

# Sobre Normalidad Multivariada

Evaluación, Generación, Gráficos, etc.

Para: Estudiantes de IAM

2021-04-06

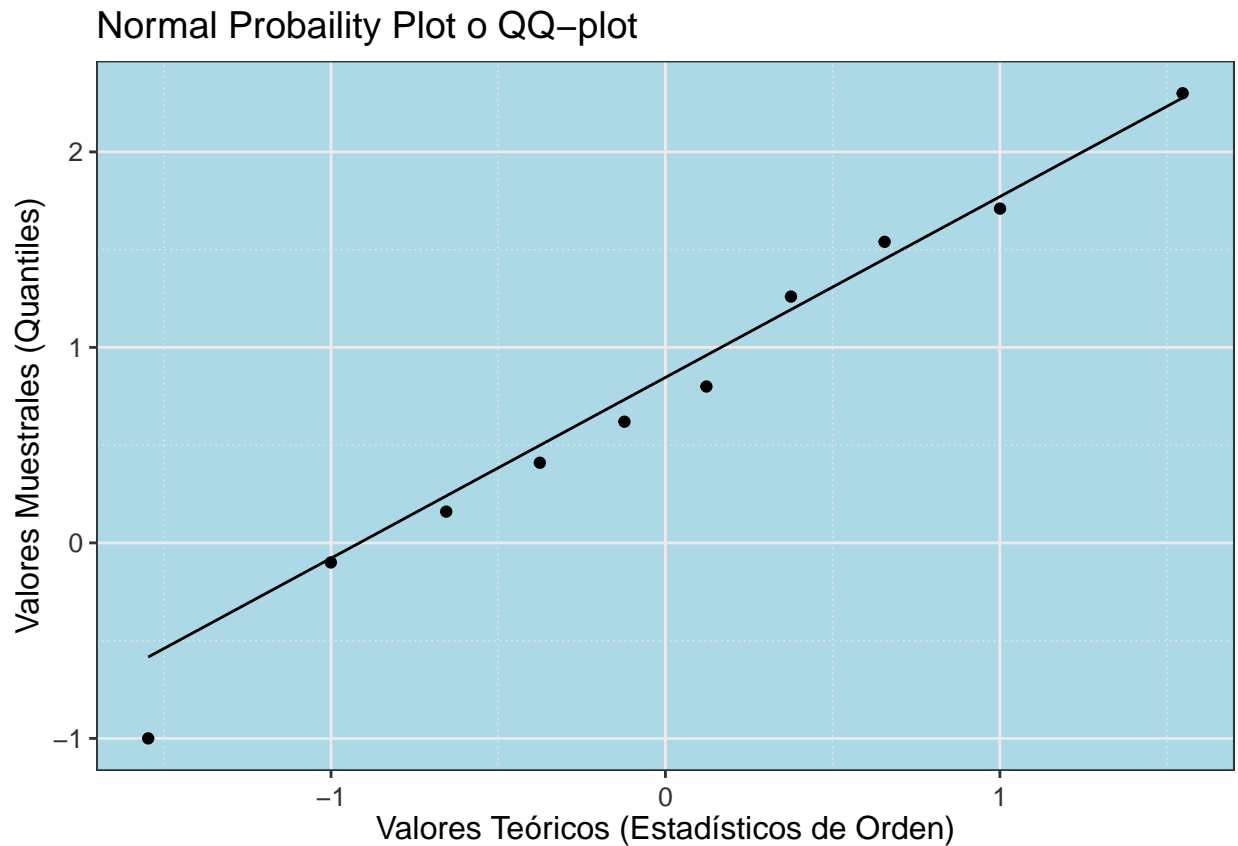
## Prueba de Normalidad Univariada del Coeficiente de Correlación, Ejemplo de notas de Clase

Prueba de Normalidad Univariada mediante la Prueba del Coeficiente de Correlación.

En la tabla 1, están los datos de un ejemplo visto en clase.

Tabla 1: Datos

|    |      |      |      |      |     |      |      |      |     |
|----|------|------|------|------|-----|------|------|------|-----|
| -1 | -0.1 | 0.16 | 0.41 | 0.62 | 0.8 | 1.26 | 1.54 | 1.71 | 2.3 |
|----|------|------|------|------|-----|------|------|------|-----|



Resultados de la prueba de normalidad univariada vía la PH del coeficiente de Correlación:

#### Probability Plot Correlation Coefficient Test

data: ejemplo ppcc = 0.99387, n = 10, p-value = 0.9902 alternative hypothesis: ejemplo differs from a Normal distribution

### Ejemplo de Notas de Clases (Manual)

Prueba del coeficiente de correlación realizada de manera manual.

El Coeficiente de Correlación es  $r=0.9943596$

El Valor tabulado en la tabla es:  $T_{tabla} = R(n, \alpha) = R(10, 0.05) = 0.9351$  luego, Como  $r > T$ -tabulado, luego no se rechaza  $H_0$  : Los datos son Normales Univariados

### TRANSFORMACIONES DE POTENCIA INDIVIDUALES (Box-Cox)

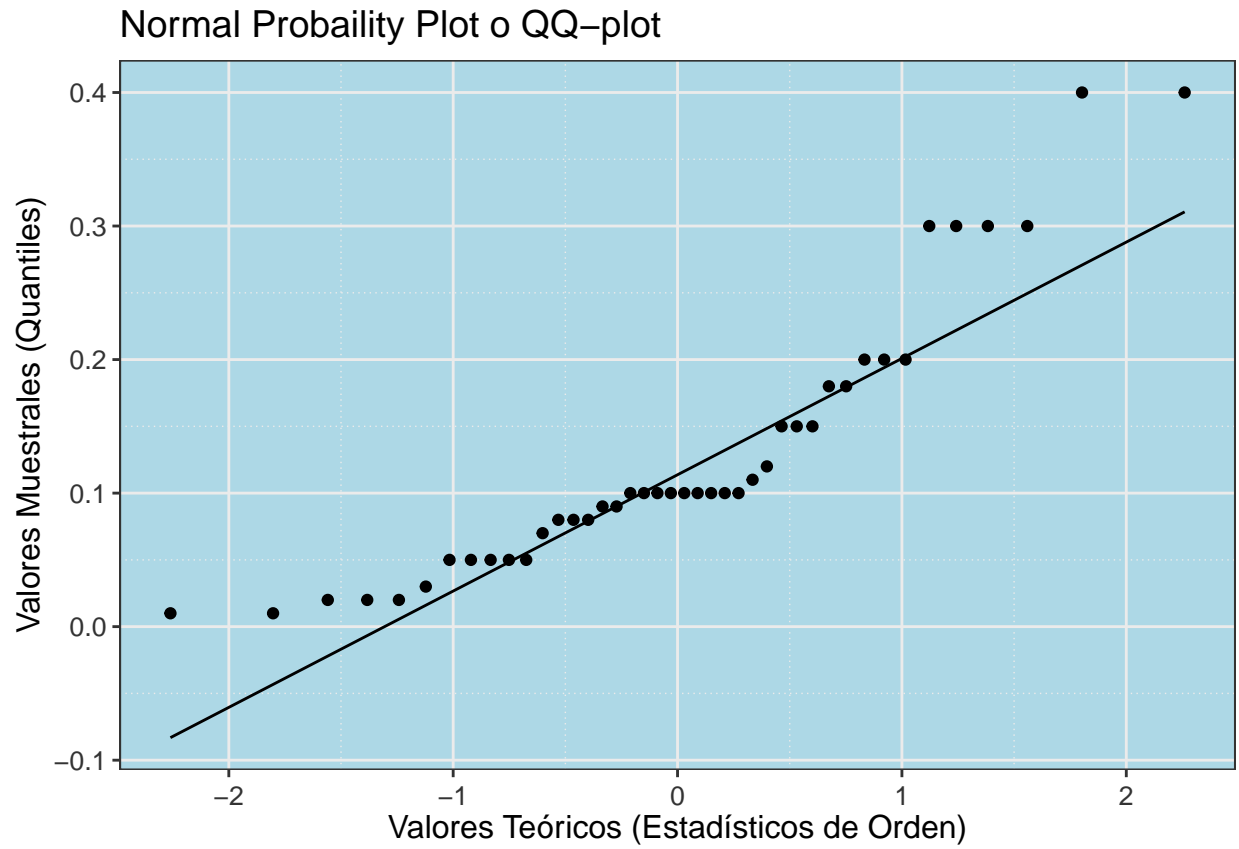
Ahora se realizan transformaciones de Box-Cox para acercar los datos a la normalidad univariada.

Primero se tiene la prueba de Shapiro Wilk para Normalidad Univariada para los datos crudos.

En la tabla 2, están los datos de un segundo ejemplo visto en clase.

Tabla 2: Datos

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 0.15 | 0.07 | 0.10 | 0.10 | 0.30 |
| 0.09 | 0.02 | 0.05 | 0.20 | 0.05 |
| 0.18 | 0.01 | 0.03 | 0.11 | 0.30 |
| 0.10 | 0.10 | 0.05 | 0.30 | 0.05 |
| 0.05 | 0.10 | 0.15 | 0.02 | 0.30 |
| 0.12 | 0.10 | 0.10 | 0.20 | 0.05 |
| 0.08 | 0.02 | 0.15 | 0.20 | 0.30 |
| 0.05 | 0.10 | 0.09 | 0.30 | 0.05 |
| 0.08 | 0.01 | 0.08 | 0.30 | 0.30 |
| 0.10 | 0.40 | 0.18 | 0.40 | 0.05 |

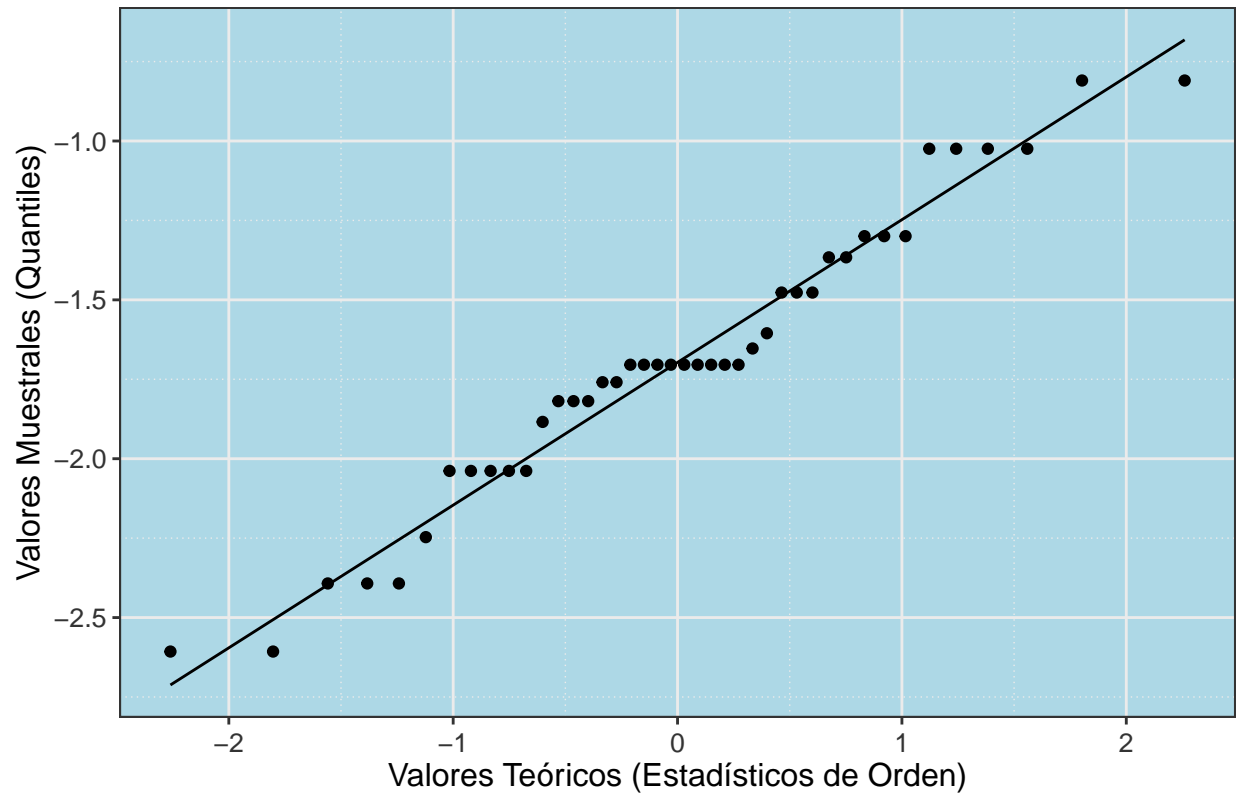


Shapiro-Wilk normality test

data: x[, 1] W = 0.85793, p-value = 9.902e-05

Ahora se tiene la prueba de Shapiro Wilk para Normalidad Univariada para los datos transformados.

Normal Probability Plot o QQ-plot



Shapiro-Wilk normality test

data: xt[, 1] W = 0.96519, p-value = 0.2257

## Cálculo del coeficiente de asimetría de Fisher y el coeficiente de Kurtosis para un conjunto de datos-univariado

Tabla 3: Datos Normales Univariados Generados

|            |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0.0836325  | 0.5487834  | 0.6423876  | 0.8294203  | -0.8811785 |
| 0.4410065  | 1.2056960  | -0.6697220 | 0.6689003  | 0.1120762  |
| 0.0803371  | 0.4363650  | 0.0319504  | -1.2480960 | -0.6586225 |
| -0.2911459 | 0.9449975  | -0.1133443 | -0.1426866 | 0.0276856  |
| 0.1207408  | -0.1470738 | 1.2949744  | 0.7510650  | 1.1413309  |
| 0.7947157  | -1.6066513 | -0.1839536 | -1.1944635 | -0.2230719 |
| 0.1391854  | -0.7772863 | -1.2232062 | -0.9499444 | 1.2376793  |
| 1.5396700  | 1.8069851  | -1.3582475 | -0.5349300 | -1.0276010 |
| 0.5320363  | -0.7646701 | -0.6739721 | 1.1738375  | 0.0249950  |
| -0.9801376 | 1.2863604  | -0.3219088 | 1.0494364  | -0.7755493 |
| -1.4999641 | 0.9882556  | -1.5025817 | 0.0951810  | 1.1223061  |
| -0.8431066 | -1.7044359 | 0.4634107  | 0.3464936  | -0.4544363 |
| -1.1921148 | 0.5279541  | 0.4412060  | 0.3245776  | 1.2644989  |
| 0.3347165  | 0.4808874  | 0.1069668  | 2.0026733  | -1.0867275 |
| 0.3527966  | -0.2740565 | -0.3783730 | 0.2218035  | -1.1735483 |
| 2.0335552  | -0.4755359 | -0.6961383 | -0.0586670 | 0.8524958  |
| 0.3350160  | -0.2755391 | -2.1477180 | 0.2857717  | 0.2449378  |
| 0.2445010  | 1.3779389  | 0.1344326  | -0.1211018 | 1.6545608  |
| 2.1934106  | 2.6339265  | 0.4425881  | -1.1826515 | 1.2226567  |
| -0.0175913 | 0.5887241  | -0.7600120 | -2.0140733 | 0.2237705  |

El coeficiente de Asimetría para el conjunto de datos Univariado Generados es: [1] 0.08161626

El coeficiente de Kurtosis para el conjunto de datos Univariado Generados es: [1] 2.699508

### Test Para Normalidad Univariada basado en el Coeficiente de Asimetría.

Ahora se tiene una PH de Normalidad Univariada basada en el Coeficiente de asimetría, cuyo estadístico de prueba es:

$$Z = \sqrt{n/6} * A \sim N(0, 1), \text{ donde: } A - \text{Coeficiente de Asimetría.}$$

El estadístico de prueba es: [1] 0.3332

El Valor-p de la prueba de Asimetria Normal Univariada es: [1] 0.739

### Test Para Normalidad Univariada basado en el Coeficiente de Kurtosis.

Ahora se tiene una PH de Normalidad Univariada basada en el Coeficiente de Kurtosis, cuyo estadístico de prueba es:

$$Z = \sqrt{n/24} * (K - 3) \sim N(0, 1), \text{ donde: } K - \text{Coeficiente de Kurtosis.}$$

El estadístico de prueba es: [1] -0.6134

El Valor-p de la prueba de Kurtosis Normal Univariada es: [1] 0.5396

## Pruebas de Normalidad Multivariada

Se utiliza la función *mvn* del paquete **MVN** para realizar pruebas de Normalidad Multivariada y Univariada con distintas opciones de visualización.

En la tabla 14, se encuentra el encabezado del conjunto de datos seleccionado.

Tabla 4: Encabezado de Datos

|    | V1 | V2  | V3 | V4 | V5 | V6 | V7 |
|----|----|-----|----|----|----|----|----|
| 1  | 8  | 98  | 7  | 2  | 12 | 8  | 2  |
| 2  | 7  | 107 | 4  | 3  | 9  | 5  | 3  |
| 3  | 7  | 103 | 4  | 3  | 5  | 6  | 3  |
| 4  | 10 | 88  | 5  | 2  | 8  | 15 | 4  |
| 5  | 6  | 91  | 4  | 2  | 8  | 10 | 3  |
| 6  | 8  | 90  | 5  | 2  | 12 | 12 | 4  |
| 7  | 9  | 84  | 7  | 4  | 12 | 15 | 5  |
| 8  | 5  | 72  | 6  | 4  | 21 | 14 | 4  |
| 9  | 7  | 82  | 5  | 1  | 11 | 11 | 3  |
| 10 | 8  | 64  | 5  | 2  | 13 | 9  | 4  |
| 11 | 6  | 71  | 5  | 4  | 10 | 3  | 3  |
| 12 | 6  | 91  | 4  | 2  | 12 | 7  | 3  |
| 13 | 7  | 72  | 7  | 4  | 18 | 10 | 3  |
| 14 | 10 | 70  | 4  | 2  | 11 | 7  | 3  |
| 15 | 10 | 72  | 4  | 1  | 8  | 10 | 3  |
| 16 | 9  | 77  | 4  | 1  | 9  | 10 | 3  |
| 17 | 8  | 76  | 4  | 1  | 7  | 7  | 3  |
| 18 | 8  | 71  | 5  | 3  | 16 | 4  | 4  |
| 19 | 9  | 67  | 4  | 2  | 13 | 2  | 3  |
| 20 | 9  | 69  | 3  | 3  | 9  | 5  | 3  |
| 21 | 10 | 62  | 5  | 3  | 14 | 4  | 4  |
| 22 | 9  | 88  | 4  | 2  | 7  | 6  | 3  |
| 23 | 8  | 80  | 4  | 2  | 13 | 11 | 4  |
| 24 | 5  | 30  | 3  | 3  | 5  | 2  | 3  |
| 25 | 6  | 83  | 5  | 1  | 10 | 23 | 4  |
| 26 | 8  | 84  | 3  | 2  | 7  | 6  | 3  |
| 27 | 6  | 78  | 4  | 2  | 11 | 11 | 3  |
| 28 | 8  | 79  | 2  | 1  | 7  | 10 | 3  |
| 29 | 6  | 62  | 4  | 3  | 9  | 8  | 3  |
| 30 | 10 | 37  | 3  | 1  | 7  | 2  | 3  |
| 31 | 8  | 71  | 4  | 1  | 10 | 7  | 3  |
| 32 | 7  | 52  | 4  | 1  | 12 | 8  | 4  |
| 33 | 5  | 48  | 6  | 5  | 8  | 4  | 3  |
| 34 | 6  | 75  | 4  | 1  | 10 | 24 | 3  |
| 35 | 10 | 35  | 4  | 1  | 6  | 9  | 2  |
| 36 | 8  | 85  | 4  | 1  | 9  | 10 | 2  |
| 37 | 5  | 86  | 3  | 1  | 6  | 12 | 2  |
| 38 | 5  | 86  | 7  | 2  | 13 | 18 | 2  |
| 39 | 7  | 79  | 7  | 4  | 9  | 25 | 3  |
| 40 | 7  | 79  | 5  | 2  | 8  | 6  | 2  |
| 41 | 6  | 68  | 6  | 2  | 11 | 14 | 3  |
| 42 | 8  | 40  | 4  | 3  | 6  | 5  | 2  |

En la tabla 5, se tienen las salidas básicas de la función *mvn*. La prueba multivariada usada es la de Mardia. Favor ver la ayuda del R para esta función y explorar los distintos argumentos de la misma.

Tabla 5: Salidas Básicas de PH-NM

| Test            |  | Statistic        |  | p value              |  | Result |  |
|-----------------|--|------------------|--|----------------------|--|--------|--|
| Mardia Skewness |  | 20.8643968397274 |  | 0.000336886451736554 |  | NO     |  |
| Mardia Kurtosis |  | 1.51113770487766 |  | 0.130753369968473    |  | YES    |  |
| MVN             |  | NA               |  | NA                   |  | NO     |  |

| Test         |  | Variable | Statistic | p value | Normality |
|--------------|--|----------|-----------|---------|-----------|
| Shapiro-Wilk |  | V2       | 0.9388    | 0.026   | NO        |
| Shapiro-Wilk |  | V5       | 0.9300    | 0.013   | NO        |

|    | n  | Mean     | Std.Dev   | Median | Min | Max | 25th  | 75th  | Skew       | Kurtosis  |
|----|----|----------|-----------|--------|-----|-----|-------|-------|------------|-----------|
| V2 | 42 | 73.85714 | 17.335388 | 76.5   | 30  | 107 | 68.25 | 84.75 | -0.7332377 | 0.3090125 |
| V5 | 42 | 10.04762 | 3.370984  | 9.5    | 5   | 21  | 8.00  | 12.00 | 0.9854394  | 1.2219732 |

En la tabla 6, se tienen las salidas de la función *mvn* para la prueba normal multivariada usada, en este caso la prueba de Mardia. Favor ver la ayuda del R para esta función y explorar los distintos argumentos de la misma.

Tabla 6: Prueba de Normalidad Multivariada

|   | Prueba          | Valor Estadística | Valor-p              | Resultado |
|---|-----------------|-------------------|----------------------|-----------|
| 1 | Mardia Skewness | 20.8643968397274  | 0.000336886451736554 | NO        |
| 2 | Mardia Kurtosis | 1.51113770487766  | 0.130753369968473    | YES       |
| 3 | MVN             | NA                | NA                   | NO        |

En la tabla 7, se tienen las salidas de la función *mvn* para las pruebas normal univariada usada, en este caso la prueba de Shapiro-Wilk. Favor ver la ayuda del R para esta función y explorar los distintos argumentos de la misma.

Tabla 7: Prueba de Normalidad Univariada

|   | Prueba       | Variables | Valor Estadística | Valor-p | Resultado |
|---|--------------|-----------|-------------------|---------|-----------|
| 1 | Shapiro-Wilk | V2        | 0.9388            | 0.026   | NO        |
| 2 | Shapiro-Wilk | V5        | 0.9300            | 0.013   | NO        |

En la tabla 8, se tiene un resumen descriptivo de las variables del conjunto de datos p-variado usado, en este caso el conjunto de datos consta de dos variables. Favor ver la ayuda del R para esta función y explorar los distintos argumentos de la misma.

Tabla 8: Resumen Descriptivo

|    | n  | Media  | DesvEst | Mediana | Min | Máx | Per.25 | Per.75 | Asimetría | Kurtosis |
|----|----|--------|---------|---------|-----|-----|--------|--------|-----------|----------|
| V2 | 42 | 73.857 | 17.335  | 76.5    | 30  | 107 | 68.25  | 84.75  | -0.733    | 0.309    |
| V5 | 42 | 10.048 | 3.371   | 9.5     | 5   | 21  | 8.00   | 12.00  | 0.985     | 1.222    |

## Coeficientes de Asimetría y Kurtosis Multivariado-Distancia de Mahalanobis

Los coeficientes de Asimetría y Kurtosis **UNIVARIADOS** son respectivamente: -0.7332377 y 0.3090125 para la variable  $V_2$  y 0.9854394 y 1.2219732 para la variable  $V_5$ .

En la tabla 9, se tienen las distnacias de Mahalanobis (al cuadrado) de cada Observación al vector de medias de los datos.

Tabla 9: Distancias de Mahalanobis a la media

|         |        |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|--------|
| 2.1683  | 0.0279 | 2.1058 | 0.0279 | 0.2243 |
| 4.0383  | 1.2260 | 1.7170 | 2.1744 | 4.8939 |
| 5.8674  | 5.8510 | 0.8522 | 2.4754 | 0.2243 |
| 1.1933  | 0.1494 | 8.0632 | 0.0049 | 4.8939 |
| 1.5428  | 0.3794 | 0.2908 | 6.0668 | 0.2243 |
| 1.1190  | 0.1479 | 1.3312 | 0.5773 | 4.8939 |
| 0.6223  | 0.8914 | 0.1259 | 2.2085 | 0.2243 |
| 11.0559 | 3.3355 | 1.0045 | 1.1584 | 4.8939 |
| 0.2801  | 1.0422 | 0.5349 | 0.2138 | 0.2243 |
| 1.2518  | 0.1609 | 5.0802 | 0.5178 | 4.8939 |

luego, en este caso el Coeficiente de Asimetría Multivariado es  $A_m=2.9806281$ .

**El Coeficiente de Asimetría Multivariado esta dado por:**

$$A_m = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij}^3$$

$$\text{donde: } r_{ij} = (\underline{X}_i - \bar{X})^T \mathbf{S}^{-1} (\underline{X}_j - \bar{X}).$$

Para  $i = j$  se tienen las distancias de Mahalanobis de cada observación al vector de medias, es decir,

$$d_M^2 \left( \underline{X}_i, \bar{X} \right) = r_{ii} = (\underline{X}_i - \bar{X})^T \mathbf{S}^{-1} (\underline{X}_i - \bar{X}).$$

luego, en este caso el Coeficiente de Asimetría Multivariado es  $A_m=2.9806281$ .

**El Coeficiente de Kurtosis Multivariado esta dado por:**

$$K_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_{ii}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_M^4 \left( \underline{X}_i, \bar{X} \right)$$

luego, en este caso el Coeficiente de Kurtosis Multivariado es  $K_m=9.8653889=9.8653889$



En la tabla 10, están las Salidas básicas de la función *mvn* usando la prueba multivariada de Royston. Favor ver la ayuda del R para esta función y explorar los distintos argumentos de la misma.

Tabla 10: Salidas Básicas PH NM- Royston

| Test    | H        | p value   | MVN       |              |          |           |         |           |            |           |
|---------|----------|-----------|-----------|--------------|----------|-----------|---------|-----------|------------|-----------|
| Test    |          |           |           | Test         | Variable | Statistic | p value | Normality |            |           |
| Royston | 11.66612 | 0.0029292 | NO        | Shapiro-Wilk | V2       | 0.9388    | 0.026   | NO        |            |           |
|         |          |           |           | Shapiro-Wilk | V5       | 0.9300    | 0.013   | NO        |            |           |
|         |          |           |           |              |          |           |         |           |            |           |
|         | n        | Mean      | Std.Dev   | Median       | Min      | Max       | 25th    | 75th      | Skew       | Kurtosis  |
| V2      | 42       | 73.85714  | 17.335388 | 76.5         | 30       | 107       | 68.25   | 84.75     | -0.7332377 | 0.3090125 |
| V5      | 42       | 10.04762  | 3.370984  | 9.5          | 5        | 21        | 8.00    | 12.00     | 0.9854394  | 1.2219732 |

Tabla 11: Prueba de Normalidad Multivariada

|   | Prueba  | Valor Estadística | Valor-p | Resultado |
|---|---------|-------------------|---------|-----------|
| 1 | Royston | 11.66612          | 0.00293 | NO        |

Tabla 12: Prueba de Normalidad Univariada

|   | Prueba       | Variables | Valor Estadística | Valor-p | Resultado |
|---|--------------|-----------|-------------------|---------|-----------|
| 1 | Shapiro-Wilk | V2        | 0.9388            | 0.026   | NO        |
| 2 | Shapiro-Wilk | V5        | 0.9300            | 0.013   | NO        |

Tabla 13: Resumen Descriptivo

|    | n  | Media  | DesvEst | Mediana | Min | Máx | Per.25 | Per.75 | Asimetría | Kurtosis |
|----|----|--------|---------|---------|-----|-----|--------|--------|-----------|----------|
| V2 | 42 | 73.857 | 17.335  | 76.5    | 30  | 107 | 68.25  | 84.75  | -0.733    | 0.309    |
| V5 | 42 | 10.048 | 3.371   | 9.5     | 5   | 21  | 8.00   | 12.00  | 0.985     | 1.222    |

Salidas básicas de la función *mvn*. La prueba multivariada usada es la de Mardia. Favor ver la ayuda del R para esta función y explorar los distintos argumentos de la misma.

En la tabla 14, se encuentra el encabezado del conjunto de datos seleccionado.

Tabla 14: Encabezado de Datos

|    | V1 | V2  | V3 | V4 | V5 | V6 | V7 |
|----|----|-----|----|----|----|----|----|
| 1  | 8  | 98  | 7  | 2  | 12 | 8  | 2  |
| 2  | 7  | 107 | 4  | 3  | 9  | 5  | 3  |
| 3  | 7  | 103 | 4  | 3  | 5  | 6  | 3  |
| 4  | 10 | 88  | 5  | 2  | 8  | 15 | 4  |
| 5  | 6  | 91  | 4  | 2  | 8  | 10 | 3  |
| 6  | 8  | 90  | 5  | 2  | 12 | 12 | 4  |
| 7  | 9  | 84  | 7  | 4  | 12 | 15 | 5  |
| 8  | 5  | 72  | 6  | 4  | 21 | 14 | 4  |
| 9  | 7  | 82  | 5  | 1  | 11 | 11 | 3  |
| 10 | 8  | 64  | 5  | 2  | 13 | 9  | 4  |

En la tabla 19, se encuentran los resultados de la prueba de normalidad multivariada realizada según la prueba seleccionada de las disponibles en el argumento *mvnTest* de la función *mvn*.

Tabla 15: Prueba de Normalidad Multivariada

|   | Prueba          | Valor Estadística | Valor-p              | Resultado |
|---|-----------------|-------------------|----------------------|-----------|
| 1 | Mardia Skewness | 20.8643968397274  | 0.000336886451736554 | NO        |
| 2 | Mardia Kurtosis | 1.51113770487766  | 0.130753369968473    | YES       |
| 3 | MVN             | NA                | NA                   | NO        |

En la tabla 20, se encuentran los resultados de las pruebas de normalidad univariadas para cada una de las variables del conjunto de datos p-variados.

Tabla 16: Prueba de Normalidad Univariada

|   | Prueba       | Variables | Valor Estadística | Valor-p | Resultado |
|---|--------------|-----------|-------------------|---------|-----------|
| 1 | Shapiro-Wilk | V2        | 0.9388            | 0.026   | NO        |
| 2 | Shapiro-Wilk | V5        | 0.9300            | 0.013   | NO        |

En la tabla 21 aparece un resumen descriptivo de las variables del conjunto de datos p-variado.

Tabla 17: Resumen Descriptivo

|    | n  | Media  | DesvEst | Mediana | Min | Máy | Per.25 | Per.75 | Asimetría | Kurtosis |
|----|----|--------|---------|---------|-----|-----|--------|--------|-----------|----------|
| V2 | 42 | 73.857 | 17.335  | 76.5    | 30  | 107 | 68.25  | 84.75  | -0.733    | 0.309    |
| V5 | 42 | 10.048 | 3.371   | 9.5     | 5   | 21  | 8.00   | 12.00  | 0.985     | 1.222    |

Salidas básicas de la función *mvn*. La prueba multivariada usada es la de Mardia. Favor ver la ayuda del R para esta función y explorar los distintos argumentos de la misma.

En la tabla 18, se encuentra el encabezado del conjunto de datos Normal Multivariado generados a partir del R.

Tabla 18: Conjunto de Datos NM Generados

|    | X1       | X2       | X3       | X4       | X5       |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1  | -1.02154 | -0.95486 | -2.58488 | 0.91944  | -0.25447 |
| 2  | -1.13166 | -0.32030 | -0.46909 | -2.83509 | 1.84775  |
| 3  | -1.29405 | 0.87176  | 0.20089  | 4.10162  | -3.86428 |
| 4  | 0.21078  | 0.88121  | 0.98641  | -3.36501 | 4.24784  |
| 5  | -1.33392 | -0.31332 | -2.08717 | 3.56056  | -3.67253 |
| 6  | -1.15591 | -1.06091 | 0.30703  | 1.28932  | 0.12197  |
| 7  | 0.14518  | -1.12889 | 0.97631  | -0.12695 | 1.45841  |
| 8  | 1.52517  | -0.50440 | 2.26913  | 1.06475  | -0.11732 |
| 9  | 3.76283  | 0.68598  | 2.60191  | -1.41957 | -0.01121 |
| 10 | 3.30394  | 1.35101  | 0.03987  | -4.07021 | 1.53133  |
| 11 | -7.29025 | -1.10183 | 0.33070  | 6.48908  | -2.52212 |
| 12 | 1.32084  | -0.25233 | 1.41249  | -3.04809 | 6.51867  |
| 13 | 1.74325  | 2.99098  | 1.59822  | -2.20685 | 3.80124  |
| 14 | 4.42005  | 1.47914  | 0.71246  | -1.78364 | -2.40192 |
| 15 | 2.70106  | 1.06246  | 1.83892  | -2.17507 | 4.57495  |
| 16 | 3.98925  | -0.76703 | 2.71813  | -4.14902 | 2.56521  |
| 17 | 1.53866  | -0.66269 | 1.51498  | -0.89699 | -2.43129 |
| 18 | 3.11135  | 0.74419  | 0.89964  | -1.09409 | 1.21614  |
| 19 | -2.23444 | 0.03788  | 0.08705  | -1.54158 | 0.93263  |
| 20 | 1.42637  | 1.70911  | 1.42321  | 2.33529  | -1.47213 |
| 21 | 0.23868  | 0.76795  | -0.37300 | 1.76390  | -1.07336 |
| 22 | -0.62009 | 0.47643  | -0.42191 | 1.89293  | -1.30188 |
| 23 | 0.15392  | 0.11263  | 0.29961  | -2.22380 | 2.52758  |
| 24 | 2.50588  | 3.81394  | 2.55068  | -1.52580 | 2.06287  |
| 25 | -2.81040 | -2.81039 | -1.55920 | 1.19751  | -0.40857 |
| 26 | 7.24521  | 2.97247  | 3.03046  | -1.44950 | -5.16393 |
| 27 | 1.86221  | 0.23827  | 0.72347  | -2.33896 | 0.40029  |
| 28 | 4.85007  | -0.44272 | 1.89565  | -1.71617 | -1.96932 |
| 29 | 0.68351  | 0.18905  | 2.83752  | -3.82942 | -1.01478 |
| 30 | -4.11431 | -1.94044 | -1.85048 | 5.20943  | -1.81481 |
| 31 | 1.93861  | -0.11652 | 0.98225  | -2.77996 | 4.84061  |
| 32 | 3.94124  | 0.23650  | -1.21577 | -1.64965 | 1.07104  |
| 33 | -1.86371 | -0.39749 | 1.31339  | 1.45344  | 1.41066  |
| 34 | -7.41821 | -0.80707 | -1.99599 | 4.22120  | -0.86521 |
| 35 | 0.20430  | -0.81617 | 2.19419  | -3.80162 | 0.62253  |
| 36 | -1.92423 | -1.28060 | 0.62917  | 2.78448  | -1.32278 |
| 37 | -0.26518 | 2.92913  | 0.58968  | 2.18401  | 0.66489  |
| 38 | 2.31949  | 1.03405  | -0.21198 | 0.77126  | 0.76629  |
| 39 | -4.21663 | 0.16215  | -2.37171 | 1.60848  | -0.38357 |
| 40 | -5.61054 | -0.29921 | -3.96069 | 4.38575  | 0.67226  |
| 41 | 1.66345  | -0.41656 | 1.45259  | 1.27480  | -2.82159 |
| 42 | -2.85202 | -1.50603 | -2.32171 | 4.09524  | -1.46580 |
| 43 | -1.06118 | -0.16111 | -2.01110 | 4.59373  | -0.54219 |
| 44 | 4.17062  | -1.88230 | 3.99086  | -3.85255 | -1.26062 |
| 45 | -1.35428 | -0.50082 | -2.13318 | 0.57066  | 3.62532  |
| 46 | -5.52704 | -1.11257 | -1.75735 | 0.50975  | 2.11102  |
| 47 | -0.21790 | -0.42447 | 2.32306  | 1.14839  | -0.87815 |
| 48 | -4.30035 | -0.53403 | -1.80654 | 6.08585  | -3.45625 |
| 49 | -4.19950 | 0.52671  | -1.83512 | 1.67652  | -1.05329 |

continúa en la siguiente página

Tabla 18: Conjunto de Datos NM Generados continuación

|     | X1       | X2       | X3       | X4       | X5       |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|
| 50  | -0.80714 | 0.53535  | -2.80091 | 2.07808  | -0.67127 |
| 51  | -0.74393 | 1.03399  | 1.66456  | -1.79601 | 1.10103  |
| 52  | 0.10329  | 0.00989  | 0.82779  | -1.73393 | -0.52545 |
| 53  | -4.92261 | -1.77899 | -4.31957 | 2.02500  | 1.09175  |
| 54  | 0.27296  | 0.17369  | -0.75574 | 1.83803  | -0.88368 |
| 55  | 2.33660  | 1.39564  | 1.24118  | -1.03203 | 5.87136  |
| 56  | 2.01165  | -0.54538 | 0.06815  | 1.82692  | -4.00201 |
| 57  | 0.14803  | 3.04789  | 2.48776  | -1.86963 | -2.52940 |
| 58  | -0.90899 | -3.05355 | -0.99737 | 1.82891  | 1.20895  |
| 59  | -2.93558 | 0.94612  | -3.48703 | 1.03129  | 0.10265  |
| 60  | 2.70924  | -0.83158 | -1.39859 | -0.77266 | -1.26348 |
| 61  | 2.41247  | 0.66265  | -2.49441 | 0.09199  | 2.04732  |
| 62  | -1.37785 | -1.07894 | 0.78969  | -1.93465 | 1.29888  |
| 63  | 4.39536  | -0.58142 | -1.08146 | -9.62967 | 6.49816  |
| 64  | -1.14704 | -2.12408 | 1.38290  | -0.27353 | -1.39912 |
| 65  | 0.59054  | 0.30183  | -0.24062 | 2.55165  | -2.13210 |
| 66  | -1.68030 | 2.04551  | -1.61834 | 3.27335  | 0.56734  |
| 67  | -5.22804 | -0.76430 | -1.90802 | 2.79183  | -1.32397 |
| 68  | -2.59045 | -0.21452 | -1.53819 | 0.46878  | -2.01951 |
| 69  | -0.56617 | -0.96598 | -1.09064 | -0.84423 | 1.64677  |
| 70  | -0.14117 | -1.42261 | 0.65305  | -1.03501 | 3.79784  |
| 71  | 1.15917  | 2.05592  | -0.02840 | 1.14404  | -3.47058 |
| 72  | 2.57954  | -0.47218 | 2.11127  | 1.47729  | -2.57592 |
| 73  | 1.07730  | 0.52812  | 1.21573  | -1.13897 | 2.29351  |
| 74  | -1.34087 | -0.93208 | 1.17278  | -0.64352 | 0.03861  |
| 75  | 1.14114  | -0.98710 | 0.56826  | 4.34932  | -5.52051 |
| 76  | 2.08781  | -1.95101 | 0.68525  | -1.16967 | 0.01281  |
| 77  | -2.53567 | -0.10189 | 4.02983  | -0.39781 | 0.31120  |
| 78  | -0.81161 | -0.22715 | -2.80660 | -0.02615 | -2.07158 |
| 79  | 2.96201  | 1.80089  | -2.01712 | -2.56236 | 1.57248  |
| 80  | 0.69088  | -1.16016 | -0.90998 | -1.21926 | 2.25672  |
| 81  | -5.23845 | -1.92635 | -2.32693 | 6.56575  | -1.62383 |
| 82  | -2.59621 | -0.67814 | 0.28293  | 2.20755  | 0.37916  |
| 83  | 0.10326  | 1.29792  | 1.74642  | -2.39373 | 0.10025  |
| 84  | 4.34946  | 0.67539  | 1.97643  | -3.00793 | -1.44987 |
| 85  | -6.47526 | -0.06404 | -3.54983 | 2.45862  | 1.95258  |
| 86  | 0.93178  | -0.88638 | 1.14672  | -1.14625 | 3.02507  |
| 87  | -0.82441 | -0.09047 | 1.64685  | 1.48646  | -1.70413 |
| 88  | 3.45273  | 1.01059  | -1.62313 | -1.04363 | -4.87207 |
| 89  | 1.20201  | 0.10104  | -0.34841 | 3.25711  | -3.70088 |
| 90  | -5.14719 | 0.90696  | -2.01743 | 1.53629  | -2.59760 |
| 91  | 0.02087  | -0.46520 | 0.67317  | 3.44808  | -3.53086 |
| 92  | -1.65554 | 1.65405  | -2.26081 | 2.53969  | -1.40206 |
| 93  | 0.63819  | 0.60806  | 1.48027  | -2.88751 | 0.64075  |
| 94  | -2.00110 | 0.10395  | 4.13533  | -2.33523 | -0.02002 |
| 95  | -2.59511 | -1.08845 | 1.37599  | 2.37458  | -3.25269 |
| 96  | -2.58800 | -1.04592 | -0.04995 | -4.48449 | 3.34674  |
| 97  | 0.18053  | -1.21273 | 0.60488  | 1.59338  | -4.42216 |
| 98  | -1.04478 | 2.05068  | 1.11769  | 0.49881  | -2.68938 |
| 99  | 2.30935  | 0.28834  | 1.45076  | 1.52281  | -0.45415 |
| 100 | 0.75530  | -0.64297 | -1.81115 | -1.24801 | -0.44714 |

En la tabla 19, se encuentran los resultados de la prueba de normalidad multivariada realizada según la prueba seleccionada de las disponibles en el argumento *mvnTest* de la función *mvn*.

Tabla 19: Prueba de Normalidad Multivariada

|   | Prueba          | Valor Estadística | Valor-p            | Resultado |
|---|-----------------|-------------------|--------------------|-----------|
| 1 | Mardia Skewness | 46.7418263358847  | 0.0886296085370614 | YES       |
| 2 | Mardia Kurtosis | 0.185753341764549 | 0.852638195507249  | YES       |
| 3 | MVN             | NA                | NA                 | YES       |

En la tabla 20, se encuentran los resultados de las pruebas de normalidad univariadas para cada una de las variables del conjunto de datos p-variados.

Tabla 20: Prueba de Normalidad Univariada

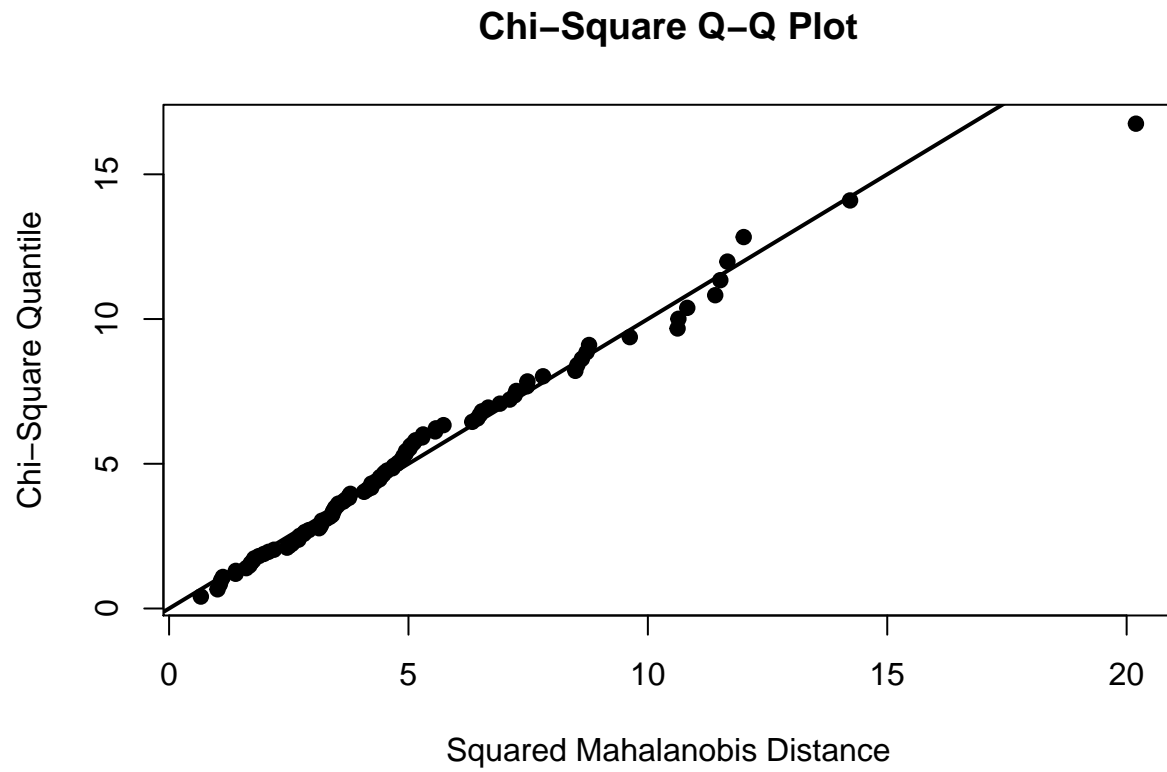
|   | Prueba       | Variables | Valor Estadística | Valor-p | Resultado |
|---|--------------|-----------|-------------------|---------|-----------|
| 1 | Shapiro-Wilk | V1        | 0.9862            | 0.3860  | YES       |
| 2 | Shapiro-Wilk | V2        | 0.9751            | 0.0548  | YES       |
| 3 | Shapiro-Wilk | V3        | 0.9784            | 0.0993  | YES       |
| 4 | Shapiro-Wilk | V4        | 0.9784            | 0.1000  | YES       |
| 5 | Shapiro-Wilk | V5        | 0.9864            | 0.4008  | YES       |

En la tabla 21 aparece un resumen descriptivo de las variables del conjunto de datos p-variado.

Tabla 21: Resumen Descriptivo

|    | n   | Media  | DesvEst | Mediana | Min    | Máy   | Per.25 | Per.75 | Asimetría | Kurtosis |
|----|-----|--------|---------|---------|--------|-------|--------|--------|-----------|----------|
| V1 | 100 | -0.201 | 2.862   | 0.103   | -7.418 | 7.245 | -1.726 | 1.773  | -0.285    | -0.071   |
| V2 | 100 | -0.013 | 1.272   | -0.188  | -3.054 | 3.814 | -0.845 | 0.701  | 0.515     | 0.466    |
| V3 | 100 | 0.068  | 1.860   | 0.319   | -4.320 | 4.135 | -1.620 | 1.415  | -0.148    | -0.652   |
| V4 | 100 | 0.229  | 2.734   | 0.484   | -9.630 | 6.566 | -1.721 | 1.926  | -0.164    | 0.568    |
| V5 | 100 | -0.153 | 2.501   | -0.319  | -5.521 | 6.519 | -1.732 | 1.327  | 0.361     | 0.040    |

Resultados con Gráfico QQ-Plot para la PH de Normalidad Multivariada utilizando la función **mvn**.



Prueba de Shapiro\_Multivariada para normalidad con la función *mshapiro.test* del paquete: **RVAideMemoire**.

Multivariate Shapiro-Wilk normality test

data: (V1,V2,V3,V4,V5) W = 0.95386, p-value = 0.001504

### Prueba de Norm. multivariada basada en Asimetría

A continuación se tienen los resultados de la PH para NM basada en Asimetría, utilizando la función *mvnorm.skew.test* del paquete **ICS**. Favor explorar este paquete y sus funciones disponibles.

Multivariate Normality Test Based on Skewness

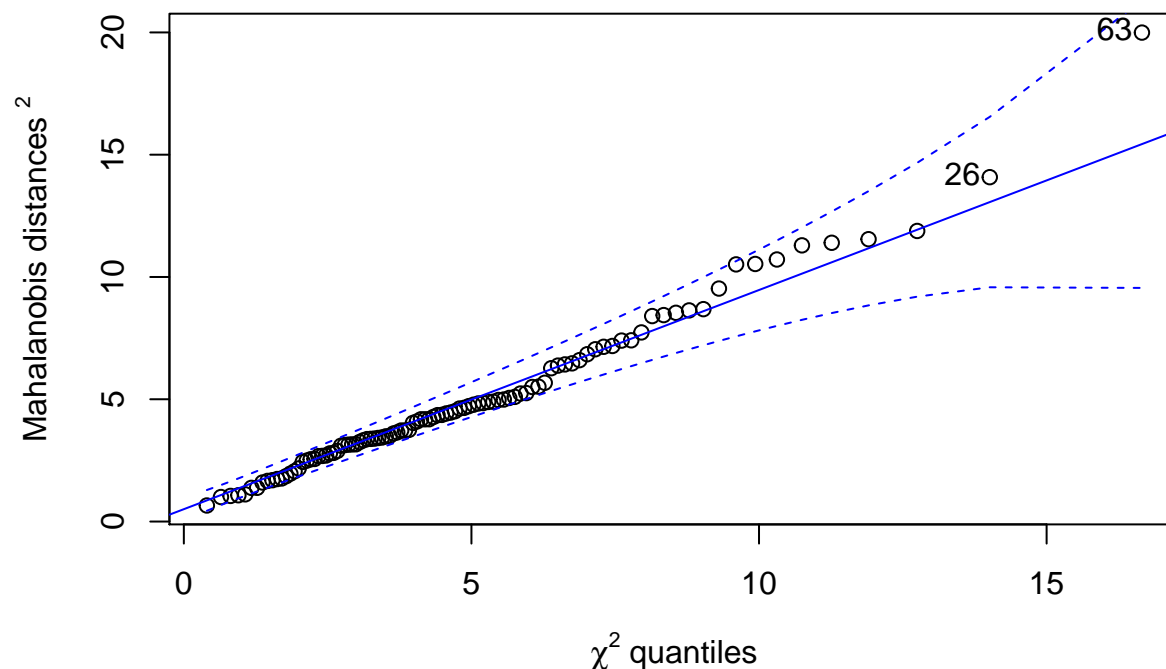
data: datos\_gen U = 7.1974, df = 5, p-value = 0.2064

Multivariate Normality Test Based on Skewness

data: datos[, c(2, 5, 6)] U = 5.0067, df = 3, p-value = 0.1713

Gráfico qq-plot para Normalidad Multivariada con la función **mqqnrm**.

### Gráfico QQ-Plot para Normalidad Multivariada



[1] 63 26

Resultados con Gráfico Box-Plot para la PH de Normalidad Multivariada utilizando la función **mvn**.

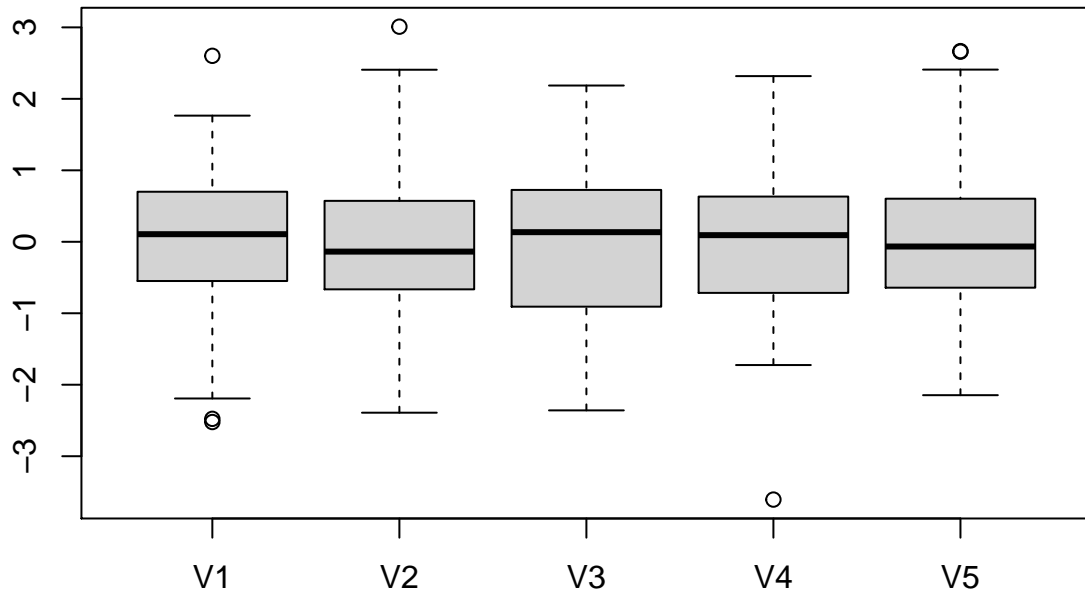


Tabla 22: Salidas sin Resumen Descriptivo

| Test            | Statistic         | p value            | Result |
|-----------------|-------------------|--------------------|--------|
| Mardia Skewness | 46.7418263358847  | 0.0886296085370614 | YES    |
| Mardia Kurtosis | 0.185753341764549 | 0.852638195507249  | YES    |
| MVN             | NA                | NA                 | YES    |

| Test         | Variable | Statistic | p value | Normality |
|--------------|----------|-----------|---------|-----------|
| Shapiro-Wilk | V1       | 0.9862    | 0.3860  | YES       |
| Shapiro-Wilk | V2       | 0.9751    | 0.0548  | YES       |
| Shapiro-Wilk | V3       | 0.9784    | 0.0993  | YES       |
| Shapiro-Wilk | V4       | 0.9784    | 0.1000  | YES       |
| Shapiro-Wilk | V5       | 0.9864    | 0.4008  | YES       |



En la tabla 23, se tienen los resultados de PH con la función *mvn* junto con Observaciones atípicas y transformaciones de Box-Cox.

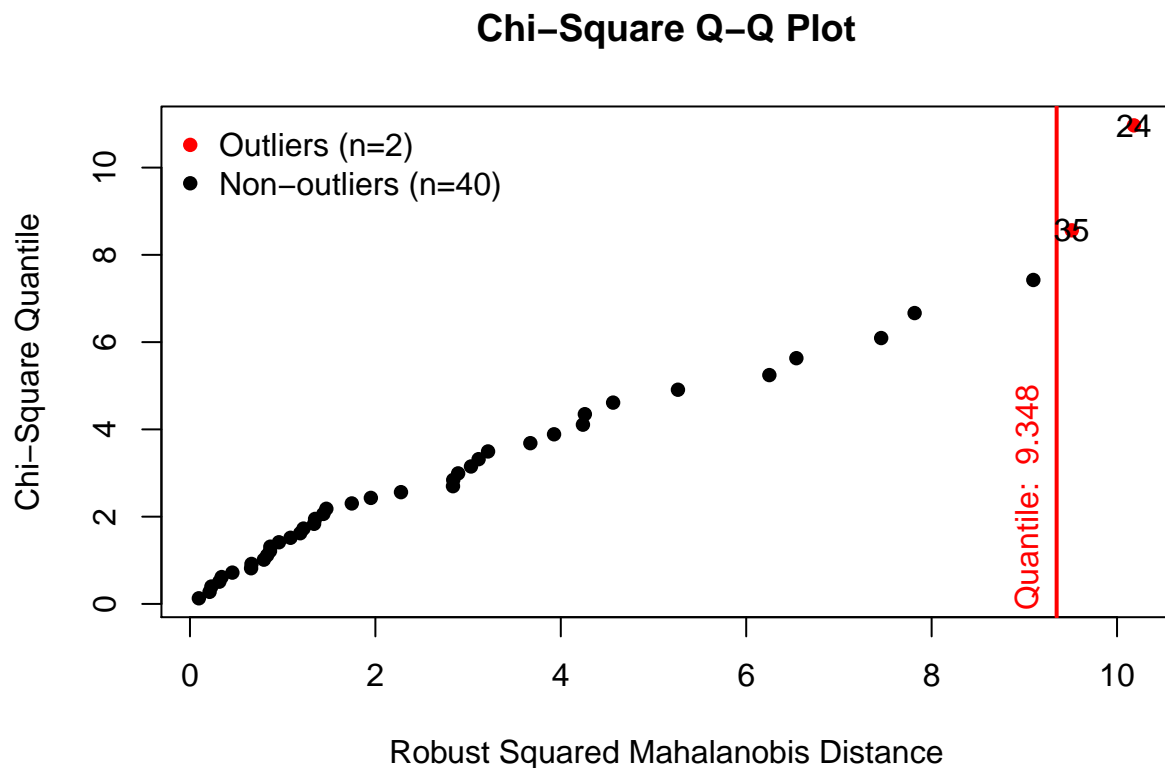


Tabla 23: Salidas Obs. Atípicas y Tranf. de Box-Cox

|    |    |              | Test            | Statistic            |             | p value            |              | Result       |            |        |
|----|----|--------------|-----------------|----------------------|-------------|--------------------|--------------|--------------|------------|--------|
|    |    |              | Mardia Skewness | 17.0256138296024     |             | 0.0737991289800862 |              | YES          |            |        |
|    |    |              | Mardia Kurtosis | 0.373894975940776    |             | 0.708482454435366  |              | YES          |            |        |
|    |    |              | MVN             | NA                   |             | NA                 |              | YES          |            |        |
|    |    |              |                 |                      |             |                    |              |              |            |        |
|    |    |              | Test            | Variable             | Statistic   | p value            |              | Normality    |            |        |
|    |    |              | Shapiro-Wilk    | V2                   | 0.9694      | 0.3155             |              | YES          |            |        |
|    |    |              | Shapiro-Wilk    | V5                   | 0.9815      | 0.7200             |              | YES          |            |        |
|    |    |              | Shapiro-Wilk    | V6                   | 0.9729      | 0.4109             |              | YES          |            |        |
|    |    |              |                 |                      |             |                    |              |              |            |        |
| n  |    | Mean         | Std.Dev         | Median               | Min         | Max                | 25th         | 75th         | Skew       | Kur    |
| V2 | 42 | 1205.1067598 | 424.7391971     | 1240.5067401         | 266.6349930 | 2152.3514225       | 1028.5059285 | 1467.7200408 | -0.2782877 | -0.035 |
| V5 | 42 | 0.6827805    | 0.0375328       | 0.6824644            | 0.5962895   | 0.7608499          | 0.6557382    | 0.7024814    | 0.0573767  | -0.404 |
| V6 | 42 | 1.3709774    | 0.1262033       | 1.3798332            | 1.1099916   | 1.6235217          | 1.3096332    | 1.4347636    | -0.1617803 | -0.258 |
|    |    |              |                 |                      |             |                    |              |              |            |        |
|    |    |              | Observation     | Mahalanobis Distance |             | Outlier            |              | x            |            |        |
|    |    |              | 24              | 24                   |             | 10.182             | TRUE         | V2           | 1.6423277  |        |
|    |    |              | 35              | 35                   |             | 9.511              | TRUE         | V5           | -0.1698227 |        |
|    |    |              |                 |                      |             |                    |              | V6           | 0.1505487  |        |

En la tabla 24, se encuentran los resultados de la prueba de normalidad multivariada realizada según la prueba seleccionada de las disponibles en el argumento *mvnTest* de la función *mvn*.

Tabla 24: Prueba de Normalidad Multivariada

|   | Prueba          | Valor Estadística |                    | Valor-p | Resultado |
|---|-----------------|-------------------|--------------------|---------|-----------|
| 1 | Mardia Skewness | 17.0256138296024  | 0.0737991289800862 |         | YES       |
| 2 | Mardia Kurtosis | 0.373894975940776 | 0.708482454435366  |         | YES       |
| 3 | MVN             | NA                | NA                 |         | YES       |

En la tabla 25, se encuentran los resultados de las pruebas de normalidad univariadas para cada una de las variables del conjunto de datos p-variados.

Tabla 25: Prueba de Normalidad Univariada

|   | Prueba       | Variables | Valor Estadística | Valor-p | Resultado |
|---|--------------|-----------|-------------------|---------|-----------|
| 1 | Shapiro-Wilk | V2        | 0.9694            | 0.3155  | YES       |
| 2 | Shapiro-Wilk | V5        | 0.9815            | 0.7200  | YES       |
| 3 | Shapiro-Wilk | V6        | 0.9729            | 0.4109  | YES       |

En la tabla 26 aparece un resumen descriptivo de las variables del conjunto de datos p-variado.

Tabla 26: Resumen Descriptivo

|    | n  | Media    | DesvEst | Mediana  | Min     | Máy      | Per.25   | Per.75   | Asimetría | Kurtosis |
|----|----|----------|---------|----------|---------|----------|----------|----------|-----------|----------|
| V2 | 42 | 1205.107 | 424.739 | 1240.507 | 266.635 | 2152.351 | 1028.506 | 1467.720 | -0.278    | -0.036   |
| V5 | 42 | 0.683    | 0.038   | 0.682    | 0.596   | 0.761    | 0.656    | 0.702    | 0.057     | -0.404   |
| V6 | 42 | 1.371    | 0.126   | 1.380    | 1.110   | 1.624    | 1.310    | 1.435    | -0.162    | -0.259   |

En la tabla 27, se muestran las observaciones atípicas en los datos.

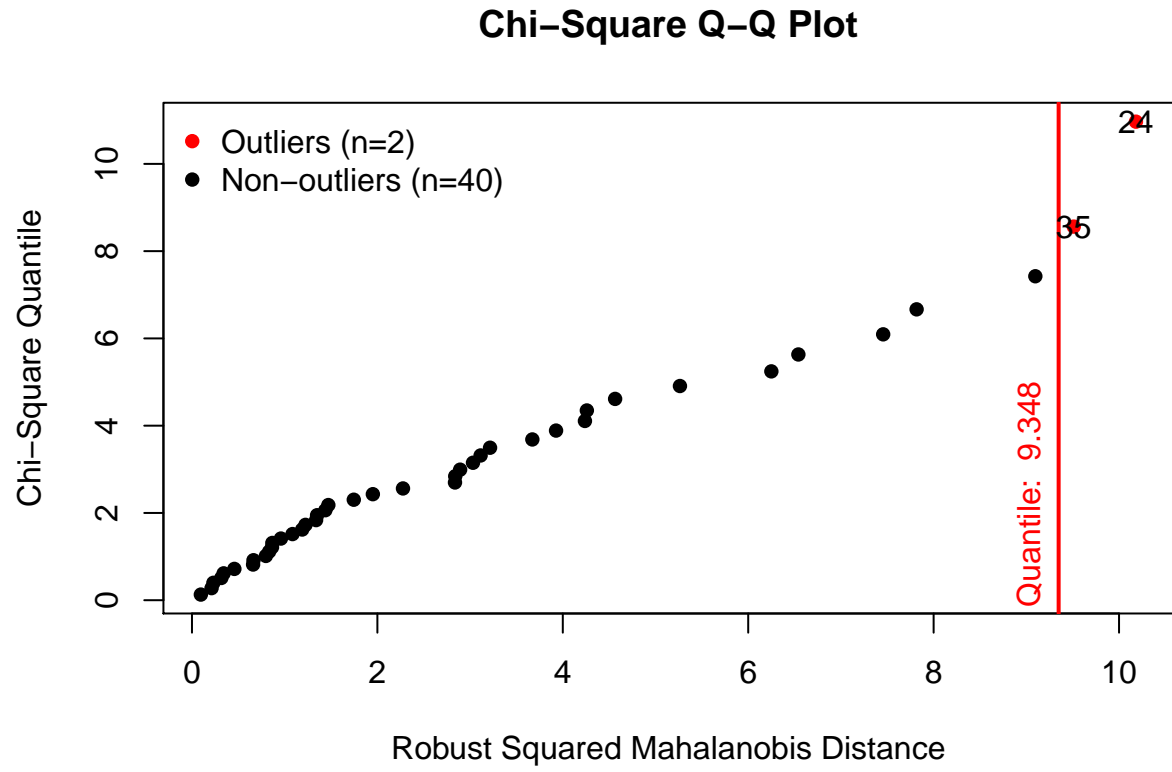


Tabla 27: Observaciones Atípicas

|    | Observation | Mahalanobis Distance | Outlier |
|----|-------------|----------------------|---------|
| 24 | 24          | 10.182               | TRUE    |
| 35 | 35          | 9.511                | TRUE    |

En la tabla 28, se muestran los valores de Lambda para las transformaciones de Box-Cox.

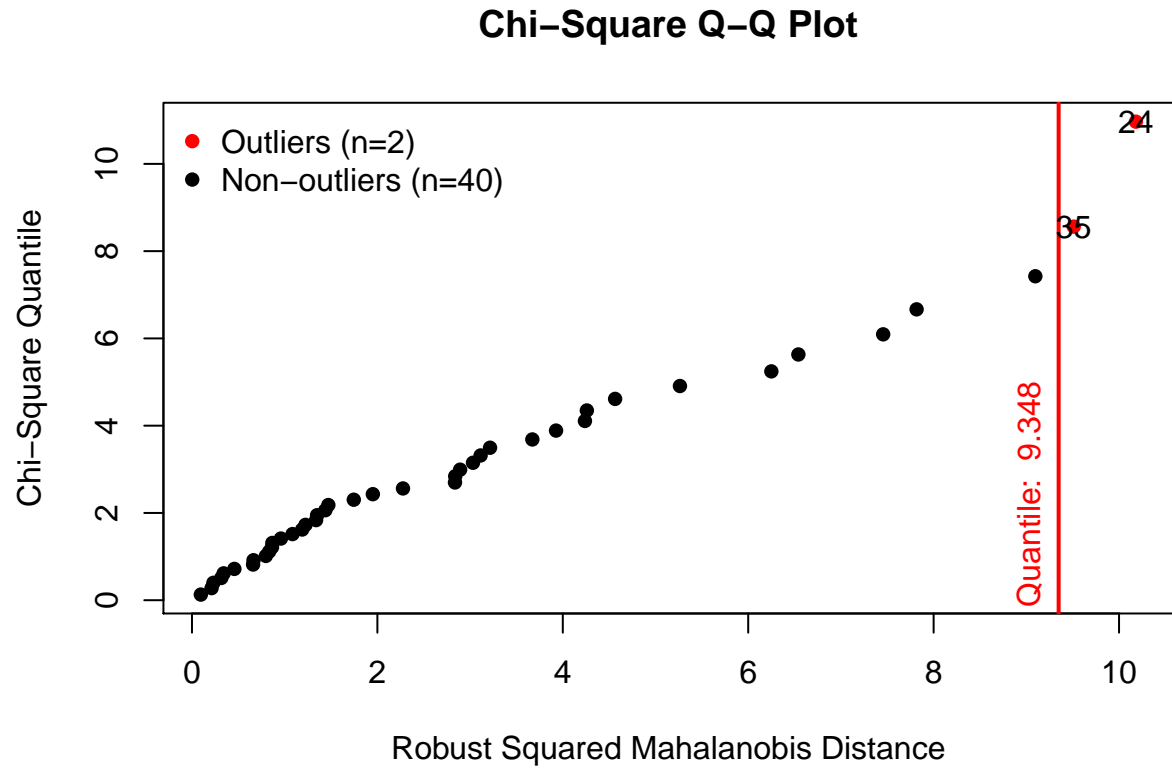


Tabla 28: Valores de lambda para Box-Cox

|    | x          |
|----|------------|
| V2 | 1.6423277  |
| V5 | -0.1698227 |
| V6 | 0.1505487  |

En la tabla 29, se muestran los nuevos datos transformados con Box-Cox.

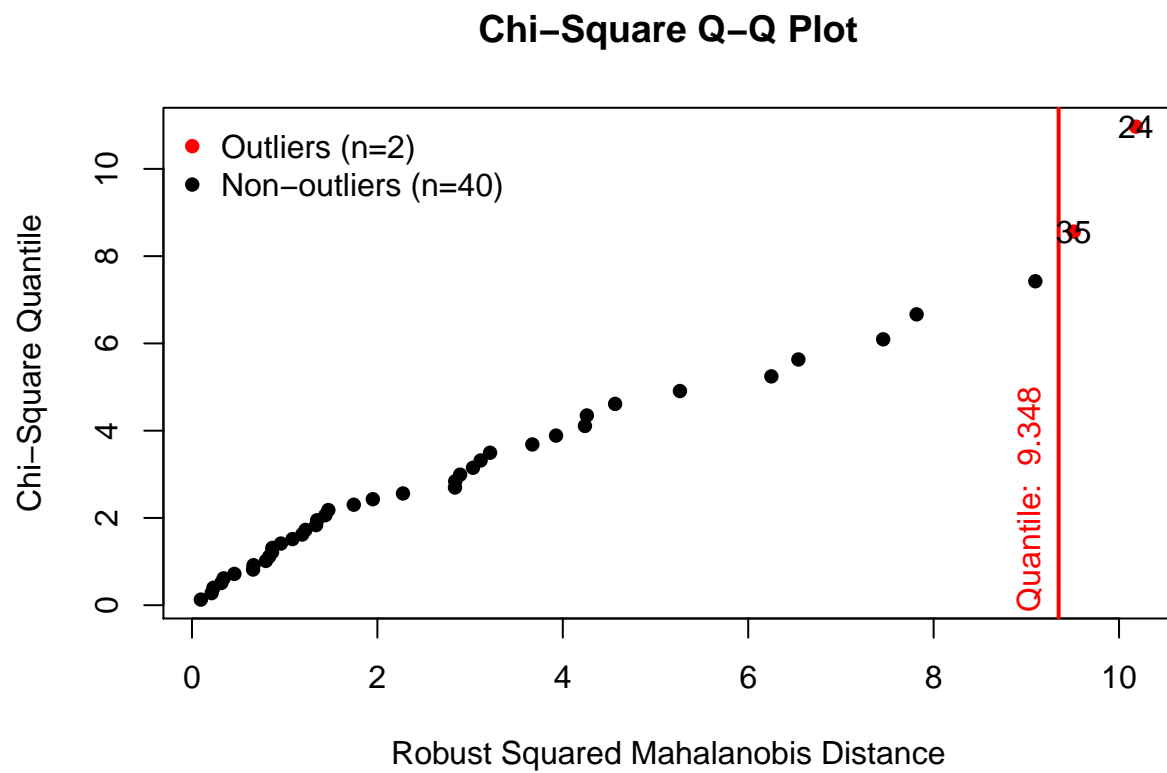


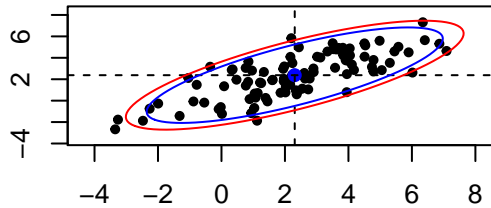
Tabla 29: Datos transformados con Box-Cox

|    | V2        | V5        | V6       |
|----|-----------|-----------|----------|
| 1  | 1863.1410 | 0.6557382 | 1.367600 |
| 10 | 925.4211  | 0.6468851 | 1.392067 |
| 11 | 1097.4200 | 0.6763590 | 1.179859 |
| 12 | 1649.6353 | 0.6557382 | 1.340381 |
| 13 | 1122.9194 | 0.6121054 | 1.414323 |
| 14 | 1072.1502 | 0.6654997 | 1.340381 |
| 15 | 1122.9194 | 0.7024814 | 1.414323 |
| 16 | 1253.8222 | 0.6885698 | 1.414323 |
| 17 | 1227.1913 | 0.7185933 | 1.340381 |
| 18 | 1097.4200 | 0.6244722 | 1.232081 |
| 19 | 997.7304  | 0.6468851 | 1.109992 |
| 2  | 2152.3514 | 0.6885698 | 1.274175 |
| 20 | 1047.1112 | 0.6885698 | 1.274175 |
| 21 | 878.4044  | 0.6387949 | 1.232081 |
| 22 | 1561.2690 | 0.7185933 | 1.309633 |
| 23 | 1335.0496 | 0.6468851 | 1.434764 |
| 25 | 1418.2575 | 0.6763590 | 1.603269 |
| 26 | 1446.4291 | 0.7185933 | 1.309633 |
| 27 | 1280.6763 | 0.6654997 | 1.434764 |
| 28 | 1307.7524 | 0.7185933 | 1.414323 |
| 29 | 878.4044  | 0.6885698 | 1.367600 |
| 3  | 2021.8006 | 0.7608499 | 1.309633 |
| 30 | 376.2713  | 0.7185933 | 1.109992 |
| 31 | 1097.4200 | 0.6763590 | 1.340381 |
| 32 | 658.0211  | 0.6557382 | 1.367600 |
| 33 | 576.9644  | 0.7024814 | 1.232081 |
| 34 | 1200.7844 | 0.6763590 | 1.613575 |
| 36 | 1474.8170 | 0.6885698 | 1.414323 |
| 37 | 1503.4202 | 0.7376532 | 1.453682 |
| 38 | 1503.4202 | 0.6468851 | 1.545182 |
| 39 | 1307.7524 | 0.6885698 | 1.623522 |
| 4  | 1561.2690 | 0.7024814 | 1.503346 |
| 40 | 1307.7524 | 0.7024814 | 1.309633 |
| 41 | 1022.3042 | 0.6654997 | 1.487812 |
| 42 | 427.6687  | 0.7376532 | 1.274175 |
| 5  | 1649.6353 | 0.7024814 | 1.414323 |
| 6  | 1619.9686 | 0.6557382 | 1.453682 |
| 7  | 1446.4291 | 0.6557382 | 1.503346 |
| 8  | 1122.9194 | 0.5962895 | 1.487812 |
| 9  | 1390.3031 | 0.6654997 | 1.434764 |

## Función R que representa datos bivariados, junto con elipses de confianza

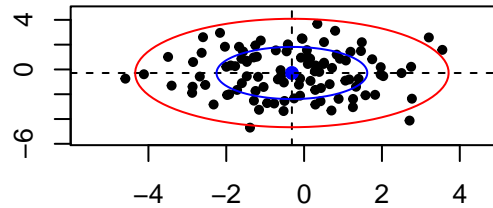
Con esta función se realiza un gráfico de dispersión de dos variables junto con dos elipses de confianza del  $(1 - \alpha_1)100\%$  y  $(1 - \alpha_2)100\%$ . El centro de la elipse está representado por un punto de color azul.

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha_1)$ ,  $(1-\alpha_2)100\%$



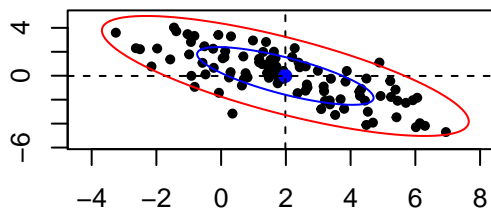
(a) Normal Bivariada

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha_1)$ ,  $(1-\alpha_2)100\%$



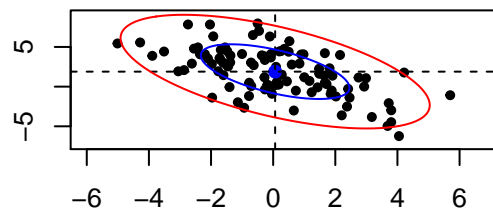
(a) Normal Bivariada

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha_1)$ ,  $(1-\alpha_2)100\%$



(a) Normal Bivariada

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha_1)$ ,  $(1-\alpha_2)100\%$



(a) Normal Bivariada

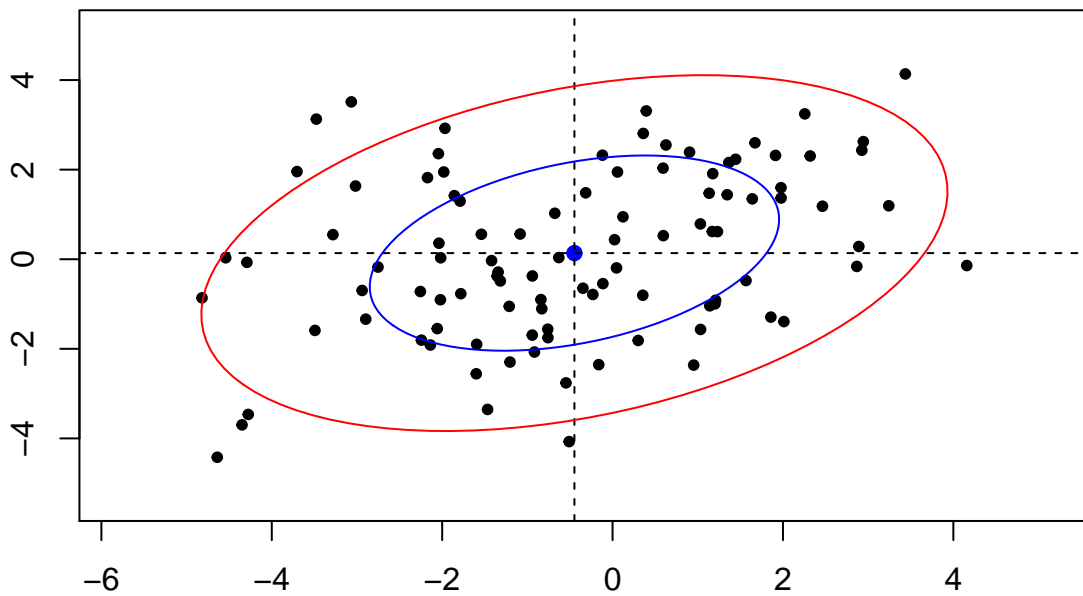
Se utiliza la función *genPositiveDefMat* del paquete **clusterGeneration** para generar Matrices Simétricas Definida-Positiva que se usan como Matrices de Var-Cov  $\Sigma$  de los datos Normales Multivariados generados posteriormente.

La matriz de Var-Cov Utilizada es:

Tabla 30: Matrix Var-Cov

|          |          |
|----------|----------|
| 5.783935 | 1.690361 |
| 1.690361 | 3.868633 |

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha_1)$ ,  $(1-\alpha_2)100\%$



(a) Normal Bivariada

Ahora para un conjunto de **datos bi-variados dado**, se utiliza la función anterior para representar los datos gráficamente junto a elipses de confianza específicas.

Tabla 31: Encabezado de Datos

| V5 | V6 |
|----|----|
| 12 | 8  |
| 9  | 5  |
| 5  | 6  |
| 8  | 15 |
| 8  | 10 |



El Vector de medias y La matriz de Var-Cov Utilizadas son:

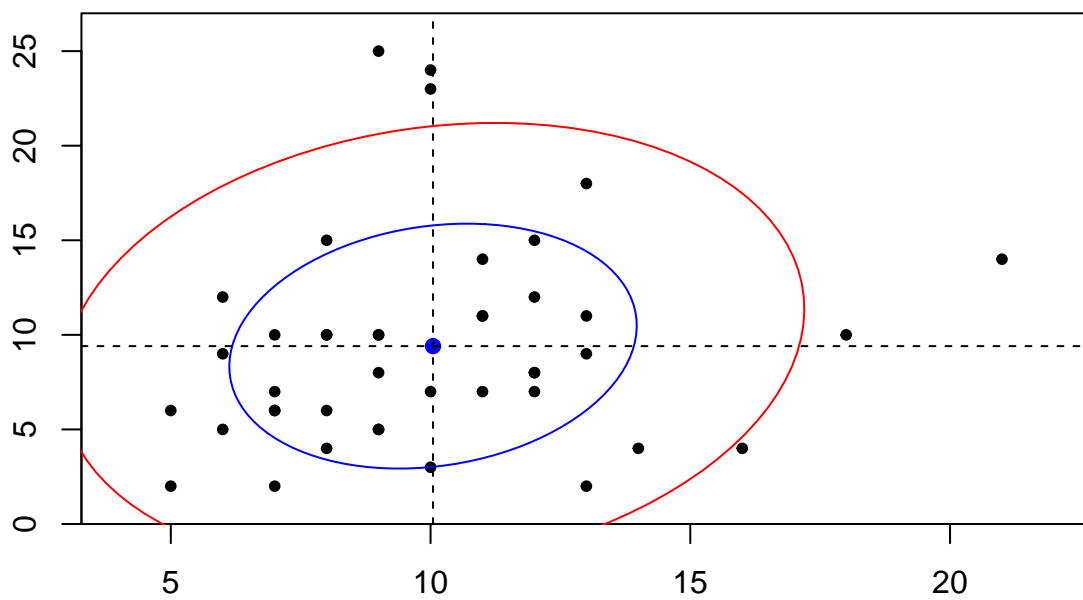
Tabla 32: Vector de Medias

|    | x         |
|----|-----------|
| V5 | 10.047619 |
| V6 | 9.404762  |

Tabla 33: Matriz de var-Cov

|    | V5        | V6        |
|----|-----------|-----------|
| V5 | 11.363531 | 3.126597  |
| V6 | 3.126597  | 30.978513 |

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha_1)$ ,  $(1-\alpha_2)100\%$

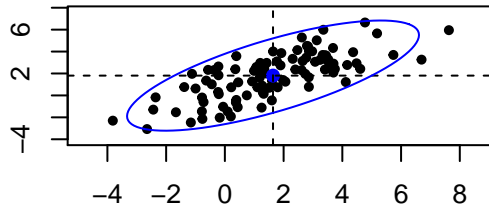


(a) Datos Bivariados

## Función R que representa datos bivariados, junto con el vector de medias

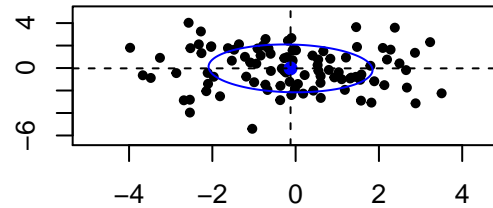
Con esta función se realiza un gráfico de dispersión de dos variables junto con una elipse de confianza del  $(1 - \alpha)100\%$ . El centro de la elipse está representado por un punto de color azul.

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



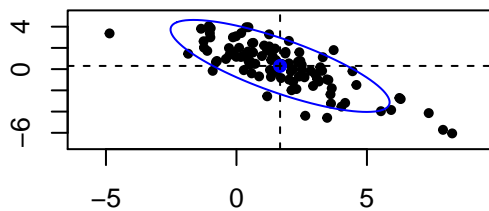
(a) Normales

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



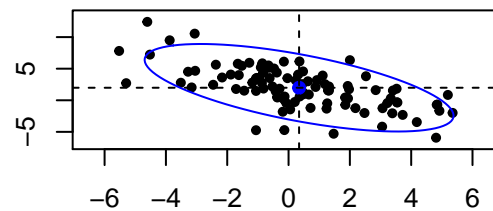
(a) Normales

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



(a) Normales

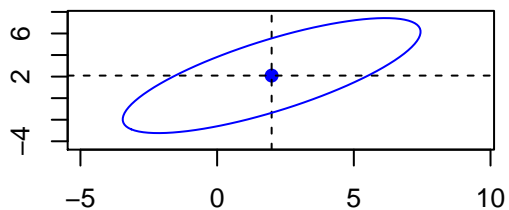
Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



(a) Normales

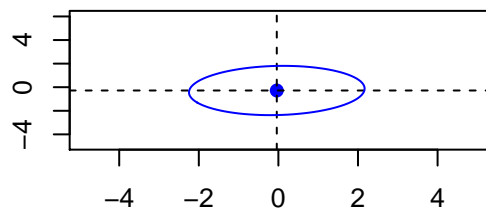
Con esta función se realiza una elipse de confianza del  $(1 - \alpha)100\%$ . El centro de la elipse está representado por un punto de color azul.

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



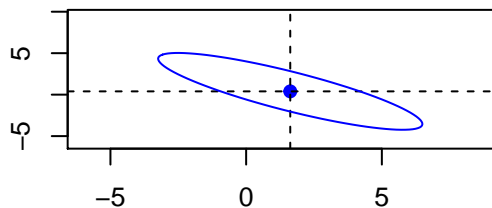
(a) Normales

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



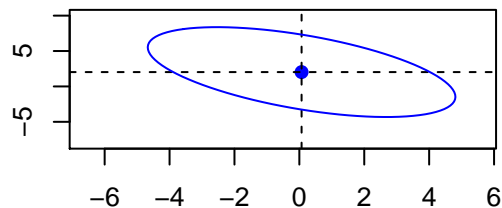
(a) Normales

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



(a) Normales

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



(a) Normales

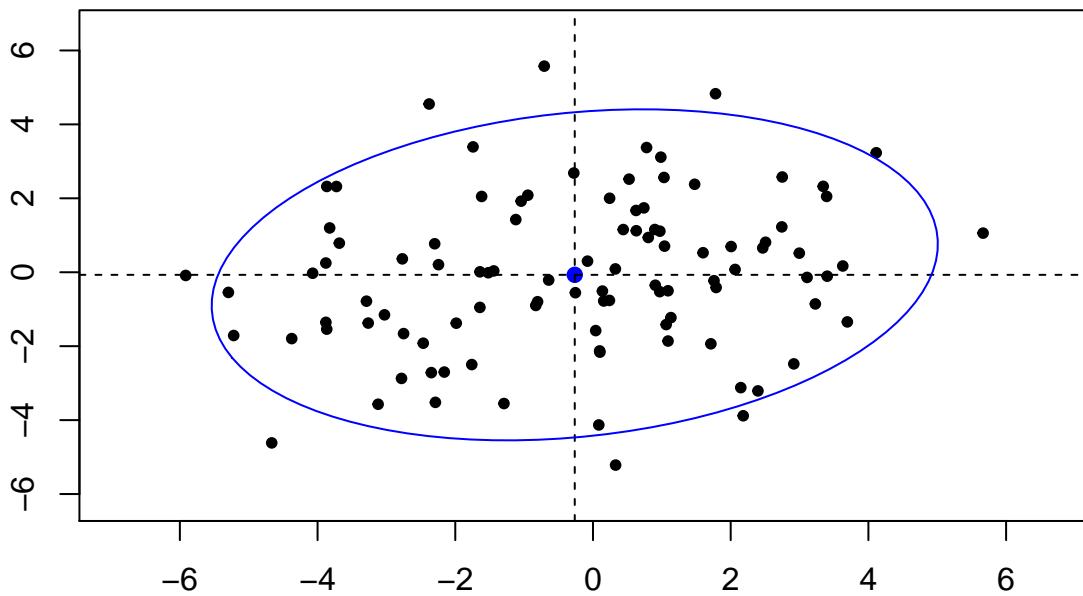
Se utiliza la función *genPositiveDefMat* del paquete **clusterGeneration** para generar Matrices Simétricas Definida-Positiva que se usan como Matrices de Var-Cov  $\Sigma$  de los datos Normales Multivariados generados posteriormente.

La matriz de Var-Cov Utilizada es:

Tabla 34: Matriz de var-Cov

|          |          |
|----------|----------|
| 6.829572 | 1.697678 |
| 1.697678 | 5.921997 |

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



(a) Normal Bivariada

Con esta función se realiza un gráfico de dispersión de dos variables junto con una elipse de confianza del  $(1 - \alpha)100\%$ . El centro de la elipse está representado por un punto de color azul.

Tabla 35: Encabezado de Datos

| V5 | V6 |
|----|----|
| 12 | 8  |
| 9  | 5  |
| 5  | 6  |
| 8  | 15 |
| 8  | 10 |

El Vector de medias y La matriz de Var-Cov Utilizadas son:

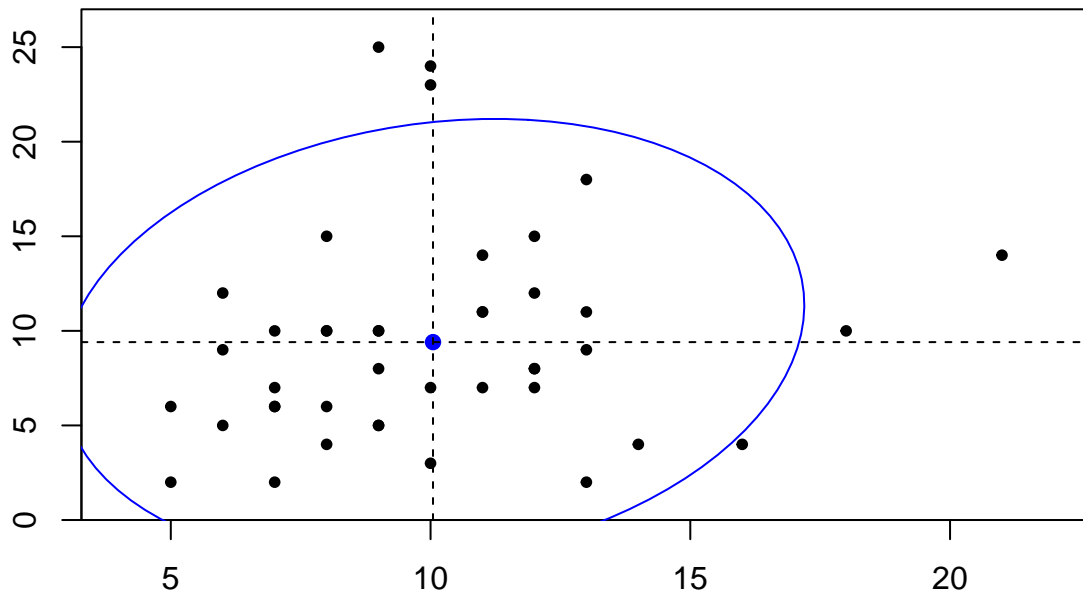
Tabla 36: Vector de Medias

|    | x         |
|----|-----------|
| V5 | 10.047619 |
| V6 | 9.404762  |

Tabla 37: Matriz de var-Cov

|    | V5        | V6        |
|----|-----------|-----------|
| V5 | 11.363531 | 3.126597  |
| V6 | 3.126597  | 30.978513 |

Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



(a) Datos Bivariados

Ahora para un conjunto de **datos bi-variados dado**, se utiliza la función anterior para representar una elipse de confianza específica.

Tabla 38: Encabezado de Datos

| V5 | V6 |
|----|----|
| 12 | 8  |
| 9  | 5  |
| 5  | 6  |
| 8  | 15 |
| 8  | 10 |

El Vector de medias y La matriz de Var-Cov Utilizadas son:

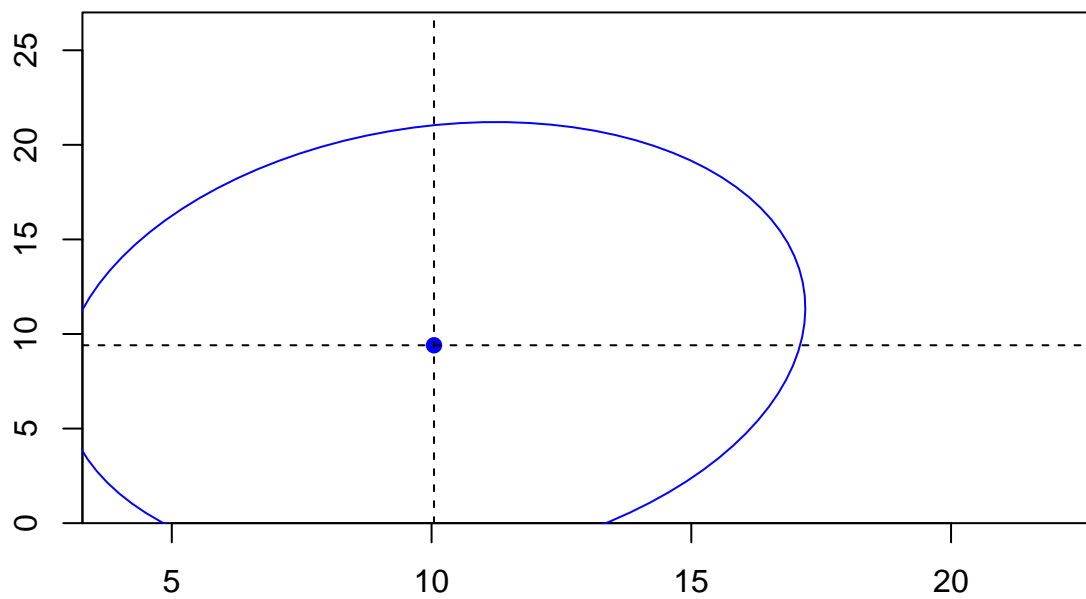
Tabla 39: Vector de Medias

| x  |           |
|----|-----------|
| V5 | 10.047619 |
| V6 | 9.404762  |

Tabla 40: Matriz de var-Cov

|    | V5        | V6        |
|----|-----------|-----------|
| V5 | 11.363531 | 3.126597  |
| V6 | 3.126597  | 30.978513 |

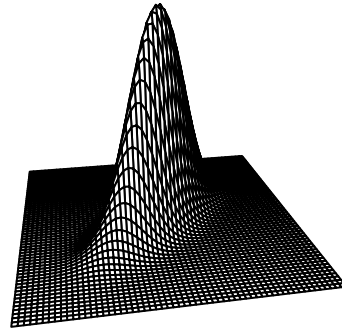
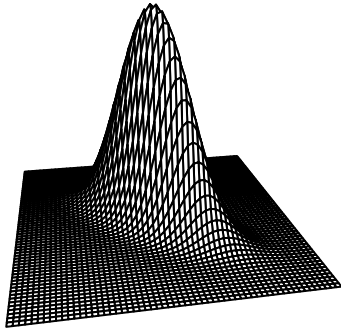
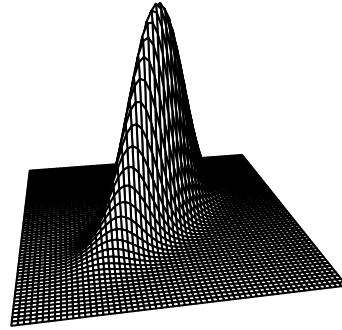
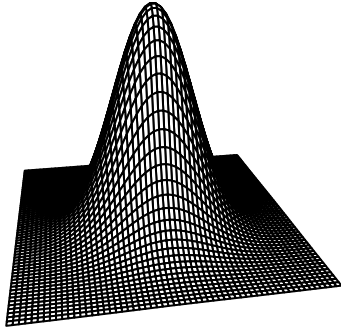
Con  $\underline{\mu}$  y  $\Sigma$  dados,  $(1-\alpha)100\%$



(a) Datos Bivariados

## Grafica de Superficies Normaaes Bivariadas

Ahora se grafican las superficies de varias f.d.p. normal multivariada con disptintas perspectivas de vistas.

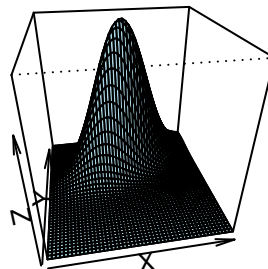
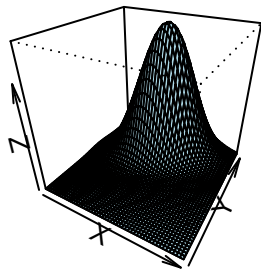




Más ejemplos de superficies de f.d.p normal multivariadas en varias perspectivas de vistas:

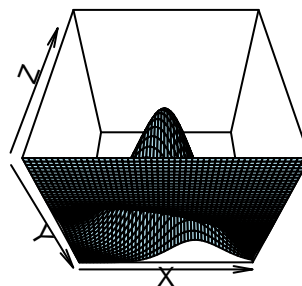
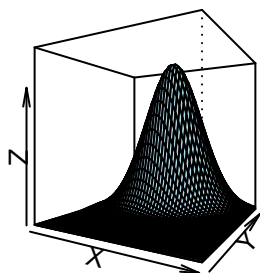
$$0.5, \mu_1=0, \mu_2=2, \sigma_1=\sqrt{2}, \sigma_2=1$$

**rho=0.5**



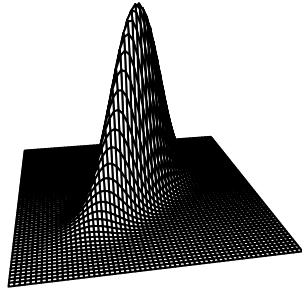
**rho=0.5**

**rho=0.5**

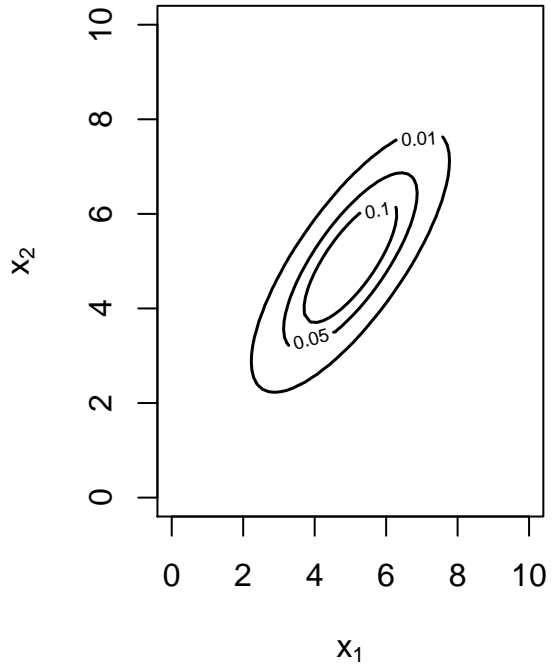


## Grafica de Contornos de Superficies de Normaaes Bivariadas

Ahora se tienen gráficos de contornos de f.f.p normal multivariada.



**Contornos de verosimilitud del 90%,95% y 99**



**Contornos de verosimilitud del 90%,95% y 99**

