

# Estadística Bayesiana

## Clase 15: Pruebas de hipótesis

Isabel Cristina Ramírez Guevara

Escuela de Estadística  
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín

Medellín, 19 de octubre de 2020

# Pruebas de hipótesis

Si queremos probar:

$$H_0 : \theta \in \Theta_0 \quad H_1 : \theta \in \Theta_1$$

y sea  $p(\mathbf{y}|\theta)$  la verosimilitud de  $\mathbf{y}$ , tenemos las siguientes formas del factor de Bayes:

$$B_{01} = \frac{m_0(\mathbf{y})}{m_1(\mathbf{y})} = \frac{p(\mathbf{y}|\theta_0)}{p(\mathbf{y}|\theta_1)} \quad \text{prueba simple vs. simple}$$

$$B_{01} = \frac{m_0(\mathbf{y})}{m_1(\mathbf{y})} = \frac{p(\mathbf{y}|\theta_0)}{\int_{\Theta_1} p(\mathbf{y}|\theta_1)p(\theta_1)d\theta_1} \quad \text{prueba simple vs. prueba compuesta}$$

$$B_{01} = \frac{m_0(\mathbf{y})}{m_1(\mathbf{y})} = \frac{\int_{\Theta_0} p(\mathbf{y}|\theta_0)p(\theta_0)d\theta_0}{\int_{\Theta_1} p(\mathbf{y}|\theta_1)p(\theta_1)d\theta_1} \quad \text{prueba compuesta vs. prueba compuesta}$$

# Pruebas de hipótesis

## Ejemplo

**(Prueba de sabor):** se conduce un experimento para determinar si un individuo tiene poder discriminatorio. El individuo debe identificar correctamente cuál de las dos marcas de un producto ha recibido. Si  $\theta$  denota la probabilidad de que seleccione la marca correcta en el  $i$ -ésimo ensayo, entonces la variable Bernoulli  $x_i$  denota el resultado del experimento, tomando el valor 1 si acierta y 0 si falla. Suponga que en los primeros seis ensayos los resultados son: 1,1,1,1,1 y 0. El problema es verificar

$$H_0 : \theta = 1/2 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \theta > 1/2$$

Suponga que  $\theta \sim U(0,1)$ .

# Pruebas de hipótesis

## Ejemplo

*Se quiere hacer inferencia sobre  $\lambda$ : el número promedio de goles que hace el visitante. Se tienen las siguiente hipótesis:*

$$H_0 : \lambda = 1 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \lambda = 2$$

*Se asume una verosimilitud Poisson y se tiene las probabilidades a priori:  $p(H_0) = 0.7$  y  $p(H_1) = 0.3$ . Se toma una muestra aleatoria de 7 partidos y se encuentra que el visitante anoto: 3, 1, 0, 1, 0, 0 y 1 goles. ¿Qué se puede concluir?*

# Pruebas de hipótesis

## Ejemplo

*Se quiere hacer inferencia sobre el número promedio de goles del equipo local. Se desea probar las siguientes hipótesis:*

$$H_0 : \lambda \leq 1 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \lambda > 1$$

*Los datos de los goles de los equipos locales de las primeras cuatro fechas del campeonato 2002-I en el primer tiempo son:*

Número de goles	0	1	2	3
frecuencia	19	13	3	1

*Suponga que  $p(H_0) = 0.4$  y  $p(H_1) = 0.6$ , bajo hipótesis nula se selecciona  $\lambda_0 \sim \text{Beta}(1,1)$  y bajo  $H_1$  tenemos  $\lambda_1 \sim \text{Normal truncada}(1.5,1)$ . ¿Qué se puede concluir?*