

▷ Probabilité conditionnelle	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
▷ Règle de multiplication	$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1) \cdot P(A_2 A_1) \cdot \prod_{i=2}^{n-1} P\left(A_{i+1} \middle  \bigcap_{j=1}^i A_j\right)$
▷ Formule des probabilités totales	$P(A) = P(A B)P(B) + P(A B^c)P(B^c)$
▷ Formule de Bayes généralisée	$P(B_i A) = \frac{P(A \cap B_i)}{P(A)} = \frac{P(A B_i) \cdot P(B_i)}{\sum_{i=1}^n P(A B_i) \cdot P(B_i)}$
▷ Inclusion/Exclusion	$P\left(\bigcup_{k=1}^N X_k\right) = \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} \sum_{i_1 < \dots < i_n} P\left(\bigcap_{j=1}^n X_{i_j}\right)$

## Théorème de probabilité

1. Si  $\emptyset$  est l'ensemble vide, alors  $P(\emptyset) = 0$

2. Si  $S$  est l'espace échantillonnal, alors  $P(S) = 1$

3. Si  $E$  et  $F$  sont deux événements, alors

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$$

4. Si  $E$  et  $F$  sont des événements mutuellement exclusifs, alors

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F)$$

5. Si  $E$  et  $E^c$  sont des événements complémentaires, alors

$$P(E) = 1 - P(E^c)$$

6. La probabilité conditionnelle de l'événement  $E$  sachant l'événement  $F$  dénoté par  $P(E|F)$  et est définie par

$$P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$$

7. Deux événements  $E$  et  $F$  sont dits indépendant si et seulement si

$$P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F)$$

$E$  est dit statistiquement indépendant de  $F$  si  $P(E|F) = P(E)$  et  $P(F|E) = P(F)$

8. Les événements  $E_1, E_2, \dots, E_n$  sont appelés mutuellement indépendant pour toute combinaison si et seulement si chaque combinaison de ces événements pris à un nombre quelconque à la fois est indépendante.

9. Les événements  $E_1, E_2, \dots, E_n$  sont totalement indépendant si pour tout sous-ensemble  $\{E_{i_1}, E_{i_2}, \dots, E_{i_r}\}, r \leq n$

$$P\left(\bigcap_{j=1}^r E_{i_j}\right) = \prod_{j=1}^r P(E_{i_j})$$

10. (Théorème de Bayes) Si  $E_1, E_2, \dots, E_n$  sont  $n$  événements mutuellement exclusifs où leur union est l'espace échantillonnal  $S$ , et  $E$  est un événement arbitraire de  $S$  tel que  $P(E) \neq 0$ , alors

$$P(E_k|E) = \frac{P(E|E_k) \cdot P(E_k)}{\sum_{j=1}^n P(E|E_j) \cdot P(E_j)}$$

11. Si  $E$  et  $F$  sont des événements indépendants, alors  $E$  et  $F^c$  le sont aussi (*idem* pour  $E^c$  et  $F$  et  $E$  et  $F$ )

12. Les  $A, B, C$  trois événements (avec  $P(C) > 0$ ),  $A$  et  $B$  sont indépendant conditionnellement à  $C$  si

$$P(A \cap B|C) = P(A|C)P(B|C)$$

13. Quelques identités

(a)  $P(A^c \cap B^c) = P(A \cup B)^c$

(b)  $P(B^c|A) = 1 - P(B|A)$

(c)  $P(B|A^c) = 1 - P(B^c|A^c)$

Tirage	
Nom	Méthode
simultanée	Combinaison $\binom{n}{r}$
Successif sans remise	Arrangement $A_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$
Successif avec remise	Arrangement et/ou combinaison