6.4. Problema

Un gran almacén realizó un experimento para investigar los efectos de los gastos por publicidad sobre las ventas semanales de sus secciones de ropa para caballeros (A), para niños (B) y para damas (C). Se seleccionaron al azar 5 semanas para observación en cada sección, y un presupuesto para publicidad (X, en cientos de dólares) se asignó a cada una de las secciones. Las ventas semanales (Y, en miles de dólares), los gastos de publicidad

Y: Respuesta y en este caso son → las ventas semanales

X_1: Predictora cuantitativa y para → el ejemplo es el presupuesto para publicidad

X_2: Predictora cualitativa con c categorías es ~~la~~ la sección de ropa con $c = 3$

Respuesta media $(c=3)$

Caso 1: El efecto promedio de X_1 sobre la respuesta Y cambia según la categoría en que X_2 es observada, postulamos el modelo, vamos como referencia la categoría 3

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 I_{i1} + \beta_3 I_{i2} + \beta_{1,1} X_{i1} I_{i1} +$$

$$\rightarrow \beta_{1,2} X_{i1} I_{i2} + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

Miremos que esta ecuación define 3 rectas de regresión simple de Y vs. X_1

- Si $I_1 = 1$ entonces $I_2 = 0$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 + \beta_{1,1} X_1 + \varepsilon_i$$

$$= (\beta_0 + \beta_2) + (\beta_1 + \beta_{1,1}) X_1 + \varepsilon_i$$

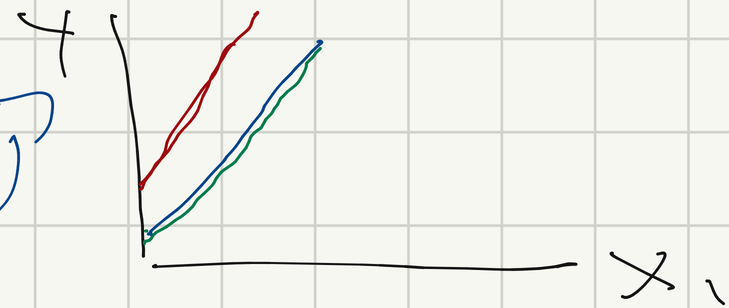
- Si $I_2 = 1$ entonces $I_1 = 0$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_3 + \beta_{1,2} X_1 + \varepsilon_i$$

$$Y = (\beta_0 + \beta_3) + (\beta_1 + \beta_{1,2}) X_1 + \varepsilon_i$$

- Si $I_3=1$ entonces $I_1=I_2=0$

$$Y=\beta_0+\beta_1X_1+\varepsilon_i$$



Caso 2: El efecto promedio de X_1 sobre la respuesta Y es el mismo en todas las categorías de X_2 pero la media general de Y no es igual en al menos dos categorías. El modelo considerado. Continuamos con $c=3$, dejamos como referencia la 3

$$\boxed{Y_i=\beta_0+\beta_1X_{i1}+\beta_2I_{i1}+\beta_3I_{i2}+\varepsilon_i \qquad \varepsilon_i\sim N(0,\sigma^2)}$$

- Si $I_1=1$ entonces $I_2=0$

$$Y=\beta_0+\beta_1X_1+\beta_2+\varepsilon_i$$
$$=(\beta_0+\beta_2)+\beta_1X_1+\varepsilon_i$$

- Si $I_2=1$ entonces $I_1=0$

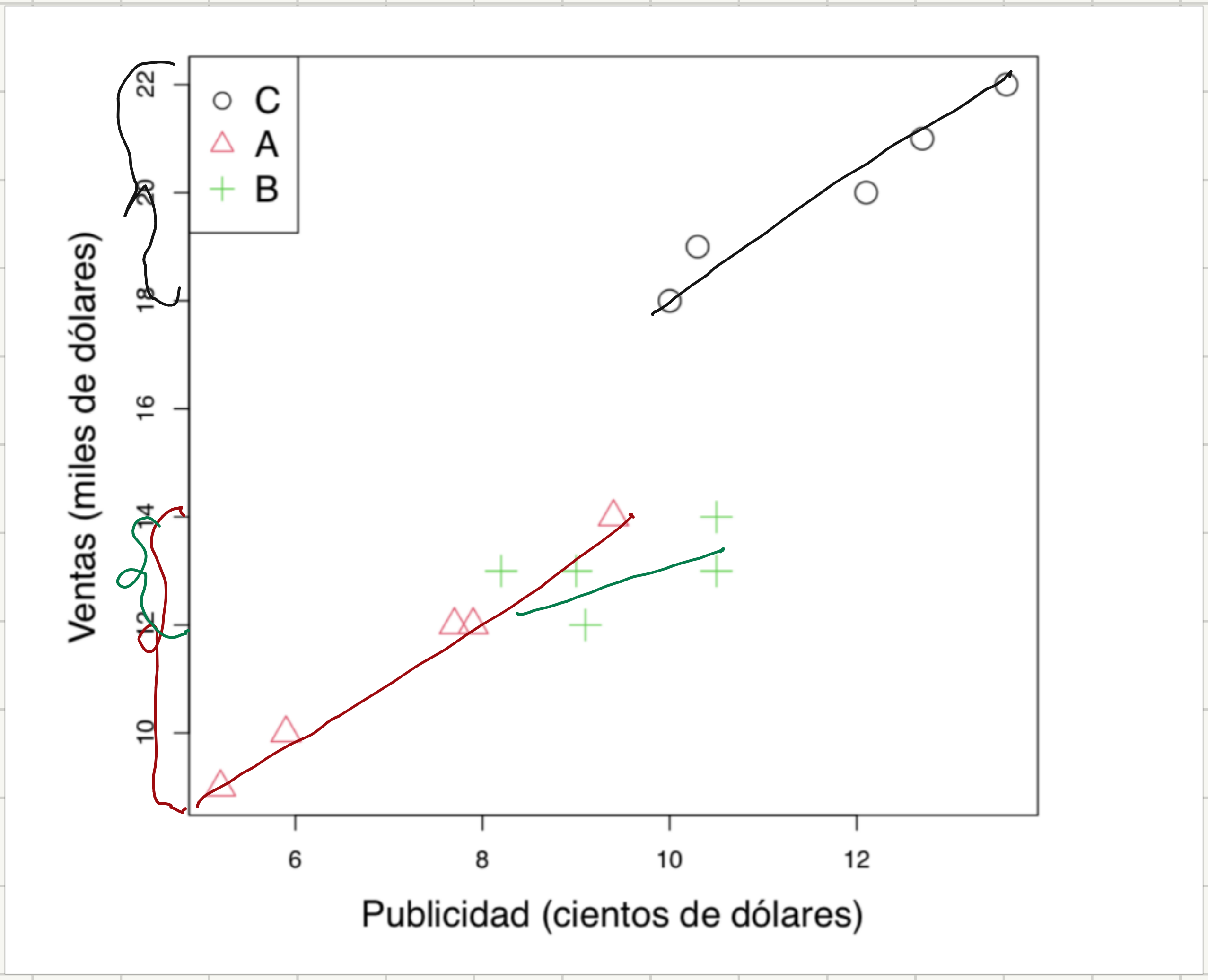
$$Y=\beta_0+\beta_1X_1+\beta_3+\varepsilon_i$$
$$=(\beta_0+\beta_3)+\beta_1X_1+\varepsilon_i$$

- Si $I_1=I_2=0$ $\quad Y=\beta_0+\beta_1X_1+\varepsilon_i$

6.4. Problema

Un gran almacén realizó un experimento para investigar los efectos de los gastos por publicidad sobre las ventas semanales de sus secciones de ropa para caballeros (A), para niños (B) y para damas (C). Se seleccionaron al azar 5 semanas para observación en cada sección, y un presupuesto para publicidad (X, en cientos de dólares) se asignó a cada una de las secciones. Las ventas semanales (Y, en miles de dólares), los gastos de publicidad en cada uno de las tres secciones en cada una de las cinco semanas del estudio se listan en la Tabla 6.1.

1. Analice en el gráfico de dispersión la relación entre las ventas y los gastos de publicidad según las secciones y globalmente.



A: Caballeros
B: niños
C: damas

2. Tomando como nivel de referencia la Sección C, postule y ajuste un modelo de regresión para estudiar los efectos que las secciones del almacén puedan tener sobre la relación de las ventas versus los gastos de publicidad. Halle las ecuaciones de las rectas ajustadas que relacionan las ventas con la publicidad en cada sección. Tomando como indicadoras de las secciones A, y B, a I_1 e I_2, respectivamente.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 I_{i1} + \beta_3 I_{i2} + \beta_{1,1} X_i I_{i1} + \beta_{1,2} X_i I_{i2} + E_i,\ E_i \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$$

Tabla 6.2: Tabla de parámetros estimados, según modelo general tomando como referencia la Sección C

Parámetro	Estimación	Error Estándar	T_0	$P(\lvert t_9\rvert > \lvert T_0\rvert)$	L.I(2.5 %)	L.S(97.5 %)
β_0	8.2747	1.7957	4.6081	0.0013	4.2125	12.3368
β_1 (Publicidad)	0.9988	0.1519	6.5751	0.0001	0.6551	1.3424
β_2 (Secc. A)	-5.2429	2.0724	-2.5299	0.0322	-9.9310	-0.5548
β_3 (Secc. B)	1.4888	2.8494	0.5225	0.6139	-4.9570	7.9346
$\beta_{1,1}$ (Publicidad*Secc. A)	0.1603	0.2068	0.7752	0.4581	-0.3075	0.6280
$\beta_{1,2}$ (Publicidad*Secc. B)	-0.6566	0.2780	-2.3621	0.0425	-1.2854	-0.0278

• Recta ajustada para sección A $I_1 = 1, I_2 = 0$

$\hat{y}_i = 8.2747 + 0.9988 X_{1i} - 5.2429 + 0.1603 X_{1i}$

$= (8.2747 - 5.2429) + (0.9988 + 0.1603) X_{1i}$

• Recta ajustada para sección B $I_1 = 0, I_2 = 1$

$\hat{y}_i = 8.2747 + 0.9988 X_{1i} + 1.4888 - 0.6566 X_{1i}$

$= (8.2747 + 1.4888) + (0.9988 - 0.6566) X_{1i}$

• Recta ajustada para sección C, $I_1 = 0$ e $I_2 = 0$

$\hat{y}_i = 8.2747 + 0.9988 X_{1i}$

Se ajustó el modelo teniendo como sección de referencia la A y se llegó al siguiente modelo ajustado

$$\hat{y}_i = 3.0318 + 1.1590 X_{1i} + 6.7317 I_{1i} + 5.2429 I_{2i} - 0.8169 X_{1i} I_{1i} - 0.1603 X_{1i} I_{2i}$$

$I_1 \rightarrow$ sección B

$I_2 \rightarrow$ sección C

Realice el ajuste para cada sección