UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA
SEDE BOGOTÁ

Métodos Numéricos (2001852) Ib Semestre 2016

Taller # 6 Profesor: *Camilo Cubides*

1. Sea $y' = t^2 - y$ con $y(0) = 1$, una ecuación diferencial que se constituye en un problema de valor inicial junto con la condición inicial, tal que su solución analítica es $y(t) = -e^{-t} + t^2 - 2t + 2$, a partir de éstos datos:

   a) Verifique que efectivamente y es solución de la ecuación.

   b) Tomando $h = 0.2$ y luego $h = 0.1$ aproxime $y(0.4)$ mediante el método Euler. Para presentar los resultados construya una tabla que contenga: el número de la iteración i, el valor de la abscisa (t_i), la ordenada (y_i), la pendiente k.

   c) Halle el error absoluto, comparando la solución exacta de $y(0.4)$ con los valores que usted obtuvo en el literal anterior.

   d) Tomando $h = 0.2$ y luego $h = 0.1$ aproxime $y(0.4)$ mediante el método de Runge-Kutta de orden cuatro. Para presentar los resultados construya una tabla que contenga: el número de la iteración i, el valor de la abscisa (t_i), la ordenada (y_i), las pendientes parciales k_1, k_2, k_3 y k_4, y la pendiente promedio ponderada k.

   e) Halle el error absoluto, comparando la solución exacta de $y(0.4)$ con los valores que usted obtuvo en el literal anterior.

2. Considere el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x + 2y \\ \frac{dy}{dt} &= 3x + 2y \end{aligned} \qquad \text{con} \qquad \begin{cases} x(0) = 6; \\ y(0) = 4. \end{cases}$$

   cuya solución está dada por las expresiones

$$x(t) = 4e^{4t} + 2e^{-t} \tag{1}$$
$$y(t) = 6e^{4t} - 2e^{-t} \tag{2}$$

   Tomando $h = 0.1$, aproxime $x(0.4)$ y $y(0.4)$ usando el método de Runge–Kutta de orden 4, y mediante la distancia media

$$d\big((x_1, y_1), (x_2, y_2)\big) = \frac{|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|}{2}$$

   halle la distancia entre los valores de $x(0.4)$ y $y(0.4)$ aproximados y los valores reales.

3. Consideré el siguiente problema de valor inicial de segundo orden

$$x''(t) + 4x'(t) + 5x(t) = 0, \quad \text{con} \quad x(0) = 3 \text{ y } x'(0) = -5$$

a) Transforme la ecuación a un sistema de dos ecuaciones de primer orden que sea equivalente.

b) Utilizando $h = 0.1$ aproxime el valor $x(0.4)$ por el método de Euler y calcule el error absoluto con respecto al valor real dado por la expresión

$$x(t) = 3e^{-2t}\cos(t) + e^{-2t}\operatorname{sen}(t).$$