UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Ciencia de la Computación

Curso: Matemática Computacional CC3M2-A — Semestre 2023-I

Cuarta Práctica Calificada

1. **[5 puntos]** Determinar la convexidad de los siguientes conjuntos. Justificando adecuadamente sus respuestas.

   (a) $A_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ : xy \leq 1\}$

   (b) $A_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4\sqrt{x} + y \leq 5\}$

   (c) $A_3 = \{x \in \mathbb{R}^n : x^T y \leq 1, \forall\, y \in S\}$ para algún S

   (d) $A_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ : ye^x - x \geq 1\}$

2. **[5 puntos]** Determinar la convexidad de las siguientes funciones. Justificando adecuadamente sus respuestas.

   (a) $f_1(x, y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$, donde $x > 0, y > 0$

   (b) $f_2(x, y) = |x + y|$

   (c) $f_3(x, y) = -\log(cx + dy)$, $c, d \in \mathbb{R}$

   (d) $f_4(x) = -(x_1 x_2 \cdots x_n)^{\frac{1}{n}}$, $x \in \mathbb{R}^n_+$

3. **[5 puntos]** Dado el problema

$$\begin{array}{ll} \min & 2e^{x_1-1} + (x_2 - x_1)^2 + x_3^2 \\ \text{s.a.} & x_1 x_2 x_3 \leq 1 \\ & x_1 + x_3 \geq c \\ & x \geq 0 \end{array}$$

   Hallar los valores de c para el cual el punto $\bar{x} = (1, 1, 1)$ cumple las condiciones de KKT.

4. **[5 puntos]** Una empresa debe decidir dónde ubicar un único centro de distribución para dar servicio a N minoristas ubicados en una determinada región. La ubicación del minorista n está en las coordenadas (x_n, y_n). Cada semana V_n camiones salen del centro de distribución llevando mercancías al punto de venta n y luego regresa al centro de distribución. Todos estos camiones pueden viajar en caminos rectos desde el centro de distribución hasta el punto de venta. La empresa desea determinar dónde colocar el centro de distribución para minimizar la distancia total que todos los camiones deben viajar cada semana.

   (a) Formule el problema de optimización correspondiente.

(b) Considere los datos resumidos en la tabla para una ubicación de tres instancias de este problema. Resolver el problema con el Algoritmo Genérico para problemas de optimización no lineal sin restricciones usando la dirección de búsqueda de descenso más pronunciado y una búsqueda de línea exacta. Tome como punto inicial $x_0 = (0, 0)$.

(c) ¿Se puede garantizar que el punto en el que termina el algoritmo es óptimo local o global? Justifique su respuesta.

n	x_n	y_n	V_n
1	7	2	7
2	5	-3	10
3	-6	4	15