Capítulo 1

1. Sea X_1, X_2, X_3 una muestra aleatoria de una distribución uniforme en el intervalo $[0,1]$. Defina la variable aleatoria $Z = X_{(3)} - X_{(1)}$. Calcule $P\left(Z < \frac{1}{3}\right)$.
2. Sea $X_1, X_2, \cdots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución uniforme en el intervalo $[0,1]$. Encuentre la distribución condicional de $X_{(j)}$ dado $X_{(i)}$ con $i < j$.
3. La duración X de cierto tipo de componente (en horas), es una variable aleatoria con p.d.f dada por $f(x) = \frac{1}{100}\exp\left(-\frac{x}{100}\right)$, $x > 0$. Un sistema está conformado por dos de estos componentes, los cuales funcionan de manera independiente.
   a) Si los componentes funcionan en serie, calcule la probabilidad de que la duración del sistema sea superior a 100 horas.
   b) Si los componentes funcionan en paralelo, calcule la probabilidad de que la duración del sistema sea superior a 100 horas.
4. Sea $X_1, X_2, \cdots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución uniforme en el intervalo $[0,1]$. Encuentre $P\left(X_{(1)} \le 0.6\right)$.
5. Sea $X_1, X_2, \cdots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución uniforme en el intervalo $[0,1]$. Encuentre la p.d.f de $R = X_{(n)} - X_{(1)}$.
6. Sea X_1, X_2, X_3 una muestra aleatoria de una p.d.f. $f(x)$, con soporte $S = [a, b]$. Suponga que la c.d.f de esta muestra es $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Calcule $P\left(X_{(2)} < m\right)$, donde m es tal que $F(m) = \frac{1}{2}$.