

Estadísticos Suficientes

1. Sea X una variable aleatoria tal que $X \sim n(0, \sigma^2)$. Es $|X|$ un estadístico suficiente para σ^2 .

2. Sea X_1, X_2, \dots, X_n variables aleatorias independientes tales que:

$$f_{X_i}(x|\theta) = \begin{cases} \exp(i\theta - x) & ; \quad x \geq i\theta \\ 0 & ; \quad x < i\theta \end{cases}.$$

Sea $T = \text{Min}_i \left\{ \frac{X_i}{i} \right\}$. Muestre que T es un estadístico suficiente para θ .

3. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una p.d.f. dada por:

$$f_X(x|\theta) = \frac{1}{\sigma} \exp \left[-\frac{(x-\mu)}{\sigma} \right] \quad ; \quad \mu < x < \infty, \quad \sigma > 0.$$

Encuentre un estimador bidimensional suficiente para $\theta = (\mu, \sigma)$.

4. Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria tal que X_i tiene una distribución uniforme discreta definida en $\{1, 2, \dots, \theta\}$. Pruebe que $T(\mathbf{X}) = \max_i X_i$ es un estadístico suficiente para θ .

5. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una p.d.f. dada por:

$$f_X(x|\theta) = \exp(-(x-\theta)) \quad ; \quad x > \theta.$$

Sea $Y = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Muestre que Y es un estadístico suficiente para θ .

6. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una población con distribución de probabilidad dada por:

$$p_X(x|\theta) = \theta^x (1-\theta) \quad ; \quad 0 < \theta < 1, \quad x = 0, 1, 2, \dots.$$

Encuentre un estadístico suficiente para θ .

7. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una población con p.d.f. $Beta(\alpha, 2)$. Halle un estadístico suficiente para α .

8. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una p.d.f. dada por:

$$f_X(x | \boldsymbol{\theta}) = \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} \quad ; \quad \alpha > 0 \quad , \quad 0 < x < \beta \quad ,$$

con $\boldsymbol{\theta} = (\alpha, \beta)$. Halle un estadístico suficiente bidimensional para $\boldsymbol{\theta}$.

9. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una p.d.f. dada por:

$$f_X(x | \theta) = \frac{\theta}{(1+x)^{\theta+1}} \quad ; \quad x > 0 \quad \theta > 0 \quad .$$

Halle un estadístico suficiente para θ .