Aplicaciones

Prof. Jhon Fredy Tavera Bucurú

2025

Enunciado

Inicialmente un tanque contiene 120 litros de agua pura. Al tanque entra a razón de 2 litros/min, una mezcla que contiene una concentración de γ g/litro de sal y la mezcla bien revuelta sale del tanque a la misma razón. Encuentre una expresión en términos de γ para la cantidad de sal en el tanque en cualquier instante t. Halle también la cantidad límite de sal.

Problema de mezcla

Enunciado

Un tanque con una capacidad de 500 gal contiene originalmente 200 gal de agua con 100 lb de sal en solución. Se hace entrar agua que contiene 1 lb de sal por galón, a razón de 3 gal/min, y se deja que la mezcla salga del tanque a razón de 2 gal/min.

Encuentre la cantidad de sal en el tanque en cualquier instante antes del momento en que la solución comienza a derramarse.

Encuentre la concentración (en libras por galón) de sal en el tanque cuando se encuentra en el punto en que se derrama. Compare esta concentración con la concentración límite teórica, si la capacidad del tanque fuera infinita.

Problema de difusión de monóxido de carbono

Enunciado

Suponga que un recinto que contiene 1200 m^3 de aire originalmente está libre de monóxido de carbono. A partir del instante $t = 0$, se introduce al recinto humo de cigarro, que contiene 4% de monóxido de carbono, a razón de 0.1 m^3/min y se permite que la mezcla bien circulada salga a la misma razón.

a) Halle una expresión para la concentración $x(t)$ de monóxido de carbono en el recinto, en cualquier instante $t > 0$.

b) La exposición prolongada a una concentración de monóxido de carbono no tan baja como 0.00012 es dañina para el organismo humano. Halle el instante τ en el que se alcanza esta concentración.

Ley de enfriamiento de Newton

Enunciado

Suponga que la temperatura de una taza de café obedece la ley de Newton del enfriamiento. Si el café tiene una temperatura de 200°F cuando acaba de servirse y un minuto después se ha enfriado hasta 190°F en un recinto cuya temperatura es de 70°F, determine cuándo el café alcanza una temperatura de 150°F.

▸ Explorar en Desmos

Trayectorias ortogonales

Dos curvas se cortan ortogonalmente si las respectivas rectas tangentes, en los puntos de intersección, son rectas perpendiculares.

Definición

Cuando todas las curvas de una familia $F(x, y, c_1) = 0$ cortan ortogonalmente a todas las curvas de otra familia $G(x, y, c_2) = 0$, se dice que las familias son ortogonales.

Cálculo de trayectorias ortogonales

Sea la familia de curvas $F(x, y, c_1) = 0$, al derivar implícitamente $H(x, y, y', c_1) = 0$; usando F y H eliminamos c_1, obteniendo $T(x, y, y') = 0$; despejando y',

$$\frac{dy}{dx} = r(x, y)$$

La ecuación de la familia ortogonal es dada, en forma diferencial, por la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{r(x, y)}.$$

- *Esta expresión está inspirada en el hecho que dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es* -1.

Ejercicio

Hallar las trayectorias ortogonales de la familia de curvas $y = e^{kx}$.

Ejercicio

Una silla de montar que tiene la forma de la superficie $z = y^2 - x^2$ está a la intemperie, bajo la lluvia. Hallar las trayectorias que seguirán las gotas de agua que caen por ella. Esbozar un gráfico para convencerse de que la respuesta es razonable.

▸ Ver en Desmos

Temporary page!

LaTeX was unable to guess the total number of pages correctly. A
there was some unprocessed data that should have been added t
the final page this extra page has been added to receive it.
If you rerun the document (without altering it) this surplus page
will go away, because LaTeX now knows how many pages to expe
for this document.