UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN
FACULTAD DE CIENCIAS

Actuaria de contingencias de vida:

Anualidades ciertas, geométricas y lineales, con tasas aleatorias

Trabajo # 2

Juan Diego Delgado Cano-Oswaldo González Arias

1 de junio de 2022

4. Un departamento de rentas vitalicias en una empresa Aseguradora ofrece una anualidad a $n = 15$ años, financiada mediante tasas de rendimiento aleatorio de un fondo de fiducia. La anualidad es de tipo Lineal con pagos mes vencido, con valor inicial de $C = 2.5$ unidades monetarias. Se pacta una tasa de incremento de costo de vida anual, de $\rho = 0.03$ efectiva anual. Desarrolle los siguientes puntos.

   a. Calcule valor de la anualidad lineal cierta, asumiendo una tasa efectiva anual de $i = 0.11$, con $m = 12$, $q = 1$. Calcule un vector con los pagos pactados c_k, $k = 1, 2, \ldots, n \times m$, y reporte su gráfica .

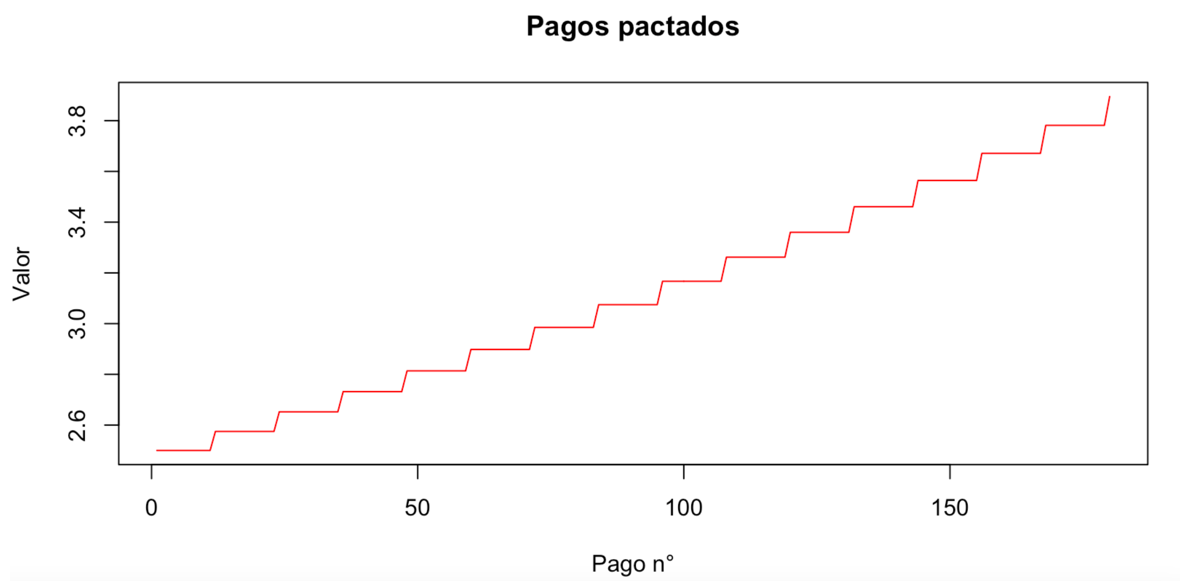
   Solución:

Para el calculo del l valor de la anualidad lineal recta, la realizamos con la siguiente fórmula:

$$\text{valor anualidad } = P \times m \times (L^{(q)}a)^{(m)}_{\overline{n|}}$$

Donde, tenemos que m=12, el valor inicial de P es de 2.5, entonces hacemos las operaciones y obtenemos que:

Valor anualidad = 261.7620



Código en r

```
#---parametros

m = 12
n = 15
q = 1
i = 0.11
rho = 0.03
C = 2.5

Lavqmn = function(i,m,q,n,rho){
  try(if(m%%q != 0) stop("m no es divisible por q"))
  v = 1/(1+i)
  t = seq(1,n*m,1)
  res = (1/m)*sum((1+i)^(-t/m)*(1+rho*floor(t*q/m)))
  return(res)}
#------
i=0.11;rho=0.03;m=12;q=1;n=15;C=2.5;
(A1 = Lavqmn(i,m,q,n,rho))

#--- valor de la anualidad ---#
(Cp = C*m*Lavqmn(i,m,q,n,rho)) #---capital que se paga por la anualidad

#--- generar los pagos ---#

#--- vector con los pagos pactados
t = seq(1,n*m)

ck = rep(C,1,n*m)*(1+rho*floor(t*q/m))
ck
ck[1:60]
sum(ck)
```

```
ck <- as.vector(ck)

plot(ck, type = "l", col = "red", main = "Pagos pactados",

     xlab = "Pago n°", ylab = "Valor")
```

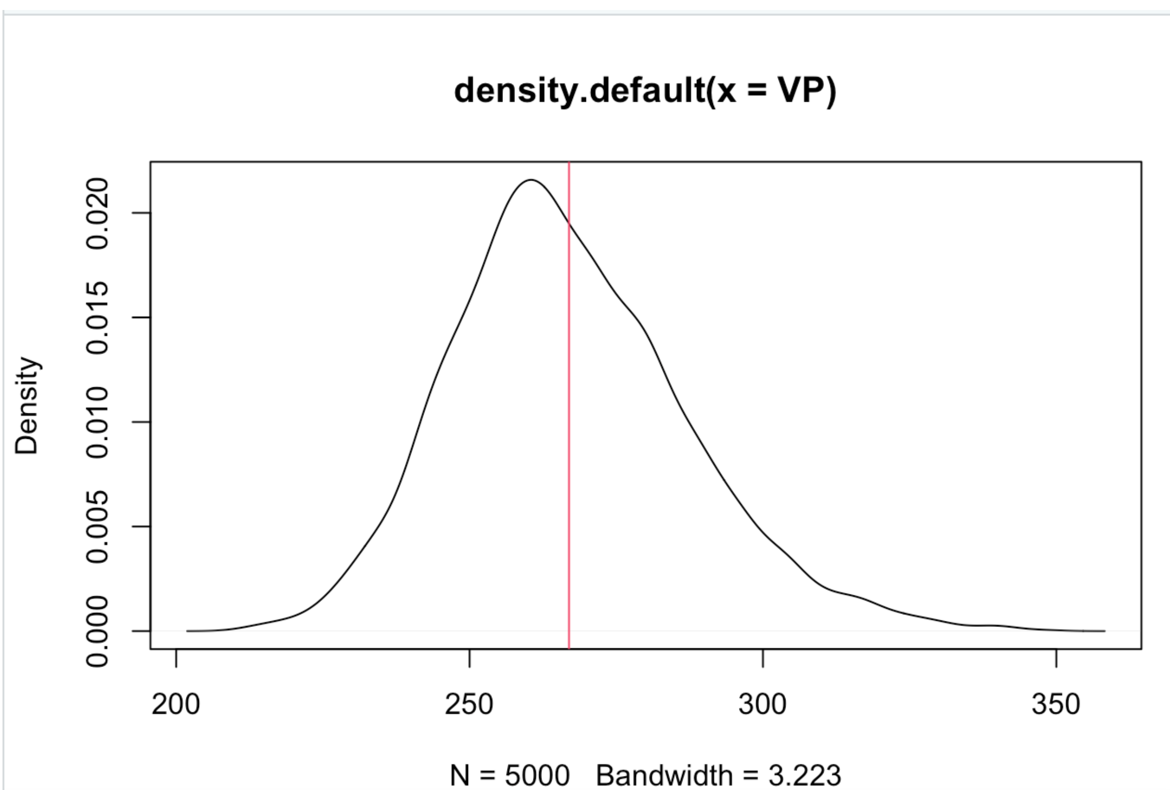
b. Simule una muestra de tamaño N = 5000 del valor presente V de los pagos pactados, descontados con la tasa iid NIG. Reporte la densidad estimada, la media, la desviación estándar de V . Use los parámetros para la NIG

```
nig.par = c(alpha=45.638,
beta = -7.29, delta =  0.00539,
 mu =  9.449413e-03
nig.par = c(alpha=45.638,
        beta = -7.29, delta = 0.00539,
        mu = 9.449413e-03 )
```

```
library(GeneralizedHyperbolic)
library(fBasics)
#----------parametros
nig.par = c(alpha=45.638,
        beta = -7.29, delta = 0.00539,
        mu = 9.449413e-03 )

#-----------simular valor presente de pagos ck

N = 5000 # numero simulaciones
VP = double(N)
for(j in 1:N){
 im = rnig(n*m, alpha=par.nig[1],beta=par.nig[2],
        delta=par.nig[3],mu=par.nig[4])
VP[j] = sum( ck/cumprod(1+im))}
 hist(VP)
 abline(v=mean(VP), col = 2)
 legend( x = "topleft",legend = "Media",
      +       col = "red", cex = 0.7,pch = 15 )
 mean(VP)
[1] 266.9459
 sd(VP)
[1] 20.13232
```

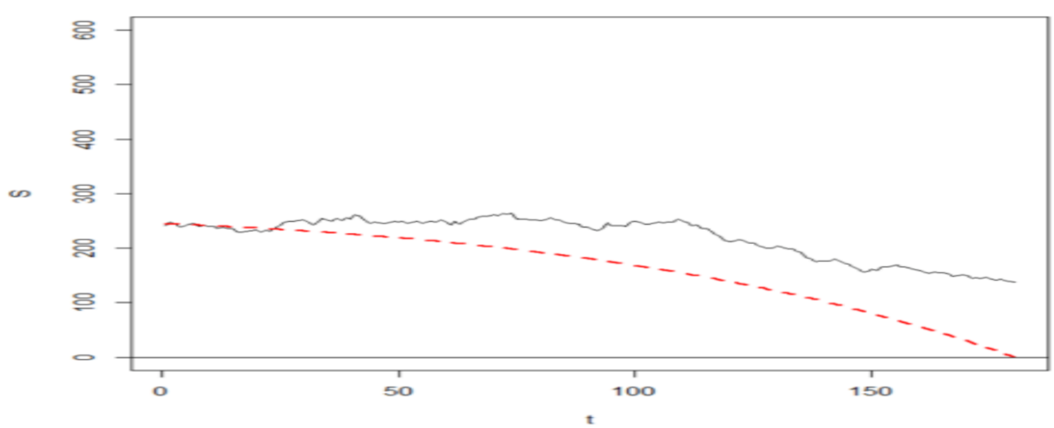


c.Enestaanualidadpuedeocurrirquelossaldos$F(k)$sevuelvanceroantesde la fecha de terminación de la misma. Este evento se denomina default. En este caso algunos pagos finales no se realizan. Calcule el valor esperado del total de estos pagos no realizados mediante simulación. Sugerencia: simule muchas veces la ecuación de flujo (5.68), pag. 179, y en cada ciclo j guarde los valores de los pagos en los índices en los que el vector de saldos F tenga ceros, con la instrucción en R: Y[j]=sum(na.omit(ck[F==0])) y luego calcule la media mean(Y).

```
Y = double(5000)
F = double (m*n) # Flujo de caja para la anualidad cierta
S = F
for (k in 1: 1000){
  exp.delta = rlnorm(n*m,meanlog = m.delta,sdlog = m.sigma)
  F[1] = (1+im)*Cp-ck[1]
  S[1] = exp.delta[1]*Cp-ck[1]

  for (j in 2:(n*m)){
    F[j] = (1+im)*F[j-1]-ck[j]
    S[j] = max(0,exp.delta[j]*S[j-1]-ck[j])
  }
  Y[k]=sum(na.omit(ck[F==0]))
}


t = seq(1,n*m)
(VE_default = mean(Y[Y>0]))
```



d. Calcule una estimación de la probabilidad del evento default con la muestra simulada de V como P(V > Cp). Justifique por qué. Sugerencia: use la ecuación (5.69), pag. 179 en el caso de tasas aleatorias. También, la propiedad (5.49c) pag. 170, dice cómo cambia el precio de una anualidad cuando decrece la tasa, aplíquelo a este problema con V el precio de la anualidad.

```r
## ajustando una distribucion a VP
require(gamlss)
distribuciones <- fitDist(VP,
                          k = 2, # esta penalización equivale al AIC
                          type = "realplus",
                          trace = FALSE,
                          try.gamlss = TRUE)
distribuciones$fits
summary(distribuciones)

mean(log(VP))
sd(log(VP))

### ajustar distribucion
require(fitdistrplus)
H = mledist(VP,"lnorm", start = list(meanlog= 5.5, sdlog=0.11),lower=0.001, upper= Inf)
(G.mle = H$estimate)

require(goftest)
Adn<- ad.test(VP, "lnorm", meanlog =G.mle[1], sdlog= G.mle[2])
Adn


(plnorm(Cp,meanlog = mean(log(VP)), sdlog = sd(log(VP)) ))
```

```
>
>           mean(log(VP))
[1] 5.583863
>           sd(log(VP))
[1] 0.07277544
>
>           ### ajustar distribucion
>           require(fitdistrplus)
>           H = mledist(VP,"lnorm", start = list(meanlog= 5.5, sdlog=0.11),lower=0.001, upper= Inf)
>           (G.mle = H$estimate)
   meanlog      sdlog
5.58387328 0.07276683
>
>           require(goftest)
>           Adn<- ad.test(VP, "lnorm", meanlog =G.mle[1], sdlog= G.mle[2])
>           Adn

        Anderson-Darling test of goodness-of-fit
        Null hypothesis: log-normal distribution
        with parameters meanlog = 5.58387328141446, sdlog = 0.0727668257398274
        Parameters assumed to be fixed

data:  VP
An = 1.2926, p-value = 0.2348

>
>
>           (plnorm(Cp,meanlog = mean(log(VP)), sdlog = sd(log(VP)) ))
[1] 0.4107088
```

el código anterior se realizó la distribución log-normal al Valor Presente y luego se realizó el evento default con el cual se concluye que con una confianza del 95 % los datos del Valor presenten
se distribuyen como una log-normal con los siguientes parámetros:
meanlog = 5.5838738, sdlog = 0.07276683
A continuación podemos usar esta distribución para calcular la probabilidad solicitada, la cual es:

[1] 0.4107088

Lo anterior significa que hay un 41 % de probabilidad que la suma de todos los pagos llevados a Valor Presente sobrepasen el valor teórico de la anualidad, se puede ver como la probabilidad que el saldo final sea positivo porque el costo o precio de las anualidades decrece cuando las tasas del mercado aumentan, e inversamente.