

Series de tiempo univariadas - Presentación 15

Mauricio Alejandro Mazo Lopera

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Escuela de Estadística
Medellín



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Modelos SARIMA:

Los modelos Autoregresivos Integrados de Medias Móviles Estacionales (SARIMA - Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average) son una extensión de los modelos ARIMA(p, d, q):

$$\phi(B)(1 - B)^d X_t = \theta(B)w_t, \quad \text{donde}$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad \text{y}$$

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$$

donde $\phi_p \neq 0$ y $\theta_q \neq 0$.

Modelos SARIMA:

Los modelos Autoregresivos Integrados de Medias Móviles Estacionales (SARIMA - Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average) son una extensión de los modelos ARIMA(p, d, q):

$$\phi(B)(1 - B)^d X_t = \theta(B)w_t, \quad \text{donde}$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad \text{y}$$

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$$

donde $\phi_p \neq 0$ y $\theta_q \neq 0$. Para poder extender estos modelos a los SARIMA, necesitamos definir los operadores polinómicos:

$$\Phi_P(B^s) = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_P B^{Ps} \quad \text{y}$$

$$\Theta_Q(B^s) = 1 + \theta_1 B^s + \theta_2 B^{2s} + \dots + \theta_Q B^{Qs}, \quad \text{donde}$$

s es el periodo estacional y P y Q son los órdenes de $\Phi_P(B^s)$ y $\Theta_Q(B^s)$.

Modelos SARIMA:

El modelo SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q) $_s$ se define como:

$$\Phi_P(B^s)\phi(B)(1 - B^s)^D(1 - B)^dX_t = \alpha + \Theta_Q(B^s)\theta(B)w_t$$

donde w_t es un ruido blanco Gaussiano y α es una constante. Como vimos, los polinómios de color azul modelan la parte autoregresiva y de medias móviles.

Modelos SARIMA:

El modelo SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q) $_s$ se define como:

$$\Phi_P(B^s)\phi(B)(1 - B^s)^D(1 - B)^dX_t = \alpha + \Theta_Q(B^s)\theta(B)w_t$$

donde w_t es un ruido blanco Gaussiano y α es una constante. Como vimos, los polinómios de color azul modelan la parte autoregresiva y de medias móviles.

Pero, ¿cómo interpretar los polinómios de color rojo y el factor dado por $(1 - B^s)^D$?

Modelos SARIMA:

El modelo $\text{SARIMA}(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ se define como:

$$\Phi_P(B^s)\phi(B)(1 - B^s)^D(1 - B)^d X_t = \alpha + \Theta_Q(B^s)\theta(B)w_t$$

donde w_t es un ruido blanco Gaussiano y α es una constante. Como vimos, los polinómios de color azul modelan la parte autoregresiva y de medias móviles.

Pero, ¿cómo interpretar los polinómios de color rojo y el factor dado por $(1 - B^s)^D$?

- El polinomio $\Phi_P(B^s)$ modela la parte estacional autoregresiva. Las raíces deben estar por fuera del círculo unitario para que sea **estacionalmente estacionario**.

Modelos SARIMA:

El modelo $\text{SARIMA}(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ se define como:

$$\Phi_P(B^s)\phi(B)(1 - B^s)^D(1 - B)^d X_t = \alpha + \Theta_Q(B^s)\theta(B)w_t$$

donde w_t es un ruido blanco Gaussiano y α es una constante. Como vimos, los polinómios de color azul modelan la parte autoregresiva y de medias móviles.

Pero, ¿cómo interpretar los polinómios de color rojo y el factor dado por $(1 - B^s)^D$?

- El polinomio $\Phi_P(B^s)$ modela la parte estacional autoregresiva. Las raíces deben estar por fuera del círculo unitario para que sea **estacionalmente estacionario**.
- $\Theta_Q(B^s)$ modela la parte estacional de medias móviles. Las raíces deben estar por fuera del círculo unitario para que sea **estacionalmente invertible**.

Modelos SARIMA:

El modelo $\text{SARIMA}(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ se define como:

$$\phi_P(B^s)\phi(B)(1 - B^s)^D(1 - B)^d X_t = \alpha + \Theta_Q(B^s)\theta(B)w_t$$

donde w_t es un ruido blanco Gaussiano y α es una constante. Como vimos, los polinómios de color azul modelan la parte autoregresiva y de medias móviles.

Pero, ¿cómo interpretar los polinómios de color rojo y el factor dado por $(1 - B^s)^D$?

- El polinomio $\phi_P(B^s)$ modela la parte estacional autoregresiva. Las raíces deben estar por fuera del círculo unitario para que sea **estacionalmente estacionario**.
- $\Theta_Q(B^s)$ modela la parte estacional de medias móviles. Las raíces deben estar por fuera del círculo unitario para que sea **estacionalmente invertible**.
- El componente $(1 - B^s)^D$ busca obtener estacionariedad estacional.

Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

Con el fin de seleccionar los órdenes P y Q , podemos basarnos en el comportamiento de las ACF y PACF de los modelos estacionales $ARMA(P, Q)_s$ vistos como un caso particular de los $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$:

$$\Phi_P(B^s)X_t = \Theta_Q(B^s)w_t$$

Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

Con el fin de seleccionar los órdenes P y Q , podemos basarnos en el comportamiento de las ACF y PACF de los modelos estacionales $\text{ARMA}(P, Q)_s$ vistos como un caso particular de los $\text{SARIMA}(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$:

$$\Phi_P(B^s)X_t = \Theta_Q(B^s)w_t$$

	$\text{AR}(P)_s$	$\text{MA}(Q)_s$	$\text{ARMA}(P, Q)_s$
ACF	Colas en los lags ks ($k = 1, 2, \dots$)	Corte en el lag Qs	Colas en los lags ks ($k = 1, 2, \dots$)
PACF	Corte en el lag Ps	Colas en los lags ks ($k = 1, 2, \dots$)	Colas en los lags ($k = 1, 2, \dots$)

NOTA: Los valores en los lags no-estacionales $h \neq ks$, para $k = 1, 2, \dots$, son teóricamente iguales a cero.

Veamos el comportamiento de algunas series simuladas:

① $SARIMA(0,0,0) \times (2,0,0)_{12}$:

```
require(astsa)
set.seed(8654)
w_t <- rnorm(1050, 0, 1.5)
xt <- sarima.sim(ar = NULL, d = 0, ma = NULL, D = 0,
                sar = c(0.5, 0.4), sma = NULL, S = 12,
                n=1000, innov = w_t, burnin = 50)
```

Note que: En esta simulación generamos 1000 observaciones utilizando un ruido blanco Gaussiano w_t con 1050 observaciones y eliminamos las primeras 50. Además, el periodo estacional que usamos es $s = 12$, es decir, anual.

Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

El polinomio $\Phi_2(B^{12}) = 1 - 0.5B^{12} - 0.4B^{24}$ tiene raíces:

```
require(magrittr)
c(1,rep(0,11),-0.5,rep(0,11),-0.4)%>%polyroot%>%abs
```

```
## [1] 1.072848 1.006059 1.006059 1.006059 1.006059 1.006059 1.072848 1.006059 1.006059
## [9] 1.006059 1.006059 1.072848 1.072848 1.072848 1.006059 1.006059 1.006059
## [17] 1.006059 1.072848 1.072848 1.072848 1.072848 1.072848 1.072848 1.072848
```

La raíz más pequeña de las 24 raíces es:

```
c(1,rep(0,11),-0.5,rep(0,11),-0.4)%>%polyroot%>%abs%>% min
```

```
## [1] 1.006059
```

Note que la raíz más pequeña está por fuera del círculo unitario, lo cual indica que el proceso es estacionalmente estacionario.

Veamos la serie de tiempo X_t y su gráfico:

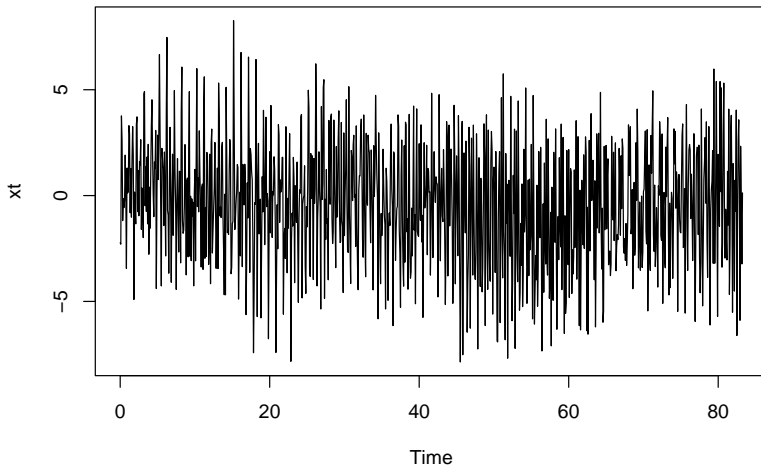
Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

xt

	Jan	Feb	Mar	Apr	May
## 0	-2.229200770	-2.297532165	3.764085640	2.624320449	-1.182715503
## 1	0.120935893	0.216710066	3.303939712	2.910373819	-0.814874710
## 2	-0.471699180	-1.335679413	3.370515475	3.719972046	-0.763556432
## 3	0.134105899	-1.987012828	4.808499968	4.918775681	-0.483363081
## 4	-1.542973962	0.888376837	3.290908676	4.526287146	1.895805511
## 5	2.854774036	0.756078343	2.974960345	6.664127619	3.087299206
## 6	0.067557518	-2.851808204	3.849818907	7.472517504	-0.693256827
## 7	1.955769120	-1.877352080	0.220560075	4.964023440	1.126301239
## 8	1.125545626	-3.180554768	3.938852840	6.072250531	-1.182978277
## 9	0.828536757	-2.893574866	2.147189865	4.906767592	-2.866862818
## 10	1.237473329	-3.082088378	1.777586007	5.998234660	-0.521761775
## 11	0.543851491	-3.489688156	4.055512827	5.610892787	-2.963228627
## 12	1.958823059	-4.165801705	2.461281981	3.143438470	-2.712166690
## 13	1.298325835	-3.449442320	5.318972258	3.704995651	-0.960729510
## 14	0.067132432	-4.687335075	5.115461826	2.078410400	-1.748999530
## 15	-1.329013290	-1.217522000	8.265796261	3.407205696	-1.603772197
## 16	0.161304954	-2.848376440	6.759374770	1.874156695	-3.358342690
## 17	0.599320877	-1.057309355	6.544176833	2.167190559	-3.629736515
## 18	-0.338438426	-0.407757870	6.429465738	1.019288519	-5.717646040
## 19	0.891812477	-0.772348183	4.027249260	1.518376389	-2.320515565
## 20	2.070868893	-1.761103797	4.256214225	0.879390428	-1.978756679
## 21	-0.431510464	-2.513855794	3.350457853	2.869878288	-1.265674866
## 22	-1.547559633	-2.968856189	3.252972800	0.140849561	-3.649513310
## 23	-0.825540510	-1.440403596	1.805266620	0.783766208	-4.117732234
## 24	0.267104314	0.113528124	3.719143455	3.834503079	-4.836120976
## 25	-1.482945857	0.399155188	4.977209708	4.137009014	-3.462134598
## 26	-0.369247467	0.296682086	6.224853605	3.897107082	-4.268447720
## 27	-0.189501671	0.564688113	5.106085781	5.474441493	-4.859773804

Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

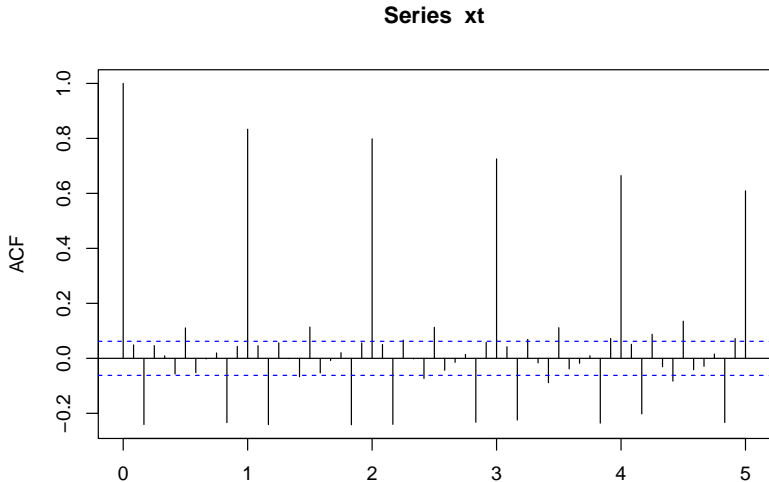
```
plot(xt)
```



Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

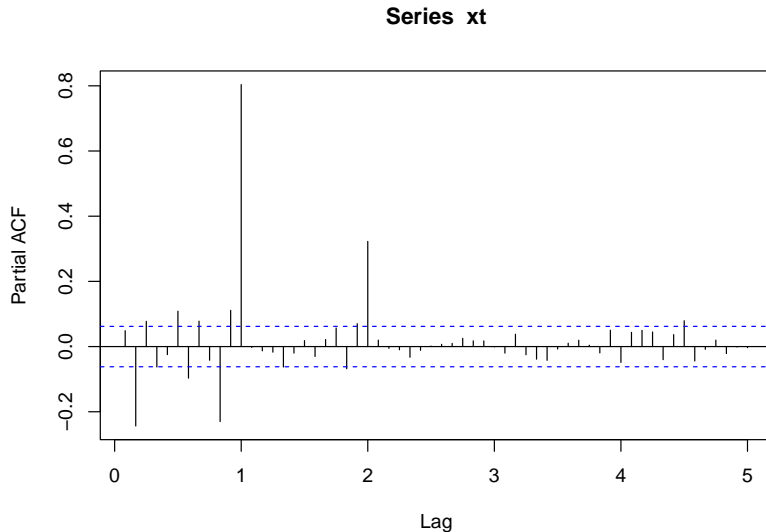
Graficamos la ACF y la PACF:

```
acf(xt, lag.max = 60)
```



Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

```
pacf(xt, lag.max = 60)
```



En los dos gráficos anteriores vemos que:

- La ACF presenta un comportamiento de cola en los lags $k \times s = k \times 12$ para $k = 1, 2, 3, \dots$
- La PACF tiene un comportamiento de corte en el lag $2 \times 12 = 24$.

Este comportamiento era de esperarse debido a que el modelo que simulamos fue $SARIMA(0, 0, 0) \times (2, 0, 0)_{12}$:

$$\Phi_2(B^{12})X_t = w_t, \quad \text{esto es}$$

$$(1 - 0.5B^{12} - 0.4B^{24})X_t = w_t, \implies X_t = 0.5X_{t-12} + 0.4X_{t-24} + w_t$$

donde w_t es un ruido blanco Gaussiano con $\sigma_w = 1.5$.

Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

De hecho, podemos encontrar las ACF y PACF teóricas del modelo:

$$X_t = 0.5X_{t-12} + 0.4X_{t-24} + w_t$$

```
Phi <- c(rep(0,11),0.5,rep(0,11),0.4)
Phi
```

```
## [1] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.5 0.0 0.0
## [20] 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.4
```

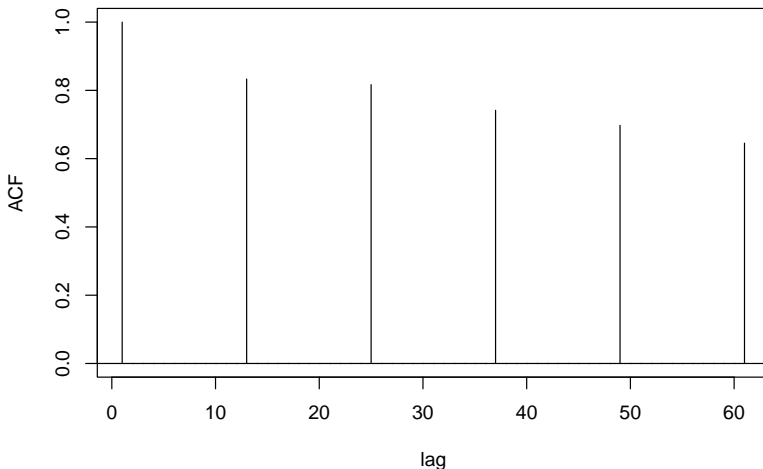
Note que, los coeficientes son cero en lags diferentes al 12 y al 24.

Los gráficos de la ACF y PACF teóricas son:

```
ACF <- ARMAacf(ar=Phi, lag.max = 60)
PACF <- ARMAacf(ar=Phi, lag.max = 60, pacf=TRUE)
```

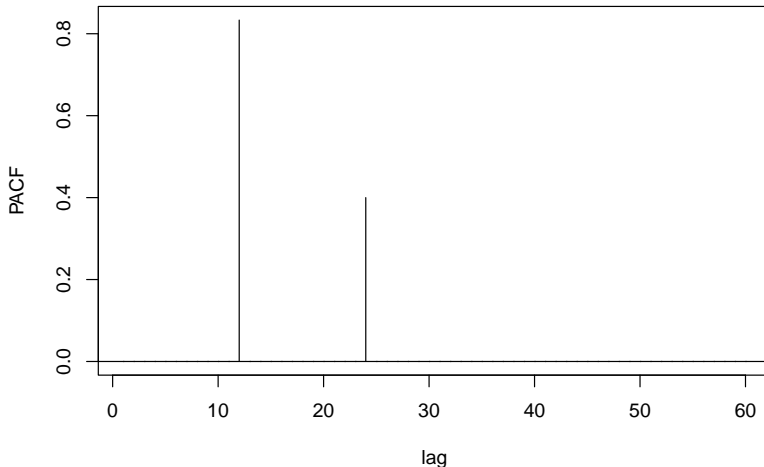
Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

```
plot(ACF, type="h", xlab="lag")  
abline(h=0)
```



Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

```
plot(PACF, type="h", xlab="lag")  
abline(h=0)
```



② $SARIMA(0,0,0) \times (0,0,2)_3$:

```
require(astsa)
set.seed(92839)
w_t <- rnorm(1050, 0, 1.5)
xt <- sarima.sim(ar = NULL, d = 0, ma = NULL,
                 sar = NULL, D = 0, sma = c(0.6, -0.2),
                 S = 3, n = 1000, innov = w_t, burnin = 50)
```

Note que: En esta simulación generamos 1000 observaciones utilizando un ruido blanco Gaussiano w_t con 1050 observaciones y eliminamos las primeras 50. Además, el periodo estacional que usamos es $s = 3$, es decir, trimestral.

Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

El polinomio $\Theta_2(B^3) = 1 + 0.6B^3 - 0.2B^6$ tiene raíces:

```
c(1,rep(0,2),0.6,rep(0,2),-0.2)%>%polyroot%>%abs
```

```
## [1] 1.060464 1.060464 1.612478 1.060464 1.612478 1.612478
```

La raíz más pequeña de las 12 raíces es:

```
c(1,rep(0,5),0.6,rep(0,5),-0.2)%>%polyroot%>%abs%>%min
```

```
## [1] 1.029789
```

Note que la raíz más pequeña está por fuera del círculo unitario, lo cual indica que el proceso es estacionalmente invertible.

Veamos la serie de tiempo X_t y su gráfico:

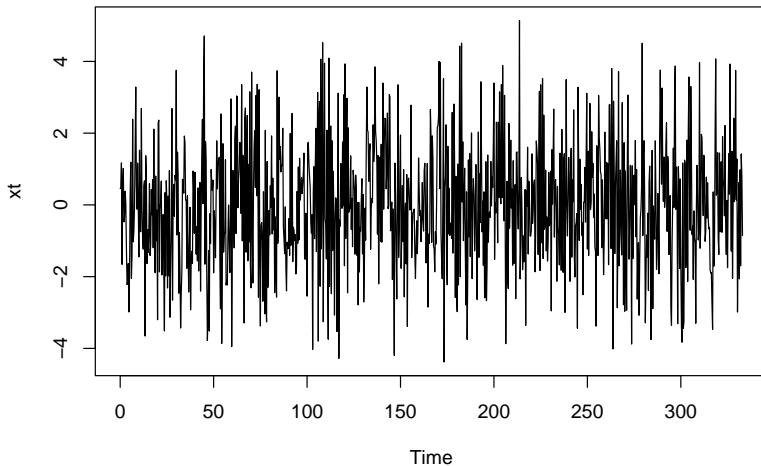
Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

xt

```
## Time Series:
## Start = c(0, 1)
## End = c(333, 1)
## Frequency = 3
##      [1] 0.4525664819 0.4821557749 1.1707866031 -1.6587659650 0.5642724546
##      [6] 1.0162793540 -0.4762812872 -0.3277715318 0.3811773678 0.0417184037
##     [11] -1.1978777710 -2.2194053217 -2.1344889724 -1.6362634365 -2.9858017125
##     [16] -1.9068758437 0.3062094668 1.1906991251 -2.0463068348 -1.4236283226
##     [21] 2.3894593994 -1.0311652231 -0.7114605309 -0.0530282025 1.5895615844
##     [26] 3.2857255143 0.5385018413 -0.1207067717 1.1661391029 -0.0167076336
##     [31] -1.4508766556 1.5255559217 -0.7128672739 -0.7481432648 2.6883522782
##     [36] -0.0445821482 -0.9622151473 -1.2337664494 0.5357215292 0.6714232198
##     [41] -3.6562173922 1.3706710642 0.8327548795 -1.6346473832 -0.6866576948
##     [46] -1.3231340035 -0.7230018776 0.5907580459 -1.4093902315 -1.0920366101
##     [51] 0.4264399075 -0.2793501639 0.7044861063 -1.1954526819 2.1127916169
##     [56] -0.7022711224 -1.8889400825 0.8038661353 -0.9955740743 -0.1457034024
##     [61] -3.2010589070 2.2907869069 2.3631058563 -1.8690120524 -0.1095983844
##     [66] 0.0831551681 0.6640584190 -1.9528017055 -0.7237357226 -0.2694065001
##     [71] -1.8812206299 -3.5154052185 0.3431349422 -1.9815230657 0.6726428671
##     [76] 0.0405790977 -2.3174761170 0.2449207674 -1.9814980832 0.9573644274
##     [81] -3.1332795853 -1.7642097476 -0.5751840252 2.6854658041 -2.6546251364
##     [86] 0.1056948666 0.5733436989 -0.3163569724 0.8289740015 0.6943515600
##     [91] 3.7521281505 -0.8398088349 1.4725103788 0.8419539668 -2.4617474153
##     [96] -0.7684864627 -1.8753072911 -3.4326427112 -2.4680955507 -1.8621735364
##    [101] 0.7138479144 0.6134414644 0.3265843359 1.9202677807 1.7359021760
##    [106] 0.1377595157 0.1375989288 -1.7691730094 0.2557939016 -1.2850362566
##    [111] -2.4286481380 -1.1430852640 -0.0648158434 -2.9272966276 -1.4969203801
##    [116] -1.2901477280 -1.6321773157 0.9460594831 0.3569568369 -0.7921552565
##    [121] 0.9102274932 -0.5898831696 -1.3738313195 -0.5993228626 -1.5607360845
```

Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

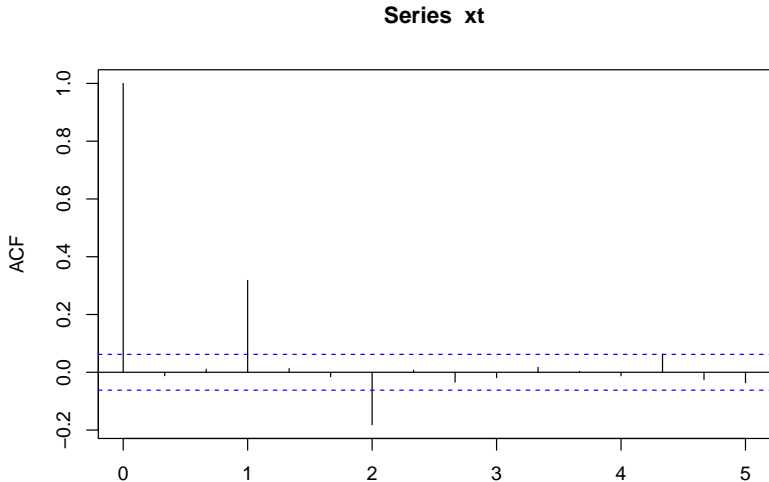
```
plot(xt)
```



Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

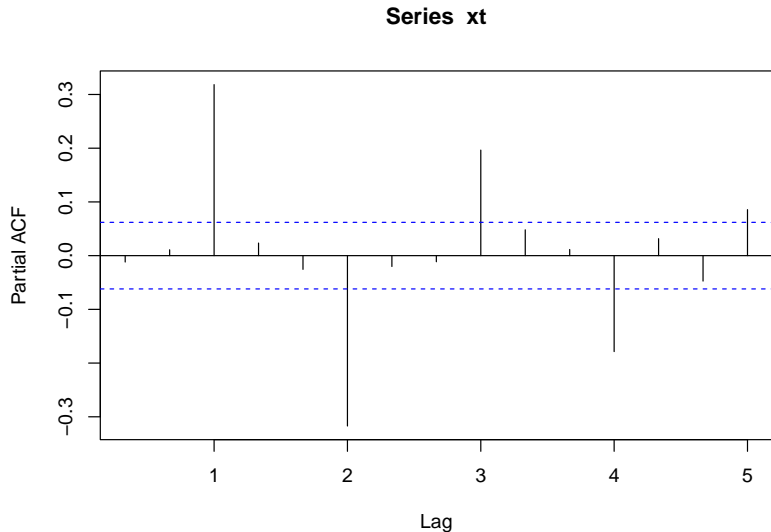
Graficamos la ACF y la PACF:

```
acf(xt, lag.max = 15)
```



Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

```
pacf(xt, lag.max = 15)
```



En los dos gráficos anteriores vemos que:

- La ACF tiene un comportamiento de corte en el lag $2 \times 3 = 6$.
- La PACF presenta un comportamiento de cola en los lags $k \times s = k \times 3$ para $k = 1, 2, 3, \dots$

Este comportamiento era de esperarse debido a que el modelo que simulamos fue $SARIMA(0, 0, 0) \times (0, 0, 2)_3$:

$$\Theta_2(B^3)X_t = w_t, \quad \text{esto es}$$

$$X_t = (1 + 0.6B^3 - 0.2B^6)w_t, \implies X_t = w_t + 0.6w_{t-3} - 0.2w_{t-6}$$

donde w_t es un ruido blanco Gaussiano con $\sigma_w = 1.5$.

Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

De hecho, podemos encontrar las ACF y PACF teóricas del modelo:

$$X_t = w_t + 0.6w_{t-3} - 0.2w_{t-6}$$

```
Theta <- c(rep(0,2),0.6,rep(0,2),-0.2)
Theta
```

```
## [1] 0.0 0.0 0.6 0.0 0.0 -0.2
```

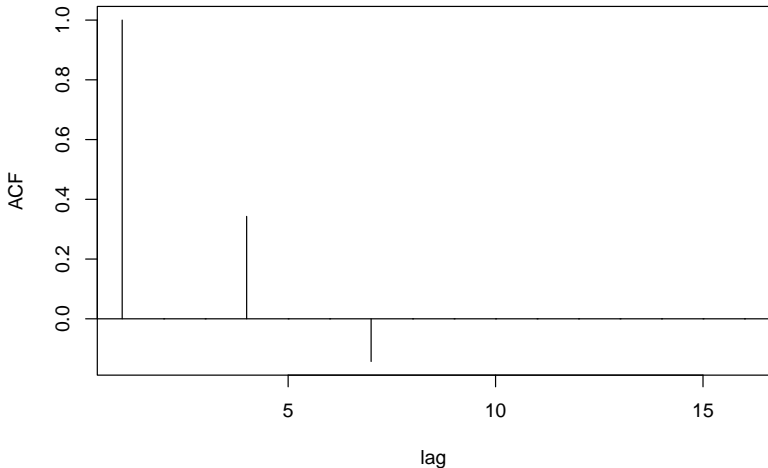
Note que, los coeficientes son cero en lags diferentes al 6 y al 12.

Los gráficos de la ACF y PACF teóricas son:

```
ACF <- ARMAacf(ma=Theta, lag.max = 15)
PACF <- ARMAacf(ma=Theta, lag.max = 15, pacf=TRUE)
```

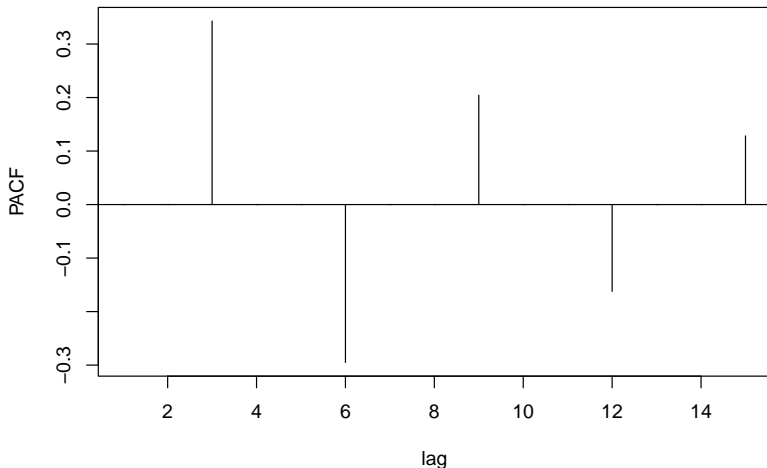
Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

```
plot(ACF, type="h", xlab="lag")  
abline(h=0)
```



Modelos SARIMA: Comportamiento de ACF y PACF

```
plot(PACF, type="h", xlab="lag")  
abline(h=0)
```



Modelos SARIMA: Ejemplo real

Considere la BD relacionada con el Empleo y Desempleo en Colombia desde 2021 reportada por el DANE y que se encuentra en el link [\(AQUÍ\)](#) (también la pueden encontrar en la carpeta de DATOS del Moodle del curso como **anexo_empleo_ago_22.xlsx**).

puntos porcentuales respecto al mismo mes de 2021 (54,9%).

Documento	Fecha de publicación	Formato	Tamaño	Acción
Boletín técnico	30/09/2022	PDF	353 KB	 Descargar
Comunicado de prensa	30/09/2022	PDF	466 KB	 Descargar
Presentación (rueda de prensa)	30/09/2022	PDF	5,80 MB	 Descargar
Presentación extendida (rueda de prensa)	30/09/2022	PDF	7,53 MB	 Descargar
Presentación empalme de series GEIH 2005-2018	30/09/2022	PDF	1,18 MB	 Descargar
Anexos	30/09/2022	XLSX	2.59 MB	 Descargar
Anexo desestacionalizado	30/09/2022	XLSX	403 KB	 Descargar
Nota técnica de empalme serie	30/09/2022	PDF	146 KB	 Descargar

Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
require(tidyverse)
require(readxl)
direccion <- "../..DATOS/anexo_empleo_ago_22.xlsx"
bd_original <- read_excel(direccion,
                          sheet = "Total nacional",
                          skip=12)
# Seleccionamos la fila 4, relacionada con la tasa
# de desempleo y las columnas 2 hasta 261:
td <- bd_original %>%
  slice(4) %>%
  select(2:ncol(bd_original)) %>%
  t() %>% as.numeric()
tasa_desemp <- data.frame(fecha=seq(as.Date("2001/1/1"),
                                   as.Date("2022/8/1"),
                                   "months"), td =td)
```


Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
tasa_desemp %>% head(4)
```

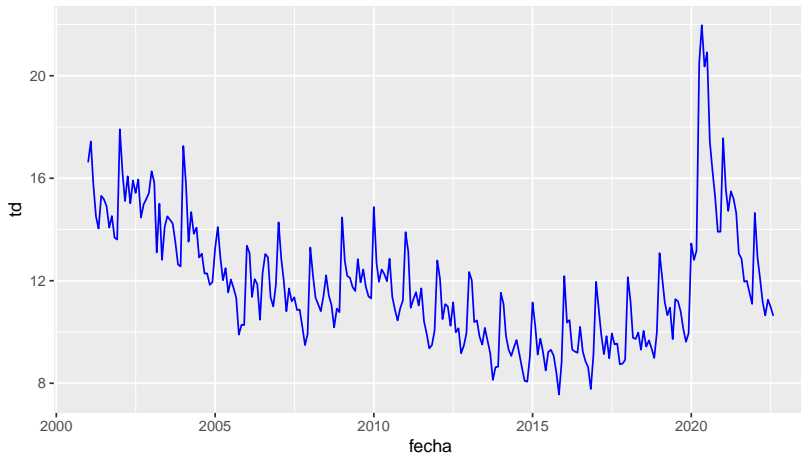
```
##           fecha      td
## 1 2001-01-01 16.6223
## 2 2001-02-01 17.4342
## 3 2001-03-01 15.8119
## 4 2001-04-01 14.5151
```

```
tasa_desemp %>% tail(4)
```

```
##           fecha      td
## 257 2022-05-01 10.64826
## 258 2022-06-01 11.26120
## 259 2022-07-01 10.98892
## 260 2022-08-01 10.63128
```

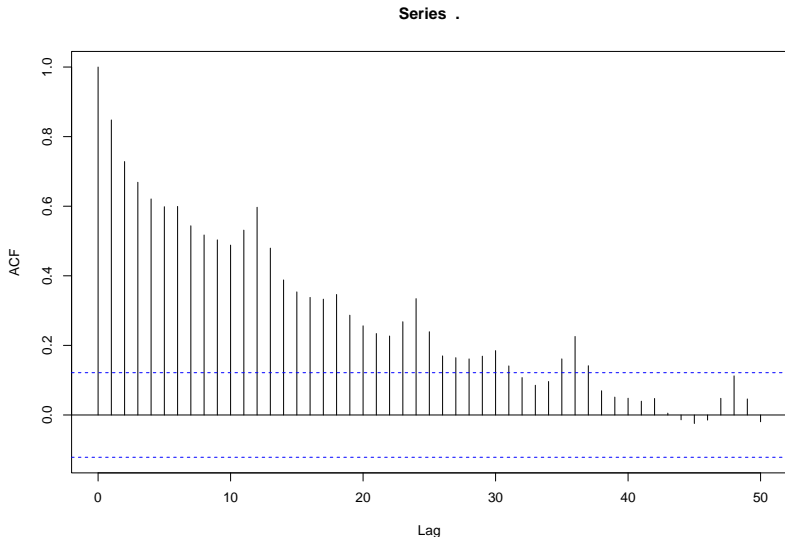
Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
tasa_desemp %>% ggplot(aes(x=fecha, y=td))+  
  geom_line(col="blue")
```



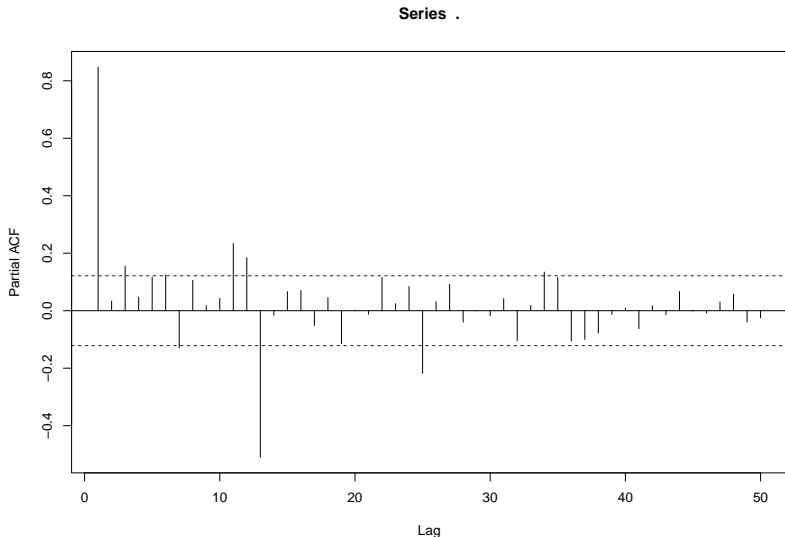
Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
tasa_desemp$td %>% acf(lag.max=50)
```



Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
tasa_desemp$td %>% pacf(lag.max=50)
```



Observando los tres gráficos anteriores, podemos considerar lo siguiente:

- El gráfico de la serie original, aparentemente muestra un comportamiento estacional y una componente de tendencia. Aplicamos la prueba de Dickey-Fuller para saber si $d \geq 1$.
- El gráfico de la ACF presenta un decaimiento lento a cero confirmando que es necesario verificar si se debe diferenciar la serie.
- El gráfico de la PACF también presenta un comportamiento periódico anual (aunque también semestral).

```
require(tseries)
adf.test(tasa_desemp$td)

##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: tasa_desemp$td
## Dickey-Fuller = -2.9161, Lag order = 6, p-value = 0.1901
## alternative hypothesis: stationary
```

El test de Dickey-Fuller evidencia que no rechazamos H_0 : La serie no es estacionaria y por tanto, aplicamos una diferencia.

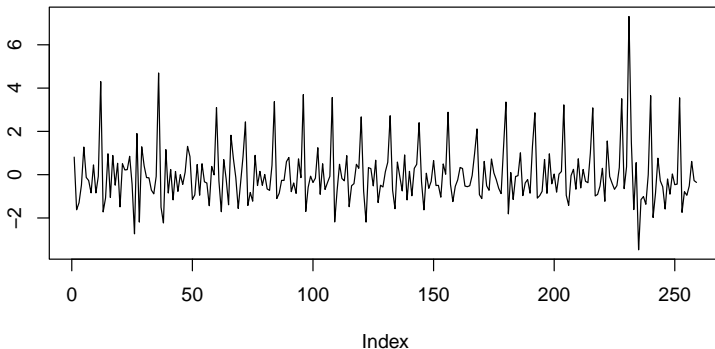
```
tasa_desemp$td %>% diff() %>% na.omit() %>% adf.test()  
  
##  
## Augmented Dickey-Fuller Test  
##  
## data: .  
## Dickey-Fuller = -7.912, Lag order = 6, p-value = 0.01  
## alternative hypothesis: stationary
```

El test de Dickey-Fuller evidencia que rechazamos H_0 : La serie no es estacionaria y por tanto, ya no es necesario tomar una segunda diferencia. Concluimos que $d = 1$.

Modelos SARIMA: Ejemplo real

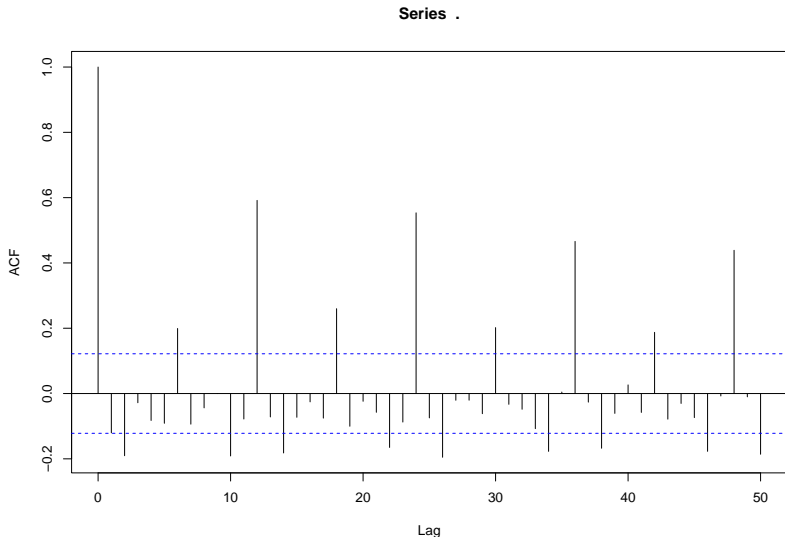
Observamos el gráfico de las diferencias:

```
tasa_desemp$td %>% diff() %>% plot(type="l")
```



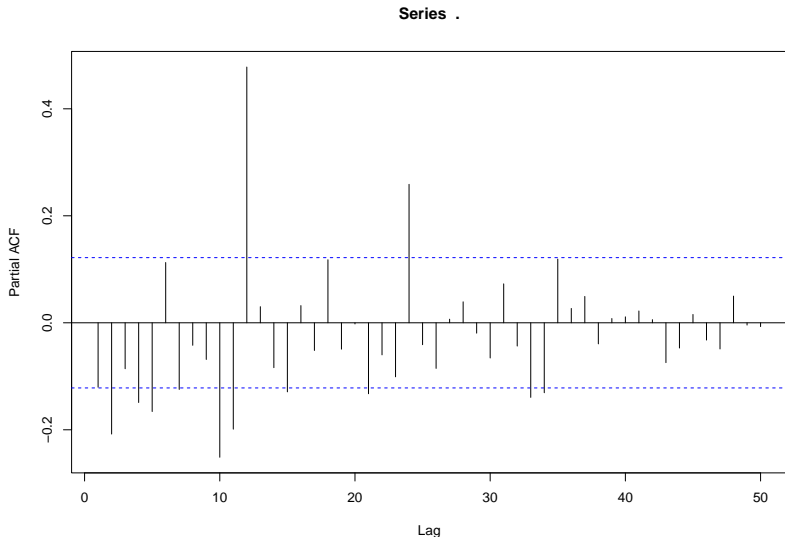
Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
tasa_desemp$td %>%diff() %>% acf(lag.max=50)
```



Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
tasa_desemp$td %>%diff() %>% pacf(lag.max=50)
```



Observando los dos gráficos anteriores, podemos considerar lo siguiente:

- La ACF evidencia un decaimiento en los lags 6, 12, 18, 24, ... es decir, semestral.
- La PACF evidencia un corte estacional en $4 \times 6 = 24$.

Según este comportamiento se sugiere ajustar un $SARIMA(0, 1, 0) \times (4, 0, 0)_6$. Sin embargo, propongamos un $SARIMA(0, 1, 0) \times (0, 0, 4)_6$ y **dejo como TAREA ajustar el primer modelo** para que compare los resultados de ambos modelos.

NOTA: Iniciamos con este modelo y luego analizamos si es necesario aplicar un modelo ARIMA.

Modelos SARIMA: Ejemplo real

Ajustamos el modelo propuesto inicial:

```
require(astsa)
modelo1 <- sarima(tasa_desemp$td, p=0, d=1, q=0, Q=4,
                  S=6, details=FALSE)
modelo1
```

Extraemos los residuales del modelo:

```
resid1 <- modelo1$fit$residuals
```

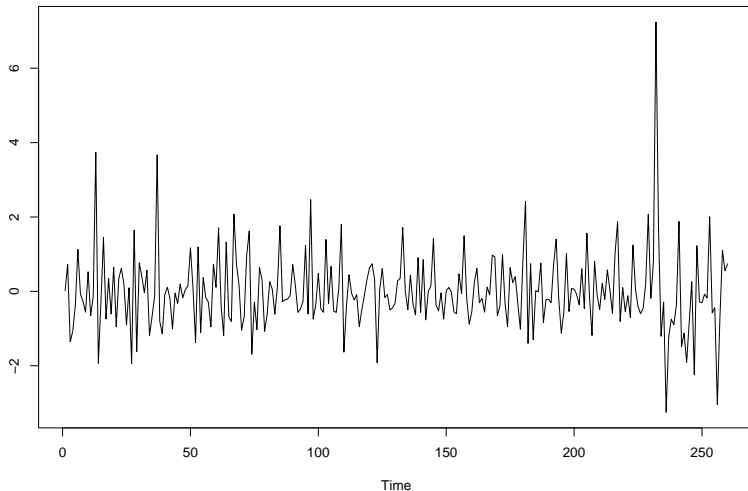
Veamos el ajuste del modelo, el ACF y el PACF de los residuales:

Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
## $fit
##
## Call:
## arima(x = xdata, order = c(p, d, q), seasonal = list(order = c(P, D, Q), period = S),
##       xreg = constant, transform.pars = trans, fixed = fixed, optim.control = list(trace = trc,
##       REPORT = 1, reltol = tol))
##
## Coefficients:
##          sma1      sma2      sma3      sma4  constant
##          0.012  0.4182  0.1338  0.4189  -0.0417
## s.e.      0.068  0.0625  0.0594  0.0615   0.1247
##
## sigma^2 estimated as 1.093:  log likelihood = -382.18,  aic = 776.37
##
## $degrees_of_freedom
## [1] 254
##
## $ttable
##           Estimate      SE t.value p.value
## sma1          0.0120 0.0680  0.1771  0.8596
## sma2          0.4182 0.0625  6.6965  0.0000
## sma3          0.1338 0.0594  2.2520  0.0252
## sma4          0.4189 0.0615  6.8145  0.0000
## constant     -0.0417 0.1247 -0.3344  0.7384
##
## $AIC
## [1] 2.997566
##
## $AICc
## [1] 2.998481
##
## $BIC
## [1] 3.079963
```

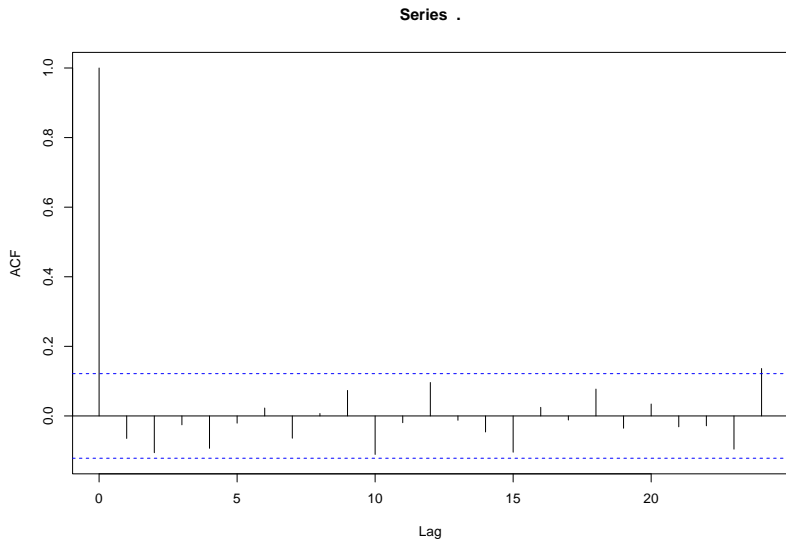
Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
resid1 %>% plot(type="l")
```



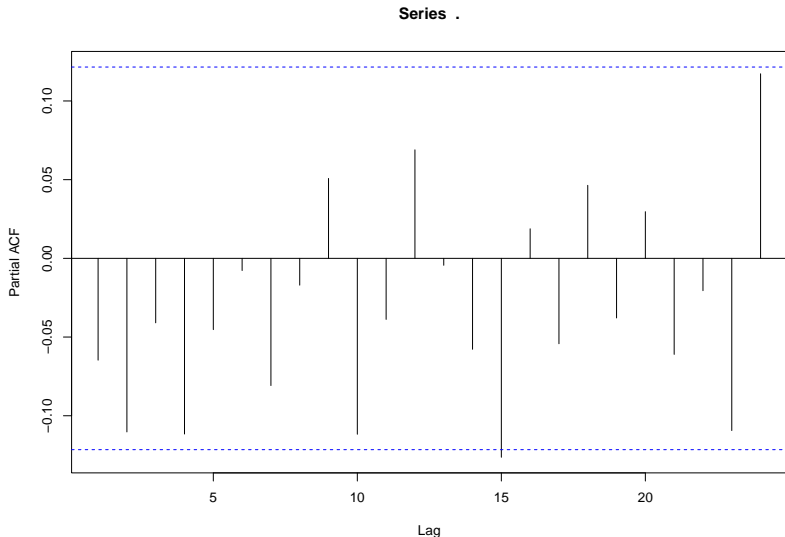
Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
resid1 %>% acf()
```



Modelos SARIMA: Ejemplo real

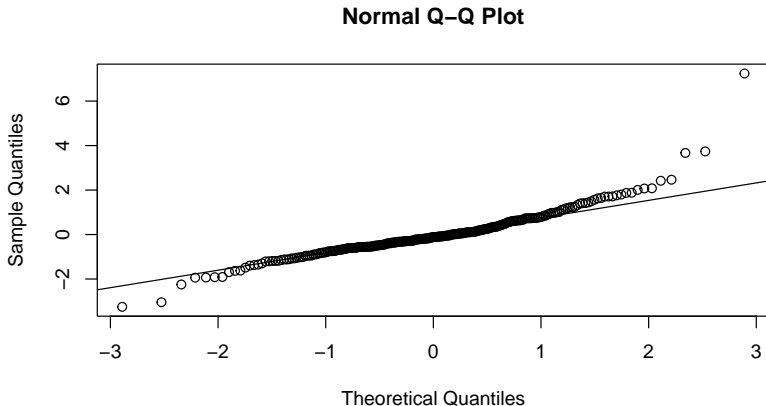
```
resid1 %>% pacf()
```



Modelos SARIMA: Ejemplo real

Para considerar la normalidad de los residuales del modelo:

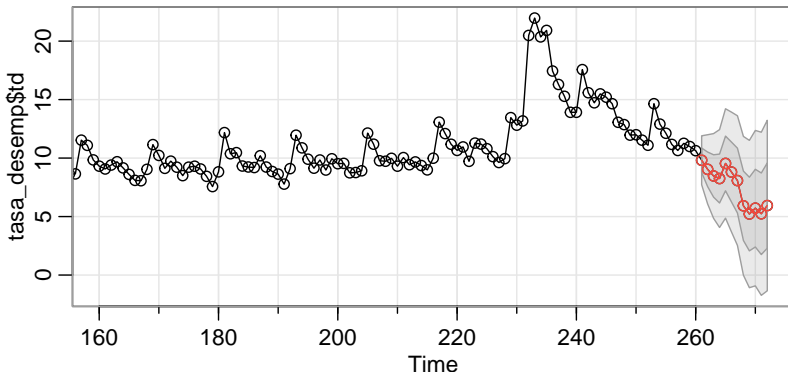
```
qqnorm(resid1)  
qqline(resid1)
```



Modelos SARIMA: Ejemplo real

Suponiendo que se cumple la normalidad gráficamente (aunque los test Jarque-Beta, Shapiro o Kolgomorov-Smirnov NO lo verifican), podemos realizar pronósticos con la función:

```
forec1 <- sarima.for(tasa_desemp$td, p=0, d=1, q=0, Q=4,  
                     S=6, details=FALSE, n.ahead = 12)
```



Modelos SARIMA: Ejemplo real

```
forec1$pred
```

```
## Time Series:  
## Start = 261  
## End = 272  
## Frequency = 1  
## [1] 9.813779 9.038479 8.470647 8.251063 9.541379 8.806684 8.074792 5.920101  
## [9] 5.216158 5.720411 5.238016 5.941439
```

```
forec1$se
```

```
## Time Series:  
## Start = 261  
## End = 272  
## Frequency = 1  
## [1] 1.045461 1.478504 1.810791 2.090921 2.337721 2.560845 2.770814 2.965956  
## [9] 3.149028 3.322026 3.486451 3.643463
```

Las bandas que aparecen en el gráfico anterior corresponden a los intervalos construidos con ± 1 y ± 2 errores estándar con respecto a la predicción.