Universidad Nacional de Colombia

Actuaria de Contingencias de Vida

Trabajo No 1 - Punto 3
Distribuciones de supervivencia y Tablas de vida

Integrante:
Christian Camilo Murillo Anzola
Jhonatan Garcia Muñoz

Profesor:
Norman Diego Giraldo Gomez

Facultad De Ciencias
Medellín-Antioquia

Considere la fuerza de mortalidad estándar μ_{x+t}, con los parámetros según el modelo asignado. Asuma una fuerza de mortalidad subestándar según el modelo multiplicativo en (2.33), pag.35, para una vida(x), dada por

$$\mu_{x^s+t} = \theta\mu_{x+t},$$

con $\theta > 1$ dada. Denote por $T(X^s)$ su vida media residual. Asuma $x_1 = x_2 = 30, t = 20, \theta = 1{,}2$. Las variables aleatorias $T(x_1), T(x_2)$ son independientes.

a) Defina la probabilidad de fallecer dos vidas x_1, x_2 antes de t años como

$$tq_{\overline{x_1x_2}} := tqX_1.tqx_2$$

Encuentre $tq_{\overline{x_1^sx_2^s}}$ y $tq_{\overline{x_1x_2}}$

El modelo asignado para este trabajo es el Perks con parametros establecidos en el moodle, para conocer el valor de $tq_{\overline{x_1^sx_2^s}}$ y $tq_{\overline{x_1x_2}}$ primero debemos resolver ${}_tq_{x_1}$ y ${}_tq_{x_2}$ siendo $x_1 = x_2 = 30, t = 20, \theta = 1{,}2$ para esto tenemos ${}_tq_{x_1} = {}_tq_{x_2} = {}_{20}q_{30}$, recordando que ${}_tp_{x_1} = 1 - {}_tq_{x_1}$ entonces, ${}_{20}q_{30} = 1 - {}_{20}q_{30}$ ahora bien para calcular ${}_{20}p_{30}$ tenemos:

```
#-------------Ley Perks 1
#             Definir la fuerza de mortalidad
muxt.pe1 = function(t,x,pars){
a1 = pars[1]
a2 = pars[2]
a3 = pars[3]
m=(a1+a2*exp(a3*(x+t)))/(1+a2*exp(a3*(x+t)))
return(m)}

#---------Definir tpx
tpx.pe1 = function(t,x,pars){
a1 = pars[1]
a2 = pars[2]
a3 = pars[3]
g = (1-a1)/a3
v = exp(-a1*t)*((a2*exp(a3*x)+1)/(a2*exp(a3*(x+t))+1))^g
return(v)}

#----------Parámetros
pars=c(0.00025748, 0.00002553, 0.10128397)
#----------Cálculo
t=20
x=30
(p.20.30 =tpx.pe1(t,x,pars))
1-(p.20.30 =tpx.pe1(t,x,pars))
```

```
> (p.20.30 =tpx.pe1(t,x,pars))
[1] 0.9610873
> 1-(p.20.30 =tpx.pe1(t,x,pars))
[1] 0.03891271
```

tenemos ${}_{20}p_{30} = 0{,}9610873$ y ${}_{20}q_{30} = 0{,}03891271$

$${}_tp_{x_1} = {}_tp_{x_2} = {}_{20}q_{30} = 0{,}03891271$$

$${}_tq_{\overline{x_1x_2}} = {}_tp_x * {}_tq_{x_1}$$

$${}_{20}q_{\overline{30,30}} = {}_{20}p_{30} * {}_{20}q_{30}$$

$$0{,}03891271 * 0{,}03891271 = 0{,}001514199$$

De acuerdo a lo anterior, se puede concluir que la probabilidad de fallecer dos vidas de 30 que estan sanas antes de 20 años es de 0,15 %, lo que es una probabilidad muy baja, después ${}_tq_{\overline{x_1^sx_2^s}}$. La probabilidad de que dos vidas ambas de 30 sub-estandars fallezcan antes de 20 años, resolvemos ${}_tp^s_{x_1} = {}_tp^{\theta}_{x_1}$, tenemos que ${}_tq^s_{x_1} = {}_tq^s_{x_2} = {}_tq^1,2_{x_2}$

```
> tpxs <- (tpx.pe1(t,x,pars)^1.2)
> tpxs
[1] 0.9534884
```

${}_tp^s_{x_1} = {}_tp^{\theta}_{x_1} = 0{,}953$ y
${}_tq^s_{x_1} = 1 - {}_tp^s_{x_1}$

```
> tqxs = 1 - tpxs
> tqxs
[1] 0.04651163
```

${}_{20}q^s_{30} = 0{,}04651163$, entonces ${}_tq^s_{x_1} = {}_tq^s_{x_2} = 0{,}04651163$

Por último

$${}_tq_{\overline{x_1^sx_2^s}} := {}_tq^s_{x_1} * {}_tq^s_{x_2}$$

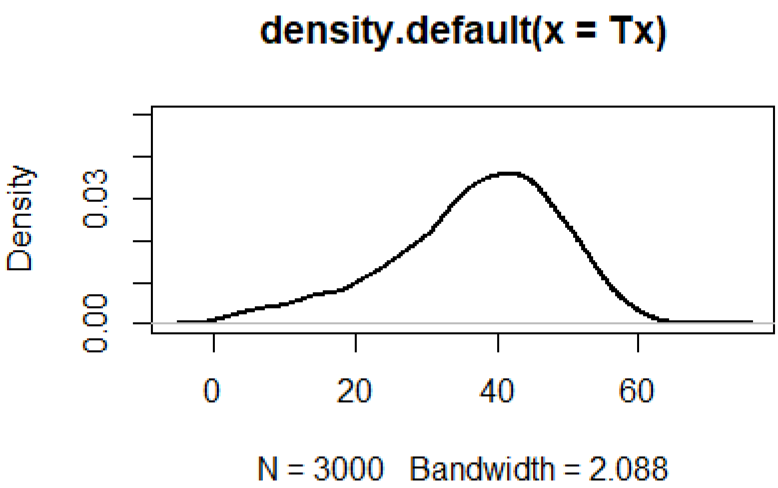
```
> tqxs*tqxs
[1] 0.002163332
```

En conclusión que la probabilidad de que dos vidas ambas de 30 sub-estandars fallezcan antes de 20 años es de 0,2163332 %, Lo cual es una probabilidad que aunque es muy baja si es un poco mas alta que la de dos vidas sanas

d) Encuentre $P(T(x_1) < T(x_1^s))$ utilizando simulación MonteCarlo.

```r
require(GoFKernel)
x = 40; n = 3000;
f <- function(t) 1-tpx.pe1(t,x,pars)
Tx = random.function(n, f, lower = 0, upper = 110-x,
kind = "cumulative")
plot(density(Tx),lwd=2,ylim=c(0,0.05))


tpx.pe1.s = function(t,x,pars){
  p = (tpx.pe1(t,x,pars))^(1.2)
  return(p)}
require(GoFKernel)
x = 40; n = 3000;
f = function(t) 1-tpx.pe1.s(t,x,pars)
f.inv <- inverse(f,lower=0,upper=110-x)
Tx.s=sapply(runif(n,0,1),function(x)f.inv(x))
c<-vector()
for (i in 1:3000) {
  c[i]=ifelse(Tx[i]>Tx.s[i],1,0)}
sum(c)/3000
[1] 0.534
```



Luego, usando la simulación de MonteCarlo se tiene $\hat{p} = 0{,}534$