

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 1 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Estadística Bayesiana

Juan Carlos Correa
e-mail:jccorrea@unal.edu.co

22 de febrero de 2021

Este es una TELEclase y NO es una clase Virtual!

- En Colombia se podía obtener un grado básico en educación con radioclases que se dictaban en Radio Sutatenza en los años 60's.
- Cuando ud. habla con un amigo por teléfono no dice que ud. está haciendo una llamada virtual (sin importar que use un teléfono fijo, un celular, etc.).
- Cuando ud. juega en su computador FIFA2019, ud. sí está en un entorno virtual.
- La virtualidad tiene varios niveles de inmersión, desde el más básico como son los juegos en computador o celular, hasta aquellos en los ud. no es capaz de saber si el entorno existe realmente.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 3 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Contenido de este curso

1. Introducción
2. Componentes del Método Bayesiano
3. Elicitación de Distribuciones Apriori
4. Familias Conjugadas
5. Elementos de Simulación: Método MCMC
6. Elementos de Inferencia Bayesiana: Estimación y Pruebas de Hipótesis
7. Distribuciones Predictivas
8. Regresión Lineal Bayesiana

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 4 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Evaluación

- Dos trabajos aplicados cada uno del 30 %. Se exponen, se entrega documento escrito y se califican conjuntamente. Se ordenan del mejor al peor. Al mejor le defino una calificación y de ahí para abajo.
- Trabajos cortos y tareas (en LateX): El 40 %

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 5 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Requisitos

- Modelos I
- Inferencia estadística
- Manejar LateX
- Manejar R
- Ganas...

Página [www](#)

Página de Abertura

Contenido



Página 6 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Referencias

- Lee, P. M. (1997). *Bayesian statistics: An introduction*, 2nd ed. Arnold, London.
- Correa, J. C. y Barrera, C. () Notas de Clase. Página de la editorial del ITM

Introducción

La escuela bayesiana en estadística ha tomado fuerza en los últimos años debido a su potencial para resolver problemas que no se pueden atacar con otros métodos y porque permite incorporar naturalmente información que es útil en la solución del problema enfrentado.

El siguiente ejemplo ilustra una situación típica:

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 8 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

La lotería que jugó anoche Suponga que a usted un amigo le ofrece un billete de lotería, pero con el problema que la lotería jugó anoche. Su amigo, que ha demostrado ser una persona honesta le informa que él no sabe el resultado de la lotería, y usted tampoco.

En una situación como ésta podemos pensar en una probabilidad de que el billete sea el ganador es la misma que el billete tenía antes de que se jugara la lotería, no lo piensa así?

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 9 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

- Nadie niega que ante un problema debemos utilizar toda la información disponible acerca de un problema particular.
- Un problema está en la forma de cuantificar esta información sin generar alguna contradicción.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 10 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Un problema que se ha planteado cuando se habla de la escuela bayesiana es que dos personas enfrentadas ante un problema y una decisión a tomar, y asumiendo que tengan la misma información muestral, pueden llegar a dos decisiones opuestas si su información adicional es diferente.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 11 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Greenland (2001) afirma que “los epidemiólogos perciben la especificación de la distribución apriori como impráctica y además pocos epidemiólogos emplearían métodos que no están disponibles en paquetes estadísticos líderes.”

Razones por las cuales se debería enseñar estadística desde el punto de vista bayesiano:

- El paradigma bayesiano es un medio natural de implementar el método científico donde la distribución apriori representa sus creencias iniciales acerca del modelo, usted recoge los datos adecuados, y la distribución posterior representa sus creencias actualizadas después de ver los datos.
- Si la incertidumbre acerca de los modelos es expresada utilizando probabilidad subjetiva, entonces la regla de Bayes es la única receta que uno necesita para realizar inferencias de los datos.

- Las afirmaciones inferenciales bayesianas son más fáciles de entender que las basadas en la inferencia tradicional basadas en muestreo repetido. La probabilidad que un parámetro caiga dentro de un intervalo calculado es igual a 0.95. También, en contraste con los procedimientos tradicionales de pruebas de hipótesis, tiene sentido hablar acerca de la probabilidad que una hipótesis estadística sea cierta.
- Por el principio de condicionalidad, los únicos datos relevantes para ejecutar inferencias son los datos realmente observados. Uno puede ignorar otros resultados de un espacio muestral que no son observados.
- Los problemas de predicción no son más difíciles que los problemas de estimación de parámetros. Parámetros y observaciones futuras son cantidades desconocidas que son modeladas subjetivamente.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 14 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Estatura de los colombianos.

Si pensamos en la estatura promedio de los hombres colombianos podemos pensar seriamente que este valor no es mayor que 180 cms. ni menor que 160 cms.

Es claro que si conocemos muchos hombres colombianos nuestra información puede utilizarse en un proceso inferencial, pero confiaríamos más si la información sobre la estatura proviene de algún estudio previo realizado sobre el mismo tema.

La nota esperada.

A un estudiante que acaba de presentar un examen se le puede preguntar cuál será su nota esperada.

Con base en su propio conocimiento de su capacidad y de su preparación, de cómo respondió el examen él puede tener una idea sobre la nota que espera obtener al ser calificado su examen.

Obviamente la nota exacta no la conoce ya que existen múltiples factores que entran en una evaluación, pero puede proporcionar un rango dentro del cual se sienta muy seguro.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 16 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Sobre una proporción.

Ya que estamos familiarizados con el tipo de estudiantes que están en este lugar, podemos establecer valores entre los cuales creemos cae el porcentaje de mujeres que estudian en la universidad.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 17 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Porcentaje de estudiantes que consumen una droga. Si queremos determinar el porcentaje de estudiantes que consumen un tipo de drogas, podemos utilizar la información que se haya recogido en estudios pasados.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 18 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Las ideas iniciales de la probabilidad surgieron relacionadas con los juegos de azar y su interpretación es básicamente frecuentista. Esta formulación frecuentista trabaja bien en muchas situaciones, pero no en todas.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 19 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Una característica distintiva de la estadística bayesiana es que tiene en cuenta de forma explícita la información previa y se involucra en el análisis en forma de distribución. La teoría clásica la considera básicamente para determinar tamaños muestrales y el diseño de experimentos y, a veces, como forma de crítica de los resultados hallados.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 20 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

La expresión de la información previa en forma cuantitativa puede ser un proceso complejo y delicado, aunque se han hallado soluciones que pueden llegar a parecer extrañas, como lo puede ser el uso de lo que se conoce como distribuciones no informativas, pero que se utilizan extensamente en el trabajo bayesiano aplicado.

Algunos de los problemas que ocurren con la aproximación clásica a varios problemas estadísticos:

- En pruebas de hipótesis:
 - Un experimento proporciona los elementos para una posibilidad de rechazar la hipótesis nula.
 - El rechazo de una hipótesis nula es diferente de su rechazo lógico.
 - Una hipótesis contradicha por los datos (un valor- p pequeño) significa que un evento improbable ha ocurrido, o que la hipótesis nula es falsa, o ambas.
 - Qué hacer si la hipótesis nula no es rechazada?
 - De acuerdo a Fisher una hipótesis nula nunca es aceptada.

■ En pruebas de hipótesis:(Cont.)

- Cuál estadístico de prueba utilizar?
 - No hay una regla general sobre cuál estadístico de prueba utilizar.
 - Diferentes estadísticos pueden llevar a diferentes conclusiones del mismo análisis.
 - Se pueden obtener conclusiones inconsistentes de manera lógica, por ejemplo colapando tablas de contingencia y realizando pruebas χ^2 .
- En la teoría de Neyman-Pearson una prueba estadística de hipótesis (H_o) no está sola sino contra teorías competidoras (H_1). Se pueden cometer dos tipos de errores y la idea es tener probabilidades de ambos errores tan pequeñas como sean posibles. El problema es de interpretación: Qué significa aceptar o rechazar?
- En ambas escuelas no hay probabilidades de que las teorías sean correctas.

- En pruebas de hipótesis:(Cont.)
- Problemas con los valores- p .
 - Solo pueden ser utilizados como evidencia contra una hipótesis, no proporcionan evidencia a favor de una hipótesis.
 - Valores- p iguales no proporcionan igual evidencia acerca de una hipótesis.
 - Si usamos valor- $p < 0,05$ como un evento binario, la evidencia es mayor en estudios más grandes.
 - Si usamos el valor- p real, la evidencia es mayor en estudios más pequeños.
- Muchos resultados pueden ser estadísticamente significativos debido a un n grande y no a una diferencia significativa.
- En estimación:
 - Los intervalos de confianza son a menudo malinterpretados

Página [www](#)

Página de Abertura

Contenido



Página 24 de 25

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Diferencias entre la teoría clásica y la teoría bayesiana

<i>Característica</i>	<i>Teoría Clásica</i>	<i>Teoría Bayesiana</i>
Parámetros de interés	Constantes desconocidas	Variables aleatorias
Distribución apriori	No existe	Existe y es explícita
Modelo muestral	Se asume	Se asume
Distribución posterior	No existe	Existe y se deriva
Razonamiento	Inductivo	Deductivo

Notación

Utilizaremos la siguiente notación:

$\theta' = (\theta_1, \dots, \theta_k)$	Vector de parámetros, algunos de ellos pueden ser de perturbación o estorbo.
x_1, \dots, x_n	Observaciones muestrales (i.i.d.)
$\xi(\theta)$	Distribución apriori de $\theta \in \Theta$. Muchos textos utilizan $\pi(\theta)$ y otros $f(\theta)$. La notación que usamos fue la utilizada por el profesor Morris DeGroot.
$f(x_i \theta)$	Distribución de X_i dado θ
$\xi(\theta x_1, \dots, x_n)$	Distribución aposteriori de $\theta \in \Theta$ dado $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$