# Notas de Clase Sobre Regresión Lineal
# Regresión Lineal Simple (RLS): Parte IV


Nelfi González Alvarez

Profesora Asociada Escuela de Estadística

e-mail: ngonzale@unal.edu.co

Isabel Cristina Ramírez Guevara

Profesora Asociada Escuela de Estadística

e-mail: iscramirezgu@unal.edu.co

Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Escuela de Estadística


2021

# Contenido I

# Contenido

# Definición de linealidad de un modelo de regresión

- El término “modelo de regresión lineal” no implica una relación de tendencia lineal entre $Y$ y $X$, esta relación puede tener una curvatura;
- La linealidad del modelo es con relación a los parámetros de la función de regresión: ningún parámetro de la regresión aparece como el exponente o es dividido o multiplicado por otro parámetro.

**Definición 1.1**

*Un modelo de regresión para una variable respuesta $Y$ en un conjunto de predictores $X_1, \ldots, X_k$, con función de regresión $f(X_1, \ldots, X_k; \beta)$:*

$$Y = f(X_1, \ldots, X_k; \beta) + E, \quad E \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2),$$

*es lineal en el vector de parámetros $\beta = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k)^T$, si al evaluar el modelo en un conjunto de $n$ observaciones, el sistema resultante de $n$ ecuaciones con $(k+1)$ incógnitas puede escribirse en forma matricial como*

$$y = X\beta + E,$$

*donde $y \in \mathbb{R}^n$ es el vector respuesta, $X \in \mathbb{R}^{n \times (k+1)}$ es la matriz de diseño y $E \in \mathbb{R}^n$ es el vector de errores.*

# Definición de linealidad de un modelo de regresión

- El término "modelo de regresión lineal" no implica una relación de tendencia lineal entre $Y$ y $X$, esta relación puede tener una curvatura;
- La linealidad del modelo es con relación a los parámetros de la función de regresión: ningún parámetro de la regresión aparece como el exponente o es dividido o multiplicado por otro parámetro.

**Definición 1.1**

*Un modelo de regresión para un variable respuesta $Y$ vs. un conjunto de predictores $X_1,\ldots,X_k$, con función de regresión $f(X_1,\ldots,X_k,\beta)$:*

$$Y = f(X_1,\ldots,X_k,\beta) + E,\ E \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma^2),$$

*es lineal en el vector de parámetros $\beta = (\beta_0,\beta_1,\ldots,\beta_k)^T$ si al evaluar el modelo en un conjunto de n observaciones, el sistema resultante de n ecuaciones con $(k+1)$ incógnitas puede escribirse en forma matricial como*

$$y = X\beta + E,$$

*donde $y \in \mathbb{R}^n$ es el vector respuesta, $X \in \mathbb{R}^{n\times(k+1)}$ es la matriz de diseño y $E \in \mathbb{R}^n$ es el vector de errores.*

# Definición de linealidad de un modelo de regresión

- El término “modelo de regresión lineal” no implica una relación de tendencia lineal entre $Y$ y $X$, esta relación puede tener una curvatura;
- La linealidad del modelo es con relación a los parámetros de la función de regresión: ningún parámetro de la regresión aparece como el exponente o es dividido o multiplicado por otro parámetro.

**Definición 1.1**

*Un modelo de regresión para un variable respuesta $Y$ vs. un conjunto de predictores $X_1, \ldots, X_k$, con función de regresión $f(X_1, \ldots, X_k, \beta)$:*

$$Y = f(X_1, \ldots, X_k, \beta) + E, \; E \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right),$$

*es lineal en el vector de parámetros $\beta = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k)^T$ si al evaluar el modelo en un conjunto de $n$ observaciones, el sistema resultante de $n$ ecuaciones con $(k+1)$ incógnitas puede escribirse en forma matricial como*

$$y = X\beta + E,$$

*donde $y \in \mathbb{R}^n$ es el vector respuesta, $X \in \mathbb{R}^{n \times (k+1)}$ es la matriz de diseño y $E \in \mathbb{R}^n$ es el vector de errores.*

# Definición de linealidad de un modelo de regresión

- El término "modelo de regresión lineal" no implica una relación de tendencia lineal entre $Y$ y $X$, esta relación puede tener una curvatura;
- La linealidad del modelo es con relación a los parámetros de la función de regresión: ningún parámetro de la regresión aparece como el exponente o es dividido o multiplicado por otro parámetro.

## Definición 1.1

*Un modelo de regresión para un variable respuesta $Y$ vs. un conjunto de predictores $X_1, \ldots, X_k$, con función de regresión $f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta})$:*

$$Y = f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta}) + E,\ E \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right),$$

*es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k)^T$, si al evaluar el modelo en un conjunto de $n$ observaciones, el sistema resultante de $n$ ecuaciones con $(k+1)$ incógnitas, puede escribirse en forma matricial como*

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E},$$

*donde $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n$ es el vector respuesta, $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n\times(k+1)}$ es la matriz de diseño y $\boldsymbol{E} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de errores.*

# Definición de linealidad de un modelo de regresión

- El término "modelo de regresión lineal" no implica una relación de tendencia lineal entre $Y$ y $X$, esta relación puede tener una curvatura;
- La linealidad del modelo es con relación a los parámetros de la función de regresión: ningún parámetro de la regresión aparece como el exponente o es dividido o multiplicado por otro parámetro.

## Definición 1.1

*Un modelo de regresión para un variable respuesta $Y$ vs. un conjunto de predictores $X_1, \ldots, X_k$, con función de regresión $f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta})$:*

$$Y = f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta}) + E,\ E \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right),$$

*es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k)^T$, si al evaluar el modelo en un conjunto de $n$ observaciones, el sistema resultante de $n$ ecuaciones con $(k+1)$ incógnitas, puede escribirse en forma matricial como*

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E},$$

*donde $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n$ es el vector respuesta, $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^{n\times(k+1)}$ es la matriz de diseño y $\boldsymbol{E} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de errores.*

# Definición de linealidad de un modelo de regresión

- El término "modelo de regresión lineal" no implica una relación de tendencia lineal entre $Y$ y $X$, esta relación puede tener una curvatura;
- La linealidad del modelo es con relación a los parámetros de la función de regresión: ningún parámetro de la regresión aparece como el exponente o es dividido o multiplicado por otro parámetro.

## Definición 1.1

*Un modelo de regresión para un variable respuesta $Y$ vs. un conjunto de predictores $X_1, \ldots, X_k$, con función de regresión $f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta})$:*

$$Y = f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta}) + E, \; E \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right),$$

*es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k)^T$, si al evaluar el modelo en un conjunto de $n$ observaciones, el sistema resultante de $n$ ecuaciones con $(k+1)$ incógnitas, puede escribirse en forma matricial como*

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E},$$

*donde $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n$ es el vector respuesta, $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^{n\times(k+1)}$ es la matriz de diseño y $\boldsymbol{E} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de errores.*

# Definición de linealidad de un modelo de regresión

- El término "modelo de regresión lineal" no implica una relación de tendencia lineal entre $Y$ y $X$, esta relación puede tener una curvatura;
- La linealidad del modelo es con relación a los parámetros de la función de regresión: ningún parámetro de la regresión aparece como el exponente o es dividido o multiplicado por otro parámetro.

## Definición 1.1

*Un modelo de regresión para un variable respuesta $Y$ vs. un conjunto de predictores $X_1, \ldots, X_k$, con función de regresión $f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta})$:*

$$Y = f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta}) + E,\ E \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right),$$

*es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k)^T$, si al evaluar el modelo en un conjunto de $n$ observaciones, el sistema resultante de $n$ ecuaciones con $(k+1)$ incógnitas, puede escribirse en forma matricial como*

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E},$$

*donde $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n$ es el vector respuesta, $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^{n\times(k+1)}$ es la matriz de diseño y $\boldsymbol{E} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de errores.*

# Definición de linealidad de un modelo de regresión

- El término "modelo de regresión lineal" no implica una relación de tendencia lineal entre $Y$ y $X$, esta relación puede tener una curvatura;
- La linealidad del modelo es con relación a los parámetros de la función de regresión: ningún parámetro de la regresión aparece como el exponente o es dividido o multiplicado por otro parámetro.

## Definición 1.1

*Un modelo de regresión para un variable respuesta $Y$ vs. un conjunto de predictores $X_1, \ldots, X_k$, con función de regresión $f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta})$:*

$$Y = f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta}) + E, \; E \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right),$$

*es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k)^T$, si al evaluar el modelo en un conjunto de $n$ observaciones, el sistema resultante de $n$ ecuaciones con $(k+1)$ incógnitas, puede escribirse en forma matricial como*

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E},$$

*donde $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n$ es el vector respuesta, $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^{n\times(k+1)}$ es la matriz de diseño y $\boldsymbol{E} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de errores.*

# Definición de linealidad de un modelo de regresión

- El término "modelo de regresión lineal" no implica una relación de tendencia lineal entre $Y$ y $X$, esta relación puede tener una curvatura;
- La linealidad del modelo es con relación a los parámetros de la función de regresión: ningún parámetro de la regresión aparece como el exponente o es dividido o multiplicado por otro parámetro.

## Definición 1.1

*Un modelo de regresión para un variable respuesta $Y$ vs. un conjunto de predictores $X_1, \ldots, X_k$, con función de regresión $f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta})$:*

$$Y = f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta}) + E,\ E \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right),$$

*es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k)^T$, si al evaluar el modelo en un conjunto de $n$ observaciones, el sistema resultante de $n$ ecuaciones con $(k+1)$ incógnitas, puede escribirse en forma matricial como*

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E},$$

*donde $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n$ es el vector respuesta, $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^{n\times(k+1)}$ es la matriz de diseño y $\boldsymbol{E} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de errores.*

# Definición de linealidad de un modelo de regresión

- El término "modelo de regresión lineal" no implica una relación de tendencia lineal entre $Y$ y $X$, esta relación puede tener una curvatura;
- La linealidad del modelo es con relación a los parámetros de la función de regresión: ningún parámetro de la regresión aparece como el exponente o es dividido o multiplicado por otro parámetro.

**Definición 1.1**

*Un modelo de regresión para un variable respuesta $Y$ vs. un conjunto de predictores $X_1, \ldots, X_k$, con función de regresión $f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta})$:*

$$Y = f(X_1, \ldots, X_k, \boldsymbol{\beta}) + E,\ E \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right),$$

*es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k)^T$, si al evaluar el modelo en un conjunto de $n$ observaciones, el sistema resultante de $n$ ecuaciones con $(k+1)$ incógnitas, puede escribirse en forma matricial como*

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E},$$

*donde $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n$ es el vector respuesta, $\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^{n\times(k+1)}$ es la matriz de diseño y $\boldsymbol{E} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de errores.*

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4 \end{aligned} \tag{1}$$

matricialmente, tiene la representación $y = X\beta + E$, donde

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times 1} \quad E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo es lineal en el vector de parámetros $\beta$

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4 \end{aligned} \tag{1}$$

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4 \end{aligned} \tag{1}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$.

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4 \end{aligned} \tag{1}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$.

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4 \end{aligned} \tag{1}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$.

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4 \end{aligned} \tag{1}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$.

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4 \end{aligned} \tag{1}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo es lineal en el vector de parámetros $\beta$.

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$
\begin{aligned}
y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\
y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\
y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\
y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4
\end{aligned} \tag{1}
$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$
\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}
$$

por tanto, el modelo es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$.

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4 \end{aligned} \tag{1}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo es lineal en el vector de parámetros $\beta$.

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4 \end{aligned} \tag{1}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo es lineal en el vector de parámetros $\beta$.

***Ejemplo 1:*** Suponga el MRLS con una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$. Al evaluar la ec. del modelo, $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$, en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con dos incognitas ($\beta_0$ y $\beta_1$ son las incognitas)

$$\begin{aligned}
y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + E_1 \\
y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + E_2 \\
y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + E_3 \\
y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + E_4
\end{aligned} \tag{1}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ 1 & x_4 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}_{2\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$.

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_1^2 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + \beta_2 \cdot x_3^2 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_4^2 + E_4 \end{aligned} \tag{2}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{bmatrix}_{4\times 3} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}_{3\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo de regresión es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$, a pesar que la relación de tendencia ente $Y$ y $X$ es no lineal.

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_1^2 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + \beta_2 \cdot x_3^2 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_4^2 + E_4 \end{aligned} \tag{2}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{bmatrix}_{4\times 3} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}_{3\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo de regresión es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$, a pesar que la relación de tendencia ente $Y$ y $X$ es no lineal.

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

$$
\begin{aligned}
y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_1^2 + E_1 \\
y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + E_2 \\
y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + \beta_2 \cdot x_3^2 + E_3 \\
y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_4^2 + E_4
\end{aligned} \tag{2}
$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$
\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{bmatrix}_{4\times 3} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}_{3\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}
$$

por tanto, el modelo de regresión es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$, a pesar que la relación de tendencia ente $Y$ y $X$ es no lineal.

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n=4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i=1,\ldots,4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_1^2 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + \beta_2 \cdot x_3^2 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_4^2 + E_4 \end{aligned} \tag{2}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{bmatrix}_{4\times 3} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}_{3\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo de regresión es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$, a pesar que la relación de tendencia ente $Y$ y $X$ es no lineal.

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_1^2 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + \beta_2 \cdot x_3^2 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_4^2 + E_4 \end{aligned} \tag{2}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{bmatrix}_{4\times 3} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}_{3\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo de regresión es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$, a pesar que la relación de tendencia ente $Y$ y $X$ es no lineal.

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_1^2 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + \beta_2 \cdot x_3^2 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_4^2 + E_4 \end{aligned} \tag{2}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{bmatrix}_{4\times 3} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}_{3\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo de regresión es lineal en el vector de parámetros $\beta$, a pesar que la relación de tendencia ente $Y$ y $X$ es no lineal.

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_1^2 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + \beta_2 \cdot x_3^2 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_4^2 + E_4 \end{aligned} \tag{2}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \qquad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{bmatrix}_{4\times 3} \qquad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}_{3\times 1} \qquad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo de regresión es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$, a pesar que la relación de tendencia ente $Y$ y $X$ es no lineal.

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_1^2 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + \beta_2 \cdot x_3^2 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_4^2 + E_4 \end{aligned} \tag{2}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{bmatrix}_{4\times 3} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}_{3\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo de regresión es lineal en el vector de parámetros $\beta$, a pesar que la relación de tendencia ente $Y$ y $X$ es no lineal.

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_1^2 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + \beta_2 \cdot x_3^2 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_4^2 + E_4 \end{aligned} \tag{2}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{bmatrix}_{4\times 3} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}_{3\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo de regresión es lineal en el vector de parámetros $\beta$, a pesar que la relación de tendencia ente $Y$ y $X$ es no lineal.

***Ejemplo 2:*** Suponga de nuevo una muestra de $n = 4$ observaciones $(x_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, 4$ pero ahora el modelo es $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + E_i$, $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$. Al evaluar esta ec. en las observaciones, se obtiene el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con tres incognitas ($\beta_0$, $\beta_1$ y $\beta_2$ son las incognitas)

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_1^2 + E_1 \\ y_2 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + E_2 \\ y_3 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_3 + \beta_2 \cdot x_3^2 + E_3 \\ y_4 &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_4 + \beta_2 \cdot x_4^2 + E_4 \end{aligned} \tag{2}$$

matricialmente, tiene la representación $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{E}$, donde

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}_{4\times 1} \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ 1 & x_4 & x_4^2 \end{bmatrix}_{4\times 3} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}_{3\times 1} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

por tanto, el modelo de regresión es lineal en el vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$, a pesar que la relación de tendencia ente $Y$ y $X$ es no lineal.

# Contenido

# Modelos intrínsicamente lineales

**Definición 2.1**

*Denominamos modelos intrínsecamente lineales a aquellos que relacionan $Y$ con $X$ por medio de una transformación en $Y$ y/o en $X$, originando el modelo,*

$$Y^{*} = \beta_0 + \beta_1 X^{*} + E^{*}, \tag{3}$$

donde

- las variables transformadas son: $Y^{*} = h(Y)$ y $X^{*} = g(X)$,

# Modelos intrínsicamente lineales

**Definición 2.1**

*Denominamos modelos intrínsecamente lineales a aquellos que relacionan $Y$ con $X$ por medio de una transformación en $Y$ y/o en $X$, originando el modelo,*

$$Y^* = \beta_0 + \beta_1 X^* + E^*, \tag{3}$$

donde

- las variables transformadas son: $Y^* = h(Y)$ y $X^* = g(X)$,
- las funciones $h(\cdot)$ y $g(\cdot)$, deben ser tales que conduzcan a la ecuación (3).
- los supuestos $\overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$ se atribuyen al término de error en el modelo con variales transformadas y por tanto, la evaluación de supuestos se realiza con residuos del ajuste de este modelo.

# Modelos intrínsicamente lineales

**Definición 2.1**

*Denominamos modelos intrínsecamente lineales a aquellos que relacionan $Y$ con $X$ por medio de una transformación en $Y$ y/o en $X$, originando el modelo,*

$$Y^* = \beta_0 + \beta_1 X^* + E^*, \tag{3}$$

donde

- las variables transformadas son: $Y^* = h(Y)$ y $X^* = g(X)$,
- las funciones $h(\cdot)$ y $g(\cdot)$, deben ser tales que conduzcan a la ecuación (3).
- los supuestos $\overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$ se atribuyen al término de error en el modelo con variales transformadas y por tanto, la evaluación de supuestos se realiza con residuos del ajuste de este modelo.

# Modelos intrínsicamente lineales

**Definición 2.1**

*Denominamos modelos intrínsecamente lineales a aquellos que relacionan $Y$ con $X$ por medio de una transformación en $Y$ y/o en $X$, originando el modelo,*

$$Y^* = \beta_0 + \beta_1 X^* + E^*, \tag{3}$$

donde

- las variables transformadas son: $Y^* = h(Y)$ y $X^* = g(X)$,
- las funciones $h(\cdot)$ y $g(\cdot)$, deben ser tales que conduzcan a la ecuación (3).
- los supuestos $\overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$ se atribuyen al término de error en el modelo con variales transformadas y por tanto, la evaluación de supuestos se realiza con residuos del ajuste de este modelo.

# Modelos intrínsicamente lineales

**Definición 2.1**

*Denominamos modelos intrínsecamente lineales a aquellos que relacionan $Y$ con $X$ por medio de una transformación en $Y$ y/o en $X$, originando el modelo,*

$$Y^* = \beta_0 + \beta_1 X^* + E^*, \tag{3}$$

donde

- las variables transformadas son: $Y^* = h(Y)$ y $X^* = g(X)$,
- las funciones $h(\cdot)$ y $g(\cdot)$, deben ser tales que conduzcan a la ecuación (3).
- los supuestos $\overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$ se atribuyen al término de error en el modelo con variales transformadas y por tanto, la evaluación de supuestos se realiza con residuos del ajuste de este modelo.

# Modelo exponencial multiplicativo

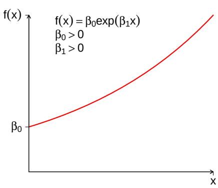
***Ecuación original***

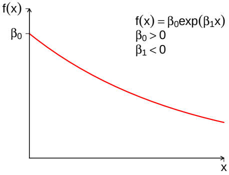
$Y_i = \beta_0 \exp(\beta_1 X_i) \cdot E_i$, $\beta_0 > 0$, con
$E_i \overset{\text{iid}}{\sim} \text{lognorm}(\mu = 0, \sigma)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0^* + \beta_1 X_i + E_i^*$, con $E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$, $\quad E_i^* = \log(E_i)$
- $\beta_0^* = \log(\beta_0)$




Otra parametrización:

***Ecuación original***

$Y_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 X_i + E_i)$, con
$E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, con $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$

# Modelo exponencial multiplicativo

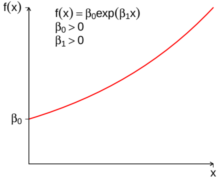
***Ecuación original***

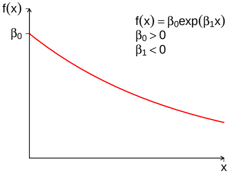
$Y_i = \beta_0 \exp(\beta_1 X_i) \cdot E_i$, $\beta_0 > 0$, con $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} \text{lognorm}(\mu = 0, \sigma)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0^* + \beta_1 X_i + E_i^*$, con $E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$, $E_i^* = \log(E_i)$
- $\beta_0^* = \log(\beta_0)$




Otra parametrización:

***Ecuación original***

$Y_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 X_i + E_i)$, con $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, con $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$

# Modelo exponencial multiplicativo

***Ecuación original***

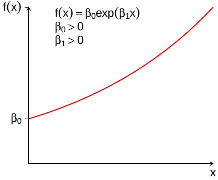
$Y_i = \beta_0 \exp(\beta_1 X_i) \cdot E_i$, $\beta_0 > 0$, con

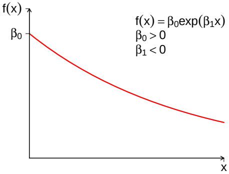
$E_i \overset{\text{iid}}{\sim} \text{lognorm}(\mu = 0, \sigma)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0^* + \beta_1 X_i + E_i^*$, con $E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$, $E_i^* = \log(E_i)$
- $\beta_0^* = \log(\beta_0)$




Otra parametrización:

***Ecuación original***

$Y_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 X_i + E_i)$, con

$E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i$, con $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$

# Modelo de potencia multiplicativo

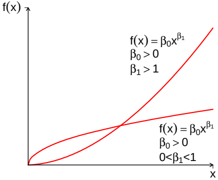
***Ecuación original***

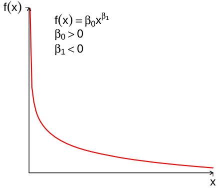
$Y_i = \beta_0 X_i^{\beta_1} \cdot E_i$, $\beta_0 > 0$, $X_i > 0$, con
$E_i \overset{\text{iid}}{\sim} \text{lognorm}\left(\mu = 0, \sigma\right)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0^* + \beta_1 X_i^* + E_i^*$, con $E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$, $\quad X_i^* = \log(X_i)$
- $E_i^* = \log(E_i)$, $\quad \beta_0^* = \log(\beta_0)$




Otra parametrización:

***Ecuación original***

$Y_i = \exp\left(\beta_0 + \beta_1 \log(X_i) + E_i\right)$, con
$E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0 + \beta_1 X_i^* + E_i$, con $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$, $\quad X_i^* = \log(X_i)$.

# Modelo de potencia multiplicativo

***Ecuación original***

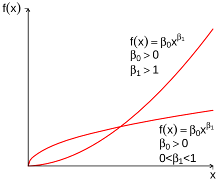
$Y_i = \beta_0 X_i^{\beta_1} \cdot E_i$, $\beta_0 > 0$, $X_i > 0$, con

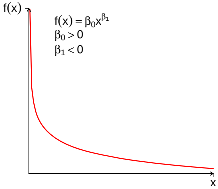
$E_i \overset{\text{iid}}{\sim} \text{lognorm}\,(\mu = 0, \sigma)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0^* + \beta_1 X_i^* + E_i^*$, con $E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$, $\quad X_i^* = \log(X_i)$
- $E_i^* = \log(E_i)$, $\quad \beta_0^* = \log(\beta_0)$




Otra parametrización:

***Ecuación original***

$Y_i = \exp\left(\beta_0 + \beta_1 \log(X_i) + E_i\right)$, con

$E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0 + \beta_1 X_i^* + E_i$, con $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$, $\quad X_i^* = \log(X_i)$.

# Modelo de potencia multiplicativo

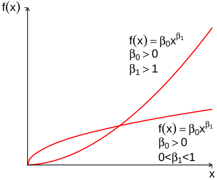
***Ecuación original***

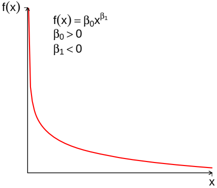
$Y_i = \beta_0 X_i^{\beta_1} \cdot E_i$, $\beta_0 > 0$, $X_i > 0$, con
$E_i \overset{\text{iid}}{\sim} \text{lognorm}\,(\mu = 0, \sigma)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0^* + \beta_1 X_i^* + E_i^*$, con $E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$, $\quad X_i^* = \log(X_i)$
- $E_i^* = \log(E_i)$, $\quad \beta_0^* = \log(\beta_0)$




Otra parametrización:

***Ecuación original***

$Y_i = \exp\left(\beta_0 + \beta_1 \log(X_i) + E_i\right)$, con
$E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y_i^* = \beta_0 + \beta_1 X_i^* + E_i$, con $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $Y_i^* = \log(Y_i)$, $\quad X_i^* = \log(X_i)$.

# Modelo logarítmico

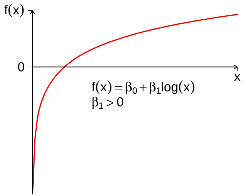
***Ecuación original***

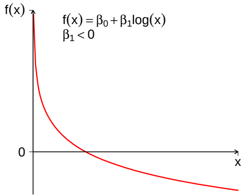
$Y_i = \beta_0 + \beta_1 \log(X_i) + E_i$, $X_i > 0$, con $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y = \beta_0 + \beta_1 X_i^* + E_i$, con $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $X_i^* = \log(X_i)$



# Modelo recíproco

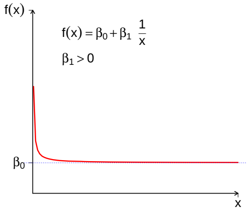
***Ecuación original***

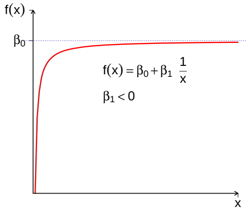
$Y_i = \beta_0 + \beta_1(1/X_i) + E_i$, $X_i > 0$, con $E_i \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$

***Ec. con variables transformadas***

$Y = \beta_0 + \beta_1 X_i^* + E_i$, con $E_i \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$,

- $X_i^* = 1/X_i$



# Algunas consideraciones

- En modelos multiplicativos de la forma

$$Y_i = \beta_0 \cdot h(X_i, \beta_1) \cdot E_i, \quad \text{con } \log(E_i) \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{4}$$

con $h(X_i, \beta_1) = e^{\beta_1 X_i}$ en modelo exponencial, $h(X_i, \beta_1) = X_i^{\beta_1}$ en modelo de potencia,

$$\widehat{\beta}_0 \approx \exp\left(\widehat{\beta}_0^*\right) \tag{5}$$

con $\widehat{\beta}_0^*$ obtenido en el ajuste por MCO del modelo con variables transformadas.

- *En los modelos multiplicativos (cualquiera de las parametrizaciones presentadas),*

$$\widehat{Y}_i = \widehat{\mu}_{Y|x_i} \approx \exp\left(\widehat{Y}_i^*\right) \times \exp\left(\text{MSE}^*/2\right) \tag{6}$$

*con MSE la suma de cuadrados medios de residuos del ajuste del modelo con variables transformadas.*

- Los modelos multiplicativos son modelos heterocedásticos: en la escala de $Y$ la varianza cambia con $X$.

- *Los modelos logarítmico y recíproco, son modelos homocedásticos: En la escala de $Y$ la varianza no cambia con $X$.*

# Algunas consideraciones

- En modelos multiplicativos de la forma

$$Y_i = \beta_0 \cdot h(X_i, \beta_1) \cdot E_i, \quad \text{con } \log(E_i) \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{4}$$

con $h(X_i, \beta_1) = e^{\beta_1 X_i}$ en modelo exponencial, $h(X_i, \beta_1) = X_i^{\beta_1}$ en modelo de potencia,

$$\widehat{\beta}_0 \approx \exp\left(\widehat{\beta}_0^*\right) \tag{5}$$

con $\widehat{\beta}_0^*$ obtenido en el ajuste por MCO del modelo con variables transformadas.

- *En los modelos multiplicativos (cualquiera de las parametrizaciones presentadas),*

$$\widehat{Y}_i = \widehat{\mu}_{Y|x_i} \approx \exp\left(\widehat{Y}_i^*\right) \times \exp\left(\text{MSE}^*/2\right) \tag{6}$$

*con MSE la suma de cuadrados medios de residuos del ajuste del modelo con variables transformadas.*

- Los modelos multiplicativos son modelos heterocedásticos: en la escala de $Y$ la varianza cambia con $X$.
- *Los modelos logarítmico y recíproco, son modelos homocedásticos: En la escala de $Y$ la varianza no cambia con $X$.*

# Algunas consideraciones

- En modelos multiplicativos de la forma

$$Y_i = \beta_0 \cdot h(X_i, \beta_1) \cdot E_i, \quad \text{con } \log(E_i) \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{4}$$

con $h(X_i, \beta_1) = e^{\beta_1 X_i}$ en modelo exponencial, $h(X_i, \beta_1) = X_i^{\beta_1}$ en modelo de potencia,

$$\widehat{\beta}_0 \approx \exp\left(\widehat{\beta}_0^*\right) \tag{5}$$

con $\widehat{\beta}_0^*$ obtenido en el ajuste por MCO del modelo con variables transformadas.

- *En los modelos multiplicativos (cualquiera de las parametrizaciones presentadas),*

$$\widehat{Y}_i = \widehat{\mu}_{Y|x_i} \approx \exp\left(\widehat{Y}_i^*\right) \times \exp\left(\text{MSE}^*/2\right) \tag{6}$$

*con MSE la suma de cuadrados medios de residuos del ajuste del modelo con variables transformadas.*

- Los modelos multiplicativos son modelos heterocedásticos: en la escala de $Y$ la varianza cambia con $X$.
- *Los modelos logarítmico y recíproco, son modelos homocedásticos: En la escala de $Y$ la varianza no cambia con $X$.*

# Algunas consideraciones

- En modelos multiplicativos de la forma

$$Y_i = \beta_0 \cdot h(X_i, \beta_1) \cdot E_i, \quad \text{con } \log(E_i) \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{4}$$

  con $h(X_i, \beta_1) = e^{\beta_1 X_i}$ en modelo exponencial, $h(X_i, \beta_1) = X_i^{\beta_1}$ en modelo de potencia,

$$\widehat{\beta}_0 \approx \exp\left(\widehat{\beta}_0^*\right) \tag{5}$$

  con $\widehat{\beta}_0^*$ obtenido en el ajuste por MCO del modelo con variables transformadas.

- *En los modelos multiplicativos (cualquiera de las parametrizaciones presentadas),*

$$\widehat{Y}_i = \widehat{\mu}_{Y|x_i} \approx \exp\left(\widehat{Y}_i^*\right) \times \exp\left(\text{MSE}^*/2\right) \tag{6}$$

  *con MSE la suma de cuadrados medios de residuos del ajuste del modelo con variables transformadas.*

- Los modelos multiplicativos son modelos heterocedásticos: en la escala de $Y$ la varianza cambia con $X$.

- *Los modelos logarítmico y recíproco, son modelos homocedásticos: En la escala de $Y$ la varianza no cambia con $X$.*

- No son intrínsecamente lineales los modelos exponenciales y de potencia aditivos:

$$Y_i = \beta_0 \exp\left(\beta_1 X_i\right) + E_i,\ E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{7}$$

$$Y_i = \beta_0 X_i^{\beta_1} + E_i,\ E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{8}$$

Estos modelos se ajustan por ***mínimos cuadrados no lineales*** (tema que no es visto en este curso).

# Contenido

# Transformaciones Box-Cox sobre $Y$

- Procura corregir no normalidad junto con varianza no constante.
- Transformación: El modelo de regresión cambia a

$$Y_i^{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i^*,\ E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{9}$$

- Los parámetros a estimar son $\beta_0, \beta_1, \lambda, \sigma^2$.
- Métodos (Ver Sección 3.5 Capítulo 3 Notas de Clase):
  - *Máxima verosimilitud: En librería car se dispone de la función boxCox(·).*
  - *Método iterativo: Basado en búsqueda de $\lambda$ en un rango de valores potenciales, tal que minimice $SSE^*$ del MRLS.*

## Transformaciones Box-Cox sobre $Y$

- Procura corregir no normalidad junto con varianza no constante.
- Transformación: El modelo de regresión cambia a

$$Y_i^{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i^*,\; E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{9}$$

- Los parámetros a estimar son $\beta_0, \beta_1, \lambda, \sigma^2$.
- Métodos (Ver Sección 3.5 Capítulo 3 Notas de Clase):
  - *Máxima verosimilitud: En librería car se dispone de la función boxCox( ).*
  - *Método iterativo: Basado en búsqueda de $\lambda$ en un rango de valores potenciales, tal que minimice $SSE^*$ del MRLS*

# Transformaciones Box-Cox sobre $Y$

- Procura corregir no normalidad junto con varianza no constante.
- Transformación: El modelo de regresión cambia a

$$Y_i^{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i^*,\ E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{9}$$

- Los parámetros a estimar son $\beta_0, \beta_1, \lambda, \sigma^2$.
- Métodos (Ver Sección 3.5 Capítulo 3 Notas de Clase):
  - *Máxima verosimilitud: En librería car se dispone de la función boxCox( ).*

# Transformaciones Box-Cox sobre $Y$

- Procura corregir no normalidad junto con varianza no constante.
- Transformación: El modelo de regresión cambia a

$$Y_i^{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i^*,\ E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{9}$$

- Los parámetros a estimar son $\beta_0, \beta_1, \lambda, \sigma^2$.
- Métodos (Ver Sección 3.5 Capítulo 3 Notas de Clase):
  - ***Máxima verosimilitud:*** *En librería car se dispone de la función* `boxCox( )`.
  - ***Método iterativo:*** *Basado en búsqueda de $\lambda$ en un rango de valores potenciales, tal que minimice $SSE^*$ del MRLS*

$$Y^{*\lambda} = \beta_0^* + \beta_1^* x_i + E_i^*,\ E_i^* \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right) \tag{10}$$

*donde $Y^{*\lambda}$ es una versión estandarizada de $Y^{\lambda}$ para hacer comparables los $SSE^*$ obtenidos con diferentes valores de $\lambda$.*

# Transformaciones Box-Cox sobre $Y$

- Procura corregir no normalidad junto con varianza no constante.
- Transformación: El modelo de regresión cambia a

$$Y_i^{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i^*,\ E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{9}$$

- Los parámetros a estimar son $\beta_0, \beta_1, \lambda, \sigma^2$.
- Métodos (Ver Sección 3.5 Capítulo 3 Notas de Clase):
  - ***Máxima verosimilitud:*** *En librería* `car` *se dispone de la función* `boxCox( )`.
  - ***Método iterativo:*** *Basado en búsqueda de $\lambda$ en un rango de valores potenciales, tal que minimice SSE* del MRLS*

$$Y^{*\lambda} = \beta_0^* + \beta_1^* x_i + E_i^*,\ E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right) \tag{10}$$

*donde $Y^{*\lambda}$ es una versión estandarizada de $Y^{\lambda}$ para hacer comparables los SSE* obtenidos con diferentes valores de $\lambda$.*

# Transformaciones Box-Cox sobre $Y$

- Procura corregir no normalidad junto con varianza no constante.
- Transformación: El modelo de regresión cambia a

$$Y_i^{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i^*,\ E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{9}$$

- Los parámetros a estimar son $\beta_0, \beta_1, \lambda, \sigma^2$.
- Métodos (Ver Sección 3.5 Capítulo 3 Notas de Clase):
  - ***Máxima verosimilitud:*** *En librería* `car` *se dispone de la función* `boxCox( )`.
  - ***Método iterativo:*** *Basado en búsqueda de $\lambda$ en un rango de valores potenciales, tal que minimice $SSE^*$ del MRLS*

$$Y^{*\lambda} = \beta_0^* + \beta_1^* x_i + E_i^*,\ E_i^* \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right) \tag{10}$$

*donde $Y^{*\lambda}$ es una versión estandarizada de $Y^{\lambda}$ para hacer comparables los $SSE^*$ obtenidos con diferentes valores de $\lambda$.*

# Transformaciones Box-Cox sobre $Y$

- Procura corregir no normalidad junto con varianza no constante.
- Transformación: El modelo de regresión cambia a

$$Y_i^{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i^*,\ E_i^* \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right), \tag{9}$$

- Los parámetros a estimar son $\beta_0, \beta_1, \lambda, \sigma^2$.
- Métodos (Ver Sección 3.5 Capítulo 3 Notas de Clase):
  - ***Máxima verosimilitud:*** *En librería* `car` *se dispone de la función* `boxCox( )`.
  - ***Método iterativo:*** *Basado en búsqueda de $\lambda$ en un rango de valores potenciales, tal que minimice $SSE^*$ del MRLS*

$$Y^{*\lambda} = \beta_0^* + \beta_1^* x_i + E_i^*,\ E_i^* \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right) \tag{10}$$

*donde $Y^{*\lambda}$ es una versión estandarizada de $Y^{\lambda}$ para hacer comparables los $SSE^*$ obtenidos con diferentes valores de $\lambda$.*