



ANUALIDADES CIERTAS, GEOMETRICAS Y LINEALES, CON TASAS  
ALEATORIAS

## Trabajo-Parcial 2

*Brayan Enrique Pérez M.*  
*Juan Manuel Sánchez Restrepo*

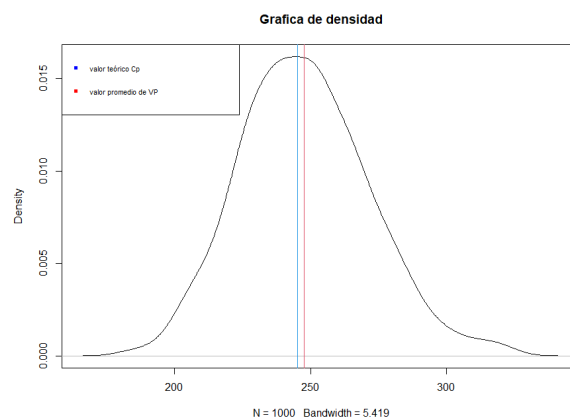
Docente  
MSc. Norman Diego Giraldo Gomez

1 de junio de 2022

3. Un departamento de rentas vitalicias en una empresa Aseguradora ofrece una anualidad a  $n = 15$  años, financiada mediante tasas de rendimiento aleatorio de un fondo de fiducia. La anualidad es de tipo Geometrico con pagos mes vencido, con valor inicial de  $C = 2,5$  unidades monetarias. Se pacta una tasa de incremento de costo de vida anual, de  $i_q = 0,015$  efectiva anual. Desarrolle los siguientes puntos.

a) Calcule valor de la anualidad geometrica cierta, asumiendo una tasa efectiva anual de  $i = 0,11$ , con  $m = 12$ ,  $q = 1$ , ver (5.64), pag. 178. Calcule un vector con los pagos pactados  $ck$ ,  $k = 1, 2, \dots, n \times m$ , y reporte su grafica

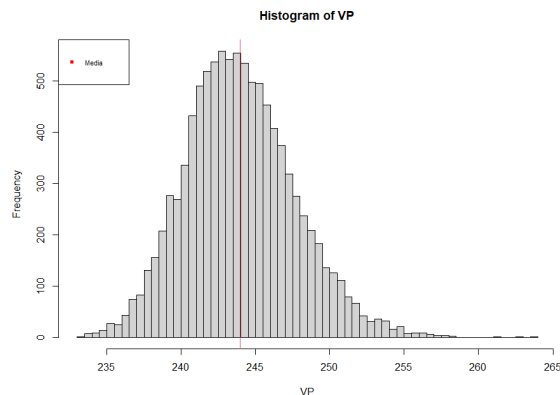
```
## -- Anualidad Geometrica cierta
> #--- Parametros de la anualidad
> n = 15
> C = 2.5 # unidades monetarias
> iq = 0.015 # efectiva anual //incremento por inflación
> i = 0.11
> m = 12
> q = 1
> Gavqmn = function(i,m,q,n,iq){
+   try(if(iq > i) stop("tasa inflacion invalida"))
+   try(if(m%%q != 0) stop("m no es divisible por q"))
+   t = seq(1,n*m,1)
+   res = (1/m)*sum((1+i)^(-t/m)*(1+iq)^(floor(t*q/m)/q))
+   return(res)}
> (Cp = C*m*Gavqmn(i,m,q,n,iq))
[1] 245.1033
```



b) Simule una muestra de tamaño  $N = 10000$  del valor presente  $V$  de los pagos pactados, descontados

con la tasa iid NIG. Use tasas de rendimiento iid NIG, ver la definición en la sección §5.4.5, pag. 157. Reporte el histograma, la media, la desviación estandar de  $V$ . Use los parametros NIG

```
nig.par = c(alpha=45.638,
beta = -7.29, delta = 0.00539,
mu = 9.449413e-03 )
library(GeneralizedHyperbolic)
library(fBasics)
#-----parametros
nig.par = c(alpha=45.638,
            beta = -7.29, delta = 0.00539,
            mu = 9.449413e-03 )
#-----simular valor presente de pagos ck
N = 10000 # numero simulaciones
VP = double(N)
for(j in 1:N){
  im = rnig(n*m, alpha=par.nig[1],beta=par.nig[2],
            delta=par.nig[3],mu=par.nig[4])
  VP[j] = sum( ck/cumprod(1+im))}
> hist(VP)
> abline(v=mean(VP), col = 2)
> legend( x = "topleft",legend = "Media",
+        col = "red", cex = 0.7,pch = 15 )
> mean(VP)
[1] 243.9654
> sd(VP)
[1] 3.670851
```



c) En esta anualidad el saldo final  $F(nm)$  puede terminar con valor positivo, evento denominado bonificación. Calcule el valor esperado de los casos que terminan en bonificación:  $E(F(nm)|F(nm) > 0)$ . Sugerencia: simule muchas veces la ecuación de flujo (5.67), pag. 179. Registre los valores finales  $F(nm) > 0$  y luego calcule la media de los mismos. En R con  $Y = \text{ifelse}(F[n * m] > 0, F[n * m], 0)$ , y luego  $\text{mean}(Y[Y > 0])$ .

d) Calcule una estimación de la probabilidad  $P(V < Cp)$  con la muestra simulada de VP. Por qué se puede ver como la probabilidad de que el saldo final sea positivo,  $P(F(nm) > 0)$ ?. Sugerencia: vea la ecuación (5.69), pag. 179. También, la propiedad (5.49c) pag. 170, dice cómo cambia el precio de una anualidad cuando crece la tasa, aplíquelo a este problema con V el precio de la anualidad.

```
> H = mledist(VP,"lnorm", start = list(meanlog= 5.5, sdlog=0.11),lower=0.001, upper= Inf)
> (G.mle = H$estimate)
      meanlog      sdlog
5.5044886 0.1110127
> Adn<- ad.test(VP, "lnorm", meanlog =G.mle[1], sdlog= G.mle[2])
> Adn
Anderson-Darling test of goodness-of-fit
Null hypothesis: log-normal distribution
with parameters meanlog = 5.50448860521925, sdlog = 0.11101274592841
Parameters assumed to be fixed
data: VP
An = 1.2774, p-value = 0.2398
```

En el código anterior se ajustó la distribución log-normal al Valor Presente y luego se realizó el test de bondad de ajuste con el cual se concluye que con una confianza del 95 % los datos del Valor presente se distribuyen como una log-normal con los siguientes parámetros:

```
meanlog = 5.50448860521925, sdlog = 0.11101274592841
```

A continuación podemos usar esta distribución para calcular la probabilidad solicitada

```
(1-plnorm(Cp,meanlog = mean(log(VP)), sdlog = sd(log(VP))) )
[1] 0.5100991
```

Lo anterior significa que hay un 51 % de probabilidad que la suma de todos los pagos llevados a Valor Presente sobrepasen el valor teórico de la anualidad, se puede ver como la probabilidad que el saldo final sea positivo porque el costo ó precio de las anualidades decrece cuando las tasas del mercado i aumentan, e inversamente.