

PROBLEMA DA PARTIÇÃO

(PARTITION PROBLEM)



Integrantes: Gabrielle Guarani da Silva e Leonardo Francisco Sehnem dos Santos

Curso: Ciência da Computação

Disciplina: Teoria da Computabilidade e Complexidade

Professor: João Batista Souza de Oliveira

DEFINIÇÃO INFORMAL

Dado um conjunto de números inteiros positivos, separar em dois subconjuntos onde a soma de cada subconjunto é igual ao do outro.

DEFINIÇÃO FORMAL

Problema da Partição (Partition Problem) se refere a tarefa de decidir se dado um conjunto S , pode ser dividido em dois subconjuntos, onde a soma de S_1 é igual a soma de S_2 .

EXEMPLO

Dado um subconjunto $S = \{3, 1, 3, 2, 4, 5, 1\}$

Pode-se dividir em dois subconjuntos $S1$ e $S2$ onde:

$S1 = \{3, 2, 4, 1\}$ com soma = 10

$S2 = \{5, 1, 3\}$ com soma = 10

EXEMPLO: DIVISÃO JUSTA DE PRESENTES

- **Contexto**

Duas crianças ganharam vários presentes, mas os pais querem garantir que cada uma receba um "valor total" igual de presentes para evitar brigas.

- **Problema**

Os presentes têm valores diferentes (em reais, por exemplo). Como dividir de forma justa?

- **Ligação com o Partition Problem**

Cada presente é um número inteiro (valor). O objetivo é separar os presentes em dois grupos com **soma total igual**.

- **Exemplo**

Presentes com valores: {30, 10, 20, 40}

Divisão ideal: {40, 10} e {30, 20} → ambos somam R\$ 50

EXEMPLO: ARMAZENAMENTO EM DISCOS

- **Contexto**

Você precisa armazenar arquivos com tamanhos variados em dois discos rígidos.

- **Problema**

Distribuir os arquivos de forma que o uso de espaço seja equilibrado entre os dois discos.

- **Ligação com o Partition Problem**

Cada arquivo é um inteiro (tamanho em MB, por exemplo). O objetivo é separar em dois subconjuntos com soma total igual.

- **Exemplo**

Arquivos com tamanhos: {10, 20, 15, 5}

Divisão ideal: {20, 5} e {10, 15} → ambos com 25 MB

EXEMPLO: QUANDO **NÃO** DÁ PARA DIVIDIR IGUALMENTE

- **Contexto**

Duas crianças receberam vários presentes, e os pais querem dividir de forma justa (mesmo valor total para cada uma).

- **Presentes com valores:**

{10, 20, 15}

- **Soma total:**

$10 + 20 + 15 = 45$ (ímpar)

- **Problema**

Como a soma total é ímpar, **não** é possível dividir exatamente em partes iguais.

- **Ligação com o Partition Problem**

O problema pergunta se existe ou não uma divisão perfeita (partes iguais).

Neste caso, a resposta é **não**.

QUEM PROVOU SER NP-COMPLETO

- **Quem demonstrou?**

Richard Karp, um dos pioneiros da teoria da complexidade computacional.

- **Quando?**

Karp incluiu na classe NP-completos em **1972**, no artigo: *"Reducibility Among Combinatorial Problems"*.

- **Prova de NP-Completeness**

- Foi um dos **21 problemas originais** usados para definir a classe NP-completos;
- Método: Redução polinomial a partir do problema 3-SAT.

- **Isso significa que:**

- Não conhecemos algoritmos eficientes (de tempo polinomial) para o problema;
- Se encontrarmos uma solução eficiente, resolveremos todos os problemas de NP;
- Serve como base para provar que outros problemas também são NP-completos (por redução).



REFERÊNCIAS

- https://en.wikipedia.org/wiki/Partition_problem - acessado 02/05/2025 às 11:00
- <https://www.youtube.com/watch?v=n3LS2p7xoE8> - 00:00 - 1:04 acessado 02/05/2025 às 10:30
- Karp, R. M. (1972). Reducibility Among Combinatorial Problems. In R. E. Miller & J. W. Thatcher (Eds.), *Complexity of Computer Computations*. Plenum Press (1972).