

# Simplificación y Problemas

prof. Jhon Fredy Tavera Bucurú

Universidad del Tolima

## Propiedades algebraicas de los números

### Simplificación

1. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{2x}{3} + \frac{3x}{4} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{2}}$$

*Opciones:*

- (a)  $\frac{5x-5}{6}$
- (b)  $\frac{17x-10}{6}$
- (c)  $\frac{3x+5}{12}$
- (d)  $\frac{17x-10}{6}$
- (e) ninguna de las anteriores

2. Calcula el valor de:

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{3}{5}}$$

*Opciones:*

- (a)  $\frac{11}{20}$

- (b)  $\frac{5}{12}$
- (c)  $\frac{55}{36}$
- (d)  $\frac{11}{60}$
- (e) ninguna de las anteriores

3. Simplifica la expresión:

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{7}} + \frac{1}{2}$$

*Opciones:*

- (a)  $\frac{26}{9}$
- (b)  $\frac{13}{5}$
- (c)  $\frac{8}{5}$
- (d)  $\frac{29}{10}$
- (e) ninguna de las anteriores

4. Convierte el decimal periódico  $0.\overline{72}$  a una fracción.

$$x = 0.\overline{72}$$

*Opciones:*

- (a)  $\frac{8}{11}$
- (b)  $\frac{72}{99}$
- (c)  $\frac{8}{9}$
- (d)  $\frac{9}{11}$
- (e) ninguna de las anteriores

5. Simplifica la expresión:

$$\frac{2x+3}{4} - \frac{x-1}{2}$$

*Opciones:*

- (a)  $\frac{3x+1}{2}$
- (b)  $\frac{5}{4}$
- (c)  $\frac{x+5}{4}$
- (d)  $\frac{5x-2}{8}$
- (e) ninguna de las anteriores

6. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{-2(3x-4)}{5} + \frac{4}{7}}{\frac{2x-1}{3} - \frac{3(2x+5)}{9}}$$

*Respuesta:*

$$\frac{42x - 76}{70}$$

7. Calcula el valor de:

$$\frac{\frac{-3(2x+1)}{4} + \frac{0.\bar{3}}{2}}{\frac{5}{6} \times \frac{-7x}{9}}$$

*Respuesta:*

$$\frac{162x + 63}{5x}$$

8. Simplifica la expresión:

$$\left( \frac{3x-5}{4} - \frac{2(2x-3)}{6} \right) + \frac{0.\bar{5}}{7}$$

*Respuesta:*

$$\frac{9x - 7}{108}$$

9. Convierte el decimal periódico  $0.\overline{81}$  a una fracción.

$$x = 0.\overline{81}$$

*Respuesta:*

$$\frac{9}{11}$$

10. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\frac{-2(3x-4)}{5} + \frac{1}{2}}{\frac{3(2x+7)}{9}}$$

*Respuesta:*

$$\frac{-36x + 63}{10(2x + 7)}$$

11. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right)x - \left(\frac{7}{8} - \frac{3}{10}\right)y + \frac{5}{6}z}{\frac{9}{12}x - \frac{15}{20}y}$$

*Respuesta:*

$$\frac{138x - 69y + 100z}{30(3x - 3y)}$$

12.

$$\frac{\frac{(6x-5)}{4} + \frac{5-8x}{8}}{\frac{15x-13}{8} - \frac{6x+4}{16}}$$

*Respuesta:*

$$1/3$$

13.

$$\frac{\frac{5}{3} + \frac{14}{12} - \left(\frac{17}{6} - \frac{9}{8}\right)}{\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{9} + \left(\frac{43}{18} - \frac{1}{3}\right)\right)}$$

*Respuesta:*

$$81/64$$

14.

$$\frac{\frac{x}{z-\frac{2}{3}} + \frac{\frac{1}{3}y - \frac{1}{3}x}{z-\frac{2}{3}}}{\frac{y+2}{\frac{3}{2}z-1} + \frac{y+2x+4}{3z-2}}$$

## Trucos

1. Reescriba cada uno de los trucos como una expresion algebraica y simplifiquelo **Instrucciones:**

- (a) Piensa en un número (no lo digas).
- (b) Multiplícalo por 2.
- (c) Súmale 8.
- (d) Divide el resultado por 2.
- (e) Resta el número que pensaste al principio.

**Resultado final:** El resultado es 4.

2. **Instrucciones:**

- (a) Piensa en un número.
- (b) Súmale 7.
- (c) Duplicá el resultado.
- (d) Resta 4.
- (e) Divide el resultado por 2.
- (f) Resta el número que pensaste al principio.

**Resultado final:** El resultado es 5.

3. **Instrucciones:**

- (a) Piensa en un número.
- (b) Multiplícalo por 3.
- (c) Súmale 12.
- (d) Divide el resultado por 3.
- (e) Resta el número que pensaste al principio.

**Resultado final:** El resultado es 4.

4. **Instrucciones:**

- (a) Piensa en un número del 1 al 9.

- (b) Multiplica ese número por 2.
- (c) Súmale 5 al resultado.
- (d) Multiplica el resultado por 50.
- (e) Si ya has tenido tu cumpleaños este año, súmale 1774. Si no, súmale 1773.
- (f) Resta tu año de nacimiento del resultado.

**Resultado final:** El número resultante es de tres dígitos. El primer dígito será el número que pensaste al principio. Los dos últimos dígitos serán tu edad.

## Problemas

1. El precio de una regla subió un 20% y después baja un 20%. Si antes costaba 10000 pesos, ¿cuál es el precio actual?
2. Un rectángulo de área  $100 \text{ mm}^2$  es dividido en 4 partes, de modo que la primera parte es el 15% del área del rectángulo, la segunda parte es el 30% del área del rectángulo, la tercera parte es el 40% de la primera parte. Cuanto es el área de cada una de las 4 partes?
3. Un rectángulo de área  $100 \text{ mm}^2$  es dividido en 4 partes, de modo que la primera parte es el 20% del área del rectángulo, la segunda parte es el 30% de la primera parte, la tercera parte es el 180% de la segunda parte. Cuanto es el área de cada una de las 4 partes?
4. La distancia real entre dos puntos es de 0.852 km; determine la distancia de estos dos puntos en un plano de escala 1:10000 (es decir por cada 10000 *km* en la distancia real hay 1 *km* en el plano ). Expresa la distancia en centímetros. Sugerencia: primero determine la distancia entre estos dos puntos en el plano usando la conversión 1 : 10000, luego convierta *km* a *cm*.
5. La distancia de dos puntos en un plano a escala 1:250 es de 3,5 cm; determine la distancia real y exprese la en términos de yardas.
6. La distancia real entre dos puntos es de 24,8 m, se desea hacer un plano donde la distancia de estos dos puntos sea mayor que 5 dm y menor que 10 dm. Proponga una escala para el plano.

7. El área de un rectángulo es de  $40m^2$ , determine el área real del cuadrado en centímetros cuadrados y pulgadas cuadradas .
8. El área de un rectángulo en un plano a escala 1:25 es de  $4cm^2$ , determine el área real del cuadrado y exprese la respuesta en  $mt^2$ .
9. El libro llamado *El hombre que calculaba* [2], es una colección de relatos ambientados en el mundo árabe, donde el protagonista Beremiz Samir va resolviendo acertijos y problemas de matemáticas. La siguiente nota es una de sus aventuras, explique en sus palabras la situación y la solución propuesta por Beremiz Samir, finalmente explique porque es posible esta solución? modifique el sistema de herencia de modo que sea imposible que los tres hermanos quedaran satisfechos al obtener una ganancia mayor de la esperada.

”Hacía pocas horas que viajábamos sin detenernos cuando nos ocurrió una aventura digna de ser relatada, en la que mi compañero Beremiz, con gran talento, puso en práctica sus habilidades de eximio cultivador del Álgebra. Cerca de un viejo albergue de caravanas medio abandonado, vimos tres hombres que discutían acaloradamente junto a un hato de camellos. Entre gritos e improperios, en plena discusión, braceado como posesos, se oían exclamaciones: -¡Que no puede ser! -¡Es un robo! -¡Pues yo no estoy de acuerdo! El inteligente Beremiz procuró informarse de lo que discutían. -Somos hermanos, explicó el más viejo, y recibimos como herencia esos 35 camellos. Según la voluntad expresa de mi padre, me corresponde la mitad, a mi hermano Hamed Namur una tercera parte y a Harim, el más joven, solo la novena parte. No sabemos, sin embargo, cómo efectuar la partición y a cada reparto propuesto por uno de nosotros sigue la negativa de los otros dos. Ninguna de las particiones ensayadas hasta el momento, nos ha ofrecido un resultado aceptable. Si la mitad de 35 es 17 y medio, si la tercera parte y también la novena de dicha cantidad tampoco son exactas ¿cómo proceder a tal partición? -Muy sencillo, dijo el Hombre que Calculaba. Yo me comprometo a hacer con justicia ese reparto, mas antes permítanme que una a esos 35 camellos de la herencia este espléndido animal que nos trajo aquí en buena hora. En este punto intervine en la cuestión. -¿Cómo voy a permitir semejante locura? ¿Cómo vamos a seguir el viaje si nos quedamos sin el camello? -No te preocupes,

bagdalí, me dijo en voz baja Beremiz. Sé muy bien lo que estoy haciendo. Cédeme tu camello y verás a que conclusión llegamos. Y tal fue el tono de seguridad con que lo dijo que le entregué sin el menor titubeo mi bello jamal, que, inmediatamente, pasó a incrementar la cáfila que debía ser repartida entre los tres herederos. -Amigos míos, dijo, voy a hacer la división justa y exacta de los camellos, que como ahora ven son 36. Y volviéndose hacia el más viejo de los hermanos, habló así: -Tendrías que recibir, amigo mío, la mitad de 35, esto es: 17 y medio. Pues bien, recibirás la mitad de 36 y, por tanto, 18. Nada tienes que reclamar puesto que sales ganando con esta división. Y dirigiéndose al segundo heredero, continuó: -Y tú, Hamed, tendrías que recibir un tercio de 35, es decir 11 y poco más. Recibirás un tercio de 36, esto es, 12. No podrás protestar, pues también tú sales ganando en la división. Y por fin dijo al más joven: -Y tú, joven Harim Namur, según la última voluntad de tu padre, tendrías que recibir una novena parte de 35, o sea 3 camellos y parte del otro. Sin embargo, te daré la novena parte de 36 o sea, 4. Tu ganancia será también notable y bien podrás agradecerme el resultado. Y concluyó con la mayor seguridad: -Por esta ventajosa división que a todos ha favorecido, corresponden 18 camellos al primero, 12 al segundo y 4 al tercero, lo que da un resultado  $- 18 + 12 + 4 =$  de 34 camellos. De los 36 camellos sobran por tanto dos. Uno, como saben, pertenece al badalí, mi amigo y compañero; otro es justo que me corresponda, por haber resuelto a satisfacción de todos el complicado problema de la herencia. -Eres inteligente, extranjero, exclamó el más viejo de los tres hermanos, y aceptamos tu división con la seguridad de que fue hecha con justicia y equidad. Y el astuto Beremiz -el Hombre que Calculaba- tomó posesión de uno de los más bellos jamales del hato, y me dijo entregándome por la rienda el animal que me pertenecía: -Ahora podrás, querido amigo, continuar el viaje en tu camello, manso y seguro. Tengo otro para mi especial servicio. Y seguimos camino hacia Bagdad. ”

10. Considere tres tipos de revestimiento: **M1** (tipo 1), **M2** (tipo 2) y **M3** (tipo 3).

- *M3*: porcelanato rectificado (alta gama);
- *M1*: gres porcelánico/cerámica esmaltada (gama media);
- *M2*: baldosa cerámica base (gama económica).



El precio unitario de M2 y M3 se define en función del de M1:

$$\text{Precio}(M_2) = \text{es } 15\% \text{ más barato que } (M_1),$$

$$\text{Precio}(M_3) = \text{es } 32\% \text{ más caro que } (M_1).$$

Se requiere el siguiente **consumo por ambiente** (en *unidades* de cada material):

$$\text{Baño (1)} : \quad M_1 = \frac{2}{5}, \quad M_2 = 3, \quad M_3 = 2 + \frac{3}{10}.$$

$$\text{Cocina (1)} : \quad M_1 = 3 + \frac{7}{10}, \quad M_2 = 9 + \frac{2}{6}, \quad M_3 = 1 + \frac{4}{5}.$$

$$\text{Sala (1)} : \quad M_1 = 6 + \frac{4}{5}, \quad M_2 = 26 + \frac{2}{3}, \quad M_3 = \frac{7}{10}.$$

$$\text{Habitación (1)} : \quad M_1 = 9 + \frac{13}{20}, \quad M_2 = 10 + \frac{5}{6}, \quad M_3 = 1.$$

Para la **vivienda completa** hay: 1 cocina, 1 sala, 2 baños y 3 habitaciones.

Además, cada *unidad* de material cubre el área indicada:

$$\text{área}(M_1) = \text{es } \frac{5}{4} M_2, \quad \text{área}(M_3) = 2 \text{ m}^2, \quad \text{área}(M_2) = \text{es } \frac{10}{6} M_3.$$

### Preguntas.

A. Si  $\text{Precio}(M_1) = 3$  **dólares** por unidad, determine el **costo total de la obra en dólares**.

B. Sea  $p$  el **precio de M1 en pesos (COP)**. Halle el intervalo de  $p$  tal que el **costo total** de la obra esté entre 70 y 120 **millones de COP**.

(*Sugerencia:* escriba el costo total como  $C_{\text{COP}}(p) = K p$ , donde  $K$  es el consumo equivalente ponderado en unidades de M1, y resuelva  $70 \times 10^6 \leq K p \leq 120 \times 10^6$ .)

C. Si  $\text{Precio}(M_1) = 3.45$  **gramos de oro** por unidad, exprese el **costo total** de la obra en **kilogramos de oro**.

(*Sugerencia:* use que  $\text{Precio}(M_2) = 0.85 \cdot 3.45$  g y  $\text{Precio}(M_3) = 1.32 \cdot 3.45$  g, y convierta  $\text{g} \rightarrow \text{kg}$ .)

- D. Determine los **metros cuadrados** que se deben instalar de cada material  $(M_1, M_2, M_3)$  en toda la vivienda, usando las áreas por unidad dadas arriba.

## 1 Propiedades de la Potenciación

1. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{3^4 \cdot (9^2 \cdot 27^{-1}) \cdot 2^{-3}}{(3^2 \cdot 2^{-2}) \cdot 27^{-1}}$$

*Respuesta:*  $3^6 2^{-1}$

2. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{(4^3 \cdot 5^2 \cdot 2^{-4}) \cdot (4^{-2} \cdot 5^{-3})}{(2^{-2} \cdot 5^{-1})^2}$$

*Respuesta:*  $5^1 2^2$

3. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\sqrt[3]{8x^6} \cdot \sqrt[4]{16x^{-4}} \cdot \sqrt[5]{32x^5}}{x^2}$$

*Respuesta:*  $2^3$

4. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{(27y^9)^{1/3} \cdot (81y^{-4})^{1/4} \cdot (y^6)^{1/2}}{y^{5/2}}$$

*Respuesta:*  $3^2 y^{5/2}$

5. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\sqrt[4]{16z^{-8}} \cdot \sqrt[6]{64z^{12}} \cdot \sqrt[3]{8z^{-3}}}{z^4}$$

*Respuesta:*  $2^3 z^{-5}$

6. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\sqrt[3]{27a^6b^9} \cdot \sqrt[4]{16a^{-4}c^8} \cdot \sqrt[5]{32b^{10}c^{-5}}}{a^2b^{-3}c^4}$$

*Respuesta:*  $3^1 2^2 a^{-1} b^8 c^{-3}$

## References

- [1] James Stewart, Lothar Redlin y Saleem Watson. *Precálculo. Matemáticas para el cálculo* (6<sup>a</sup> ed.). México, D.F.: Cengage Learning Editores, S.A. de C.V., 2012. ISBN 978-607-481-826-0. Disponible en: [http://matematicacyt.web.unq.edu.ar/wp-content/uploads/sites/59/2021/04/prec calculo\\_-\\_matematicas\\_para\\_el\\_calculo-1-1.pdf](http://matematicacyt.web.unq.edu.ar/wp-content/uploads/sites/59/2021/04/prec calculo_-_matematicas_para_el_calculo-1-1.pdf).
- [2] TAHAN, MALBA (seud. de Júlio César de Mello e Souza). *El hombre que calculaba*. Diversas ediciones en español (p.ej., México: Porrúa, 1963 y posteriores). Obra original: *O homem que calculava*. Rio de Janeiro: Livraria José Olympio Editora, 1938. Edición digital consultada: <https://funcea.com.co/CampusCea/Biblioteca-digital/assets/el-hombre-que-calculaba-malba-tahan.pdf>.