

NOM :

QUIZ 2
MAT 1720 PROBABILITÉS

- Le quiz dure 20 minutes.
- Expliquer votre raisonnement, une réponse sans explication ne vaut rien.
- Une réponse numérique n'a pas besoin d'être simplifiée.

- (1) **(2 points)** Une urne contient 10 boules : 4 Rouges, 4 Noires et 2 Blanches. Nous tirons trois boules de l'urne SANS remise.
- (a) Trouver la probabilité qu'aucune blanche n'est tirée.
 - (b) Montrez que la probabilité qu'exactement deux boules tirées soient rouges sachant qu'aucune blanche n'a été tirée est $\frac{3}{7}$.
- (2) **(2 points)** On a une urne avec des boules numérotées de 2 à 12. On tire 2 boules et on note
- $A = \{\text{la première boule montre 8}\}$ et $B = \{\text{la somme des deux boules est 12}\}$.
- (a) On tire les deux boules sans remise. Est-ce que A et B sont indépendants ?
 - (b) On tire les deux boules avec remise. Est-ce que A et B sont indépendants ?
- (3) **(1 point)** Justifier pourquoi $P[A \mid A \cup B] \geq P[A]$ pour tous les événements A et B tels que $P[A \cup B] > 0$.

Solutions

- (1) — Il faut prendre 3 boules parmi les 8 non-blanches, donc $P[A] = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{10}{3}}$.
 — On doit calculer $P[B \cap A]$, on doit prendre 2 rouges puis 1 noires soit

$$P[A \cap B] = \frac{\binom{4}{2} \binom{4}{1}}{\binom{10}{3}},$$

et donc

$$P[B \mid A] = \frac{\binom{4}{2} \binom{4}{1}}{\binom{8}{3}}.$$

- (2) On a $P[A] = \frac{1}{11}$. Les possibilités pour sommer à 12 sont $(2, 10), (3, 9), \dots, (10, 2)$ (soit 9 cas), le cas $(6, 6)$ ne marche pas s'il n'y a pas remise (soit 8 cas).
 — Dans ce cas $P[A \cap B] = \frac{1}{11} \frac{1}{10}$ et $P[B] = \frac{8}{11 \cdot 10}$. Donc non.
 — Dans ce cas $P[A \cap B] = \frac{1}{11^2}$ et $P[B] = \frac{9}{11^2}$. Donc non.
 (3) On a $P[A \mid A \cup B] = \frac{P[A]}{P[A \cup B]} \geq P[A]$ car $P[A \cup B] \leq 1$.