

---

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

## ESTADISTICA BAYESIANA

### Autor:

*Alexis Nieto Morales*

*Jhonatan Smith*

### Profesor:

*Juan Carlos Correa*

**2021-01**

---

## Resumen

La aproximación de la estadística clásica a la hora de entender un problema de regresión lineal es un enfoque netamente cuantitativo y dependiente de la toma adecuada de datos. Si por algún motivo, dicho muestreo y diseño de experimento para la recolecta de información llegase a tener algún inconveniente, el sesgo de los datos a la hora de ajustar el modelo puede llevar a inferencias erróneas.

Claro, siempre y cuando los datos sean confiables, no habría problema con el enfoque clásico.

Sin embargo, una de las fortalezas de la estadística Bayesiana consiste en la implicación de los denominados “expertos” para adquirir información respecto a el problema en particular, ayudándose así, del criterio de dichos sujetos para la recolecta de información donde el margen de error dependerá del conocimiento final del experto respecto al problema a tratar. Si se plantea realizar una estimación para un modelo de regresión simple para un vehículo motorizado, en un enfoque clásico, se debería de tener una cantidad de información sustancial, que haya sido correctamente recolectada y además, realizar un análisis exhaustivo de las técnicas a utilizar, análisis de supuestos y demás.

Para responder esta pregunta desde la estadística Bayesiana, el esfuerzo no irá enfocado en el cómo recolectar los datos y obtener una muestra representativa de la población problema a analizar; si no más bien en identificar y analizar al experto más óptimo a tener en cuenta; filtrar entre todos los candidatos posibles de selección, realizar un análisis exhaustivo de su experiencia en el campo de interés, cerciorarse de realizar un óptimo proceso de elicitación para evitar caer lo menos posible en sesgos y finalmente, realizar un proceso de simulación. En el mercado de segunda mano, ¿Cuál es el precio de una motocicleta tipo Boxer?

## Selección del vehículo.

El vehículo de estudio seleccionado fue la motocicleta Boxer CT 100. Nosotros como encargados de llevar a cabo la investigación del proceso, nos encontramos en municipios donde se dificulta el acceso a concesionarios y demás lugares para realizar un adecuado estudio para la selección de un experto.

En un principio, se desea analizar el precio de compra-venta de vehículos automotrices pero, dadas las circunstancias, es de difícil acceso dicha información. Por tanto, se opta finalmente realizar dicho análisis en vehículos motorizados.

Cabe destacar que el municipio donde se realizará la elicitación es Puerto Berrio Antioquia. En dicha localidad, el vehículo usado es, acorde a todos los expertos entrevistados en un proceso de selección, la moto Boxer.

## Selección del experto.

En el proceso de elicitación estadística, como ya se mencionó anteriormente, la selección del experto es crucial, debido a que el análisis central de toda la información, las posibles inferencias a realizar y todos los cálculos a estimar, van a girar también en torno a las estimaciones del experto, una incorrecta selección de este puede verse penalizada en últimas con estimaciones muy pobres. Para terminar de aclarar, una correcta selección del experto permitirá la obtención de una buena aproximación a la solución real del problema.

## Criterios de selección del experto.

Como se espera trabajar en la estimación del precio de motocicletas Boxer de segunda mano, el experto debe cumplir con los siguientes criterios:

- Años de experiencia: El experto ha de contar con mínimo 5 años de experiencia para asegurar que conoce el mercado. Se escoge este valor pues, se asume que alguien que lleva trabajando 5 años en la compra-venta de vehículos ha de conocer bien el mercado y los precios que utiliza.
- Experiencia en ventas: Otro de los criterios fundamentales para entender el problema de una manera adecuada es la experiencia en ventas. Si por algún motivo el experto no ha realizado ventas de segunda mano de estos vehículos, difícilmente podría dar una buena estimación del precio a tener en cuenta.
- Conocimiento del vehículo: El experto, entre otras cosas, ha de conocer el vehículo, cuáles son los mejores valorados y por qué, sus funcionalidades, su utilidad, su vida media, etc. Verificar que el experto conozca estas especificaciones es vital para asegurar que dará una buena estimación.
- Estudios previos/ Experiencia laboral: Si el experto tiene estudios en el campo o ha trabajado en el campo de interés, es información que ayuda a mejorar la precisión de la estimación. En este caso, si el experto ha trabajado en la compra-venta de motos Boxer o en un taller automotriz, son criterios que ayudarán.

Si el experto seleccionado cumple con la totalidad de estos criterios; se dice que es un experto óptimo para elicitación el precio promedio de venta de vehículos Boxer de segunda mano.

## Experto seleccionado:

El experto seleccionado es Brayan Correa Zapata. Trabaja como mecánico automotriz en un taller en el municipio de Puerto Berrio desde el año 2015 (cerca de 6 años de experiencia).

Inicialmente al terminar sus estudios secundarios decide comenzar una técnica de reparación de vehículos para luego ser contratado en un local de reparación de vehículos.

Comienza trabajando como mecánico donde en esencia se dedicaba a reparar vehículos, pero con el paso del tiempo, empezó a incursionar en la compra de vehículos motorizados de segunda mano para realizarles reparaciones, recuperaciones y posterior venta. (Esto es, 6 meses después de haber comenzado a laborar en el local)

Esto es lo que ha realizado durante los últimos 6 años de su vida, se ha independizado y genera ingresos estables y constantes gracias a la compra y venta de vehículos.

Su método de venta está apalancado en las redes sociales. En general, al ser un municipio relativamente pequeño y ser pionero en el mercado de segunda mano, es reconocido en sus redes sociales donde tiene un perfil muy activo, publicando constantemente los vehículos en venta y gracias a este mismo medio, realiza la misma compra-venta de vehículos.

Hablando con el experto, afirma que la moto más comercial en el municipio de Puerto Berrio es la moto Boxer. Describe que es un vehículo con una excelente adaptabilidad a la zona rural y urbana, teniendo en cuenta que es un municipio con muchas zonas rurales y de difícil acceso.

En términos generales se constata (revisar evidencias) que el experto conoce y da, de manera muy acertada, información de interés acerca del vehículo seleccionado.

## **Moto Boxer CT 100**

Antes de iniciar la especificación de las características de este vehículo, pasemos un poco a través de la historia de esta moto en Colombia y siguiendo el camino durante el tiempo hasta encontrarnos con sus características que la hacen distinguir de las demás. La marca llega a Colombia de la mano de AUTEKO también en la década de los 90, cuando se establecen los primeros contactos con Bajaj para la distribución y comercialización de las motocicletas de la marca al interior del país. Esta mención es, pues, Boxer pertenece a Bajaj, la empresa fabricante de vehículos de 2 y 3 ruedas más importante de la India y la cuarta a nivel global, que con más de 70 años de existencia se ha ganado a pulso su lugar en la industria.

La anterior mención sobre los creadores de este vehículo no es más sino expresar el gran contenido en experiencia y conocimiento de sus productores acumulados durante muchos años y reflejadas en este facilitador de transporte. Si bien Boxer llegó junto a otros modelos de Bajaj como la Pulsar 180 y la Kawasaki KMX 125, la referencia CT-100 se convirtió rápidamente en todo un éxito de ventas entre la clase trabajadora del país, al punto de que hoy en día dicha referencia se sigue comercializando y es reconocida como la moto más vendida en la historia de Colombia. Hoy en día es muy fácil observarlas en cualquier territorio, pues sus ventajas en economía, funcionalidad y adaptabilidad a los distintos terrenos la han convertido en un amigo de las carreteras y veredas para muchos colombianos, no solo a la hora de transitar para cumplir un desplazamiento entre origen y destino, sino también como fuente de ayuda de trabajo para muchas personas. Como dato, tenemos que Bajaj Boxer CT fue la moto más vendida en Colombia en 2019 con 48.160 unidades (15% del mercado nacional), información que ayuda a fundamentar el título ya mencionado sobre esta moto, de ser la más vendida en la historia de Colombia.

Esta motocicleta goza de una configuración básica de fácil mantenimiento y con asombroso rendimiento de combustible. Las cualidades que reúne Boxer en cada una de sus referencias de motos, son difíciles de encontrar por un precio tan económico en otras opciones similares disponibles en el mercado. Esto, representa una ventaja competitiva que los trabajadores y usuarios colombianos del vehículo han sabido apreciar notablemente y por eso existe una preferencia por esta marca cuando se busca una moto con un excelente rendimiento y duración. De aquí que hallamos elegido este vehículo para nuestro estudio.

El Grupo UMA es el distribuidor maestro en Colombia de los vehículos Bajaj, una vez más, empresa productora de la moto escogida para este estudio. Cuenta con una red de más de 500 Centros de Servicio en toda la región, con técnicos Bajaj especializados y certificados para muestra de garantizar accesibilidad también a servicios y cuidado de los vehículos de forma fácil.

## Ficha tecnica

MOTOR	CHASIS	DIMENSIONES		MOTOR	CHASIS	DIMENSIONES
Tipo	4 tiempos monocilíndrico			Llanta delantera	2.75 - 17	
Cilindraje	99,27 cc			Llanta trasera	3.00 – 17	
Potencia	8,09 Hp			Largo total	1.965 mm	
Torque Max	8,05 Nm			Altura total	1.070 mm	
Compresión	9.5 +/- 0.5:1			Ancho total	770 mm	
Sistema de alimentación	Carburador			Distancia entre ejes	1.235mm	
Arranque	Pedal			Altura al sillín	780 mm	
TRANSMISIÓN	4 velocidades, mecánica			Peso neto	109kg	
MOTOR	CHASIS	DIMENSIONES				
Suspensión delantera	Telescópica hidráulica					
Suspensión trasera	Doble amortiguador SNS					
Freno delantero	Tambor (110 mm)					
Freno trasero	Tambor (110 mm)					

Un punto de venta importante para cualquier motocicleta básica es el consumo de combustible. La Bajaj Boxer CT 100 posee una velocidad máxima de 90 kilómetros por hora y un rendimiento de combustible muy alto, que es más que suficiente para una motocicleta de tal capacidad. También ofrece una economía de combustible de 70 kilómetros por litro en condiciones urbanas y en carretera, dará un kilometraje adicional de 10 a 20 kilómetros por litro.

La calidad de conducción de la Bajaj CT 100 es muy buena, ya que tiene un manillar ligero y un asiento largo, lo que ayuda a obtener buena comodidad a la hora de conducir. Trae un neumático más ancho de 3 pulgadas, el más grande del segmento. La moto ofrece un buen agarre en carretera sobre en terrenos duros, garantizando la máxima seguridad.

En términos generales es una gran opción para las personas que utilizan la moto como medio de trabajo, para estudiantes y personas que quieran tener un gasto mínimo en combustible.

A continuación, mostramos algunas especificaciones de su economía, por ejemplo, a la hora de buscar repuestos para comprar, entre otras opciones. Cabe resaltar que los siguientes, son precios que establecemos como aproximados porque estos pueden variar dependiendo de la ciudad y del distribuidor:

MANTENIMIENTO BAJAJ BOXER CT 100			
INSUMOS	KILOMETRAJE	CANTIDAD	PRECIO COP
Aceite 1000 ml	5.000	1	\$12.500
Empaque tapa clutch	5.000	1	\$5.378



CAMBIO DE PIEZAS FRECUENTES
-----------------------------

REPUESTOS	KILOMETRAJE	MARCA	PRECIO COP
BANDAS DELANTERAS	10.000	BAJAJ	\$13.583
BANDAS TRASERAS	10.000	BAJAJ	\$13.583
KIT DE ARRASTRE	18.000	BAJAJ	\$75.516
CAUCHOS DE SPROCKET	10.000	BAJAJ	\$3.300
LLANTA DELANTERA	25.000	QUEEN	\$56.073
LLANTA TRASERA	20.000	QUEEN	\$65.000

PARTES VULNERABLES
--------------------

REPUESTO	MARCA	PRECIO COP	REPUESTO	MARCA	PRECIO COP
Direccionales c/u	BAJAJ	\$14.331	Tapa lateral izquierda	BAJAJ	\$20.759
Leva de freno delantero	BAJAJ	\$11.483	Tapa lateral derecha	BAJAJ	\$20.632
Leva clutch	BAJAJ	\$11.597	Retrovisores c/u	BAJAJ	\$17.121
Palanca de cambios	BAJAJ	\$24.740	Velocímetro	BAJAJ	\$175.632
Farola completa	BAJAJ	\$111.109	Stop	BAJAJ	\$4.683

Millones COP	Estima
(1-2)	
(2-3)	
(3-4)	
(4-5)	

## Ejemplificación del proceso de elicitación:

- Elicitador: Buenas tardes, señor@ X. ¿Como se encuentra?
- Experto: Excelente.
- Elicitador: El día de hoy estaremos trabajando en un proceso de elicitación estadística. Le haré unas preguntas muy sencillas y usted solo tiene que responderlas. Si en algún momento no logra comprender algo, le pido por favor que me lo haga saber y buscaré la forma de replantear la pregunta.
- Experto: Ok. Pero ¿Preguntas acerca de qué?
- Elicitador: De hecho, son bastante simples. Son acerca de un tema que usted conoce y entiende muy bien. vamos a hablar acerca de motocicletas, en particular, vehículos Boxer.
- Experto: Oh, entiendo.
- Elicitador: Primero, hableme de usted un poco, de su experiencia, de cómo aprendió del tema, hace cuanto trabaja, de todo un poco.
- Experto: Bueno pues yo trabajo...

En este punto de la entrevista se busca constatar que el experto tenga dominio en los temas que se van a tratar y que, con esta información; se verifique que en efecto, sea un “experto” en el tema de interés. Para este caso, se busca que sea alguien que conozca mucho acerca de las motocicletas Boxer, por tanto, alguien que las haya comercializado, reparado y vendido, como es este el caso, sería un experto optimo.

- Elicitador: Excelente, veo que usted conoce muy bien el tema.
- Experto: Si, claro, llevo mucho tiempo trabajando en Y.
- Elicitador: Ahora, déjeme hacerle una pregunta. Si yo le dijese a usted que existen 100 motos Boxer en este momento, en frente suyo, todas mas o menos iguales, en cuanto a uso, en cuanto a desgaste y

digamos, que tienen un desgaste “normal”. Aclarando, por supuesto que son motos de segunda mano. ¿Cuál creería usted que es el criterio más importante que influye en el precio de la motocicleta?

- Experto: Pues yo diría que el modelo, es decir, el año que esta moto tiene. De esas 100 motos, para yo saber el precio, digamos que tendría que fijarme en el kilometraje y el año principalmente.
- Elicitador: perfecto, ahora, si yo le digo que todas esas 100 motos son del año 2019... ¿Cuántas cree que valdrían digamos uno o dos millones de pesos?
- Experto: ¿De las 100?
- Elicitador: Si, de las 100, cuantas están en ese rango de precio.
- Experto: No pues a ver, teniendo en cuenta lo que le dije, unas 15 motos... De pronto unas 20 si mucho.
- Elicitador: ¿Y cuántas de esas valen digamos, más de 5 millones?
- Experto: No, eso es mucho para una moto Boxer de segunda, de ese año, imposible. De esas 100, ninguna. Si acaso pues, una.

Se continúa haciendo este proceso para dictaminar los valores a elicitar. Llegando a concluir las siguientes tablas:

**NOTA:** En las siguientes tablas de elicitación, la columna  $F_i(f \text{ abs})$  corresponde a la repartición del experto de la muestra imaginaria de tamaño 100.

Millones COP	Estimaciones 2018		$x_i \cdot f_i$	$(x_i - \bar{X})^2$	prueba	$s^2$
	Marca	clase $X_i$ $F_i(f \text{ abs})$				
(1-2)		1.5 20	30	1.2769	25.538	7.29538
(2-3)		2.5 50	125	6.25	312.5	
(3-4)		3.5 27	94.5	12.25	330.75	
(4-5)		4.5 3	13.5	20.25	60.75	
		100	263		729.538	
			2.63			

La anterior tabla muestra los datos obtenidos luego de estimar los parámetros con ayuda del experto. Los valores dados son para elicitar la media y desviación típica del precio estimado para la moto Boxer modelo 2018.

La tabla de datos empieza dando rangos de precio entre 1 y 2 millones de pesos, simulando un valor máximo de 5. Esta cota superior fue asignada puesto que; una moto boxer de 100 CC nueva, como precio máximo esta alrededor de 5 (según el experto). Se acota a 5. Los datos de interés se encuentran subrayados.

La *media* es de 2.63, esto se traduce como, según el experto y los datos suministrados, una moto Boxer modelo 2018 cuesta aproximadamente 2'630.000 COP.

La *varianza* de estos datos es de 7.29538 y la interpretación de su escala es similar a la de la *media*, pero entendiendo que es un valor cuadrático.

Millones COP	Marca	clase $X_i$ $F_i(f \text{ abs})$	$x_i \cdot f_i$	$(x_i - \bar{X})^2$	prueba	$s^2$
(1-2)		1.5 1	1.5	5.6169	5.6169	15.503669
(2-3)		2.5 10	25	6.25	62.5	
(3-4)		3.5 40	140	12.25	490	
(4-5)		4.5 49	220.5	20.25	992.25	
			387		1550.3669	
			3.87			

Finalmente, se elicita un segundo punto con ayuda del experto. Análogamente se tiene que:

La *media* es de 3.87, esto se traduce como, según el experto y los datos suministrados, una moto Boxer

modelo 2018 cuesta aproximadamente 3'870.000 COP

La *varianza* de estos datos es de 15.503669 y la interpretación de su escala es similar a la de la *media*, pero entendiendo que es un valor cuadrático.

Esta información es consistente, pues un vehículo más reciente debe de ser más costoso.

*Elicitador: bueno señor@ X, muchas gracias por su colaboración. Con esto hemos finalizado el proceso. Le agradezco su tiempo y dedicación* Experto: No, fue con gusto. Feliz día.

## Elicitación de parámetros.

**NOTA:** Todos los resultados obtenidos a continuación son a partir de procedimientos estadísticos para datos agrupados.

Mediante un proceso de simulación se tiene que:

```
mu1 = 2.7 # Para moto boxer primer año seleccionado (2018)
sigma1 = 8.1665 # Sigma moto boxer 2018

mu2 = 3.8 # Moto segundo año seleccionado (2020)
sigma2 = 15.754 # Sigma segundo año seleccionado (2020)

set.seed(2021)

moto_2018 = (rnorm(1000*20,mu1,sqrt(sigma1))) # 1000 muestras simuladas de tamaño 20 bajo la
#información elicitada del experto para la moto 1

moto_2020 = (rnorm(1000*20,mu2,sqrt(sigma2))) # 1000 muestras simuladas de tamaño 20 bajo la
#información elicitada del experto para la moto 2

matriz_2018 = matrix(moto_2018, ncol = 20)
matriz_2020 = matrix(moto_2020, ncol = 20)
datos = cbind(matriz_2018,matriz_2020) # Combinación de las 1000 muestras de tamaño 20 en una sola.
#El resultado es una muestra de dimensiones 1000 filas por 40 columnas
```

Se decide estimar tamaños muestrales iguales a 20 debido a que el experto demuestra conocimiento en el tema y su nivel de confianza en los datos es elevado.

Esta función permitirá facilitar los cálculos de los parámetros a elicitar.

```
#Esta función permite extraer los 3 parámetros bayesianos otorgados por la función MCMCregress.
parametros = function(y){
  x = c(rep(18,20),(rep(20,20))) #Valores 18 y 20 representan el año 2018 y 2020 respectivamente
  res = as.vector(summary(MCMCregress(y~x))$statistics[,1])
  return(res)
}
```

Ahora, busquemos que de cada muestra de tamaño 40, relacionada a los precios de las motos simulados que están en cada fila de la matriz “datos”, se logre obtener los parámetros del modelo bayesiano bajo la función MCMCregress en cada una de estas.

En este nuevo paso, el resultado de la función anterior, ahora lo organizamos en una matriz de dimensiones 1000x3, donde cada fila corresponde a  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\sigma^2$  simulados en cada una de las muestras de tamaño 40 anteriores.

```
coste = matrix(prueba2, ncol = 3) # Matriz donde se guardan los 3 vectores
# claves; B0,B1, sigma2
```

Esta ultima matriz posee los parámetros de interés. De esta, se calcularán los parámetros de la distribución Apriori.

$$(\beta_0, \beta_1)'$$

Hasta acá se tiene matriz con las 3 columnas. A continuación obtenemos las medias correspondientes a las 2 primeras columnas de la matriz de parámetros simulados y la matriz de precisión asociada a  $\sigma^2$  simulados.

Medias  $\beta_0$  y  $\beta_1$

```
b0 = colMeans(coste[, -3])
b0
```

```
## [1] 2.458959 2.197403
```

Precision  $\beta_0$

```
B0 = solve(var(coste[, -3]))
B0
```

```
##           [,1]      [,2]
## [1,] 0.010902173 0.003369171
## [2,] 0.003369171 0.010825037
```

Los anteriores serán los parámetros para la normal Multivariable.

Y estos siguientes, bajo el algoritmo a continuación, serán los parámetros de la gamma inversa.

```
m<-mean(coste[,3])
v<-var(coste[,3])
# Estos son los parámetros de la gamma inversa.
(alfa<-m^2/v+2)
```

```
## [1] 2.044317
```

```
(beta<-m*(m^2/v+1))
```

```
## [1] 2.281112
```

Ahora, se define esta función para calcular probabilidades de la función gamma inversa, donde a y b son alfa y beta respectivamente.

```
invGamma <- function(a, b, x){
  k <- (b**a)/gamma(a)
  w <- x**(-a-1)
  v <- exp(-b/x)
  k*w*v
}
```

## Datos muestreados OLX

Utilizando la extensión “Web Scarper” en Google Chrome logramos de manera automática extraer datos de nuestro vehículo en la página de ventas OLX. Con el siguiente código leemos de manera local la muestra resultante.

```
muestreo = read.csv2(file.choose(), sep=",") #En esta variable se guarda la muestra extraida de OLX
muestreo$ID<- NULL
```



```
muestreo1= matrix(c(muestreo[,1]/1000000,muestreo[,2]), ncol = 2)
```

```
muestra = data.frame(muestreo1)
```

```
summary(muestra)
```

```
##           X1           X2
##  Min.    :1.300   Min.    : 6.00
##  1st Qu.:2.500   1st Qu.:14.00
##  Median :3.200   Median :18.00
##  Mean    :3.200   Mean    :16.86
##  3rd Qu.:3.945   3rd Qu.:20.00
##  Max.    :4.980   Max.    :22.00
```

```
attach(muestra)
```

Según toda la información recogida en nuestra muestra encontramos que el precio de venta ahora para una moto Boxer CT 100 de segunda mano es en promedio \$3'200.000 millones COP.

En esta base de datos muestreada, los valores de la variable año se identifican con sus dos últimos dígitos. Así, por ejemplo, 2020= 20 y 2018=18.

Finalmente, la base de datos sobre la cual se aplicará el modelo con los parámetros simulados corresponde a vehículos motorizados BOXER CT 100. Con esta base de datos se procede a realizar los siguientes calculos.

## Modelo final

Sobre los datos registrados, se obtiene un modelo de RLS del precio en función de la variable modelo.

```
modelo_regresion = lm(muestra$X1~muestra$X2)
```

```
summary(modelo_regresion)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = muestra$X1 ~ muestra$X2)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -1.15102 -0.35042  0.00427  0.28455  1.06720
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.293325   0.172938   1.696   0.0923 .
## muestra$X2    0.172356   0.009968  17.290  <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.4654 on 129 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6986, Adjusted R-squared:  0.6962
## F-statistic: 299 on 1 and 129 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Aquí se observan los parametros del modelo.

Se escoge la matriz de precisión obtenida antes vía simulaciones. (El B0 anterior presentaba problemas, así que se digita manualmente)

```
B01 = c(0.010902173, 0.003369171, 0.003369171, 0.010902173)
B02 = matrix(B01, ncol = 2)
```

Se utiliza MCMCpack para ajustar el modelo final y se obtiene que:

```
modelo_final = MCMCregress(modelo_regresion,muestra,b0 = b0,B0 = B02,c0 = alfa, d0 = beta)
```

## Comparativa de parametros aposteori

Para comparar con la informacion suministrada por el experto vs sus datos reales, se realizará un analisis respecto a los parametros de las distribuciones elicidadas via simulacion.

```
comparativa = matrix(modelo_final,ncol = 3)
```

*Apriori experto*

```
b0 = colMeans(coste[, -3])
b0
```

```
## [1] 2.458959 2.197403
```

*Apriori bajo la muestra*

```
b1 = colMeans(comparativa[, -3])
b1
```

```
## [1] 0.2952809 0.1722423
```

*Apriori experto*

```
B0 = solve(var(coste[, -3]))
B0
```

```
##           [,1]           [,2]
## [1,] 0.010902173 0.003369171
## [2,] 0.003369171 0.010825037
```

*Apriori bajo la muestra*

```
B1 = solve(var(comparativa[, -3]))
B1
```

```
##           [,1]           [,2]
## [1,] 557.7102   9383.74
## [2,] 9383.7401 167143.72
```

*Apriori experto*

```
m<-mean(coste[,3])
v<-var(coste[,3])
# Estos son los parámetros de la gamma inversa.
(alfa<-m^2/v+2)
```

```
## [1] 2.044317
```

```
(beta<-m*(m^2/v+1))
```

```
## [1] 2.281112
```

*Apriori bajo la muestra*

```

m1<-mean(comparativa[,3])
v1<-var(comparativa[,3])
# Estos son los parámetros de la gamma inversa.
(alfa1<-m1^2/v1+2)

```

```
## [1] 65.05853
```

```
(beta1<-m1*(m1^2/v1+1))
```

```
## [1] 15.01119
```

En terminos generales, hay una diferencia sustancial entre los parametros estimados bajo el experto y bajo la muestra real. Las posibles explicaciones se dejan entre ver al final del documento.

```
summary(modelo_final)
```

```

##
## Iterations = 1001:11000
## Thinning interval = 1
## Number of chains = 1
## Sample size per chain = 10000
##
## 1. Empirical mean and standard deviation for each variable,
##    plus standard error of the mean:
##
##              Mean      SD Naive SE Time-series SE
## (Intercept) 0.2953 0.17992 0.0017992    0.0017992
## muestra$X2   0.1722 0.01039 0.0001039    0.0001039
## sigma2      0.2343 0.02951 0.0002951    0.0003028
##
## 2. Quantiles for each variable:
##
##              2.5%   25%   50%   75%  97.5%
## (Intercept) -0.05532 0.1746 0.2971 0.4156 0.6498
## muestra$X2   0.15169 0.1654 0.1722 0.1791 0.1924
## sigma2      0.18347 0.2135 0.2319 0.2528 0.2978

```

De la tabla anterior, se tienen los valores para el modelos de regresion lineal, donde:

- (Intercept) = 0.2953
- Pendiente = 0.1722
- sigma2 = 0.2343

Finalmente, este es el modelo de RLS ajustado calculado vía simulación ayudado de la elicitación al experto para la obtención de la distribución a priori y datos sustraídos de la muestra:

$$Y = 0.2953 + 0.1722 * X$$

Donde X es el valor de el año denotado “18” que corresponde al año “2018”. De esta forma, el modelo recibe los datos escalados del año de esta manera y del precio del vehiculo BOXER CT 100 también escalados.

Con esto, el modelo estima los valores para una moto BOXER CT 100 donde se ingresa en la variable x, el precio año escalado para dar como resultado el precio Y escalado también(Hay que multiplicarlo por un millón).

- En particular si  $X = 20$ ; el precio estimado del modelo es de 3.7393

- Para  $X = 18$ ; el valor del precio estimado del modelo es 3.3949

## Comparando errores del modelo ajustado via simulacion vs valores experto.

Acorde con la información otorgada por el experto, la media del precio de una moto BOXER CT 100 es de 2.63 millones para una moto del 2018 y 3.87 millones para una del 2020.

```
# Error cometido 2018

#Media modelo - Media elicitad del experto
(3.3949-2.63)/3.3949 # Error porcentual cometido según el modelo
```

```
## [1] 0.2253086
```

Al analizar el valor ajustado del modelo bajo la muestra y el valor estimado del experto; se nota una clara diferencia entre dichos valores, cometiendo un error de 23% aproximadamente.

```
# Error cometido 2020
#Media muestral - Media elicitad del experto
abs(3.7393-3.87)/3.7393# Error porcentual cometido según modelo
```

```
## [1] 0.03495307
```

Por otra parte, el experto toma valores muy acertados para el modelo más actual, indicando que según su criterio, la información suministrada por él, en ese punto, es muy eficaz, cometiendo un error de estimación de cerca de 3.5%, una estimación bastante acertada.

## Retroalimentacion

Dentro del marco teórico y de investigación para el proceso de la elicitación se contaron con diversas dificultades para dar óptima resolución al trabajo. Siempre está presente la duda continua en todo el proceso. ¿El experto seleccionado es el más óptimo para el trabajo?

No hay una respuesta exacta cual problema matemático de resolución trivial. Siempre se generan preguntas a lo largo del trabajo, ¿el proceso fue elicidado de la manera correcta? Existe la posibilidad de dar un sesgo en la opinión del experto respecto a las preguntas realizadas. ¿Se habrá influenciado sus respuestas? ¿Se preguntó algo de manera incorrecta?

Es difícil dar una respuesta con certeza a esta pregunta pues no existe el modo de verificar su valor de verdad. Se puede realizar comparaciones respecto a los modelos ajustados, a los datos que suministra el experto y verificar que tan acertados fueron; pero incluso en ese caso, es difícil dictaminar si fue falta de conocimiento del experto o falencias en el elicitor. El proceso, si bien en un principio aparenta ser sencillo; la dificultad radica en la trivialidad (aparente) de las preguntas. Mientras se indaga acerca de los parámetros a elicitar, el experto; por su condición humana, cambia las respuestas y enfoques; dando una dificultad agregada para el elicitor a la hora de guiar hacia una respuesta.

Como agravante, se debe tener en cuenta el contexto donde se realizó el proceso de elicitación. El municipio de Puerto Berrio no cuenta con lugares especializados en la compra venta de vehículos y el experto “mas optimo” a seleccionar, fue un joven dedicado a la compra venta de vehículos de segunda mano, pero su profesión realmente es mecánico. Se considera que es un buen experto, sin embargo; ¿era el mejor?

A la hora de verificar los resultados comparados con la muestra, se ve que en uno de los puntos de estimación (año 2018) se posee un desfase relativamente grande respecto al valor real de los datos. ¿Se debe esto a una mala elicitación? ¿Al desconocimiento del experto? O simplemente, la muestra al ser tomada de internet (por consiguiente, de diferentes partes de Colombia) tiene una distribución de precios diferentes a los que conoce y maneja el experto en su zona (puerto Berrio).

Estas dificultades fueron planteadas y se intentaron sobrellevar de la manera mas optima para con el proceso de elicitation, sin embargo, para ambos elicitadores; siguen representando, en su humilde opinión, las mayores dificultades del proceso de elicitation Bayesiana. Quizás, con mas expertos y mas puntos muestrales, el modelo a elicitar, el proceso, los datos y demás, tengan un mejor resultado, mientras tanto; los resultados dados en este documento, si bien se estima con certeza los cálculos, están llenos de un aura de incertidumbre.

## **BIBLIOGRAFÍA**

<https://comotos.co/bajaj-boxer-ct-100-ficha-precio/> <https://www.publimotos.com/motos-especiales/3091-las-10-mas-economicas-bajaj-boxer-ct> <https://grupouma.com/colombia/grupo-uma/>  
<https://grupouma.com/colombia/servicios/> [olx.com.co](https://www.olx.com.co)