UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE BOGOTÁ

Métodos Numéricos (2001852) Ib Semestre 2016

Taller # 5 Profesor: *Camilo Cubides*

- Supóngase que $[a, b]$ se divide en M subintervalos $[x_k, x_{k+1}]$ de tamaño $h = (b-a)/M$, entonces se tiene que
$$\int_a^b f(x)\,dx = T(f,h) + E_T(f,h) \tag{1}$$
donde, una aproximación a la integral está dada por la regla del trapecio
$$T(f,h) = \frac{h}{2}\big(f(a) + f(b)\big) + h\sum_{k=1}^{M-1} f(x_k) \tag{2}$$
y si además $f \in C^2[a, b]$, entonces existe un valor ξ con $a < \xi < b$, tal que el error se puede escribir como
$$E_T(f,h) = \frac{-(b-a)f^{(2)}(\xi)h^2}{12} = O(h^2) \tag{3}$$

- Supóngase que $[a, b]$ se divide en $2M$ subintervalos $[x_k, x_{k+1}]$ de tamaño $h = (b-a)/2M$, entonces se tiene que
$$\int_a^b f(x)\,dx = S(f,h) + E_S(f,h) \tag{4}$$
donde, una aproximación a la integral está dada por la regla de Simpson
$$S(f,h) = \frac{h}{3}\big(f(a) + f(b)\big) + \frac{2h}{3}\sum_{k=1}^{M-1} f(x_{2k}) + \frac{4h}{3}\sum_{k=1}^{M} f(x_{2k-1}) \tag{5}$$
y si además $f \in C^4[a, b]$, entonces existe un valor ξ con $a < \xi < b$, tal que el error se puede escribir como
$$E_S(f,h) = \frac{-(b-a)f^{(4)}(\xi)h^4}{180} = O(h^4) \tag{6}$$

Sea $f(x) = 2\cos(3x/2)$

1. Construya una tabla con $M = 5$ y $M = 10$, que utilice la fórmula (2) para aproximar la integral $\int_0^{2\pi} f(x)\,dx$, donde aparezca el número de particiones, la aproximación de la integral y el error absoluto real obtenido a partir del valor real de la integral.

2. Construya una tabla con $M = 5$ y $M = 10$, que utilice la fórmula (5) para aproximar la integral $\int_0^{2\pi} f(x)\,dx$, donde aparezca el número de particiones, la aproximación de la integral y el error absoluto real obtenido a partir del valor real de la integral.

3. Determinar un número M de subintervalos y el incremento h de manera que el error absoluto $E_T(f,h)$ de la regla del trapecio en la aproximación de $\int_0^{2\pi} f(x)\,dx$ sea menor que 1×10^{-8}.

4. Determinar un número $2M$ de subintervalos y el incremento h de manera que el error absoluto $E_S(f,h)$ de la regla de Simpson en la aproximación de $\int_0^{2\pi} f(x)\,dx$ sea menor que 1×10^{-8}.