Preámbulo

Prof. Jhon Fredy Tavera Bucurú

2025

Definición (Vector Geométrico)

Llamaremos ***vector geométrico*** *a todo segmento de recta orientado. Denotaremos los vectores geométricos mediante letras minúsculas con una flecha encima como* $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$.
Si los puntos inicial y final de un vector son, respectivamente, los puntos A *y* B *también denotaremos dicho vector en la forma* $\overrightarrow{AB}$.
En este capítulo sólo trataremos con vectores geométricos en el plano.

Definición (Norma y dirección de un vector)

En todo vector geométrico $\overrightarrow{AB}$ *se distinguen dos elementos:*

- ***Magnitud o norma****: Denotada por* $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$*, es la longitud del segmento* $\overrightarrow{AB}$*.*
- ***Dirección****: Se expresa mediante un ángulo* θ*. Para definirla, se traza desde el punto inicial* A *una semirrecta horizontal hacia la derecha. La dirección de* $\overrightarrow{AB}$ *es el ángulo* θ *formado al girar de dicha semirrecta al segmento* $\overrightarrow{AB}$ *en sentido antihorario. La dirección de un vector* $\overrightarrow{AB}$ *se denota* $\operatorname{dir}(\overrightarrow{AB})$*.*

Nótese que $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ *si* θ *se mide en grados, y que* $0 \leq \theta < 2\pi$ *si* θ *se mide en radianes.*

Definición (Igualdad de vectores)

Dos vectores geométricos $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se dicen ***iguales*** *y se escribe $\vec{u} = \vec{v}$ si ellos tienen la misma magnitud y la misma dirección.*

Definición (Ángulo entre dos vectores)

*El **ángulo entre** $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se define como aquel ángulo α, $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, que forman $\vec{u}$ y $\vec{v}$ una vez que se hacen coincidir sus puntos iniciales.*

Definición (Vectores paralelos)

*$\vec{u}$ y $\vec{v}$ se dicen **paralelos** si el ángulo entre ellos es $\alpha = 0^\circ$ o $\alpha = 180^\circ$. Si $\alpha = 0^\circ$ se dice que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tienen la **misma dirección** y si $\alpha = 180^\circ$ que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tienen **direcciones opuestas**.*

Definición (Vectores perpendiculares)

$\vec{u}$ *y* $\vec{v}$ *se dicen* ***perpendiculares*** *si el ángulo entre ellos es* $\alpha = 90^\circ$.

Suma

Definición (Regla del triángulo)

Se dibuja $\vec{v}$ *a partir del extremo final de* $\vec{u}$*. El vector suma* $\vec{u} + \vec{v}$ *se define como el vector que va desde el punto inicial de* $\vec{u}$ *al punto final de* $\vec{v}$ *.*

Definición (Vector opuesto y vector nulo)

Dado un vector $\vec{v}$, se llama ***opuesto*** *de $\vec{v}$ y se denota $-\vec{v}$, al vector que tiene la misma magnitud de $\vec{v}$ y dirección opuesta a la de $\vec{v}$. Nótese que si hacemos la suma $\vec{v} + (-\vec{v})$ se obtiene como resultado un punto. Para que la suma de dos vectores sea siempre otro vector, se admite la existencia de un vector cuyos puntos inicial y final coinciden. Tal vector, cuya magnitud es 0 y al cual no se le asigna dirección, se llama* ***vector nulo*** *o* ***vector cero*** *y se denotará $\vec{0}$.*
Así, dicho vector $\vec{0}$ es tal que $\vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0}$, cualquiera sea el vector $\vec{v}$, y además él es su propio opuesto, es decir, $-\vec{0} = \vec{0}$.

Proposición (Propiedades de la suma de vectores)

1. $\vec{u} + \vec{v}$ *es un vector geométrico.*
2. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
3. $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{z} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{z})$
4. $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$
5. $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$

Ejercicio (Ecuación)

Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ vectores dados. Expresar en términos de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ el vector $\vec{x}$ tal que

$$\vec{x} + \vec{v} = \vec{u}$$

Usando las propiedades de la suma, se prueba que $\vec{x} = \vec{u} + (-\vec{v})$

Definición (Diferencia entre vectores)

Dados dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, la diferencia $\vec{u} - \vec{v}$ se define como el vector que sumado a $\vec{v}$ nos da $\vec{u}$. Ahora, según se acaba de ver en el ejemplo anterior, tal vector es $\vec{u} + (-\vec{v})$; así que

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$