

Paper reading for Voronoi Diagram in The Laguerre Geometry and its Applications

問題定義

本問題想要在 *Laguerre geometry* 上求出 *Voronoi diagram*。

將一個三維空間的點 (x, y, z) 對應到歐氏平面上是一個半徑為 $|z|$ 且圓心為 (x, y) 的圓，而且此圓的旋轉方向是根據 z 的正負值，則稱為 *Laguerre geometry*。

在二維空間的一圓 $C_i = C_i(Q_i; r_i)$ ，其中圓心為 $Q_i = (x_i, y_i)$ ，半徑為 r_i 。 C_i 和 $P = (x, y)$ 之間的距離 $d_L(C_i, P)$ 之定義如下：

$$d_L^2(C_i, P) = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 - r_i^2 \quad (1)$$

因此，在 *Laguerre geometry* 上 n 個圓 $C_i = C_i(Q_i; r_i)$ ($Q_i = (x_i, y_i)$) 的 *Voronoi polygons* 的定義如下：

$$V(C_i) = \cap_i \{P \in R^2 | d_L^2(C_i, P) \leq d_L^2(C_j, P)\} \quad (2)$$

求出所有的 *Voronoi polygons*，就是我們要的 *Voronoi diagram*。

方法說明

假設一個 set $S = C_i(Q_i; r_i) | i = 1, 2, \dots, n$ ，我們要把 S 分成兩個 subset L 和 R 。也就是說，根據所有 Q_i 的 x 座標大小找出中位數 m ，再來分成兩個 subset 如下式子：

$$L = \{Q_i | x_i < m\}, R = \{Q_i | x_i \geq m\}$$

時間複雜度分析