

# Ejercicios: factorización, simplificación decimales, despeje

Prof. Jhon Fredy Tavera Bucurú

Universidad del Tolima

1. Ejecute las operaciones y simplifique

$$(a) \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 + 3x + 2} \cdot \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 6x + 9}$$

$$(b) \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - xy - y^2} \cdot \frac{x^2 - xy - y^2}{x^2 - xy - 2y^2}$$

$$(c) \frac{x + 3}{4x^2 - 9} \div \frac{x^2 + 7x + 12}{2x^2 + 7x - 15}$$

$$(d) \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 + 2x - 15} \div \frac{x^2 + 6x + 5}{2x^2 - 7x + 3}$$

$$(e) \frac{4y^2 - 9}{2y^2 + 9y - 18} \cdot \frac{2y^2 + y - 3}{y^2 + 5y - 6}$$

$$(f) 2 + \frac{x}{x + 3}$$

$$(g) \frac{2x - 1}{x + 4} - 1$$

$$(h) \frac{1}{x + 5} + \frac{2}{x - 3}$$

$$(i) \frac{1}{x + 1} + \frac{1}{x - 1}$$

$$(j) \frac{x}{x^2 + x - 2} - \frac{2}{x^2 - 5x + 4}$$

$$(k) \frac{2}{x} + \frac{3}{x - 1} - \frac{4}{x^2 - x}$$

$$(l) \frac{1}{x^2 - x - 6} - \frac{1}{x + 2} - \frac{2}{x - 3}$$

$$(m) \frac{1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{1}{x^2 - 2x - 3}$$

$$(n) \frac{\frac{x+2}{x-1} - \frac{x-3}{x-2}}{x + 2}$$

$$(o) \frac{\frac{x-3}{x-4} - \frac{x+2}{x+1}}{x+3}$$

$$(p) \frac{\frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}$$

$$(q) x - \frac{y}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}$$

2. Demuestre

$$(a) \text{ Demuestre que } (a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2 = 4a^2b^2.$$

(b) Demuestre que

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

$$(c) \text{ Factorice por completo: } 4a^2c^2 - (a^2 - b^2 + c^2)^2.$$

3. Simplifique

(a) Simplifica completamente (con  $x, y > 0$ ). Convierte cada número a la forma  $k \cdot 10^m$  y luego factoriza  $k$  en primos antes de aplicar potencias y raíces:

$$\frac{(0.00000027 x^6 y^9)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{(4.0 \times 10^{12} x^3 y^{12})}}{\sqrt{0.00000016 x^4} \cdot (8000000000 y^5)^{\frac{1}{2}}}.$$

(b) Simplifica por el mismo método (reescribe como  $k \cdot 10^m$  y usa factorización prima):

$$\frac{\sqrt[4]{(6.4 \times 10^{-12} x^8 y^4)} (0.00000081 x^{12})}{\sqrt[3]{(50000000 y^9)} (0.000000125 x^3 y^6)}.$$

(c) Aplica propiedades de potenciación y extracción de raíces tras expresar todos los números como  $k \cdot 10^m$  y descomponer  $k$  en primos:

$$\frac{(3.2 \times 10^{18} x^{10} y^5)^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{0.000000049 y^6}}{\sqrt[3]{(9 \times 10^{21} x^{12})} \cdot (0.00000032 x^5 y)^{\frac{3}{2}}}.$$

4. (a) **Despeja**  $a$ . (Supón que todos los denominadores que aparecen son no nulos.)

$$\frac{3(a-2b)}{5} + \frac{c-4a}{7} = d - \frac{e+2a-f}{3}.$$

- (b) **Despeja  $m$**  (la variable aparece en el *cociente*).

$$p = a + \frac{b}{m-t} + c + \frac{r-s}{u} \quad (\text{con } m \neq t \text{ y } u \neq 0).$$

- (c) **Despeja  $x$** .

$$\frac{x-2y+z}{\alpha} - \frac{3x+\beta}{\gamma} + \frac{\delta-4x+\varepsilon y}{\eta} = \kappa - \lambda \quad (\alpha, \gamma, \eta \neq 0).$$

- (d) **Despeja  $y$** .

$$\frac{\mu y + \nu}{\rho y + \sigma} + \frac{a-2b}{c} = \frac{d-e}{f} + \tau \quad (\rho y + \sigma \neq 0, c, f \neq 0).$$

- (e) **Despeja  $w$** .

$$\frac{2w-3x+y}{p} - \frac{q-4w+z}{r} + \frac{s-5w+t}{u} = v - \frac{\ell-m}{n} \quad (p, r, u, n \neq 0).$$

- (a) **(Química: diluciones/mezclas) Despeja  $V_a$** .

$$C_a V_a + C_b V_b = C_f (V_a + V_b) \quad (C_a, C_b, C_f > 0).$$

*Pista:* agrupa los términos con  $V_a$  en un lado y factoriza.

- (b) **(Biología/Bioquímica: cinética de Michaelis–Menten) Despeja  $K_m$** .

$$v = \frac{V_{\max} [S]}{K_m + [S]} \quad (V_{\max}, [S], v > 0).$$

*Pista:* multiplica en cruz, pasa términos y aísla  $K_m$  con inversos aditivos y multiplicativos.

- (c) **(Química: ley de Beer–Lambert para dos solutos) Despeja  $c_1$** .

$$A = \varepsilon_1 \ell c_1 + \varepsilon_2 \ell c_2 \quad (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ell > 0).$$

*Pista:* pasa el término con  $\varepsilon_2 \ell c_2$  al otro lado y divide por  $\varepsilon_1 \ell$ .

- (d) **(Biología: crecimiento lineal con inmigración) Despeja  $r$** .

$$N_f = N_0 + r t + I t \quad (t > 0).$$

*Pista:* agrupa los términos con  $t$  y usa inverso multiplicativo de  $t$ .

- (e) **(Química: mezcla sin pérdidas de calor) Despeja  $T_f$** .

$$m_1 c (T_f - T_1) + m_2 c (T_f - T_2) = 0 \quad (c > 0).$$

*Pista:* factoriza  $T_f$  y usa inversos aditivos y multiplicativos para aislarlo.