UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Ciencia de la Computación

Curso: Matemática Computacional CC3M2-A Semestre 2023-I

Quinta Práctica Dirigida

1. Considere el siguiente modelo lineal

$$\begin{array}{lll} \max & z = 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 & \\ \text{s.a.} & x_1 + x_3 & \leq 2 \\ & x_2 + x_3 & \leq 4 \\ & x_1 + 2x_3 & \leq 3 \\ & x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{array}$$

   Si la inversa de la siguiente matriz es conocida

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   Mostrar que la solución básica que corresponde a la base $B = [a_1\, a_2\, a_3]$ es óptima. Calcular la solución óptima y el valor objetivo óptimo

2. Escribir el modelo dual de los siguientes problemas lineales

$$\begin{array}{lll} \min & z = x_1 + 3x_2 + x_3 & \\ \text{s.a.} & 4x_1 - x_2 + 2x_3 & \leq -7 \\ & 2x_1 - 4x_2 & \geq 12 \\ & 2x_1 + 8x_2 + 4x_3 & \geq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \min & z = 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 & \\ \text{s.a.} & 2x_1 + x_2 + 2x_3 & = 12 \\ & -x_1 + 5x_2 - 2x_3 & \geq -8 \\ & 3x_1 + 4x_2 - 6x_3 & \leq 10 \\ & x_1 \leq 0, x_2, x_3 \geq 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \max & z = x_1 + 4x_2 & \\ \text{s.a.} & 2x_1 - 4x_2 & \leq 14 \\ & -x_1 - 4x_2 & \leq -6 \\ & 4x_1 + 6x_2 & \leq 10 \\ & x_1 + 9x_2 & = 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \leq 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \max & z = x_1 + x_2 + 5x_3 & \\ \text{s.a.} & x_1 + x_2 + 2x_3 & \leq -4 \\ & -x_1 + 6x_2 + 2x_3 & \geq 2 \\ & 4x_1 - x_2 + x_3 & = 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0, x_3 \,\text{irrestricto} & \end{array}$$

3. Considere los siguientes modelos lineales. Escribir los correspondientes modelos duales y resolver ambos modelos usando la solución gráfica. Deducir el tipo de solución que tienen: solución única, soluciones múltiples, el problema es no acotado o el problema es infactible.

$$\begin{array}{lll} \min & z = 4x_1 + 6x_2 & \\ \text{s.a.} & 2x_1 + x_2 & \geq 4 \\ & x_1 + 4x_2 & \geq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \max & z = 4x_1 + 6x_2 & \\ \text{s.a.} & 10x_1 + 12x_2 & \leq 22 \\ & 2x_1 + 6x_2 & \leq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \max & z = -2x_1 + 6x_2 \\ \text{s.a.} & -x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \max & z = -3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a.} & -4x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ & x_1 - 2x_2 \leq -4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

4. Transformar el problema de optimización lineal a la forma estandar y canónica

$$\begin{array}{ll} \max & z = x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a.} & 2x_1 + x_2 \leq 12 \\ & x_1 - x_2 \geq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

5. Considerando el tableau mostrado. Realizar un paso de regularización y una operación de pivote para que el vector $\tilde{b}$ sea no negativo

	1	x_1	x_2
z	0	-1	-1
x_3	12	-2	-1
x_4	-3	1	0

6. Considerando el tableau mostrado. Realizar iteraciones simplex para resolver el problema de optimización lineal asociado. Cuál es la solución óptima encontrada.

	1	x_5	x_2	x_4
z	-3	21	-1	-1/2
x_3	6	3	-1	-2
x_1	-3	1	0	1

7. José construye cable eléctrico utilizando dos tipos de aleaciones metálicas. La aleación 1 es 55 % aluminio y 45 % cobre, mientras que la aleación 2 es 75 % aluminio y 25 % cobre. Los precios de las aleaciones 1 y 2 en el mercado son de 5 y 4 dólares por tonelada, respectivamente. Formule un problema de optimización lineal para determinar las cantidades que minimizan los costos de las dos aleaciones que José debería usar para producir 1 tonelada de cable que tenga al menos un 30 % de cobre.

8. Hallar el problema dual de

$$\begin{array}{ll} \max & z_p = 3x_1 + 4x_2 \\ \text{s.a.} & 2x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ & 3x_1 + 4x_2 \leq 10 \\ & x_1 + x_2 = 5 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \leq 0 \end{array}$$

Luego de resolver el problema dual responder a las siguientes preguntas

- ¿Cuál es el cambio en el valor de la función objetivo primal si el lado derecho de la primera restricción primal cambia a 12.1?

- ¿Cuál es el cambio en el valor de la función objetivo primal si el lado derecho de la segunda restricción primal cambia a 1.9?

9. Resolver el siguiente problema de optmización utilizando el método gráfico.

$$\begin{array}{rl} \max & z = 3x_1 + 3x_2 + 21x_3 \\ \text{s.a.} & 6x_1 + 9x_2 + 25x_3 \leq 15 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 25x_3 \leq 20 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

10. Conviertir el siguiente programa lineal a la forma estándar:

$$\begin{array}{rl} \max & z = c^T x + d^T y \\ \text{s.a.} & A_1 x = b_1 \\ & A_2 x + B_2 y \leq b_2 \\ & \ell \leq y \leq u \end{array}$$

11. Conviertir el siguiente probrema a un programa lineal en forma estándar:

$$\begin{array}{rl} \max & z = |x| + |y| + |z| \\ \text{s.a.} & x + y \leq 1 \\ & 2x + 3 = 3 \end{array}$$