temporal de una enfermedad, definido en la seccion 2.8.3 pag. 65 Suponga:

- Una vida de x=50. Periodo de cobertura de n=30 años
- La fuerza de mortalidad estándar μ_{x+t} dada por la ley de mortalidad y sus parámetros asignados
- la intensidad de transición μ_x^{ai} igual a la función hazard de una dstribución Weibull dada en el Ejemplo 2.4.1, pag. 36, con los valores de los párametros para hombres y mujeres, en la tabla 2.4

Cuadro 2: Tabla 2.4: Parámetros Weibull

tipo	a = shape	b = scale
h	3.75	118.59
m	4.28	131.22

1. Puntos

:

Pregunta 1

Calcule la prima para el seguro de vida temporal $\bar{A}^1_{x:\overline{n}|}$ en la sección 2.89, pag 65

$$\bar{A}^1_{x:\overline{n}|} = E(v^{T_{(x)}} I(T_{(x)})) = \int_0^n v^t {}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$\bar{A}^1_{50:\overline{30}|} = E(v^{T_{(x)}} I(T_{(x)})) = \int_0^{30} v^t {}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

Para este caso utilizaremos la ayuda de R para calcular la integral, el codigo esta en el apendice[1], para el codigo se nesecita los parametros del modelo perk1 el cual se define en el 'Cuadro 1´,x y n los cuales los ponemos sacar del enunciado pero para para la variable v, no tenemos datos por lo que vamos a tomar v=$\frac{1}{1+i}$ y a i=0.06, estos datos basandonos que en la pregunta 2 y 3 se definen.

Utilizando el codigo del apendice[1] nos da como resultado:

$$\bar{A}^1_{50:\overline{30}|} = 0.1866959$$

Ahora bien si utilizamos un valor asegurado de C=100 unidades monetarias obtendriamos.

$$\bar{A}^1_{50:\overline{30}|} = 18.66959$$

Pregunta 2

Calcule la prima neta $\bar{A}^{ai}_{x:\overline{n}|}$ definida en (2.90), pag. 65, para el un seguro médico temporal que paga al momento del diagnóstico de una enfermedad de alto riesgo, Utilice una tasa de i = 0.06, y una tasa para incremento de costo de vida de iq= 0.025, ambas efectivas anuales. Valor asegurado inicial C=100 unidades. **Ayuda**: ver codigo R 2.1 pag 37, requiere adaptarlo al caso weibull.

La prima neta $\bar{A}^{ai}_{x:\overline{n}|}$ esta definida como:

$$\bar{A}^{ai}_{x:\overline{n}|} = C * \int_0^{110-x} v^t (1+i_q)^{\lfloor t \rfloor} {}_tp_x exp\{-\int_0^t \mu^{ai}_{x+u} du\} \mu^{ai}_{x+u} dt \quad (2.90)$$

La expresion en rojo es igual a:

$$exp\{-\int_0^t \mu^{ai}_{x+u} du\} \mu^{ai}_{x+u} = \mu^{ai}_x = h_x(x)$$

En este caso μ^{ai}_x es igual a la función hazard de una distribución Weibull:

distribución Weibull:

$$h_X(t) = \frac{f_X}{1 - F_X(t)}$$

Entonces para este ejercicio nesecitamos:

- La hazard: $h_x(t)$.
- La función de densidad f_X.
- La función acumulada.

Asi:

$$X \sim Weibull(a, b)$$

Los parametros de la Weibull esta definidos en el ‘Cuadro 2´.

$$h_{(x)} = (a/b)(x/b)^{4-1} \quad x > 0$$

$$f_{(x)} = (a/b)(x/b)^{a-1} e^{-(a/b)^4}$$

$$F_{(x)} 1 - e^{-(x/b)^a}$$

Tambien debemos desarrollar:

$$e^{-\int_0^t \mu_{x+t}^{ai} ds} = e^{-\int_x^{x+t} \mu_s ds} = e^{-\int_x^{x+t} h_s ds}$$

En la formula anterior ya hemos integrado la informacion de h_t(hazard)

Utilizando la propiedades de la hazard:

$$1 - F_x = e^{-\int_0^t h_s ds}$$

Asi utilizando la propiedad anterior y de algunos calculos no daria como resultado:

$$\frac{1 - F_x(x+t)}{1 - F_x(x)}$$

Despues de esto la función seria:

$$f_{T_{(x)}^{ai}} = {}_tp_x exp\{-\int_0^t \mu_{x+u}^{ai} du\}\mu_{x+u}^{ai}$$

$$= {}_tp_x * \frac{(1 - F_x(x+t))}{1 - F_x(x)} * h_x(x+h) \quad (1)$$

Utilizando otra propiedad que conectan a hazard con acumuladas:

$$h_x(x) = \frac{f_x(x)}{1 - F_x(x)}$$

Despejando $f_x(x)$

$$1 - F_x(x) * h_x(x) = f_x(x)$$

Esta ultima igualdad la reemplazamos en (1).

$$= \frac{{}_tp_x * f_x(x+t)}{1 - F_x(x)}$$

Para abordar este problema, empleamos la ayuda de R utilizando la libreria flexsurv, donde adjuntaremos los códigos en el apéndice[2].

Para este caso como en el ennciado nos estaban dando los parametros para hombre y mujeres hicimos los calulos para ambos.

Hombre	**Mujeres**
8.01936	4.404999

Pregunta 3

Con los datos del enunciado anterior, suponga dos vidas $x_1 = 50$, y $x_2 = 35$ defina $v = \frac{1}{1+i}$ y la variable aleatoria definida en (2.5.2), pag. 40: $T_{x_1,x_2} = min(T(x_1), T(x_2))$, donde $(T(x_1), T(x_2))$ se asumen inependientes, Calcule la prima

$$\bar{A}^1_{x_1,x_2:\overline{n}|} = E(v^{T_{x_1,x_2}} b(T_{x_1,x_2}) I(T_{x_1,x_2} \leq n))$$

Qué riesgo ejemplo de riesgo estaria este seguro temporal?

Para calcular la prima del seguro temporal, primero necesitamos entender los términos involucrados en la fórmula proporcionada.

1. $v = \frac{1}{1+i}$: Este es el factor de descuento utilizado para descontar valores futuros a su valor presente. Aquí, i representa la tasa de interés.

2. $T_{x_1,x_2} = \text{mín}(T(x_1), T(x_2))$: Esta es una variable aleatoria que representa el tiempo de fallecimiento más temprano entre dos vidas, x_1 y x_2. $T(x_1)$ y $T(x_2)$ son las variables aleatorias para el tiempo de fallecimiento de las vidas individuales x_1 y x_2 respectivamente.

3. $b(T_{x_1,x_2})$: Esta función representa el beneficio pagado en caso de fallecimiento al tiempo T_{x_1,x_2}.

4. $I(T_{x_1,x_2} \leq n)$: Esta es una función indicadora que toma el valor de 1 si el tiempo de fallecimiento T_{x_1,x_2} es menor o igual a n, donde n es el período de cobertura del seguro.

5. $E(\cdot)$: Representa el operador de esperanza matemática, que calcula el valor esperado de la expresión entre paréntesis.

La fórmula para calcular la prima del seguro temporal es:

$$\bar{A}^{1}_{x_1,x_2:\overline{n}|} = E(v^{T_{x_1,x_2}} b(T_{x_1,x_2}) I(T_{x_1,x_2} \leq n))$$

Ahora, necesitamos calcular cada componente de la fórmula.

Dado que $(T(x_1), T(x_2))$ se asume independiente, el tiempo de fallecimiento mínimo entre x_1 y x_2, T_{x_1,x_2}, seguirá una distribución mínima de las distribuciones de $T(x_1)$ y $T(x_2)$.

La esperanza la podemos tranformar en la siguiente integral:

$$\bar{A}_{x_1,x_2} = \int_0^n v^{-t} * b(t) * f_(T_{x_1,x_2})dt$$

$$\bar{A}_{x_1,x_2} = \int_0^n (\frac{1}{1+i})^{-t} * (C * (1+iq)^{\lfloor t \rfloor}) * f_(T_{x_1,x_2})dt$$

La funcion de densidad del minimo del T_{x_1,x_2} es igual a:

$$f_{(T_{x_1,x_2})} = {}_tp_{x_1} * {}_tp_{x_2} * (\mu_{x_1+t} + \mu_{x_2+t})$$

Por lo que tenemos:

$$\bar{A}_{x_1,x_2} = \int_0^n (1+i)^{-t} * (C * (1+iq)^{\lfloor t \rfloor}) * {}_tp_{x_1} * {}_tp_{x_2} * (\mu_{x_1+t} + \mu_{x_2+t})dt$$

Utilizando la ayuda de R y con el condigo del apendice[3] obtenemos:

$$\bar{A}_{x_1,x_2} = 32.50952$$

Esto seria lo que se le tendria que pagar a la persona que quede viva, cuando muere la otra persona antes de n tiempo.

¿Que riesgo ejemplo de riesgo estaria este seguro temporal?

El seguro para cónyuges es una herramienta financiera diseñada para mitigar el impacto económico de la muerte de uno de los cónyuges en la familia. Este tipo de seguro busca proporcionar un respaldo financiero al cónyuge sobreviviente en caso de que su pareja fallezca. El objetivo principal es evitar una carga económica significativa en momentos de crisis.

Cuando un cónyuge fallece, especialmente si era el principal proveedor económico del hogar o contribuía de manera significativa, su muerte puede dejar al cónyuge sobreviviente enfrentando dificultades financieras. El seguro para cónyuges actúa como un colchón financiero, brindando una suma asegurada al cónyuge sobreviviente para ayudarlo a hacer frente a gastos inesperados, pagar deudas, mantener el nivel de vida familiar o cubrir cualquier otra necesidad financiera que surja.

Es importante destacar que, si bien hay casos extremos donde la motivación podría ser el obtener el dinero del seguro mediante acciones ilícitas, el propósito fundamental del seguro para cónyuges es proporcionar seguridad financiera y estabilidad al cónyuge sobreviviente en momentos de pérdida. En resumen, este tipo de seguro busca ofrecer tranquilidad económica y protección a las familias en situaciones difíciles como la muerte de uno de los cónyuges.

2. Apendice

2.1. 1.

```
#-------------Ley Perks 1
#             Definir la fuerza de mortalidad
muxt.pe1 = function(t,x,pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  m=(a1+a2*exp(a3*(x+t)))/(1+a2*exp(a3*(x+t)))
  return(m)}

#---------Definir tpx
tpx.pe1 = function(t,x,pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  g = (1-a1)/a3
  v = exp(-a1*t)*((a2*exp(a3*x)+1)/(a2*exp(a3*(x+t))+1))^g
  return(v)}
# parametros
pars=c(0.00025748 , 0.00002553,0.10128397)


n = 30
x= 50
i = 0.06
Ax1n = function(x,i,n,tpx,muxt,pars){
  v = 1/(1+i)
  ft = function(t)v^(t)*tpx(t,x,pars)*muxt(t,x,pars)
  p = integrate(ft,0,n)$value
  return(p)}

C=100

#Sin valor monetario
(Ax1n = Ax1n(x,i,n,tpx.pe1,muxt.pe1,pars))
#con valor monetario
q = C*Ax1n
q
```

2.2. 2.

```
#---------Punto 2---------------
library(flexsurv)
b=function(t){100*(1+iq)^{floor(t)}}
#---------Definir tpx para perk1
tpx.pe1 = function(t,x,pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  g = (1-a1)/a3
  v = exp(-a1*t)*((a2*exp(a3*x)+1)/(a2*exp(a3*(x+t))+1))^g
  return(v)}
# parametros
pars=c(0.00025748 , 0.00002553,0.10128397)
iq=0.025
i=0.06
C=100
n = 30
x= 50
#Para hombres
Fx.h= function(t){
  dweibull(x+t,shape=3.75,scale=118.59)/pweibull(x,shape=3.75,scale=118.59,lower.tail = FALSE)
}
Fn.h <- function(t){
 ((1+i)^(-t)) * b(t) * Fx.h(t) * tpx.pe1(t,x,pars)
}
#para mujeres
Fx.m= function(t){
  dweibull(x+t,shape=4.28,scale=131.22)/pweibull(x,shape=4.28,scale=131.22,lower.tail = FALSE)
}
Fn.m <- function(t){
  ((1+i)^(-t)) * b(t) * Fx.m(t) * tpx.pe1(t,x,pars)
}
library(rmutil)
(rh= int(Fn.h,0,n))
(rm =int(Fn.m,0,n))
```

2.3. 3.

```
#Definimos mu y tpx para x1
muxt.pe11 = function(t,x1,pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  m=(a1+a2*exp(a3*(x1+t)))/(1+a2*exp(a3*(x1+t)))
  return(m)}
tpx.pe11 = function(t,x1,pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  g = (1-a1)/a3
  v = exp(-a1*t)*((a2*exp(a3*x1)+1)/(a2*exp(a3*(x1+t))+1))^g
  return(v)}
#Definimos mu y tpx  para x2
muxt.pe12 = function(t,x2,pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  m=(a1+a2*exp(a3*(x2+t)))/(1+a2*exp(a3*(x2+t)))
  return(m)}
tpx.pe12 = function(t,x2,pars){
  a1 = pars[1]
  a2 = pars[2]
  a3 = pars[3]
  g = (1-a1)/a3
  v = exp(-a1*t)*((a2*exp(a3*x2)+1)/(a2*exp(a3*(x2+t))+1))^g
  return(v)}
# parametros
pars=c(0.00025748 , 0.00002553,0.10128397)
x1=50
x2=35
iq=0.025
i=0.06
b=function(t){
  100*(1+iq)^{floor(t)}}#b(t)
#Minimo de x1, x2
fx1x2 <- function(t){
  ((1+i)^(-t))*b(t)*tpx.pe11(t,x1,pars)*tpx.pe12(t,x2,pars)*
    (muxt.pe11(t,x1,pars)+muxt.pe12(t,x2,pars))}
library(rmutil)
(rh= int(fx1x2,0,30)) #Prima
```