

NOM :

**QUIZ 1**  
**MAT 1720 PROBABILITÉS**

- Le quiz dure 20 minutes.
- Expliquer votre raisonnement, une réponse sans explication ne vaut rien.
- Une réponse numérique n'a pas besoin d'être simplifiée.

- (1) **(2 points)** Combien y a-t-il de mots de 4 lettres pour lesquels *toutes les lettres sont distinctes ou pour lesquels une seule lettre est répétée au plus deux fois* ?

(Donc *QUIZ* et *GALL* sont admissibles mais pas *NOOO* ou *HAAA*.)

- (2) **(1 point)** Combien de nombres différents peut-on former en permutant les caractères 115.45 ?

(Donc 4515.1 et 4.5511 sont admissibles mais pas .51145, 45115. ou bien 65.234)

- (3) **(1 point)** Soit  $E$  et  $F$  deux événements. Notons  $E\Delta F = (E\cup F)\setminus(E\cap F)$  l'événement que  $E$  ou  $F$  se produisent mais pas les deux. Montrer que  $P[E\Delta F] = P[E] - P[F] - 2P[E\cap F]$ .

- (4) **(1 point)** On prend deux boules, sans remise, d'une urne contenant 6 boules noires et 2 boules blanches. Quelle est la probabilité de tirer une boule de chaque couleur ?  
(les tirages sont équiprobables)

Solutions

- (1) — Si toutes lettres sont distinctes : on a  $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23$  possibilités (0.5 pts)
  - Les mots avec 1 lettre double : 26 (choix lettre double), 25 (1ère lettre simple), 24 (2ème lettre simple),  $\binom{4}{2}$  choix de position des lettres doubles. Donc un total de  $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot \binom{4}{2}$  possibilités. (1pts)
  - Le résultat s'obtient par union disjointe des 2 premiers cas, donc c'est la somme des possibilités mentionnées (0.5pts)
- (2)  $\binom{5}{2,2,1}$  choix pour les permutations des chiffres et 4 choix de positions pour la virgule. Donc  $4 \cdot \binom{5}{2,2,1}$  possibilités au total.
- (3)  $E \cup F$  est l'union disjointe de  $E \Delta F$  et  $E \cap F$  donc  $P[E \cup F] = P[E \Delta F] + P[E \cap F]$ . On utilise alors que  $P[E \cup F] = P[E] + P[F] - P[E \cap F]$  pour obtenir le résultat. Diagramme de Venn accepté.
- (4) On choisit comme espace fondamental celui des choix sans ordre. Il y a donc un total de  $\binom{8}{2}$  possibilités de prendre 2 boules parmi les huit. Pour notre événement, il y a  $\binom{2}{1}$  choix pour la boule blanche et  $\binom{6}{1}$  pour la boule noire. Donc la probabilité est de  $\frac{\binom{2}{1} \binom{6}{1}}{\binom{8}{2}}$ .