

ANUALIDADES DE VIDA

Trabajo N°3

Oswaldo Gonzalez Arias.
Juan Diego Delgado Cano

Docente

Norman Diego Giraldo Gomez

22 de junio de 2022

1. Un departamento de estructuración de una Aseguradora diseña una anualidad de vida vitalicia, para una vida (58), financiada mediante tasas de rendimiento aleatorio de un fondo de fiducia. La anualidad es del tipo especificado en la Tabla 6.3, con pagos mes vencido, con valor inicial de $C = 2$ unidades monetarias. Para los dos primeros tipos se pactan tasa de incremento de costo de vida anual, de $i_q = 0,02$, $\rho = 0,03$, efectiva anual, con $m = 12$, $q = 1$. Para las tasas de rendimiento iid NIG, use los parámetros

```
im = (1+i)^(1/m)-1
delta.m = log(1+im) # tasa promedio mensual
sigma.m = 0.02 # volatilidad mensual
```

```
# parametros para las tasas ea mensuales
nig.est = c(alpha=45.638,
beta = -7.29, delta = 0.00539,
mu = 9.449413e-03 )
```

a) Calcule valor de la anualidad de vida, con pagos geométricos asumiendo una ley de mortalidad Makeham-Beard, con los parámetros que aparecen en la sección de esta ley en las Notas de Clase. Asuma una tasa efectiva anual de $i = 0.05$, $i_q = 0.02$, ver §6.4.1, pag. 220. Y el valor de la anualidad cierta geométrica para un período $n = 110 - 58$, ver (5.64), pag. 178.

```
> set.seed(123)
> muxt.mb <- function(t,x,pars){
+   a <- pars[1]; b <- pars[2]; k <- pars[3]; r <- pars[4];
+   (k+ a*exp(b*(x+t)) )/( 1 +a*r*exp(b*(x+t)) )
+ }
> tpx.mb <- function(t,x,pars){
+   a <- pars[1]; b <- pars[2]; k <- pars[3]; r <- pars[4];
+   f <- (1+a*r*exp(b*x))/(1+a*r*exp(b*(x+t)))
+   p <- ifelse(t < 110-x,exp(-k*t)*f^((1-k*r)/(b*r)),0)
+   return(p)
+ }
> # Parámetros Makeham-Beard
> pars = c(0.00004720,0.09048063,0.00016508,0.02963878)
> # Parámetros de la anualidad
> x <- 58; w <- 110; i <- 0.05; C = 100; m = 12; v <- 1/(1+i)
> m <- 12
> n <- w-x
> q <- 1
```

```

> r <- 12 #rq=m
> im <- (1+i)^(1/m)-1
> iq <- 0.02 # incremento inflacion anual
> C <- 2 # mill
> Gavqmn = function(i,m,q,n,iq){
+   try(if(iq > i) stop("tasa inflacion invalida"))
+   try(if(m%%q != 0) stop("m no es divisible por q"))
+   t = seq(1,n*m,1)
+   res = (1/m)*sum((1+i)^(-t/m)*(1+iq)^(floor(t*q/m)/q))
+   return(res)
+ }
> avxm = function(x,i,m,pars){
+   v = 1/(1+i)
+   k = seq(0,m*(110-x)-1)
+   kmpx = sapply(k,function(k)tpx.mb(k/m,x,pars))
+   vkm = v^(k/m)
+   a = sum(vkm*kmpx)/m-1/m
+   return(a)
+ }
> Gavqxm = function(x,i,iq,m,q,pars){
+   try(if(iq > i) stop("tasa inflacion invalida"))
+   try(if(m%%q != 0) stop("m no es divisible por q"))
+   v = 1/(1+i)
+   k = seq(0,m*(110-x)-1)
+   kmpx = sapply(k,function(k)tpx.mb(k/m,x,pars))
+   vkm = v^(k/m)
+   vqm = (1+iq)^(floor(k*q/m)/q)
+   a = (1/m)*v^(1/m)*sum(vkm*vqm*kmpx)
+   return(a)
+ }
> (Cp1 = C*m*Gavqmn(i,m,q,n,iq))
[1] 637.9883
> (Cp2 = C*m*avxm(x,i,m,pars))
[1] 303.56
> (Cp3 = C*m*Gavqxm(x,i,iq,m,q,pars))
[1] 371.1236

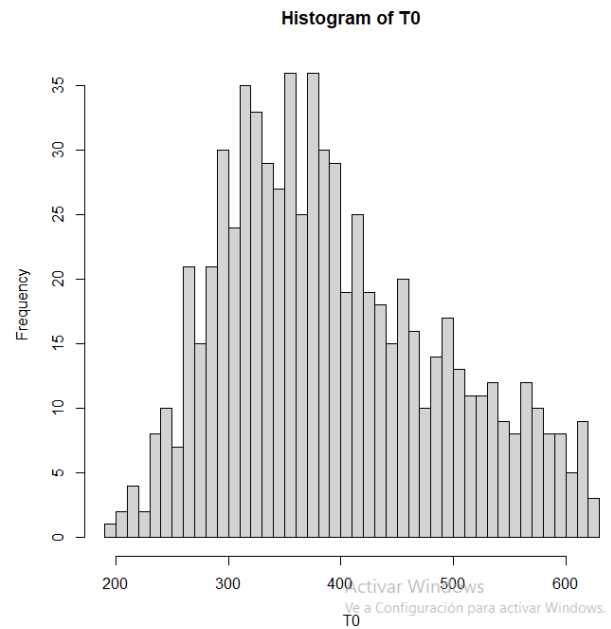
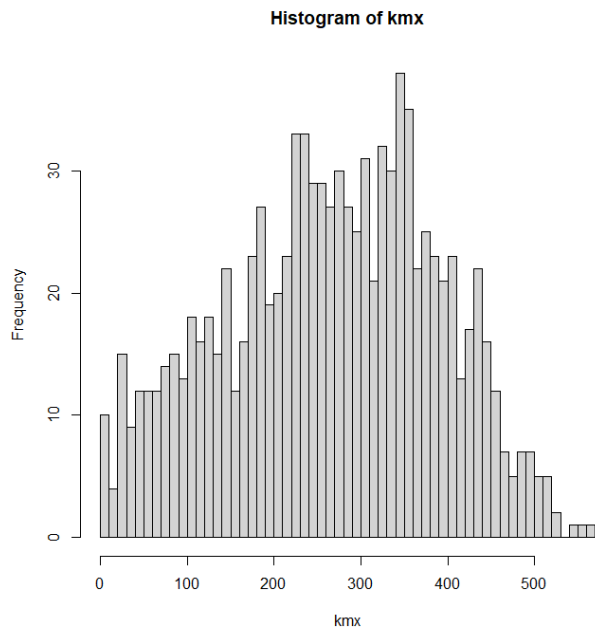
```

El valor de la anualidad de vida es de 371.1236

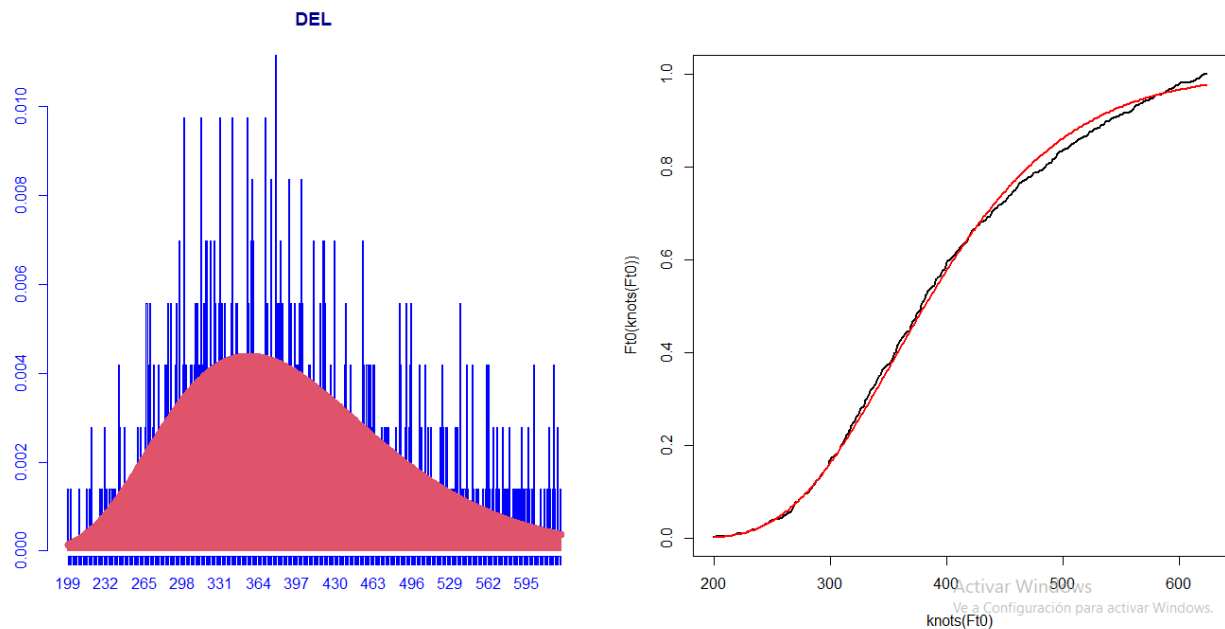
b) Denote por T_0 el mes en el cual el saldo se vuelve cero por primera vez, ver pag. 230. Genere una muestra aleatoria de T_0 mediante simulación. Reporte el histograma. Ajuste una distribución tipo Sichel a esta muestra. Reporte los parámetros μ, σ, ν . Calcule la probabilidad $P(T_0 \leq m \times n)$. Es decir, la probabilidad de que el saldo se vuelva cero antes de la terminación del contrato. Indique esta probabilidad por p_0 . Consultar el programa de guía en Moodle.

```
> #-----parametros
> par.nig = c(alpha=45.638,
+           beta = -7.29, delta = 0.00539,
+           mu = 9.449413e-03 )
> #-----simular T0
> N1 = 1000 # numero simulaciones
> T0 = double(N1)
> for(j in 1:N1){
+   exp.ir = rep(1,n*m) + rnig(n*m, alpha=par.nig[1],
+                               beta=par.nig[2],
+                               delta=par.nig[3],
+                               mu=par.nig[4])
+   S = matrix(0,m*n,1)
+   S[1] = exp.ir[1]*Cp2-ck[1]
+   for (k in 2:(m*n)){
+     S[k] = max(0,exp.ir[k]*S[k-1]-ck[k])}
+   T0[j] = which(S==0)[1]
+ }
> T0 = na.omit(T0)
>
> Tx = random.function(N1,f,lower = 0, upper = 110-x,kind = "cumulative")
> kmx = ceiling(Tx*m)
>
> par(mfrow =c(1,2))
> plot(time(S), S,type='l')
> hist(T0,60)
> hist(kmx,60)
> hist(T0,60)

> library(gamlss)
> Sfit1 <- fitDist(y = T0, type = "counts")
+=====
> #----- 5 mejores ajustes
```



```
> Sfit1$fits[1:5]
      DEL      PIG      GPO  SICHEL      SI
8535.770 8538.017 8539.828 8539.952 8539.952
> #-----ajuste de la Sichel
> mSI <- histDist(T0, "SI", main = "SI")
> parsl = c(mu=mSI$mu,sigma=mSI$sigma,nu =mSI$nu)
>
> #comprobacion del ajuste comparando la fda obs y fda sichel
>
> Ft0=ecdf(T0)
> Ft0del = pSI(knots(Ft0), mu = parsl[1],
+             sigma = parsl[2], nu = parsl[3])
> plot(knots(Ft0),Ft0(knots(Ft0)),type='l',lwd=2)
> lines(knots(Ft0),Ft0del,col='red',lwd=2)
> parsl
      mu      sigma      nu
394.4923395 0.1692665 0.4089412
```



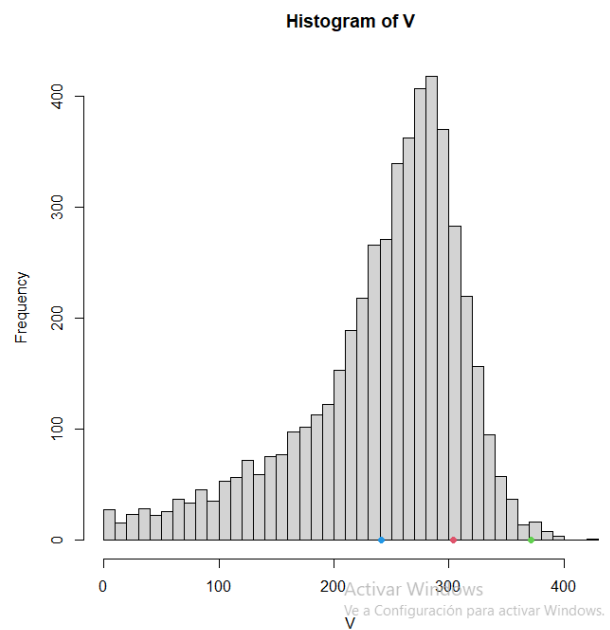
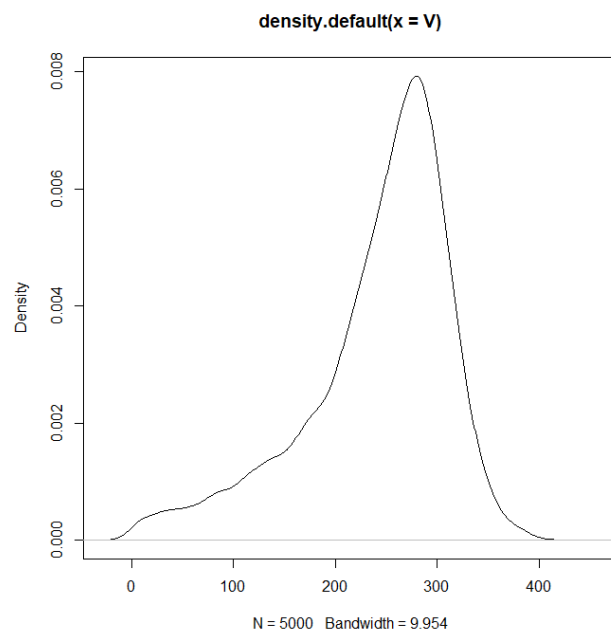
c) Simule una muestra de tamaño $N = 5000$ del valor presente V de los pagos pactados, descontados con la tasa asignada. Reporte el histograma, la media, la desviación estándar de V . Use la fórmula (6.81), pag. 230.

```
> N = 5000
>
> V = double(N)
>
> for(k in 1:N){
+   exp.ir = exp.ir = rep(1,n*m) + rnig(n*m, alpha=par.nig[1],
+                                     beta=par.nig[2],
+                                     delta=par.nig[3],
+                                     mu=par.nig[4])
+   Tx = random.function(1, f, lower = 0, upper = 110-x,
+                         kind = "cumulative")
+   Kmx = ceiling(Tx*m)
+   V[k] = sum(ck[1:Kmx]/cumprod(exp.ir[1:Kmx])) # Valor de las cuotas mientras vivió la persona
+ }
>
> plot(density(V))
> hist(V, 60)
>
```

```

> # media
> Cp4 = mean(V)
>
> points(c(Cp1, Cp2, Cp3, Cp4), rep(0,4), pch = rep(20,4), cex = rep(1.5,4),
+       col = c(1:4))
>
> # Desviación estándar
> sd(V)
[1] 71.7404

```



d) Denote por $\lceil mT(x) \rceil$ el último mes de vida de (x). Calcule la probabilidad de que $P(T_0 < \lceil mT(x) \rceil)$, utilizando el Teorema de Probabilidad Total. Para esto, utilice la distribución de T_0 encontrada en el punto b). Para los puntos de RP, RPH y RPE, consultar las definiciones y programas R de guía en la sección §6.5.2, pag. 231.

```

> ## probabilidad
> p = 0
> for(k in 1:(n*m)){
+   p = p + dDEL(k, mu = pars1[1], sigma = pars1[2], nu = pars1[3])*tpx.mb(k/m,x,pars)
+ }
> (p)
0.2195836

```