

 Institución Universitaria	Programa académico: Ingeniería de Sistemas	Asignatura: Matemáticas para la Informática Avanzada	Código: 190304003-1
EQUIPOS DE TRABAJO			

TÉCNICAS DE CONTEO

Equipo 1	Castillo Usuriaga Jhoan Sebastian	jhoancastillo287879@correo.itm.edu.co	#11. SELECCIÓN DE COMITÉ
	Castro Lopez David Fernando	davidcastro324026@correo.itm.edu.co	
	Morales Ramirez David Alejandro	davidmorales330679@correo.itm.edu.co	
	Ochoa Gonzalez Jerónimo	jeronimochoa321926@correo.itm.edu.co	
Equipo 2	Anderson Coronado Mazo	andersoncoronado1117636@correo.itm.edu.co	#6. BACTERIAS
	Ricardo Amaya	ricardoamaya191393@correo.itm.edu.co	
	Samuel Castaño Herrera	samuelcastano1113869@correo.itm.edu.co	
	Jhon Fernando Sanchez Alvarez	jhonsanchez287142@correo.itm.edu.co	
Equipo 3	Felipe Ramirez Loaiza	feliperamirez298927@correo.itm.edu.co	#12. PIN NUMÉRICO SIN REPETICIÓN
	Mariana García Hincapié	mariaganagarcia1112907@correo.itm.edu.co	
	Juan Andres Gallego López	juangallego298484@correo.itm.edu.co	
	Sebastian Castañeda Florez	sebastiancastaneda309524@correo.itm.edu.co	
Equipo 4	Johnnatan Alexander Benitez Velasquez	johnnatanbenitez319630@correo.itm.edu.co	#1. CONTRASEÑAS
	Andres Mauricio Agudelo Elorza	andresagudelo1114990@correo.itm.edu.co	
	Emanuel Cardona Garcia	emanuelcardona323778@correo.itm.edu.co	
	Jorge Mario Monterroza C	jorgemonterroza311909@correo.itm.edu.co	
Equipo 5	Johan Santiago Marin Rios	johanmarin302678@correo.itm.edu.co	#14. PALABRAS CON REPETICIÓN
	Carlos Andres Arteaga Garcia	carlosarteaga296961@correo.itm.edu.co	
	Juan Pablo Florez Rojas	uanflorez300346@correo.itm.edu.co	
	Juan Felipe Cadavid Z	juancadavid311036@correo.itm.edu.co	
Equipo 6	Luis Fernando Zapata Castaño	luiszapata73404@correo.itm.edu.co	#2. DADOS
	Palomino Rodríguez Daniel Andrés	danielpalomino283166@correo.itm.edu.co	
Equipo 7	David Prada Quintero	davidprada318624@correo.itm.edu.co	#15. CÓDIGOS BINARIOS SIN UNOS CONSECUTIVOS
	Juan David Machado M	juanmachado318818@correo.itm.edu.co	
	Santiago Muñoz Vasquez	santiagomunoz98536@correo.itm.edu.co	
	Kevin Cardenas Rívillas	kevincardenas250670@correo.itm.edu.co	
Equipo 8	Jean Pierre Ortiz	jeanortiz323147@correo.itm.edu.co	#4. TORRE DE HANOI
	Isabella Bermudez Arboleda	isabellabermudez1117114@correo.itm.edu.co	
	Erian José Serna Marín	erianserna1114297@correo.itm.edu.co	
	Sofía Villa Muñoz	sofiavilla1116583@correo.itm.edu.co	
Equipo 9	Sebastian Restrepo Mira	sebastianrestrepo287614@correo.itm.edu.co	#19. INVERSIÓN CON CAPITALIZACIÓN MENSUAL
	Carolina Uribe Builes	carolinauribe1113131@correo.itm.edu.co	
	Juan Pablo Correa Buitrago	juancorrea311549@correo.itm.edu.co	
	Kevin Andres Betancur Presiga	kevinbetancur309721@correo.itm.edu.co	

 Institución Universitaria	Guía de Ejercicios TALLER#1	Tema 01
Asignatura: MATEMÁTICAS PARA LA INFORMÁTICA AVANZADA		
Código-Grupo: 190304003-1		Programa académico: Ingeniería de Sistemas

Contenido

REQUISITOS Y CONDICIONES	1
1. CONTRASEÑAS	2
2. DADOS	2
3. IDIOMAS	2
4. TORRE DE HANOI	3
5. DIGITOS	3
6. BACTERIAS	3
7. LETRAS	4
8. POBLACIÓN	4
9. CREDITO BANCARIO	4
10. AHORRO ESTUDIANTIL	5
11. SELECCIÓN DE COMITÉ	5
12. PIN NUMÉRICO SIN REPETICIÓN	5
13. HORARIOS DE CLASE	6
14. PALABRAS CON REPETICIÓN	6
15. CÓDIGOS BINARIOS SIN UNOS CONSECUTIVOS	6
16. ESCALERA CON PASOS DE 1 o 2 ESCALONES	7
17. CRECIMIENTO DE RED INFORMÁTICA	7
18. PLAN DE AHORRO CON INCREMENTO FIJO	8
19. INVERSIÓN CON CAPITALIZACIÓN MENSUAL	8

REQUISITOS Y CONDICIONES

- Porcentaje de calificación 15%
- Producto Mínimo Viable (MVP)
 - Informe con la solución del problema utilizando la técnica de conteo adecuada.
 - Programa funcional y el código desarrollado en Python *
- Formato de entrega: La entrega será realizada al correo electrónico, los equipos son responsables de enviar los insumos y artefactos para realizar la evaluación correspondiente.
- Fechas de entrega: Revisar Compromiso Académico
- Presentación
 - Cada equipo tiene la oportunidad, si lo desea, de presentar la solución del ejercicio como una exposición, durante la sesión presencial de clase.

* Los equipos que decidan usar un lenguaje de programación diferente a Python deberán entregar un programa ejecutable funcional y el código asociado para visualizar su implementación.

1. CONTRASEÑAS

Contexto

Un servidor permite contraseñas formadas exclusivamente por letras del alfabeto inglés:

$$\Sigma = \{ a, \dots, z, A, \dots, Z \}, |\Sigma| = 52$$

La longitud permitida de la contraseña es entre 4 y 8 caracteres (inclusive).

Ejercicios

1. ¿Cuántas contraseñas distintas pueden formarse bajo estas condiciones?
2. ¿Qué principio(s) de conteo utiliza para resolver el problema? Indique cómo es aplicado el método seleccionado.
3. ¿Qué porcentaje del total corresponde a contraseñas de exactamente 4, 6 y 8 caracteres?
4. Implemente en Python un programa que:
 - Reciba el tamaño mínimo y máximo y calcule el número total de contraseñas posibles.
 - Dada una contraseña de longitud 4, demostrar el proceso de adivinar la contraseña.

2. DADOS

Contexto

Se lanzan dos dados distinguibles: uno azul y uno rojo. El espacio muestral es:

$$S = \{ (b, r) : b, r \in \{1, \dots, 6\} \}$$

Ejercicios

1. Determine el número de resultados que cumplen cada condición:
 - Total de resultados posibles
 - Resultados donde ambos dados muestran el mismo número, es decir, dobles.
 - Resultados cuya suma es 4
 - Resultados cuya suma es 7 u 11
 - Resultados donde el dado azul muestra 2
 - Resultados donde al menos uno muestra 2
 - Resultados donde ninguno muestra 2
 - Resultados cuya suma es par
2. Implemente un programa en Python que genere el espacio muestral y permita verificar cada inciso automáticamente.

3. IDIOMAS

Contexto

Se tienen tres cursos de idiomas: Portugués (P), Italiano (I), Rumano (R).

Ejercicios

1. Determine cuántos estudiantes han tomado los tres cursos.
2. Determine cuántos han tomado exactamente un idioma.
3. Calcule la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar haya tomado al menos dos idiomas.
4. Implemente una función en Python que reciba los valores como parámetros y calcule automáticamente las intersecciones.

4. TORRE DE HANOI

Contexto

Un popular rompecabezas de finales del siglo XIX, inventado por el matemático francés Édouard Lucas, consiste en tres palos montados en un tablero junto con discos de diferentes tamaños. Inicialmente, estos discos se colocan en el primer palo en orden de tamaño, con el más grande en la parte inferior. Sea $T(n)$ el número mínimo de movimientos necesarios para trasladar n discos desde la clavija 1 hasta la 2 usando la clavija 3.

Ejercicios

1. Justifique la relación:

$$T(n) = 2T(n-1) + 1, \quad T(1) = 1$$

2. Resuelva la recurrencia usando una técnica de conteo.
3. Demuestre el resultado por inducción matemática.
4. Implemente un programa con una función recursiva en Python que:
 - o Calcule $T(n)$
 - o Muestre gráficamente el proceso de traslado.

5. DIGITOS

Contexto

Un sistema informático considera una cadena de dígitos decimales una palabra código válida si contiene un número par de 0 dígitos. Por ejemplo, 1230407869 es válido, mientras que 120987045608 no lo es. Se define:

- E_n : número de cadenas con cantidad par de ceros
- O_n : número de cadenas con cantidad impar de ceros

Ejercicios

1. Establezca qué tipo de relación se define para $a_n = E_n$.
2. Exprese el sistema completo para E_n y O_n .
3. Implemente una solución dinámica en Python que calcule a_n .

6. BACTERIAS

Contexto

Supongamos que cada hora hay dos bacterias nuevas en una colonia para cada bacteria que estuvo presente la hora anterior, y que todas las bacterias de 2 horas mueren. La colonia comienza con 100 bacterias nuevas.

Ejercicios

1. Modele el sistema mediante una relación de recurrencia.
2. Identifique la técnica de conteo, establezca la fórmula y encuentre la solución .
3. Determine el primer instante en que la población supera 1.000.000 de bacterias.
4. Diseñe y simule el proceso con un programa en Python.

7. LETRAS

Contexto

Considere las un conjunto con las siguientes letras:

$$\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$$

Problema

1. Determinar el número total de tales permutaciones en las que la subsecuencia **A, B, C** aparece **consecutivamente** y en el **orden exacto** de A seguida de B seguida de C.
2. Tenga en cuenta que las letras **A, B y C** deben aparecer como un bloque contiguo, y ninguna otra letra puede interrumpir entre ellas.
3. Además, las letras restantes (**D, E, F, G, H**) pueden aparecer en cualquier orden antes, después o alrededor del bloque **A, B, C**, siempre que se preserve la subsecuencia contigua **A, B, C..**

8. POBLACIÓN

Contexto

La ciudad de Medellín, Colombia, ha experimentado un rápido crecimiento demográfico debido a la urbanización y el desarrollo económico. Supongamos que la población de Medellín en el año 2023 es de 2,5 millones de personas y que la población crece a una tasa anual constante del 3%. Suponiendo que la tasa de crecimiento se mantenga constante.

Ejercicios

1. Escribir una fórmula para la población de Medellín P_n después de n años.
2. Calcule la población para el año 2035.
3. Determinar en qué año la población de Medellín superará los 4 millones de personas.
4. Implemente un sistema en Python para calcular estas proyecciones.

9. CREDITO BANCARIO

Contexto

Un cliente de Bancolombia decide abrir una cuenta de ahorros con un depósito inicial de 10.000.000 de pesos colombianos. El banco ofrece un tipo de interés anual del 11%. Si el cliente deposita 200.000 pesos adicionales al final de cada año, calcula el valor futuro

Ejercicios

1. El objetivo es determinar cuánto dinero tendrá el cliente en su cuenta al final del periodo de inversión.
2. Determine el saldo total de la cuenta tras 30 años.
3. Desarrolle un programa para el cálculo mediante fórmula y simulación iterativa.

10. AHORRO ESTUDIANTIL

Contexto

Un estudiante ahorra 50.000 pesos en la primera semana, y luego cada semana añade 15.000 pesos más que la semana anterior, durante 20 semanas (sin intereses).

Ejercicios

1. Con cual técnica se podría modelar una fórmula para hacer el cálculo para una semana S_n .
2. Calcule la suma S_{20} .
3. Determine el número mínimo de semanas necesarias para alcanzar 2.000.000 de pesos.
4. Agregue 0.5% de interés semanal y modele el sistema.
5. Desarrolle un programa en Python para que un usuario pueda realizar cálculos.

11. SELECCIÓN DE COMITÉ

Contexto

En una facultad hay 22 estudiantes candidatos para formar un comité académico.

El comité debe estar compuesto por exactamente 5 estudiantes.

Ejercicios

1. ¿Cuántos comités distintos pueden formarse?
2. ¿Cuántos comités pueden formarse si dos estudiantes específicos no pueden estar juntos?
3. ¿Cuántos comités incluyen obligatoriamente a una estudiante específica?
4. Implemente un programa que reciba:
 - o total de estudiantes
 - o tamaño del comité
 - o opción para escoger restricciones
 - o calcule y muestre los posibles comités válidos.

12. PIN NUMÉRICO SIN REPETICIÓN

Contexto

Un sistema de seguridad usa un PIN de 4 dígitos distintos tomados del conjunto:

$$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

No se permite repetir dígitos.

Ejercicios

1. ¿Cuántos PIN distintos pueden generarse?
2. ¿Cuántos PIN comienzan con un número par?
3. ¿Cuántos PIN contienen el dígito 7?
4. Desarrolle un programa que genere todos los PIN válidos en función de la entrada indicada por el usuario y muestre los resultados posibles.

13. HORARIOS DE CLASE

Contexto

Un estudiante debe elegir:

- 1 curso de Matemáticas (hay 4 opciones)
- 1 curso de Programación (hay 3 opciones)
- 1 curso de Humanidades (hay 2 opciones)

No hay restricciones de horario.

Ejercicios

1. ¿Cuántos horarios distintos puede formar?
2. Si uno de los cursos de Programación no es compatible con un curso específico de Matemáticas, ¿cuántos horarios válidos quedan?
3. Desarrolle un sistema donde se modelen las posibles alternativas usando listas y producto cartesiano.

14. PALABRAS CON REPETICIÓN

Contexto

Considere la palabra:

{MISSISSIPPI}

Ejercicios

1. ¿Cuántas permutaciones distintas pueden formarse con sus letras?
2. ¿Cuántas comienzan con la letra M?
3. ¿Cuántas no tienen dos letras S consecutivas?
4. Implemente un programa que calcule las posibles formas con repetición usando frecuencias.

15. CÓDIGOS BINARIOS SIN UNOS CONSECUTIVOS

Contexto

Se desea generar cadenas binarias de longitud n formadas por los símbolos {0,1}, con la restricción de que no pueden aparecer dos unos consecutivos.

Sea a_n el número de cadenas válidas de longitud n .

Ejercicios

1. Determine los valores iniciales a_1 y a_2 .
2. Establezca una solución para a_1 .
3. Resuelva una solución para un número interminado, puede dejar la solución en términos de ecuación característica si lo desea.
4. Implemente una solución en Python usando una técnica de conteo.

16. ESCALERA CON PASOS DE 1 o 2 ESCALONES

Contexto

Una persona desea subir una escalera de n escalones.

En cada movimiento puede subir:

- 1 escalón
- 2 escalones

Sea $T(n)$ el número de formas distintas de llegar exactamente al escalón n

Ejercicios

1. Encuentre los valores iniciales.
2. Establezca una solución mediante una técnica de conteo adecuada.
3. Encuentre la fórmula cerrada.
4. Compare crecimiento asintótico con 2^n

Extensión en Python

Implemente:

- versión recursiva
- versión iterativa
- versión usando memoización

Compare tiempos de ejecución.

17. CRECIMIENTO DE RED INFORMÁTICA

Contexto

Una red informática inicia con 50 nodos.

Cada semana:

- La red duplica el número de nodos existentes.
- Se agregan además 20 nodos nuevos por expansión externa.

Sea N_n el número de nodos después de n semanas.

Ejercicios

1. Modele la relación de recurrencia.
2. Determine el orden de crecimiento.
3. Estime en qué semana la red supera 100.000 nodos.

Lo que se espera

Relación tipo:

$$N_n = 2N_{n-1} + 20$$

18. PLAN DE AHORRO CON INCREMENTO FIJO

Contexto

Un investigador ahorra 120,000 pesos el primer mes.

Cada mes aumenta su ahorro en 25,000 pesos respecto al mes anterior.

Sea a_n el ahorro del mes n .

Ejercicios

1. Escriba la expresión general de a_n .
2. Encuentre la suma acumulada en 24 meses.
3. Determine el primer mes en que el ahorro mensual supera 500.000 pesos.
4. Diseñe y desarrolle un sistema donde se puedan mostrar y verificar los cálculos presentados en su solución.

19. INVERSIÓN CON CAPITALIZACIÓN MENSUAL

Contexto

Un capital inicial de 8.000.000 pesos se invierte a una tasa del 1.2% mensual compuesta.

Sea P_n el capital después de n meses.

Ejercicios

1. Modele una solución a este planteamiento mediante una técnica de conteo apropiada.
2. Calcule el capital después de 36 meses.
3. Determine el número mínimo de meses necesarios para duplicar la inversión.
4. Compare crecimiento geométrico vs crecimiento aritmético.
5. Implemente un sistema computacional para demostrar sus hallazgos.

Extensión conceptual

Discuta por qué el crecimiento geométrico domina al aritmético a largo plazo.