UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

**Facultad de Ciencias**
**Escuela Profesional de Ciencia de la Computación**

Curso: Matemática Computacional CC3M2-A — Semestre 2023-I

# Quinta Práctica Calificada

1. **[5 pts]** Realizar los cálculos de las siguientes probabilidades:

   a) De una baraja de 52 cartas se extraen dos cartas al azar, una a la vez sin reemplazo. Sea $A$ el evento de que la primera carta sea un corazón, y $B$ el evento de que la segunda carta sea roja. Hallar $P(A|B)$ y $P(B|A)$.

   b) Si tiene una moneda justa y una moneda sesgada que cae cara con una probabilidad de $3/4$. Se elige una de las monedas al azar y se lanza tres veces. Resultando cara las tres veces. ¿ cuál es la probabilidad de que la moneda elegida sea justa?

2. **[5 pts]** Suponga que $X$ y $Y$ son variables aleatorias discretas tomando valores $c-1$, $c$ y $c+1$. La siguiente tabla muestra sus distribuciones marginal y conjunta:

| | $a$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| $b$ | $c-1$ | $c$ | $c+1$ | $\mathrm{P}(Y=b)$ |
| $c-1$ | $2/45$ | $9/45$ | $4/45$ | $1/3$ |
| $c$ | $7/45$ | $5/45$ | $3/45$ | $1/3$ |
| $c+1$ | $6/45$ | $1/45$ | $8/45$ | $1/3$ |
| $\mathrm{P}(X=a)$ | $1/3$ | $1/3$ | $1/3$ | $1$ |

   a) Considerando $c=0$. Calcule la esperanza de $X$, de $Y$ y la covarianza entre $X$ y $Y$.

   b) ¿ Las variables $X$ y $Y$ están correlacionadas ?

   c) ¿ $X$ y $Y$ son independientes ?

3. **[5 pts]** Un libro tiene $n$ errores tipográficos. Dos correctores, Ana y Lyn, leyeron el libro de forma independiente. Ana detecta cada error tipográfico con probabilidad $p_1$ y lo pierde con probabilidad $q_1 = 1 - p_1$, de forma independiente, y lo mismo ocurre con Lyn, que tiene probabilidades $p_2$ de detectar cada error tipográfico y $q_2 = 1 - p_2$ de fallar. Sea $X$ el número de errores tipográficos detectados por Ana, $Y$ el número de errores detectados por Lyn y $Z$ el número de errores detectados por al menos uno de los dos correctores.

   a) Encontrar la distribución de $Z$

   b) Si $p_1 = p_2$. Hallar $P(X|X+Y=t)$.

4. **[5 pts]** Suponga que la función de distribución conjunta de $X$ y $Y$ está dado por:

$$F(x,y) = 1 - e^{-2x} - e^{-y} + e^{-(2x+y)} \text{ si } x>0, y>0$$

   y $F(x,y)=0$ en otro caso.

a) Determine las funciones de distribuciones marginales de $X$ y $Y$.
b) Determine la función de densidad conjunta de $X$ y $Y$.
c) Determine las funciones de densidades marginal de $X$ y $Y$
d) Determinar si $X$ y $Y$ son independientes.
e) Considerando la función de densidad conjunta $f(x,y) = \frac{12}{5}xy(1+y)$, $0 \leq x, y \leq 1$, $f(x,y) = 0$ en otro caso. Hallar $P(X < Y)$