Notas de Clase Sobre Regresión Lineal
Regresión Lineal Simple (RLS): Parte II

Nelfi González Alvarez

Profesora Asociada Escuela de Estadística

e-mail: ngonzale@unal.edu.co

Isabel Cristina Ramírez Guevara

Profesora Asociada Escuela de Estadística

e-mail: iscramirezgu@unal.edu.co

Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín

Escuela de Estadística

2021

Contenido I

Contenido

Propiedades estimadores MCO bajo el modelo normal

Nota 1.1

Para más detalles y otras propiedades, Ver Sección 2.6 Capítulo 2 Notas de Clase.

El resultado principal del cual se derivan las propiedades distribucionales de los estimadores de los parámetros y de la respuesta media, es que estos son combinaciones lineales de las variables respuesta $Y_1, \ldots, Y_n$

Tabla 1: Estimadores como combinaciones lineales (CL) de la respuesta

Cantidad estimada	Estimador como CL de los Y_i	Peso de Y_i en la CL
Intercepto	$\widehat{\beta}_0 = \sum_{i=1}^{n} m_i Y_i$	$m_i = \frac{1}{n} - \bar{x} c_i$
Pendiente	$\widehat{\beta}_1 = \sum_{i=1}^{n} c_i Y_i$	$c_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S_{xx}}$
Respuesta para $X = x_i$	$\widehat{Y}_i = \sum_{j=1}^{n} h_{ij} Y_j$	$h_{ij} = m_j + c_j x_i = \frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{S_{xx}}$, $h_{ii} = \frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{S_{xx}}$

Propiedades estimadores MCO bajo el modelo normal

Nota 1.1

Para más detalles y otras propiedades, Ver Sección 2.6 Capítulo 2 Notas de Clase.

El resultado principal del cual se derivan las propiedades distribucionales de los estimadores de los parámetros y de la respuesta media, es que estos son combinaciones lineales de las variables respuesta $Y_1, \ldots, Y_n$

Tabla 1: Estimadores como combinaciones lineales (CL) de la respuesta

Cantidad estimada	Estimador como CL de los Y_i	Peso de Y_i en la CL
Intercepto	$\widehat{\beta}_0 = \sum_{i=1}^{n} m_i Y_i$	$m_i = \frac{1}{n} - \bar{x} c_i$
Pendiente	$\widehat{\beta}_1 = \sum_{i=1}^{n} c_i Y_i$	$c_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S_{xx}}$
Respuesta para $X = x_i$	$\widehat{Y}_i = \sum_{j=1}^{n} h_{ij} Y_j$	$h_{ij} = m_j + c_j x_i = \frac{1}{n} + \frac{(x_i-\bar{x})(x_j-\bar{x})}{S_{xx}}$, $h_{ii} = \frac{1}{n} + \frac{(x_i-\bar{x})^2}{S_{xx}}$

Propiedades estimadores MCO bajo el modelo normal

Nota 1.1

Para más detalles y otras propiedades, Ver Sección 2.6 Capítulo 2 Notas de Clase.

El resultado principal del cual se derivan las propiedades distribucionales de los estimadores de los parámetros y de la respuesta media, es que estos son combinaciones lineales de las variables respuesta $Y_1, \ldots, Y_n$

Tabla 1: Estimadores como combinaciones lineales (CL) de la respuesta

Cantidad estimada	Estimador como CL de los Y_i	Peso de Y_i en la CL
Intercepto	$\widehat{\beta}_0 = \sum_{i=1}^{n} m_i Y_i$	$m_i = \frac{1}{n} - \bar{x} c_i$
Pendiente	$\widehat{\beta}_1 = \sum_{i=1}^{n} c_i Y_i$	$c_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S_{xx}}$
Respuesta para $X = x_i$	$\widehat{Y}_i = \sum_{j=1}^{n} h_{ij} Y_j$	$h_{ij} = m_j + c_j x_i = \frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{S_{xx}}$, $h_{ii} = \frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{S_{xx}}$

Tabla 2: Algunas propiedades de los estimadores, respuesta ajustada y residuos

Valores esperados y varianzas				Covarianzas		
Estimador	Valor esperado	Varianza	Estimador de varianza	Entre	Expresión	Estimador
$\widehat{\beta}_0$	β_0	$\left[\frac{1}{n}+\frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right]\sigma^2$ ó $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{nS_{xx}}\sigma^2$	$\left[\frac{1}{n}+\frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right]\text{MSE}$ ó $\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{nS_{xx}}\text{MSE}$	$\widehat{\beta}_0,\ \widehat{\beta}_1$	$-\frac{\bar{x}}{S_{xx}}\sigma^2$	$-\frac{\bar{x}}{S_{xx}}\text{MSE}$
				$Y_i,\ \widehat{Y}_i$	$h_{ii}\sigma^2$	$h_{ii}\text{MSE}$
				$\widehat{Y}_i,\ \widehat{Y}_j$	$h_{ij}\sigma^2$	$h_{ij}\text{MSE}$
$\widehat{\beta}_1$	β_1	$\frac{\sigma^2}{S_{xx}}$	$\frac{\text{MSE}}{S_{xx}}$	$\widehat{E}_i,\ \widehat{E}_j$	$-h_{ij}\sigma^2$	$-h_{ij}\text{MSE}$
$\widehat{Y}_i$	$\beta_0+\beta_1 x_i$	$h_{ii}\sigma^2$	$h_{ii}\text{MSE}$			
$\widehat{E}_i$	0	$(1-h_{ii})\sigma^2$	$(1-h_{ii})\text{MSE}$			

Donde: $h_{ii}=\left[\frac{1}{n}+\frac{(x_i-\bar{x})^2}{S_{xx}}\right]$, $h_{ij}=\left[\frac{1}{n}+\frac{(x_i-\bar{x})(x_j-\bar{x})}{S_{xx}}\right]$, $\text{MSE}=\frac{\sum_{i=1}^n \widehat{E}_i^2}{n-2}$

Contenido

Inferencias sobre los parámetros del MRLS

Tabla 3: Pruebas de significancia en intervalos de confianza (I.C) sobre los coeficientes de regresión, bajo $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$.

Parámetro	Test de significancia	Estadístico de prueba	I.C del $(1-\alpha)\,100\,\%$
β_0	$H_0:\ \beta_0 = 0$ $H_1:\ \beta_0 \neq 0$	$T_0 = \dfrac{\widehat{\beta}_0 - \beta_0}{\sqrt{\dfrac{\text{MSE}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{nS_{xx}}}} \sim t_{n-2}$ con $\beta_0 = 0$ en el test de significancia.	$\widehat{\beta}_0 \pm t_{\alpha/2,n-2}\sqrt{\dfrac{\text{MSE}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{nS_{xx}}}$
β_1	$H_0:\ \beta_1 = 0$ $H_1:\ \beta_1 \neq 0$	$T_0 = \dfrac{\widehat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{\dfrac{\text{MSE}}{S_{xx}}}} \sim t_{n-2}$ con $\beta_1 = 0$ en el test de significancia.	$\widehat{\beta}_1 \pm t_{\alpha/2,n-2}\sqrt{\dfrac{\text{MSE}}{S_{xx}}}$
Criterio de rechazo de H_0: En ambas pruebas es A un nivel de significancia α: si $\lvert T_0\rvert > t_{\alpha/2,n-2}$; Con valor P: si $P\left(\lvert t_{n-2}\rvert > \lvert T_0\rvert\right)$ es pequeño.			

Inferencias sobre la respuesta media y valores futuros

Tabla 4: Inferencias sobre la respuesta media y respuesta futura en $X = x_0$, bajo $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$

Para la respuesta media en $X = x_0$: $\mu_{y\vert x_0}$		
H_0	Estadístico de prueba	Intervalo de confianza del $(1-\alpha)\,100\,\%$
$\mu_{y\vert x_0} = c$	$T_0 = \dfrac{\widehat{Y}_0 - c}{\sqrt{\text{MSE} \times h_{00}}} \sim t_{n-2}$	$\widehat{Y}_0 \pm t_{\alpha/2,n-2}\sqrt{\text{MSE} \times h_{00}}$
Para una respuesta futura en $X = x_0$: Y_0		
Pronóstico	Estadístico	Intervalos de predicción del $(1-\alpha)\,100\,\%$
$\widehat{Y}_0$	$T_0 = \dfrac{\widehat{Y}_0 - Y_0}{\sqrt{\text{MSE}\left[1 + h_{00}\right]}} \sim t_{n-2}$	$\widehat{Y}_0 \pm t_{\alpha/2,n-2}\sqrt{\text{MSE}\left[1 + h_{00}\right]}$
Con: $\widehat{Y}_0 = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x_0, \quad h_{00} = \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}$		

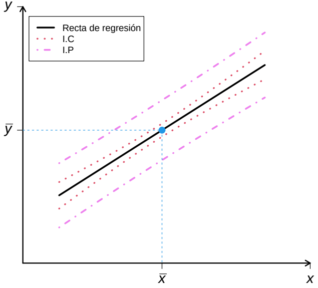
No se recomienda realizar extrapolaciones por fuera del rango de variación observado en la variable X, pues es posible que por fuera de éste, la relación estadística formulada no resulte válida.

Inferencias sobre la respuesta media y valores futuros

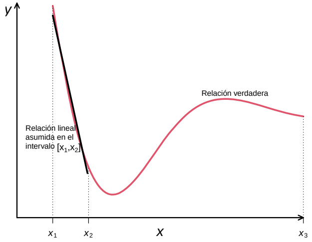
Tabla 4: Inferencias sobre la respuesta media y respuesta futura en $X = x_0$, bajo $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$

Para la respuesta media en $X = x_0 :\ \mu_{y\|x_0}$		
H_0	Estadístico de prueba	Intervalo de confianza del $(1-\alpha)\,100\,\%$
$\mu_{y\|x_0} = c$	$T_0 = \dfrac{\widehat{Y}_0 - c}{\sqrt{\text{MSE} \times h_{00}}} \sim t_{n-2}$	$\widehat{Y}_0 \pm t_{\alpha/2,n-2}\sqrt{\text{MSE} \times h_{00}}$
Para una respuesta futura en $X = x_0 :\ Y_0$		
Pronóstico	Estadístico	Intervalos de predicción del $(1-\alpha)\,100\,\%$
$\widehat{Y}_0$	$T_0 = \dfrac{\widehat{Y}_0 - Y_0}{\sqrt{\text{MSE}\,[1 + h_{00}]}} \sim t_{n-2}$	$\widehat{Y}_0 \pm t_{\alpha/2,n-2}\sqrt{\text{MSE}\,[1 + h_{00}]}$
Con: $\widehat{Y}_0 = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x_0, \quad h_{00} = \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}$		

No se recomienda realizar extrapolaciones por fuera del rango de variación observado en la variable X, pues es posible que por fuera de éste, la relación estadística formulada no resulte válida.



(a)



(b)

Figura 1: (a) Ilustración recta ajustada, intervalos de confianza y de predicción: Observe que la recta de regresión está en medio de los intervalos y pasa por el punto medio de los datos, también observe que los intervalos de confianza (IC) son más estrechos que los intervalos de predicción (IP); (b) Ilustración extrapolación dañina: Al considerar solamente datos (x, y) en el intervalo $x_1 \leq x \leq x_2$, el MRLS lograría una buena aproximación de la verdadera relación, pero al extrapolar con la recta ajustada por fuera del rango $x_1 \leq x \leq x_2$, ya no tendríamos un buen desempeño del modelo: la extrapolación causaría errores significativos con respecto a la estimación de la relación verdadera.

Análisis de Varianza (ANOVA)

Bajo $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$ se tienen los siguientes resultados:

Descomposición de la variablilidad total ó SST

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2}_{\textbf{Total (SST)}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(\widehat{Y}_i-\bar{Y})^2}_{\textbf{Explicada (SSR)}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\widehat{Y}_i)^2}_{\textbf{No explicada (SSE)}}$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1 S_{xy} + \text{SSE}$$

o bien:

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1^2 S_{xx} + \text{SSE}$$

$$\underbrace{\text{g.l (SST)}}_{n-1} = \underbrace{\text{g.l (SSR)}}_{1} + \underbrace{\text{g.l (SSE)}}_{n-2}$$

g.l denota grados de libertad.

Propiedades:

1. $\text{SSR}/\sigma^2 \sim \chi^2_1$, bajo $H_0: \beta_1 = 0$,
2. $\text{SSE}/\sigma^2 \sim \chi^2_{n-2}$
3. SSR/σ^2 y SSE/σ^2 son estadísticamente independientes.
4. El estadístico F_0: Bajo $H_0: \beta_1 = 0$,
$$F_0 = \frac{\text{SSR/g.l (SSR)}}{\text{SSE/g.l (MSE)}} = \frac{\text{SSR}}{\text{MSE}} \sim f_{1,n-2} \quad (1)$$
5. F_0 es el cuadrado del estadístico

Análisis de Varianza (ANOVA)

Bajo $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$ se tienen los siguientes resultados:

Descomposición de la variablilidad total ó SST

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}_{\textbf{Total (SST)}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(\widehat{Y}_i - \bar{Y})^2}_{\textbf{Explicada (SSR)}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \widehat{Y}_i)^2}_{\textbf{No explicada (SSE)}}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1 S_{xy} + \text{SSE}$$

o bien:

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1^2 S_{xx} + \text{SSE}$$

$$\underbrace{\text{g.l (SST)}}_{\boldsymbol{n-1}} = \underbrace{\text{g.l (SSR)}}_{\mathbf{1}} + \underbrace{\text{g.l (SSE)}}_{\boldsymbol{n-2}}$$

g.l denota grados de libertad.

Análisis de Varianza (ANOVA)

Bajo $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$ se tienen los siguientes resultados:

Descomposición de la variablilidad total ó SST

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}_{\textbf{Total (SST)}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(\widehat{Y}_i - \bar{Y})^2}_{\textbf{Explicada (SSR)}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \widehat{Y}_i)^2}_{\textbf{No explicada (SSE)}}$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1 S_{xy} + \text{SSE}$$

o bien:

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1^2 S_{xx} + \text{SSE}$$

$$\underbrace{\text{g.l (SST)}}_{\boldsymbol{n-1}} = \underbrace{\text{g.l (SSR)}}_{\mathbf{1}} + \underbrace{\text{g.l (SSE)}}_{\boldsymbol{n-2}}$$

g.l denota grados de libertad.

Propiedades:

1. $\text{SSR}/\sigma^2 \sim \chi^2_1$, bajo $H_0 : \beta_1 = 0$,
2. $\text{SSE}/\sigma^2 \sim \chi^2_{n-2}$
3. SSR/σ^2 y SSE/σ^2 son estadísticamente independientes.
4. El estadístico F_0: Bajo $H_0 : \beta_1 = 0$,

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{\text{SSR/g.l (SSR)}}{\text{SSE/g.l (MSE)}} \\ &= \frac{\text{SSR}}{\text{MSE}} \sim f_{1,n-2} \qquad (1) \end{aligned}$$

5. F_0 es el cuadrado del estadístico T_0 del test de significancia de β_1.

Análisis de Varianza (ANOVA)

Bajo $E_i \overset{iid}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$ se tienen los siguientes resultados:

Descomposición de la variablilidad total ó SST

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}_{\text{Total (SST)}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(\widehat{Y}_i - \bar{Y})^2}_{\text{Explicada (SSR)}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \widehat{Y}_i)^2}_{\text{No explicada (SSE)}}$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1 S_{xy} + \text{SSE}$$

o bien:

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1^2 S_{xx} + \text{SSE}$$

$$\underbrace{\text{g.l (SST)}}_{n-1} = \underbrace{\text{g.l (SSR)}}_{1} + \underbrace{\text{g.l (SSE)}}_{n-2}$$

g.l denota grados de libertad.

Propiedades:

1. $SSR/\sigma^2 \sim \chi^2_1$, bajo $H_0 : \beta_1 = 0$,
2. $SSE/\sigma^2 \sim \chi^2_{n-2}$
3. SSR/σ^2 y SSE/σ^2 son estadísticamente independientes.
4. El estadístico F_0: Bajo $H_0 : \beta_1 = 0$,
$$F_0 = \frac{SSR/\text{g.l (SSR)}}{SSE/\text{g.l (MSE)}} = \frac{SSR}{MSE} \sim f_{1,n-2} \qquad (1)$$
5. F_0 es el cuadrado del estadístico T_0 del test de significancia de β_1.

Análisis de Varianza (ANOVA)

Bajo $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$ se tienen los siguientes resultados:

Descomposición de la variablilidad total ó SST

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}_{\textbf{Total (SST)}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(\widehat{Y}_i - \bar{Y})^2}_{\textbf{Explicada (SSR)}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \widehat{Y}_i)^2}_{\textbf{No explicada (SSE)}}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1 S_{xy} + \text{SSE}$$

o bien:

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1^2 S_{xx} + \text{SSE}$$

$$\underbrace{\text{g.l (SST)}}_{\boldsymbol{n-1}} = \underbrace{\text{g.l (SSR)}}_{\boldsymbol{1}} + \underbrace{\text{g.l (SSE)}}_{\boldsymbol{n-2}}$$

g.l denota grados de libertad.

Propiedades:

1. $\text{SSR}/\sigma^2 \sim \chi^2_1$, bajo $H_0 : \beta_1 = 0$,
2. $\text{SSE}/\sigma^2 \sim \chi^2_{n-2}$
3. SSR/σ^2 y SSE/σ^2 son estadísticamente independientes.
4. El estadístico F_0: Bajo $H_0 : \beta_1 = 0$,
$$F_0 = \frac{\text{SSR/g.l (SSR)}}{\text{SSE/g.l (MSE)}} = \frac{\text{SSR}}{\text{MSE}} \sim f_{1,n-2} \qquad (1)$$
5. F_0 es el cuadrado del estadístico T_0 del test de significancia de β_1

Análisis de Varianza (ANOVA)

Bajo $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0,\sigma^2\right)$ se tienen los siguientes resultados:

Descomposición de la variablilidad total ó SST

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2}_{\textbf{Total (SST)}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(\widehat{Y}_i-\bar{Y})^2}_{\textbf{Explicada (SSR)}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\widehat{Y}_i)^2}_{\textbf{No explicada (SSE)}}$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1 S_{xy} + \text{SSE}$$

o bien:

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1^2 S_{xx} + \text{SSE}$$

$$\underbrace{\text{g.l (SST)}}_{n-1} = \underbrace{\text{g.l (SSR)}}_{1} + \underbrace{\text{g.l (SSE)}}_{n-2}$$

g.l denota grados de libertad.

Propiedades:

1. $\text{SSR}/\sigma^2 \sim \chi^2_1$, bajo H_0 : $\beta_1 = 0$,
2. $\text{SSE}/\sigma^2 \sim \chi^2_{n-2}$
3. SSR/σ^2 y SSE/σ^2 son estadísticamente independientes.
4. El estadístico F_0: Bajo H_0 : $\beta_1 = 0$,

$$F_0 = \frac{\text{SSR/g.l (SSR)}}{\text{SSE/g.l (MSE)}} = \frac{\text{SSR}}{\text{MSE}} \sim f_{1,n-2} \qquad (1)$$

5. F_0 es el cuadrado del estadístico T_0 del test de significancia de β_1.

Análisis de Varianza (ANOVA)

Bajo $E_i \overset{\text{iid}}{\sim} N\left(0, \sigma^2\right)$ se tienen los siguientes resultados:

Descomposición de la variablilidad total ó SST

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}_{\textbf{Total (SST)}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(\widehat{Y}_i - \bar{Y})^2}_{\textbf{Explicada (SSR)}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \widehat{Y}_i)^2}_{\textbf{No explicada (SSE)}}$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1 S_{xy} + \text{SSE}$$

o bien:

$$\text{SST} = \widehat{\beta}_1^2 S_{xx} + \text{SSE}$$

$$\underbrace{\text{g.l (SST)}}_{\boldsymbol{n-1}} = \underbrace{\text{g.l (SSR)}}_{\mathbf{1}} + \underbrace{\text{g.l (SSE)}}_{\boldsymbol{n-2}}$$

g.l denota grados de libertad.

Propiedades:

1. $\text{SSR}/\sigma^2 \sim \chi^2_1$, bajo $H_0 : \beta_1 = 0$,
2. $\text{SSE}/\sigma^2 \sim \chi^2_{n-2}$
3. SSR/σ^2 y SSE/σ^2 son estadísticamente independientes.
4. El estadístico F_0: Bajo $H_0 : \beta_1 = 0$,

$$F_0 = \frac{\text{SSR/g.l (SSR)}}{\text{SSE/g.l (MSE)}} = \frac{\text{SSR}}{\text{MSE}} \sim f_{1,n-2} \qquad (1)$$

5. F_0 es el cuadrado del estadístico T_0 del test de significancia de β_1.

Test ANOVA del MRLS

Tabla 5: Tabla ANOVA del modelo de regresión lineal simple

Fuente	SC	g.l	CM	ECM	F_0	Valor P
Regresión	SSR	1	MSR = SSR/1	$\mathrm{E}[\mathrm{MSR}] = \sigma^2 + \beta_1^2 S_{xx}$	MSR/MSE	$P\left(f_{1,n-2} > F_0\right)$
Error	SSE	$n-2$	MSE = SSE/$(n-2)$	$\mathrm{E}[\mathrm{MSE}] = \sigma^2$		
Total	SST	$n-1$	MST = SST/$(n-1)$			

H_0 : *"El modelo lineal de Y en X no es significativo para explicar la variabilidad de Y"*
si y solo si,
$H_0 : \beta_1 = 0.$
vs.
H_1 : *"El modelo lineal de Y en X es significativo para explicar la variabilidad de Y"*
si y solo si,
$$H_1 : \beta_1 \neq 0. \tag{2}$$

A un nivel de significancia α se rechaza H_0 en favor de H_1 si $F_0 > f_{\alpha,1,n-2}$, donde $f_{\alpha,1,n-2}$ es tal que $P\left(f_{1,n-2} > f_{\alpha,1,n-2}\right) = \alpha$. O con valor P si $P(f_{1,n-2} > F_0)$, y si es "pequeño".

Test ANOVA del MRLS

Tabla 5: Tabla ANOVA del modelo de regresión lineal simple

Fuente	SC	g.l	CM	ECM	F_0	Valor P
Regresión	SSR	1	MSR = SSR/1	$E[MSR] = \sigma^2 + \beta_1^2 S_{xx}$	MSR/MSE	$P\left(f_{1,n-2} > F_0\right)$
Error	SSE	$n-2$	MSE = SSE/$(n-2)$	$E[MSE] = \sigma^2$		
Total	SST	$n-1$	MST = SST/$(n-1)$			

$$
\begin{aligned}
&H_0 : \text{“}\textit{El modelo lineal de } Y \textit{ en } X \textit{ no es significativo para explicar la variabilidad de } Y\text{”}\\
&\text{si y solo si,}\\
&H_0 : \beta_1 = 0.\\
&\text{vs.}\\
&H_1 : \text{“}\textit{El modelo lineal de } Y \textit{ en } X \textit{ es significativo para explicar la variabilidad de } Y\text{”}\\
&\text{si y solo si,}\\
&H_1 : \beta_1 \neq 0.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

A un nivel de significancia α se rechaza H_0 en favor de H_1 si $F_0 > f_{\alpha,1,n-2}$, donde $f_{\alpha,1,n-2}$ es tal que $P\left(f_{1,n-2} > f_{\alpha,1,n-2}\right) = \alpha$. O con valor P si $P(f_{1,n-2} > F_0)$, y si es “pequeño”.

Test ANOVA del MRLS

Tabla 5: Tabla ANOVA del modelo de regresión lineal simple

Fuente	SC	g.l	CM	ECM	F_0	Valor P
Regresión	SSR	1	MSR = SSR/1	$E[MSR] = \sigma^2 + \beta_1^2 S_{xx}$	MSR/MSE	$P\left(f_{1,n-2} > F_0\right)$
Error	SSE	$n-2$	MSE = SSE/$(n-2)$	$E[MSE] = \sigma^2$		
Total	SST	$n-1$	MST = SST/$(n-1)$			

$$\begin{aligned}
&H_0: \text{“El modelo lineal de } Y \text{ en } X \text{ no es significativo para explicar la variabilidad de } Y\text{”}\\
&\text{si y solo si,}\\
&H_0: \beta_1 = 0.\\
&\text{vs.}\\
&H_1: \text{“El modelo lineal de } Y \text{ en } X \text{ es significativo para explicar la variabilidad de } Y\text{”}\\
&\text{si y solo si,}\\
&H_1: \beta_1 \neq 0.
\end{aligned} \tag{2}$$

A un nivel de significancia α se rechaza H_0 en favor de H_1 si $F_0 > f_{\alpha,1,n-2}$, donde $f_{\alpha,1,n-2}$ es tal que $P\left(f_{1,n-2} > f_{\alpha,1,n-2}\right) = \alpha$. O con valor P si $P(f_{1,n-2} > F_0)$, y si es “pequeño”.