

Métodos Numéricos (2001852)

Ib Semestre 2016

Taller # 3

Profesor: *Camilo Cubides*

Nota: para todos los valores reales que se calculen, éstos se deben escribir con por lo menos 8 cifras decimales.

1. Sea $f(x) = \sin(x)$, utilizando la aproximación por polinomios de Taylor alrededor de $x_0 = 0$ (La serie de Maclaurin para $f(x)$).
 - a) Construya la fórmula general del polinomio de Taylor $P_N(x)$ de grado N de la función $f(x)$ alrededor de $x_0 = 0$.
 - b) Encuentre una expresión que permita acotar el error o residuo $R_N(x)$.
 - c) Halle $P_6(x)$.
 - d) Mediante el polinomio $P_6(x)$ encontrado, calcule $2 * P_6(\pi/4)$ (recuerde que analíticamente mediante trigonometría elemental, se puede deducir que $\sin(\pi/4) = \sqrt{2}/2$, es decir, $2 * P_6(\pi/4)$ es una aproximación de $\sqrt{2}$).
2. Sea $f(x) = 2^x$, aproxime f en el intervalo $[-3, 3]$ construyendo en un principio el polinomio de interpolación de Lagrange de grado 6, donde las abscisas de los nodos están dadas por los valores $x_i = -3(1)3 = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, y luego con el polinomio encontrado aproxime el valor $\sqrt{2}$.
3. Sea $f(x) = 2^x$, aproxime f en el intervalo $[-3, 3]$ construyendo en un principio el polinomio de interpolación de Newton de grado 6, donde las abscisas de los nodos están dadas por los valores $x_i = -3(1)3 = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, y luego con el polinomio encontrado aproxime el valor $\sqrt{2}$.
4. Encuentre una expresión que permita acotar el error $E_N(x)$ del polinomio interpolador de Lagrange para la función del literal 2.
5. Utilice la siguiente aproximación a 65 cifras decimales de $\sqrt{2}$

$\sqrt{2} \approx 1.41421\ 35623\ 73095\ 04880\ 16887\ 24209\ 69807\ 85696\ 71875\ 37694\ 80731\ 76679\ 73799$

o la que le de su calculadora o computador, para calcular el número de cifras significativas con que se aproximó el valor de $\sqrt{2}$ en los literales 1. 2. y 3., ¿cuál es el mejor método que encontró para aproximar la constante pitagórica $\sqrt{2}$?

Nota: no olvide que se dice que p^* es una aproximación de p con d cifras decimales significativas si d es el mayor número natural tal que $\frac{|p-p^*|}{|p|} \leq \frac{10^{-d}}{2}$.