productos notables

Prof. Jhon Fredy Tavera Bucurú

2025

Polinomios operaciones basicas

Productos Notables

Definición de Polinomio

Definición (Polinomio)

Un polinomio en la variable x es una expresión de la forma:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

*donde $a_0, a_1, \ldots, a_n$ son números reales, y n es un entero no negativo. Si $a_n \neq 0$, entonces el polinomio tiene **grado** n. Los monomios $a_k x^k$ que conforman el polinomio reciben el nombre de **términos** del polinomio.*

Polinomio	**Tipo**	**Términos**	**Grado**
$2x^2 - 3x + 4$	trinomio	$2x^2$, $-3x$, 4	2
$x^8 + 5x$	binomio	x^8, $5x$	8
$3 - x + x^2 - \frac{1}{2}x^3$	cuatro términos	$-\frac{1}{2}x^3$, x^2, $-x$, 3	3
$5x + 1$	binomio	$5x$, 1	1
$9x^5$	monomio	$9x^5$	5
6	monomio	6	0

Suma y Resta de Polinomios

Definición:
Sumamos y restamos polinomios combinando términos semejantes, es decir, términos que tienen las mismas variables elevadas a las mismas potencias. Esto se hace usando la Propiedad Distributiva.
Ejemplo Suma:

$$5x^7 + 3x^7 = (5+3)x^7 = 8x^7$$

Ejemplo Resta:

$$\begin{aligned}(x^3 - 6x^2 + 2x + 4) - (x^3 + 5x^2 - 7x) \\ &= x^3 - 6x^2 + 2x + 4 - x^3 - 5x^2 + 7x \\ &= (x^3 - x^3) + (-6x^2 - 5x^2) + (2x + 7x) + 4 \\ &= -11x^2 + 9x + 4\end{aligned}$$

Multiplicación de Expresiones Algebraicas

Definición:
Para hallar el producto de polinomios o de otras expresiones algebraicas, se utiliza la Propiedad Distributiva repetidamente. Esto implica multiplicar cada término de un polinomio por cada término del otro polinomio y luego sumar los resultados.
Ejemplo:
Multiplica los binomios $(a+b)$ y $(c+d)$:

$$\begin{aligned}(a+b)(c+d) &= a(c+d) + b(c+d) \quad \text{(Aplicando la Propiedad Distribu}\\ &= ac + ad + bc + bd \quad \text{(Multiplicando cada término)}\end{aligned}$$

Por lo tanto, el producto de $(a+b)$ y $(c+d)$ es $ac+ad+bc+bd$.

Productos Notables

Productos Notables: A continuación se presentan algunas de las identidades algebraicas más utilizadas:

- **Trinomio cuadrado perfecto:**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- **Diferencia de cuadrados:**

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

- **Binomio de Newton:**

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$(a-b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k a^{n-k} b^k$$

donde $\binom{n}{k}$ es el coeficiente binomial, dado por:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- **Diferencia de potencias:**

$$(a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1}\right) = a^n - b^n$$

Ejemplos: Uso de las Fórmulas de Productos Notables

Ejemplo 1: Calcula $(3x+5)^2$ utilizando la fórmula del trinomio cuadrado perfecto:

$$
\begin{aligned}
(3x+5)^2 &= (3x)^2 + 2(3x)(5) + 5^2 \\
&= 9x^2 + 30x + 25
\end{aligned}
$$

Ejemplo 2: Calcula $(x^2-2)^3$ utilizando la fórmula del cubo de un binomio:

$$
\begin{aligned}
(x^2-2)^3 &= (x^2)^3 - 3(x^2)^2(2) + 3(x^2)(2^2) - 2^3 \\
&= x^6 - 6x^4 + 12x^2 - 8
\end{aligned}
$$

Ejemplos: Uso de las Fórmulas de Productos Notables

Ejemplo 3: Calcula $(2x - \sqrt{y})(2x + \sqrt{y})$ utilizando la fórmula de la diferencia de cuadrados:

$$\begin{aligned}(2x - \sqrt{y})(2x + \sqrt{y}) &= (2x)^2 - (\sqrt{y})^2 \\ &= 4x^2 - y\end{aligned}$$

Ejemplo 4: Calcula $(x + y - 1)(x + y + 1)$ utilizando la fórmula de la diferencia de cuadrados:

$$\begin{aligned}(x + y - 1)(x + y + 1) &= [(x + y) - 1][(x + y) + 1] \\ &= (x + y)^2 - 1^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - 1\end{aligned}$$