



Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 1 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Estadística Bayesiana: Clase 2

Juan Carlos Correa

24 de febrero de 2021

Página [www](#)

Página de Abertura

Contenido



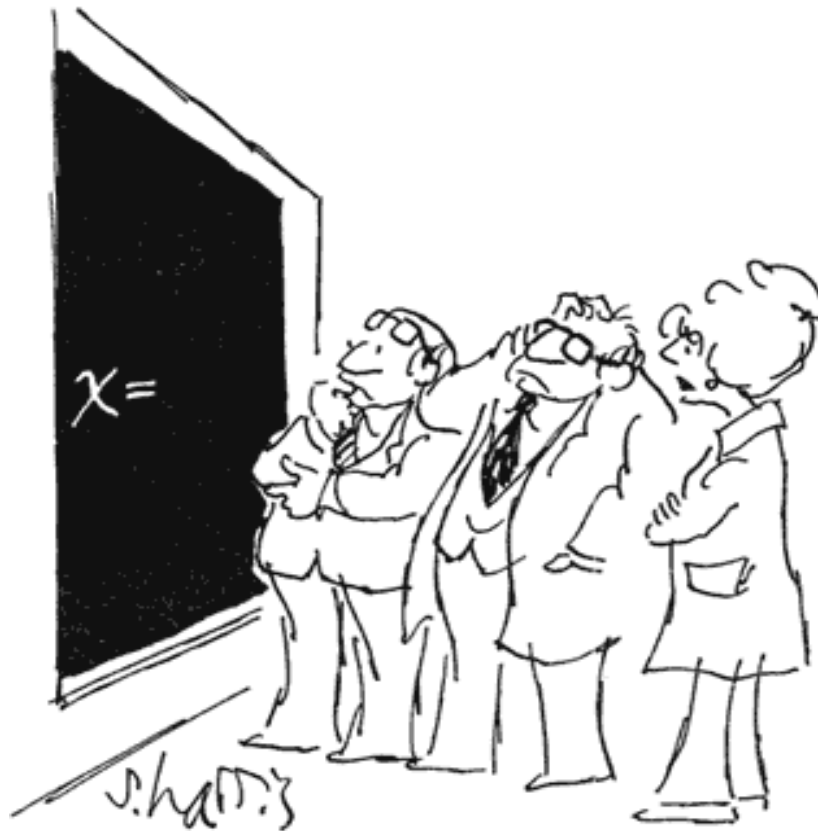
Página 2 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar



Elicitación Gráfica a Mano Alzada de la Distribución de un Parámetro

Este es un método que se puede utilizar en la etapa inicial de un proceso de elicitación. Tiene las siguientes ventajas:

- Claridad para el experto.
- Rapidez de la elicitación.

Pero tiene problemas...

- Solo sirve para elicitar parámetros unidimensionales.
- La escala vertical maneja expresiones verbales que no tienen clros equivalentes numéricos.



Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 4 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Elicitación a mano alzada de la estatura de un estudiante...

Página www

Página de Abertura

Contenido



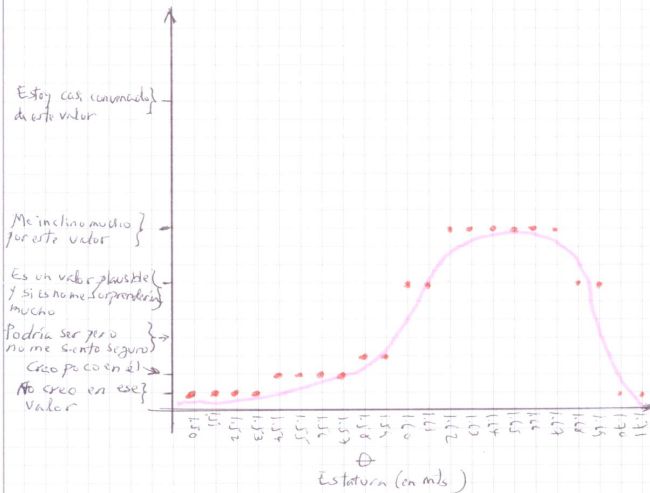
Página 5 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar



$$h(1.50) = h(1.51) = h(1.52) = h(1.53) = 1$$

$$h(1.54) = h(1.55) = h(1.56) = h(1.57) = 2$$

$$h(1.58) = h(1.59) = 3$$

$$h(1.60) = h(1.61) = 7$$

$$h(1.62) = h(1.63) = h(1.64) = h(1.65) = h(1.66) = h(1.67) = 10$$

$$h(1.68) = h(1.69) = 7$$

$$h(1.70) = h(1.71) = 1$$

$$P(\text{Egura} = 1.68) = 7$$

$$= \frac{7}{115}$$

$$\left(1 \times 4 + 2 \times 7 + 3 \times 2 \right) + 3 \times 7 + 6 \times 10 + 2 \times 7 + 1$$

Ejemplo sobre la estatura de estudiante

```
estatura<-seq(1.50,1.71,by=0.01)
h.estatura<-c(1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,
7,7,rep(10,6),7,7,1,1)
```

```
prob.estatura<-h.estatura/sum(h.estatura)
plot(estatura,prob.estatura,ylim=c(0,0.1),
xlim=c(1.40,1.75),ylab='',xlab='')
title(ylab='Probabilidad',xlab='Estatura (en metros)')
```

> # Solución vía simulación

```
> muestra<-sample(estatura,10000,replace=T,prob=prob.estatura)
> table(muestra)
```

muestra

1.5	1.51	1.52	1.53	1.54	1.55	1.56	1.57	1.58	1.59	1.6	1.61	1.62	1.63
81	88	97	111	176	164	171	183	268	290	625	666	936	971

```
> mean(muestra)
```

[1] 1.631832

```
> var(muestra)
```

[1] 0.001880512

```
> median(muestra)
```

[1] 1.64

```
> quantile(muestra, probs=c(0.05,0.5,0.95))
```

5% 50% 95%

1.54 1.64 1.69

Expresiones verbales sobre incertidumbre

Por al menos dos razones los analistas requieren que los juicios acerca de incertidumbre sean numéricos:

1. Se cree que las expresiones numéricas son comunicaciones precisas e inequívocas que permiten el cálculo del valor esperado o la utilidad esperada, mientras que el lenguaje natural es vago, sujeto a diferentes interpretaciones por diferentes personas, y no es útil para cálculos claros.
2. La calidad de las expresiones numéricas pueden ser evaluadas, mientras que las lingüísticas no.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 8 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

- Las expresiones verbales sobre incertidumbre pueden ayudar a validar las expresiones numéricas de las mismas.
- La gente prefiere la comunicación verbal sobre la numérica cuando quieren expresar su incertidumbre, pero prefieren recibirla en forma numérica.
- Una de las motivaciones más fuertes para usar representaciones de incertidumbre basadas en el lenguaje es el de evitar el problema de la “falsa precisión” asociado con las probabilidades establecidas numéricamente.

La siguiente tabla presenta los valores medios obtenidos en una investigación realizada entre 140 sujetos para la cuantificación de expresiones de incertidumbre. Hay que recordar que estos trabajos se han realizado con frases o palabras en inglés y, por lo tanto, para las expresiones en español no se ha realizado ningún trabajo hasta el presente.

Palabra	Valor
Absolutamente imposible	0.015
Raramente	0.119
Muy improbable	0.159
Raro	0.196
No muy probable	0.214
Bastante improbable	0.271
Algo improbable	0.318
Incierto	0.404
Algo menos que la mitad de las veces	0.439
Un carisellazo	0.498
Algo más que la mitad de las veces	0.456
Más que parejo	0.611
Algo posible	0.677
Buen chance	0.723
Es posible	0.769
Muy probable	0.835
Altamente probable	0.880
Casi seguro	0.913
Absolutamente seguro	0.998

- La información sobre un parámetro (puede ser un vector) que se tiene se debe resumir en una distribución de probabilidad, esta será llamada la **distribución apriori**.
- Los parámetros son considerados variables aleatorias (esto no es aceptable en la estadística clásica).
- La información apriori puede provenir de:
 - estudios previos
 - información subjetiva de expertos (la cuantificación de esta información es lo que llamamos **elicitación**).

Si θ es el parámetro de interés, la distribución apriori la vamos a denotar como $\xi(\theta)$.

Elicitación de Probabilidades Subjetivas

La posición personal de la probabilidad difiere de otras aproximaciones en que no intenta especificar qué asignaciones son “correctas”. Todas las asignaciones que sean autoconsistentes, o coherentes, son admisibles en tanto el individuo sienta que ellas concuerdan con sus juicios (Winkler, 1967b).

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 12 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

En esta asignación de probabilidades personales a eventos hay dos requisitos:

1. La asignación debe obedecer ciertos postulados de coherencia, y
2. las asignaciones deben corresponder a los juicios de la persona.

Página www

Página de Abertura

Contenido



Página 13 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

- Es fácil chequear el primer punto, pero en el segundo una probabilidad asignada a un evento es el resultado de la interacción de numerosas creencias o juicios que solo existen en la mente de la persona.
- Y hay que tener en cuenta que esta asignación se realiza en un punto del tiempo y que la misma persona puede revisarlas a la luz de nueva información.
- Uno definitivamente no puede probar que las probabilidades asignadas corresponden realmente a los juicios de la persona.

Supuestos de Coherencia

Asumimos que la persona que asigna las probabilidades subjetivas mediante interrogación directa, posee las siguientes condiciones ideales:

1. Ella nunca viola el supuesto de coherencia.
2. Ella entiende perfectamente los métodos utilizados para la asignación de probabilidades. Esto es, ella entiende las alternativas que se le presentan y las implicaciones de cada alternativa.
3. Ella tiene una función de utilidad que es lineal con respecto al dinero en el rango relevante. Además, ella escoge sus respuestas de tal forma que maximiza su utilidad esperada.

Una forma de asignación de probabilidades es la interrogación directa, que consiste en preguntas que conciernen con

- las probabilidades,

CDF (Función de Distribución Acumulada): Se asignan percentiles, por medio de subdivisiones o preguntas directas referentes a los percentiles, y se grafican en forma de función de distribución acumulada.

PDF (Función Densidad de Probabilidad): Probabilidad. Se asignan puntos de la función de densidad, por medio de preguntas que consideren densidades o áreas relativas, y del gráfico de esta función.

- No paramétrica
- Paramétrica.

- previsión de muestras futuras,

HFS (Muestras Hipotéticas Futuras): Se considera el efecto de evidencia muestral sobre las probabilidad del sujeto.

EPS (Información Muestral Apriori Equivalente): Se expresan los juicios apriori en términos de un equivalente muestral apriori.

- apuestas,
- loterías hipotéticas,
- gráficos de distribuciones de probabilidad, etc.

Un Diálogo para la Obtención de la Proporción

El siguiente diálogo ilustra una posible forma de elicitar información sobre una proporción y es presentado en Raiffa (1970)

Analista: *Quisiera mostrarle una forma de obtener una distribución de probabilidad subjetiva acerca de una proporción π . Quiero elegir un contexto que sea lo suficientemente significativo para usted porque sus opiniones son las que interesan. Consideremos la población de médicos no abstemios en Colombia. Supongamos que π es la proporción de estos bebedores que consumieron más cerveza que aguardiente durante el último año. Por cierto, sabe usted algo de los hábitos alcohólicos de los médicos?*

Cliente: No mucho. Conozco personalmente a tres o cuatro médicos, pero me imagino que los doctores no serán muy diferentes de los abogados, los dentistas o los ingenieros. El problema es que no sabría responder a su pregunta para cualquiera de esos grupos. No tengo ni la más remota idea del valor de π .

Página [www](#)

Página de Abertura

Contenido



Página 18 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Analista: *Bueno. Esto es justamente lo que quería.*

Cliente: Supongo que quiere que haga una predicción óptima de π . No sé si podría hacerlo.

Analista: *No, no es eso lo que quiero. De hecho no creo que tenga sentido hablar de una predicción “óptima”. Óptima para qué? Déjeme hacerle unas preguntas de precalentamiento. Cree usted que es probable que π sea menor o mayor que 0.10?*

Cliente: Mayor, seguro.

Analista: *Es probable que π sea mayor o menor que 0.90?*

Cliente: Menor.

Analista: *Estas preguntas eran fáciles. Vea usted, ya sabe algo sobre π . Ahora quiero que piense bien antes de contestarme. Déme una proporción tal que sea extremadamente difícil decidir si es probable que π sea mayor o menor que ese valor. En otras palabras, quiero que me dé un valor para el que crea que es igualmente probable que π sea mayor o menor que él.*

Cliente: (Después de pensar un rato). Yo diría que 0.60. Pero no estoy nada seguro. Creo que la mayoría de los médicos prefieren tomar cerveza.

Analista: *No se preocupe demasiado; si quiere cambiar de opinión más tarde, no hay inconveniente. Me acaba de decir que cree que es igualmente probable que π sea mayor o menor que 0.60.*

Cliente: Exactly. Pero no me pida que defina lo que significa “igualmente probable”.

Analista: *Por “igualmente probable”, en este contexto, quiero decir que usted es indiferente entre recibir un premio muy deseable condicionado a que π sea menor que 0.60, y recibir este mismo premio condicionado a que π sea mayor que 0.60. O, de forma más dramática, si su vida dependiera de ello, optaría igualmente por un $\pi \leq 0,60$ que por un $\pi \geq 0,60$. Está siguiéndome?*

Cliente: Hasta ahora sí.

Página [www](#)

Página de Abertura

Contenido



Página 21 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Analista: *Esencialmente, me acaba de decir, y usted lo cree, que 0.60 divide el intervalo de cero a uno en dos partes igualmente probables, en su opinión. Ahora voy a pedirle que repita este proceso de dividir imaginariamente diferentes intervalos en dos partes igualmente probables. Por ejemplo, qué cree usted que es más probable, que π sea menor que 0.20 o que esté comprendido entre 0.20 y 0.60?*

Cliente: Entre 0.20 y 0.60.

Página [www](#)

Página de Abertura

Contenido



Página 22 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Analista: *Entre cero y 0.58, o entre 0.58 y 0.60?*

Cliente: Entre 0 y 0.58.

Analista: *De acuerdo. Ahora deme un número para el que crea que es igualmente probable que π esté comprendido entre cero y ese número y ese número y 0.60.*

Cliente: Qué ocurre si π es mayor que 0.60?

Analista: *Tal como están las cosas usted pierde. Mire, si me dice que el número es π^* , esto quiere decir que sus probabilidades de ganar el premio son igualmente buenas si elige el intervalo de cero a π^* como lo son si elige el intervalo de π^* a 0.60. Si π es mayor que 0.60, no obtendría el premio sea cual sea el lado de π^* que elija, porque π no estaría en esos intervalos.*

Cliente: De acuerdo. Veamos... Diré que 0.50 divide el intervalo de cero a 0.60 en dos partes igualmente probables.

Analista: *Le hubiera sido más fácil si, una vez que me había dado el número 0.60 le hubiera hecho la última pregunta de esta otra manera?: “Mire, suponga que le digo que π es menor que 0.60. Cómo dividiría ahora el intervalo de cero a 0.60 en dos partes igualmente probables?”*

Cliente: Son iguales las preguntas?

Analista: *Creo que sí. Piénselo.*

Cliente: Supongo que son iguales. La segunda me parece más fácil, pero las cosas siempre me parecen más fáciles a la segunda vez.

Analista: *Continuemos. Imagínese que le digo que π es mayor que 0.60. Cómo dividiría el intervalo 0.60 a 1 en dos partes igualmente probables?*

Cliente: 0.70. El intervalo de 0.60 a 0.70 me parece igualmente probable que los valores superiores a 0.70. Pero realmente me siento un poco incómodo acerca de 0.50 y 0.70 porque el 0.60 es muy poco firme. Me parece como si estuviera construyendo sobre una esponja. Espero que se dé cuenta de que estos números son muy poco firmes.

Analista: *Me doy cuenta de ello. Animo! Ahora me ha dado tres números, 0.60, 0.50 y 0.70. Voy a dibujar un intervalo de cero a 1 y colocar estos puntos en él.*

0 ————— 1

Me acaba de decir que, en lo que a usted respecta, cree que es igualmente probable que π esté situado en cualquiera de los cuatro intervalos $[0 \text{ a } 0.50]$, $[0.50 \text{ a } 0.60]$, $[0.60 \text{ a } 0.70]$ y $(0.70 \text{ a } 1.00]$.

Cliente: Si, creo que eso es lo que he dicho.

Analista: *Ahora voy a comprobarlo. No pretendo confundirle ni molestarle, pero es importante considerar estas cuestiones desde todos los ángulos. Por ejemplo, preferiría usted apostar que π está en el intervalo $[0.50 \text{ a } 0.70]$ o apostar que está fuera de este intervalo?*

Cliente: Creo que apostaría que está dentro del intervalo. Pero estoy siendo inconsistente, no?

Analista: *Sí, lo está siendo, pero es normal. Quiero que piense más sobre ello. Es una ventaja que trate conscientemente de ser consistente.*

Cliente: Bien, no quiero cambiar el 0.60. Me siento más inseguro con el 0.70. Supongo que estaría dispuesto a admitir un 0.68. En lo que a mí respecta, hay una probabilidad del 50-50 de que π esté en el intervalo $[0.50 \text{ a } 0.68]$.

Analista: *Estaría dispuesto a decir que es igualmente probable que π esté en el intervalo $[0.60$ a $0.68]$ o en el intervalo $[0.68$ a $1]$?*

Cliente: De acuerdo, lo admitiré. Pero, si lo hiciéramos todo otra vez y si borrara esta conversación de mi memoria, puedo imaginar que, en lugar de terminar con los números 0.50, 0.60 y 0.68, podría haber terminado con números como 0.52, 0.64 y 0.74.

Analista: *Bien, podría usted imaginar terminar con números tales como 0.20, 0.40 y 0.55?*

Cliente: No. Realmente no. Pero, qué haría si yo dijera “Sí”?

Página [www](#)

Página de Abertura

Contenido



Página 28 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Analista: Seguiría presionándole y utilizaría algún sistema de promedios que separara aún más los tres que me ha dado. Pero, continuemos. Me referiré al número 0.60 como su percentil 0.50, al número 0.50 como su percentil 0.25 y al número 0.68 como su percentil 0.75. Necesito unos cuantos porcentajes más. Cómo dividiría usted el intervalo $[0$ a $0.50]$ en dos partes igualmente probables?

Cliente: 0.42.

Analista: Ahora divida el intervalo $[0$ a $0.42]$

Cliente: Me está forzando un poco demasiado.

Analista: *Bien. Suponga que yo le dijera que π es menor que 0.42. Preferiría apostar por el intervalo $[0$ a $0.21]$ o por el intervalo $[0.21$ a $0.42]$?*

Cliente: Por el último, por supuesto. De acuerdo, utilice 0.36.

Analista: *Ahora pasemos al extremo superior. Divida $[0.68$ a $1.00]$.*

Cliente: Utilice 0.75.

Analista: *De acuerdo. Divida $[0.75$ a $1.00]$.*

Cliente: Utilice 0.80.

Página [www](#)

Página de Abertura

Contenido



Página 30 de 28

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Analista: *Resumamos sus respuestas en una tabla:*

Distribución Subjetiva del Cliente

<i>Percentil</i>	<i>Valor del Percentil</i>
<i>0.0625</i>	<i>0.36</i>
<i>0.125</i>	<i>0.42</i>
<i>0.25</i>	<i>0.50</i>
<i>0.50</i>	<i>0.60</i>
<i>0.75</i>	<i>0.68</i>
<i>0.875</i>	<i>0.75</i>
<i>0.9375</i>	<i>0.80</i>

Página [www](#)

Página de Abertura

Contenido



*Página **31** de **28***

Regresar

Full Screen

Cerrar

Abandonar

Esta discusión puede continuar por largo tiempo y a medida que el cliente es más y más consciente del proceso de elicitación y su información es cada vez mejor.