UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Ciencia de la Computación

Curso: Matemática Computacional CC3M2-A — Semestre 2023-I

Tercera Práctica Calificada

1. **[6 puntos]** Dado el siguiente problema de optimización

$$\begin{aligned} \max_{x} \quad & 3x_1 + x_2 + 3x_3 \\ \text{s.a.} \quad & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ & 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

   (a) (5 puntos) Resolver el problema aplicando el algoritmo símplex, mostrando en cada iteración la variable que ingresa y la que sale de la base.

   (b) (1 punto) Utilizar Python para resolver el problema y verificar sus cálculos de la parte (a)

2. **[4 puntos]** Considere el siguiente problema de optimización lineal

$$\begin{aligned} \max_{x} \quad & x_1 + x_2 \\ \text{s.a.} \quad & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 3 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 3 \end{aligned}$$

   (a) Resolver el problema gráficamente

   (b) Resolver el problema considerando ahora como función objetivo: $\max -x_1 + x_2$

   (c) ¿ Existe una única solución óptima cuando la función objetivo es: $\max 2x_1 - x_2$?

3. **[5 puntos]** Considere el problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & \boldsymbol{cx} \\ \text{s.a.} \quad & \boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b} \\ & \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \end{aligned}$$

   donde, $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}^T$ y $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^T$. Demostrar que si existe un $\boldsymbol{x}_0$ tal que $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{x}_0 \geq \boldsymbol{0}$, entonces $\boldsymbol{x}_0$ es una solución óptima.

4. **[5 puntos]** Mostrar sin utilizar el método simplex que $x = (\frac{5}{26}, \frac{5}{2}, \frac{27}{26})$ es una solución óptima del siguiente problema

$$\begin{array}{rl} \max\limits_{x} & 9x_1 + 14x_2 + 7x_3 \\ \text{s.a.} & 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 6 \\ & 5x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 12 \\ & 2x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \quad \text{irrestrictos} \end{array}$$