UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE BOGOTÁ

Métodos Numéricos (2001852) Ib Semestre 2016

Taller # 7 Profesor: *Camilo Cubides*

Las siguientes son las fórmulas centradas de orden $O(h^2)$ para la primera y segunda derivada, con sus respectivos errores:

$$f'(x_0) = \frac{f_1 - f_{-1}}{2h} + E_1(f,h) \tag{1}$$

si $M \geq |f^{(3)}(x)|$ $\forall x \in \mathbb{R}$ y $\varepsilon$ es una cota de la magnitud del error de redondeo, entonces $|E_1(f,h)| \leq \dfrac{\varepsilon}{h} + \dfrac{Mh^2}{6}$.

$$f''(x_0) = \frac{f_1 - 2f_0 + f_{-1}}{h^2} + E_2(f,h) \tag{2}$$

si $M \geq |f^{(4)}(x)|$ $\forall x \in \mathbb{R}$ y $\varepsilon$ es una cota de la magnitud del error de redondeo, entonces $|E_2(f,h)| \leq \dfrac{4\varepsilon}{h^2} + \dfrac{Mh^2}{12}$.

Las siguientes son las fórmulas centradas de orden $O(h^4)$ para la primera y segunda derivada, con sus respectivos errores:

$$f'(x_0) = \frac{-f_2 + 8f_1 - 8f_{-1} + f_{-2}}{12h} + E_3(f,h) \tag{3}$$

si $M \geq |f^{(5)}(x)|$ $\forall x \in \mathbb{R}$ y $\varepsilon$ es una cota de la magnitud del error de redondeo, entonces $|E_3(f,h)| \leq \dfrac{3\varepsilon}{2h} + \dfrac{Mh^4}{30}$.

$$f''(x_0) = \frac{-f_2 + 16f_1 - 30f_0 + 16f_{-1} - f_{-2}}{12h^2} + E_4(f,h) \tag{4}$$

si $M \geq |f^{(6)}(x)|$ $\forall x \in \mathbb{R}$ y $\varepsilon$ es una cota de la magnitud del error de redondeo, entonces $|E_4(f,h)| \leq \dfrac{16\varepsilon}{3h^2} + \dfrac{Mh^4}{90}$.

Sea $f(x) = \cos(2x)$

1. Haga una tabla donde utilice los incrementos $h = 0.1, 0.01$ y $0.001$ para calcular las aproximaciones de $f'(1)$ utilizando la fórmula (1). En la tabla debe aparecer el valor del incremento, la aproximación de $f'(1)$ y el error relativo, obtenido a partir del valor real de $f'(1)$; escriba los valores con todas las cifras que obtenga a partir de los cálculos.

2. Haga una tabla donde utilice los incrementos $h = 0.1, 0.01$ y $0.001$ para calcular las aproximaciones de $f'(1)$ utilizando la fórmula (3). En la tabla debe aparecer el valor del incremento, la aproximación de $f'(1)$ y el error relativo, obtenido a partir del valor real de $f'(1)$; escriba los valores con todas las cifras que obtenga a partir de los cálculos.

3. Haga una tabla donde utilice los incrementos $h = 0.1, 0.01$ y $0.001$ para calcular las aproximaciones de $f''(1)$ utilizando la fórmula (2). En la tabla debe aparecer el valor del incremento, la aproximación de $f''(1)$ y el error relativo, obtenido a partir del valor real de $f''(1)$; escriba los valores con todas las cifras que obtenga a partir de los cálculos.

4. Haga una tabla donde utilice los incrementos $h = 0.1, 0.01$ y $0.001$ para calcular las aproximaciones de $f''(1)$ utilizando la fórmula (4). En la tabla debe aparecer el valor del incremento, la aproximación de $f''(1)$ y el error relativo, obtenido a partir del valor real de $f''(1)$; escriba los valores con todas las cifras que obtenga a partir de los cálculos.

5. Con base en las fórmulas de los errores dadas en las expresiones (1), (2), (3) y (4), encuentre el valor óptimo del incremento para hallar la mejor aproximación de $f'$ o $f''$ con las correspondientes fórmulas de derivación, suponiendo que $\varepsilon = 0.5 \times 10^{-8}$.

6. Graficar en SciLab las funciones de los errores que utilizó en el literal anterior; donde $\varepsilon = 0.5 \times 10^{-8}$. Adicionalmente, ubique el valor mínimo calculado en el literal anterior.