Índice general

Capítulo 1

Prueba de Hipótesis

1.1. Lectura o Alistamiento de Datos

1.1.1. Encabezado de los Datos

A continuación se da una vista previa del conjunto de datos:

Tabla 1.1: Emcabezado de Datos

	X1	X2	X3	Grupos
1	9.6838	8.7045	4.0509	1
2	5.9703	4.5724	8.3056	1
3	1.5094	6.3666	7.5676	1
4	.	.	.	NA
5	.	.	.	NA
6	.	.	.	NA
98	7.8864	6.0692	6.445	3
99	4.1332	4.5396	6.7288	3
100	4.4509	7.6449	8.2376	3

1.1.2. Resumen de los Datos

Tabla 1.2: Resumen de Datos

X1	X2	X3	Grupos
Min. :-1.969	Min. :-0.3808	Min. :-0.1823	1:27
1st Qu.: 3.776	1st Qu.: 3.7231	1st Qu.: 3.2236	2:28
Median : 5.186	Median : 5.1071	Median : 4.7204	3:45
Mean : 5.157	Mean : 5.1503	Mean : 4.9258	NA
3rd Qu.: 6.756	3rd Qu.: 6.6321	3rd Qu.: 6.5206	NA
Max. :11.137	Max. : 9.2089	Max. :11.4573	NA

1.1.3. Datos por grupos

Tabla 1.3: Medias por Grupos

Grupos	X1	X2	X3
1	4.504767	4.987718	5.178689
2	4.928179	5.102939	4.947521
3	5.690567	5.277362	4.760589

Tabla 1.4: Desviaciones Estándar por Grupos

Grupos	X1	X2	X3
1	2.740672	1.809656	2.518015
2	2.634428	2.322268	2.916262
3	1.804084	1.706208	2.403054

Tabla 1.5: Varianzas por Grupos

Grupos	X1	X2	X3
1	7.511285	3.274856	6.340397
2	6.940210	5.392928	8.504582
3	3.254719	2.911147	5.774668

Tabla 1.6: Medianas por Grupos

Grupos	X1	X2	X3
1	4.3004	4.57240	4.83410
2	4.6078	5.03415	4.94875
3	5.5045	5.22570	4.36050

1.2. Pruebas de Normalidad Multivariadas

1.2.1. Pruebas de NM Usando la función `mvn` del paquete: MVN.

Tabla 1.7: Resultados de NM Todos los Datos

Test	Statistic	p value	Result
Mardia Skewness	8.69541680950064	0.561232907640276	YES
Mardia Kurtosis	-0.485009811062382	0.627669386036795	YES
MVN	NA	NA	YES

Test	Variable	Statistic	p value	Normality
Shapiro-Wilk	X1	0.9938	0.9308	YES
Shapiro-Wilk	X2	0.9882	0.5217	YES
Shapiro-Wilk	X3	0.9878	0.4962	YES

	n	Mean	Std.Dev	Median	Min	Max	25th	75th	Skew	Kurtosis
X1	100	5.156932	2.360555	5.18565	-1.9689	11.1373	3.776300	6.755725	-0.1529182	0.0052095
X2	100	5.150320	1.907849	5.10705	-0.3808	9.2089	3.723100	6.632100	-0.2036691	-0.3835989
X3	100	4.925817	2.565363	4.72040	-0.1823	11.4573	3.223625	6.520600	0.2568454	-0.2877569

Tabla 1.8: Resultados de NM Grupo-1

Test	Statistic	p value	Result
Mardia Skewness	24.3325702815579	0.00676492265803443	NO
Mardia Kurtosis	1.76902217293395	0.0768901744081527	YES
MVN	NA	NA	NO

Test	Variable	Statistic	p value	Normality
Shapiro-Wilk	X1	0.9840	0.9391	YES
Shapiro-Wilk	X2	0.9521	0.2413	YES
Shapiro-Wilk	X3	0.9786	0.8304	YES

	n	Mean	Std.Dev	Median	Min	Max	25th	75th	Skew	Kurtosis
X1	27	4.504767	2.740672	4.3004	-1.9689	9.6838	2.76530	6.1330	-0.1252070	-0.4751280
X2	27	4.987718	1.809656	4.5724	-0.3808	8.7045	3.93525	6.1042	-0.4885750	1.0733485
X3	27	5.178689	2.518015	4.8341	0.0305	10.6845	3.84740	6.9798	0.0947103	-0.3876734

Tabla 1.9: Prueba de Normalidad Multivariada Grupo-1

	Prueba	Valor Estadística	Valor-p	Resultado
1	Mardia Skewness	24.3325702815579	0.00676492265803443	NO
2	Mardia Kurtosis	1.76902217293395	0.0768901744081527	YES
3	MVN	NA	NA	NO

Tabla 1.10: Prueba de Normalidad Univariada

	Prueba	Variables	Valor Estadística	Valor-p	Resultado
1	Shapiro-Wilk	X1	0.9840	0.9391	YES
2	Shapiro-Wilk	X2	0.9521	0.2413	YES
3	Shapiro-Wilk	X3	0.9786	0.8304	YES

Método	Paquete	Función	Estadística	p-Valor
Shapiro-Wilk normality test	mvnormtest	mshapiro.test	0.9802882	0.1399768
Multivariate Shapiro-Wilk normality test	RVAideMemoire	mshapiro.test	0.9802882	0.1399768

Tabla 1.11: Prueba Shapiro Wilk Multivariada Datos-Completos

Método	Paquete	Función	Estadística	p-Valor
Multivariate Shapiro-Wilk normality test	mvnormtest	mshapiro.test	0.984109	0.7327284
Multivariate Shapiro-Wilk normality test	RVAideMemoire	mshapiro.test	0.984109	0.7327284

Tabla 1.12: Prueba Shapiro Wilk Multivariada Datos-Generados

1.2.2. Pruebas de Shapito Wilk Multivariada

1.3. Prueba M-Box para Igualdad de Matrices de Var-Cov ($\mathbf{\Sigma}_1 = \mathbf{\Sigma}_2$, $n \geq 20$)

Se desea contarstar las hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 & : \ \mathbf{\Sigma}_1 = \mathbf{\Sigma}_2 \\ \\ H_a & : \ \mathbf{\Sigma}_1 \neq \mathbf{\Sigma}_2 \end{cases}$$

1.3.1. Prueba de Razón de Verosimilitud.

Haciendo $M = -2 \text{ Log } \Lambda$, se tiene que:

$$\begin{aligned} M &= \left[\sum_{i=1}^{g}(n_i - 1)\right] \text{Log}|\mathbf{S}_p| - \sum_{i=1}^{g}(n_i - 1)\text{Log}|\mathbf{S}_i| \\ &= v\text{Log}|\mathbf{S}_p| - \sum_{i=1}^{g} v_i \text{Log}|\mathbf{S}_i| \\ M &= \sum_{i=1}^{g} v_i \text{Log}|\mathbf{S}_i^{-1}\mathbf{S}_p| \sim \chi^2_k \end{aligned}$$

y rechazamos H_0 si $M > \chi^2_{\alpha\ ;\ k}$ con $k = \frac{p(p+1)(g-1)}{2}$, n: grande

Bajo H_0-cierto, se espera que las matrices de Var-Cov muestrales no sean muy diferentes, en cuyo caso, el valor de λ estaría cerca a uno y por lo tanto M-sería pequeño.

1.3.2. Una Modificación de la Prueba M-Box

Test M de Box (n-pequeño) Ahora, sea

$$C = (1-u)M = (1-u)\sum_{i=1}^{g} v_i \text{Log}|\mathbf{S}_i^{-1}\mathbf{S}_p|$$

$$\text{donde :} \quad u = \left[\sum_{i=1}^{g}\left(\frac{1}{n_i - 1}\right) - \frac{1}{n-g}\right]\left(\frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)(g-1)}\right)$$

y por un resultado estadístico se tiene que:

$$C = (1-u)M \ \xrightarrow{d}\ \chi^2_k$$

Con: $k = \left[gp + g\frac{1}{2}p(p+1)\right] - \left[gp + \frac{1}{2}p(p+1)\right] = \frac{p(p+1)}{2}(g-1)$-grados de libertad.

Se rechaza H_0, si $C > \chi^2_{\alpha\ ;\ k}$ (Se comporta bien $n_i > 20$ y con p y g-no mayores a 5)

ie. C-converge en distribución a una chi-cuadrado con $k = \frac{p(p+1)(g-1)}{2}$ grados de libertad.

1.3.2.1. Resultados de esta PH usando la función de usuario `prueba_M_Box2()`

M	U	C	gl	χ-Tabla	Valor-p
4.16033	0.06135	3.9051	6	12.5916	0.68952

1.3.2.2. Resultados de esta PH utilizando la función `boxM` del paquete biotools del R.

```
Box's M-test for Homogeneity of Covariance Matrices
```

data: datos[1:55, 1:3] Chi-Sq (approx.) = 3.9051, df = 6, p-value = 0.6895

Estadístico= $C \sim \chi^2$	gl	p-Valor
3.9051	6	0.68952

1.4. Prueba T2-Hotelling para: $\underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2 = \underline{\delta}_0$.

1.4.1. $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma$-Desconocida, Pob. Normal

Se desea contrastar las hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 \ : \ \underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2 = \underline{\delta}_0 \\ \\ H_a \ : \ \underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2 \neq \underline{\delta}_0 \end{cases}$$

En este caso, se usa como estimador de $\mathbf{\Sigma}$ a la varianza ponderada dada por:

$$S_p = \hat{\mathbf{\Sigma}} = \frac{(n-1)S_1 + (m-1)S_2}{n+m-2},$$

Bajo H_0-cierto, el estadístico de prueba es:

$$T^2 = \frac{nm}{n+m}\left(\underline{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{y}} - \underline{\delta}_0\right)^t \mathbf{S}_p^{-1}\left(\underline{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{y}} - \underline{\delta}_0\right) \sim \frac{(n+m-2)p}{n+m-p-1}F_{p;\ n+m-p-1} = kF$$

con:

$$k = \frac{(n+m-2)p}{n+m-p-1}$$

Rechazamos H_0 si:

$$T_0^2 > kF = \frac{(n+m-2)p}{n+m-p-1}F_{\alpha\ :\ p\ ,\ n+m-p-1}$$

O equivalentemente, rechazamos H_0 si:

$$F_0 = \frac{1}{k}T_0^2 = \frac{n+m-p-1}{(n+m-2)p}T_0^2 > F_{tabla} = F_{\alpha\ :\ p\ ,\ n+m-p-1}$$

1.4.1.1. Resultados usando la función de usuario `HT2_sigmas_iguales()`

Se crea una función de usuario llamada: `HT2_sigmas_iguales` la cual se utiliza a continuación.

$T2$	K	F_0	df_1	df_2	F_{Tabla}	Valor-p
0.387667	3.11765	0.124346	3	51	2.78623	0.945298

Existen varias funciones en distintos paquetes del R que se utilizan para esta prueba de hipótesis cuando $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma$-Desconocida, Pob. Normal, las cuales se ilustran a continuación.

1.4.1.2. Resultados de esta prueba Utilizando la función `HotellingsT2` del paquete ICNP del R.

`Hotelling's two sample T2-test`

data: x and y T.2 = 0.12435, df1 = 3, df2 = 51, p-value = 0.9453 alternative hypothesis: true location difference is not equal to c(0,0,0)

Estadístico= $F_0 \sim F$	gl_{num}	gl_{den}	p-Valor
0.12435	3	51	0.9453

1.4.1.3. Resultados de esta prueba Utilizando la función `T2.test` del paquete rrcov del R.

`Two-sample Hotelling test`

data: x and y T2 = 0.38767, F = 0.12435, df1 = 3, df2 = 51, p-value = 0.9453 alternative hypothesis: true difference in mean vectors is not equal to (0,0,0) sample estimates: X1 X2 X3 mean x-vector 4.504767 4.987719 5.178689 mean y-vector 4.928179 5.102939 4.947521

$T2$	F	df_1	df_2	$Valor - p$
0.38767	0.12435	3	51	0.9453

Tabla 1.13: Medias de Resultados con T2.test

	X1	X2	X3
mean x-vector	4.504767	4.987718	5.178689
mean y-vector	4.928179	5.102939	4.947521

1.4.1.4. Resultados de esta prueba Utilizando la función `hotelling.test` del paquete Hotelling del R.

Test stat: 0.38767 Numerator df: 3 Denominator df: 51 P-value: 0.9453

1.4.1.5. Estadísticas de la función `hotelling.test` del paquete Hotelling del R.

$T2$	$1/K$	df_1	df_2	n_x	n_y	p
0.387666735927368	0.320754716981132	3	51	27	28	3

1.4.2. $\Sigma_1 \neq \Sigma_2$-Desconocidas, Pob. Normal

Se desea contrastar las hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 & : \ \underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2 = \underline{\delta}_0 \\ \\ H_a & : \ \underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2 \neq \underline{\delta}_0 \end{cases}$$

Bajo H_0-cierto, el estadístico de prueba es:

$$T^2 = \left(\underline{\overline{\mathbf{x}}} - \underline{\overline{\mathbf{y}}} - \underline{\delta}_0\right)^t \left[\frac{S_1}{n} + \frac{S_2}{m}\right]^{-1} \left(\underline{\overline{\mathbf{x}}} - \underline{\overline{\mathbf{y}}} - \underline{\delta}_0\right) \sim \frac{vp}{v-p+1} F_{p\ ;\ v-p+1} = kF$$

$$\text{con:} \quad k = \frac{vp}{v-p+1} \qquad \text{y} \quad v = \frac{tr(S_e) + \Big[tr(S_e)\Big]^2}{\sum_{i=1}^{2} \frac{1}{n_i - 1}\Big\{tr(V_i) + [tr(V_i)]^2\Big\}}$$

es decir:

$$v = \frac{tr(S_e^2) + \Big[tr(S_e)\Big]^2}{\frac{1}{n_1-1}\Big\{tr(V_1^2) + [tr(V_1)]^2\Big\} + \frac{1}{n_2-1}\Big\{tr(V_2^2) + [tr(V_2)]^2\Big\}}$$

$$V_i = \frac{S_i}{n_i} \quad \text{y} \quad S_e = V_1 + V_2 = \frac{S_1}{n} + \frac{S_2}{m}.$$

Rechazamos H_0 si: $\quad T_0^2 > kF \quad$ ó $\quad F_0 = \frac{1}{k} T_0^2 > F_{tabla}$

1.4.2.1. Resultados usando la función de usuario `HT2_sigmas_diferentes()` (Aproximación de: Nel and Van Der Merwe-1986)

Se crea una función de usuario llamada: *HT2_sigmas_diferentes* la cual se utiliza a continuación.

$T2$	v	$K = vp/(v-p+1)$	F_0	df_1	df_2	F_{Tabla}	Valor-p
0.386428	53	3.11765	0.123949	3	51	2.78623	0.94554

Para este caso de $\Sigma_1 \neq \Sigma_2$-Desconocida, Pob. Normal, **No conozco si existen funciones en R** para realizar dicha prueba, si conocen alguna me la hacen saber por favor.

1.4.2.2. Resultados usando la función de usuario `HT2_sigmas_diferentes_texto_guia()` (Aproximación de: Krishnamoorty and Yu-2004)

Se crea una función de usuario llamada: `HT2_sigmas_diferentes_texto_guia` la cual se utiliza a continuación.

Para este caso el v se calcula como sigue:

$$v = \frac{p+p^2}{\frac{1}{n_1}\left\{tr\left[(V_1S_e^{-1})^2\right] + [tr(V_1S_e^{-1})]^2\right\} + \frac{1}{n_2}\left\{tr\left[(V_2S_e^{-1})^2\right] + [tr(V_2S_e^{-1})]^2\right\}}$$

$T2$	v	$K = vp/(v-p+1)$	F_0	df_1	df_2	F_{Tabla}	Valor-p
0.386428	211	3.02871	0.127589	3	209	2.6478	0.943665

1.5. $\mathbf{\Sigma}_1 = \mathbf{\Sigma}_2 = \Sigma$-Desconocida para n-grande

Ahora, Para Muestras Grandes, (igualmente para la PH con: $\mathbf{\Sigma}_1 = \mathbf{\Sigma}_2 = \mathbf{\Sigma}$ -Desconocida)

Se desea contrastar las hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 \ : \ \underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2 = \underline{\delta}_0 \\ \\ H_a \ : \ \underline{\mu}_1 - \underline{\mu}_2 \neq \underline{\delta}_0 \end{cases}$$

Donde el tamaño de muestra utilizado n-**es grande**.

Bajo H_0-cierto, el estadístico de prueba es:

$$\chi^2 = \frac{nm}{n+m}\left(\underline{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{y}} - \underline{\delta}_0\right)^t \mathbf{S}_p^{-1}\left(\underline{\mathbf{x}} - \underline{\mathbf{y}} - \underline{\delta}_0\right) \sim \chi_p^2$$

Rechazamos H_0 si:

$$\chi_0^2 > \chi_{\alpha\ ;\ p}$$

1.5.1. Resultados usando la función de usuario `HT2_sigmas_iguales_ngrande()`

Se crea una función de usuario llamada: *HT2_sigmas_iguales_ngrande* la cual se utiliza a continuación.

χ_0^2	df	χ_{Tabla}	Valor-p
0.387667	3	7.81473	0.942778

1.5.2. Resultados de esta PH Utilizando la función `HotellingsT2` del paquete ICNP del R:

```
Hotelling's two sample T2-test
```

data: x and y T.2 = 0.38767, df = 3, p-value = 0.9428 alternative hypothesis: true location difference is not equal to c(0,0,0)

Estadístico= $\chi_0 \sim \chi^2$	gl	p-Valor
0.38767	3	0.94278

1.6. Prueba de Hipótesis para $\mu = \mu_0$. Pob. Normal

Se desean contrastar las hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 \ : \ \underline{\mu} = \underline{\mu_0} \\ \\ H_a \ : \ \underline{\mu} \neq \underline{\mu_0} \end{cases}$$

El estadístico de prueba es:

$$T^2 = \left(\overline{\mathbf{\underline{x}}} - \underline{\mu}_0\right)^t \left(\frac{1}{n}\mathbf{S}\right)^{-1} \left(\overline{\mathbf{\underline{x}}} - \underline{\mu}_0\right) = n(\overline{\mathbf{\underline{x}}} - \underline{\mu}_0)^t \mathbf{S}^{-1} (\overline{\mathbf{\underline{x}}} - \underline{\mu}_0),$$

Se utiliza el siguiente resultado:

$$T^2 \ \sim \ \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{p\ ,\ n-p} = k\ F, \quad \text{con:} \ k = \frac{(n-1)p}{(n-p)}$$

o equivalentemente:

$$F = \frac{1}{k}T^2 = \frac{(n-p)}{(n-1)p}\ T^2 \ \sim \ F_{p\ ,\ n-p},$$

donde, $F_p, n-p$-denota una v.a con distribución F con p y $n-p$ grados de libertad respectivamente.

Al nivel de significancia del $\alpha\,\%$, rechazamos $H_0 \ : \ \underline{\mu} = \underline{\mu}_0$, en favor de: $H_a \ : \ \underline{\mu} \neq \underline{\mu}_0$, si el valor de:

$$T_0^2 = n(\overline{\mathbf{\underline{x}}} - \underline{\mu}_0)^t \mathbf{S}^{-1} (\overline{\mathbf{\underline{x}}} - \underline{\mu}_0) > kF = \frac{(n-1)p}{(n-p)} F_{\alpha;p,n-p},$$

o equivalentemente, rechazamos H_0 si:

$$F_0 = \frac{(n-p)}{(n-1)p} T^2 = \frac{1}{k} T_0^2 > F_{\alpha;p,n-p},$$

1.6.1. Resultado usando la función de usuario: `HT2_mu0`

Se crea una función de usuario llamada: *HT2_mu0* con la cual se obtinen los siguinetes resultados:

$T2$	K	F_0	df_1	df_2	F_{Tabla}	Valor-p
307.064	3.25	94.4812	3	24	3.00879	1.9873e-13

En R existen varias funciones en distintos paquetes o librerias, las cuales se utilizan para realizar este tipo de pruebas de hipóteis. A continuación se ilustran varias de ellas

Se recomienda leer muy bien las ayudas que existen sobre estas funciones para utilizarlas de manera adecuada y definir de de forma apropiada sus respectivos argumentos.

1.6.2. Resultados de esta PH utilizando la función `HottellingsT2` del paquete ICSNP del R.

```
Hotelling's one sample T2-test
```

data: x T.2 = 94.481, df1 = 3, df2 = 24, p-value = 1.987e-13 alternative hypothesis: true location is not equal to c(0,0,0)

1.6.3. Resultados de esta PH Utilizando la función `T2.test` del paquete rrcov del R.

```
T2.test(x)
```

```
One-sample Hotelling test
```

data: x T2 = 307.064, F = 94.481, df1 = 3, df2 = 24, p-value = 1.987e-13 alternative hypothesis: true mean vector is not equal to (0, 0, 0)'

sample estimates: X1 X2 X3 mean x-vector 4.504767 4.987719 5.178689

1.7. Prueba de Hipótesis para $\mu = \mu_0$. n-grande

En esta caso, el estadístico de prueba utilizado es:

$$\chi_0^2 = n(\underline{\mathbf{x}} - \underline{\mu}_0)^t \mathbf{S}^{-1}(\underline{\mathbf{x}} - \underline{\mu}_0) \underset{\text{Bajo } H_0}{\sim} \chi^2_{(p)}$$

La regla de decisión es: Rechazar H_0 si $\chi_0^2 > \chi^2_{\alpha;p}$.

1.7.1. Resultados de esta PH usando la función de usuario `HT2_mu0_ngrande()`

Para este se creo una función de usuario llamada: *HT2_mu0_ngrande* la cual se utiliza a continuación.

χ_0^2	*df*	χ_{Tabla}	Valor-p
307.064	3	7.81473	0

1.7.2. Resultados utilizando la Función `HotellingsT2` del R

Igualmente, también se puede suar la función `HotellingsT2` del R de la siguiente forma.

```
Hotelling's one sample T2-test
```

data: grupo1[, 1:3] T.2 = 307.06, df = 3, p-value < 2.2e-16 alternative hypothesis: true location is not equal to c(0,0,0)

1.8. Prueba T2-Hotelling para contrastes de medias: $C\mu = \delta_0$. Pob. Normal.

Se desea contrastar las hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 \ : \ C\underline{\mu} = \underline{\gamma} \\ \\ H_0 \ : \ C\underline{\mu} \neq \underline{\gamma} \end{cases} \quad , \quad \text{con} \quad \underline{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_k \end{pmatrix} - \text{Vector de Constantes.}$$

Un estimador insesgado para $C\underline{\mu}$ es: $C\underline{\mathbf{\overline{x}}}$, el cual tiene la siguiente distribución:

$$C\underline{\mathbf{\overline{x}}} \sim N_k\Big(C\underline{\mu}\ ,\ C\mathbf{\Sigma}_{\underline{\mathbf{\overline{x}}}}C^T\Big) \quad , \quad \text{es decir :}$$

$$C\underline{\mathbf{\overline{x}}} \sim N_k\Big(C\underline{\mu}\ ,\ \frac{1}{n}C\mathbf{\Sigma}C^t\Big), \quad \text{pues :} \quad \mathbf{\Sigma}_{\underline{\mathbf{\overline{x}}}} = \frac{\mathbf{\Sigma}}{n}.$$

Como $\mathbf{\Sigma}$-es desconocida se usa la estadística de prueba:

$$T_0^2 = n\big(C\underline{\mathbf{\overline{x}}} - \underline{\gamma}\big)^t\big[C\mathbf{S}C^t\big]^{-1}\big(C\underline{\mathbf{\overline{x}}} - \underline{\gamma}\big) \sim \frac{(n-1)k}{n-k}F_{k,n-k} = cF$$

Se rechaza H_0 si: $T_0^2 > cF$ ó $F_0 = \frac{1}{c}T_0^2 > F_{tabla}$, $c = \frac{(n-1)k}{n-k}$.

1.8.1. resultados usabdo la función de usuario HT2_CU

Se crea una función de usuario llamada: HT2_CU con la cual se obtinen los siguinetes resultados:

$T2$	k	F_0	df_1	df_2	F_{Tabla}	Valor-p
212.868	2.08	102.34	2	25	3.38519	9.12381e-13

1.9. Prueba T2-Hotelling para contrastes de medias: $C\mu = \delta_0$. n-Grande.

En este caso el estadístico de prueba es:

$$\chi_0^2 = n\big(C\underline{\mathbf{\overline{x}}} - \underline{\gamma}\big)^t\big[C\mathbf{S}C^t\big]^{-1}\big(C\underline{\mathbf{\overline{x}}} - \underline{\gamma}\big) \sim \chi_k^2$$

Se rechaza H_0 si: $\chi_0^2 > \chi_{Tabla} = \chi_{\alpha;k}$

1.9.1. Resultados usando la función de usuario: HT2_CU_ngrande

Se crea una función de usuario llamada: HT2_CU_ngrande con la cual se obtinen los siguinetes resultados:

χ_0^2	df	χ_{Tabla}	Valor-p
212.868	2	5.99146	0

1.10. Prueba de Razón de Ver. de una Matriz de Var-Cov: $\mathbf{\Sigma} = \mathbf{\Sigma}_0$. Pob. Normal.

Se tiene interés en la siguiente PH:

$$\begin{cases} H_0 \ : \ \mathbf{\Sigma} = \mathbf{\Sigma}_0 \\ \\ H_a \ : \ \mathbf{\Sigma} \neq \mathbf{\Sigma}_0 \end{cases}$$

1.10.1. Prueba de Razón de Verosimilitud.

La Estadística de Razon de Verosimilitud para esta PH es:

$$\lambda = \frac{|\mathbf{S}|^{\frac{v}{2}}}{|\mathbf{\Sigma}_0|^{\frac{v}{2}}} \mathrm{Exp}\left\{ -\frac{1}{2} \left[v\mathrm{tr}(\mathbf{S}\mathbf{\Sigma}_0^{-1}) - vp \right] \right\}$$

y haciendo $\lambda^\star = -2\log\lambda$, se tiene que:

$$\lambda^\star = v \left[\mathrm{Log}|\mathbf{\Sigma}_0| - \mathrm{Log}|\mathbf{S}| + \mathrm{tr}(\mathbf{S}\mathbf{\Sigma}_0^{-1}) - p \right]$$

Bajo H_0-cierta, se tiene que:

$$\lambda^\star \sim \chi_k^2 \ , \quad para \quad n-1 \ \ \text{grande}$$

con, $k = \frac{p(p+1)}{2}$.

Rechazamos H_0 si.

$$\lambda^\star > \chi^2_{\alpha \ ; \ k}$$

1.10.1.1. resultados usando la función de usuario: `sigma_sigma0_ngrande`

Para este se creo una función de usuario llamada: `sigma_sigma0_ngrande` la cual se utiliza a continuación.

$\lambda_0^\star$	df	χ_{Tabla}	Valor-p
21.7799	6	12.5916	0.00132724

1.10.2. Prueba de Razón de Verosimilitud Modificada.

Una Modificación para $\lambda^\star$-fue propuesta por Bartlet, (para el caso de muestras pequeñas) la cual es:

$$\lambda_1^\star = \left\{ 1 - \frac{1}{6(n-1)} \left[2p + 1 - \frac{2}{p+1} \right] \right\} \lambda^\star \sim \chi_k^2$$

es decir,

$$\lambda_1^\star = c\lambda^\star \sim \chi_k^2$$

con

$$c = 1 - \frac{1}{6(n-1)} \left[2p + 1 - \frac{2}{p+1} \right]$$

que usarse para tamaños de muestras moderadamente pequeños.