Series de tiempo univariadas - Presentación 22

Mauricio Alejandro Mazo Lopera

Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Escuela de Estadística Medellín



Análisis de intervenciones y detección de outliers

En muchas situaciones las series de tiempo se ven afectadas por ciertos eventos externos tales como días festivos, huelgas, promociones, cambios políticos, etc. A dichos eventos se les suele llamar **intervenciones**.

Cuando hablamos de **análisis de intervenciones**, nos referimos a la técnica que evalúa el efecto de eventos externos.

En muchos casos se conocen los eventos que producen las intervenciones, pero en otros casos no se conoce y por tanto, lleva a valores dentro de la serie que se conocen como datos **outliers**.

Dado que sabemos que ocurre una intervención en el tiempo T, la pregunta que surge es ¿dicho evento generó un cambio en la serie de tiempo (como por ejemplo un incremento en la media)? y si es así, ¿qué tan grande fue dicho efecto?

Dado que sabemos que ocurre una intervención en el tiempo \mathcal{T} , la pregunta que surge es ¿dicho evento generó un cambio en la serie de tiempo (como por ejemplo un incremento en la media)? y si es así, ¿qué tan grande fue dicho efecto?

Existen dos tipos de variables que se asocian con el análisis de intervenciones:

• La función paso:

$$S_t^{(T)} = \left\{ egin{array}{ll} 0, & t < T \ 1, & t \geq T \end{array}
ight.$$

• La función pulso:

$$P_t^{(T)} = \begin{cases} 0, & t = T \\ 1, & t \neq T \end{cases}$$

Note que existe una relación entre las funciones paso y pulso dado por:

$$P_t^{(T)} = S_t^{(T)} - S_{t-1}^{(T)} = (1 - B)S_t^{(T)}$$

Esto implica que una intervención puede ser representada por la función pulso o por la función paso. El uso de una forma u otra depende de la conveniencia a la hora de la interpretación.

Entre las varias formas de respuesta a intervenciones de tipo pulso o paso se destacan las siguientes:

• Cuando un impacto desconociso de una intervención se "siente" b periodos después de la intervención. Matemáticamente se puede escribir como:

$$\omega B^b S_t^{(T)}$$
 ó $\omega B^b P_t^{(T)}$

El impacto de una intervención se "siente" b después de la intervención, pero la respuesta es gradual. Matemáticamente se puede escribir como:

$$\frac{\omega B^b}{(1 - \delta B)} S_t^{(T)}$$
 ó $\frac{\omega B^b}{(1 - \delta B)} P_t^{(T)}$

donde $0 \le \delta \le 1$. Cuando $\delta = 0$, estas expresiones son equivalentes a las del item (1). Cuando $\delta = 1$, el impacto incrementa linealmente sin una cota. En la mayoría de los casos $0 < \delta < 1$ y la respuesta es gradual.

De manera mucho más general, una respuesta a intervenciones puede plantearse como una función racional:

$$\frac{\omega(B)B^b}{\delta(B)}$$

donde $\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \cdots - \omega_s B^s$ y $\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \cdots - \delta_r B^r$ son polinímios, b es el tiempo de demora del efecto de la intervención, y los pesos ω_j representan los efectos iniciales esperados de la intervención.

De manera mucho más general, una respuesta a intervenciones puede plantearse como una función racional:

$$\frac{\omega(B)B^b}{\delta(B)}$$

donde $\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \cdots - \omega_s B^s$ y $\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \cdots - \delta_r B^r$ son polinímios, b es el tiempo de demora del efecto de la intervención, y los pesos ω_j representan los efectos iniciales esperados de la intervención.

Por otra parte, el polinómio $\delta(B)$ mide el comportamiento del efecto permanente de la intervención. Una raíz unitaria de este polinómio indica un efecto que va creciendo de manera lineal y raíces por fuera del círculo unitario representa que el evento tiene una respuesta gradual.

Para múltiples intervenciones, tenemos el siguiente modelo general:

$$X_t = \theta_0 + \sum_{j=1}^k \frac{\omega_j(B)B^{b_j}}{\delta_j(B)} I_{jt} + \frac{\theta(B)}{\psi(B)} w_t$$

donde I_{jt} , $j=1,2,\ldots,k$ son variables de intervención que pueden ser funciones paso o pulso. Además,

$$\psi(B) = (1 - B)^d \phi(B)$$

El objetivo de este modelo es medir los efectos de las intervenciones.

Considere la base de datos de **Incidentes Viales con Motos** registrados en Medellín entre el 2015 y el 2021 (para ver el sitio web donde se puede descargar la base de datos dé click AQUÍ). La BD también se puede descargar de la pestaña de datos del Moodle:

```
## [1] 223439
```

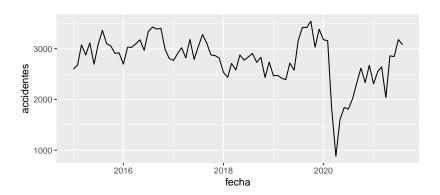
Le damos formato a la fecha del incidente considerando un condicional como:

```
aux1 <- as.Date(rep(NA, nrow(bd_incidentes)))
aux2 <- bd_incidentes$fecha_incidente
ind1<-which(nchar(aux2)==8)
ind2<-which(nchar(aux2)==10)
aux1[ind1] <- as.Date(aux2[ind1], format = "%d/%m/%y")
aux1[ind2] <- as.Date(aux2[ind2], format = "%d/%m/%Y")
bd_incidentes$fecha_incidente<-aux1</pre>
```

Obtenemos el conteo de accidentes por día:

El gráfico de la serie de accidentes mensuales está dado por:

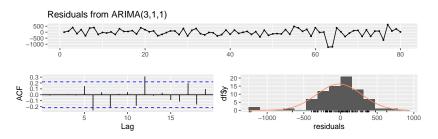
```
resum1 %>% ggplot(aes(x=fecha, y=accidentes))+
  geom_line()
```



En abril de 2020 se disminuyeron drásticamente los accidentes y es claro que fue por las mediadas relacionadas con la pandemia.

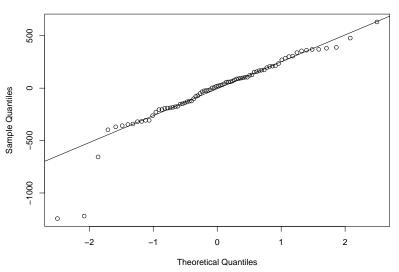
Inicialmente ajustamos un modelo ARIMA(p,d,q) sin preocuparnos por la caída en los valores en abril de 2020:

```
require(forecast)
require(lmtest)
modelo0 <- auto.arima(resum1$accidentes, stepwise = FALSE,
          approximation = FALSE)
modelo0 %>% coeftest()
##
## z test of coefficients:
##
       Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
##
## ar1 0.720577 0.116761 6.1714 6.769e-10 ***
## ar2 0.121460 0.137898 0.8808 0.3784
## ar3 -0.117051 0.117485 -0.9963 0.3191
## ma1 -0.981396  0.071823 -13.6641 < 2.2e-16 ***
##
```



```
##
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(3,1,1)
## Q* = 44.329, df = 21, p-value = 0.002119
##
## Model df: 4. Total lags used: 25
```





Dividimos la base de datos pre-intervención para ver el orden del modelo a ser ajustado:

```
resum1_pre <- resum1[1:63,]</pre>
```

Usamos la función auto.arima del paquete forecast:

```
## Series: resum1_pre$accidentes
## ARIMA(0,0,2) with non-zero mean
##
## Coefficients:
## ma1 ma2 mean
## 0.5211 0.4746 2895.1645
## s.e. 0.1431 0.1096 64.9484
```

Como vimos antes, el modelo a ajustar es un ARIMA(0,0,2). Usamos la función **arimax** del paquete **TSA** para ver el efecto de la intervención dada por el modelo:

$$X_{t} = \theta_{0} + \frac{\omega_{1}}{1 - \delta_{1}B} P_{1t}^{(64)} + w_{t} + \theta_{1}w_{t-1} + \theta_{2}w_{t-2}$$

Vemos el resumen del modelo:

```
require(lmtest)
modelo1 %>% coeftest()
##
## z test of coefficients:
##
##
                    Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma1
                  5.2019e-01 1.2036e-01 4.3218 1.548e-05 ***
                  5.8228e-01 7.9554e-02 7.3193 2.492e-13 ***
## ma2
## intercept 2.8005e+03 6.5673e+01 42.6427 < 2.2e-16 ***
  abril2020a-AR1 3.1766e-02 1.1639e-01 0.2729
                                                   0.7849
## abril2020a-MA0 -1.1510e+03 2.4568e+02 -4.6851 2.798e-06 ***
## ---
## Signif. codes:
                  0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '. ' 0.1 ' '
```

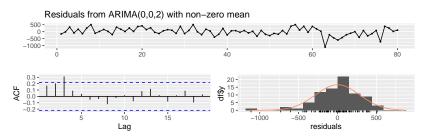
Como vimos antes, el δ_1 estimado (3.1766e-02) no es significativo con un nivel de significancia del 5%. En cambio, el ω_1 estimado (-1151) sí es significativo.

Como vimos antes, el δ_1 estimado (3.1766e-02) no es significativo con un nivel de significancia del 5%. En cambio, el ω_1 estimado (-1151) sí es significativo. Ajustamos nuevamente el modelo sin tener en cuenta el δ_1 :

Vemos el resumen del modelo:

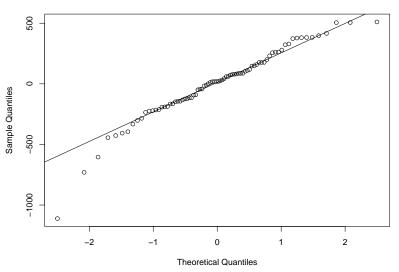
```
require(lmtest)
modelo2 %>% coeftest()
##
## z test of coefficients:
##
                    Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
##
                  5.1808e-01 1.1837e-01 4.3768 1.204e-05 ***
## ma1
## ma2
                  5.7696e-01 8.0815e-02 7.1394 9.377e-13 ***
## intercept 2.8061e+03 6.5429e+01 42.8882 < 2.2e-16 ***
## abril2020a-MA0 -1.1397e+03 2.4515e+02 -4.6491 3.334e-06 ***
## ---
                  0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '. ' 0.1 ' '
## Signif. codes:
```

El valor -1139.7 se puede iterpretar como la caída que se presentó en el número de accidentes producto de las restricciones por pandemia.



```
##
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(0,0,2) with non-zero mean
## Q* = 25.3, df = 21, p-value = 0.2344
##
## Model df: 4. Total lags used: 25
```

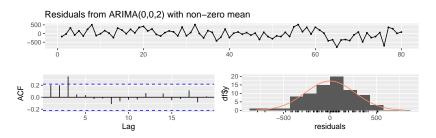




```
require(tseries)
modelo2$residuals %>% shapiro.test()
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data:
## W = 0.95447, p-value = 0.006263
modelo2$residuals %>% jarque.bera.test()
##
##
    Jarque Bera Test
##
## data:
## X-squared = 22.954, df = 2, p-value = 1.036e-05
```

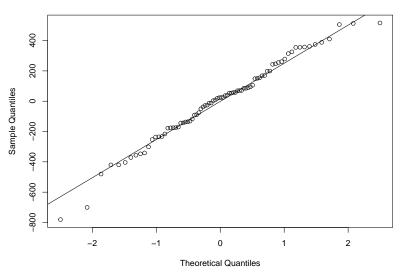
Podemos ajustar un tercer modelo considerando dos intervenciones: una en el mes de abril de 2020 y otra un mes antes, es decir, en marzo de 2020:

$$X_t = \theta_0 + \omega_1 P_{1t}^{(63)} + \omega_2 P_{2t}^{(64)} + w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2}$$



```
##
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(0,0,2) with non-zero mean
## Q* = 28.508, df = 20, p-value = 0.09791
##
## Model df: 5. Total lags used: 25
```





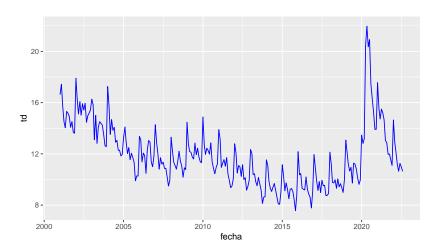
```
modelo3$residuals %>% shapiro.test()
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data:
## W = 0.98286, p-value = 0.3609
modelo3$residuals %>% jarque.bera.test()
##
##
    Jarque Bera Test
##
## data:
## X-squared = 1.8462, df = 2, p-value = 0.3973
```

Considere la BD relacionada con el Empleo y Desempleo en Colombia desde 2021 reportada por el DANE y que se encuentra en el link (AQUÍ) (también la pueden encontrar en la carpeta de DATOS del Moodle del curso como anexo_empleo_ago_22.xlsx).

Documento	Fecha de publicación	Formato	Tamaño	Acción
Boletín técnico	30/09/2022	PDF	353 KB	Descargar
Comunicado de prensa	30/09/2022	PDF	466 KB	Descargar
Presentación (rueda de prensa)	30/09/2022	PDF	5,80 MB	Descargar ■
Presentación extendida (rueda de prensa)	30/09/2022	PDF	7,53 MB	Descargar
Presentación empalme de series GEIH 2005-2018	30/09/2022	PDF	1,18 MB	Descargar
Anexos	30/09/2022	XLSX	2.59 MB	Descargar
Anexo desestacionalizado	30/09/2022	XLSX	403 KB	Descargar

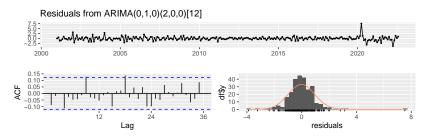
```
require(tidyverse)
require(readx1)
direccion <- "../../DATOS/anexo_empleo ago 22.xlsx"
bd_original <- read_excel(direccion,</pre>
                           sheet = "Total nacional",
                           skip=12)
# Seleccionamos la fila 4, relacionada con la tasa
# de desempleo y las columnas 2 hasta 261:
td <- bd original %>%
       slice(4) %>%
       select(2:ncol(bd original)) %>%
       t() %>% as.numeric()
tasa_desemp <- data.frame(fecha=seq(as.Date("2001/1/1"),
                                     as.Date("2022/8/1").
                                     "months"), td =td)
```

```
tasa_desemp %>% head(4)
         fecha td
##
  1 2001-01-01 16.6223
  2 2001-02-01 17.4342
## 3 2001-03-01 15.8119
## 4 2001-04-01 14.5151
tasa_desemp %>% tail(4)
##
           fecha
                  td
## 257 2022-05-01 10.64826
  258 2022-06-01 11.26120
## 259 2022-07-01 10.98892
## 260 2022-08-01 10.63128
```



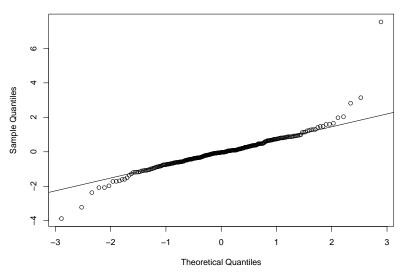
Inicialmente ajustamos un modelo $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ sin preocuparnos por la caída en los valores en abril de 2020:

```
ts_desemp <- ts(tasa_desemp$td, start=c(2001,1),
               frequency = 12)
modelo0_des <- auto.arima(ts_desemp, stepwise = FALSE,</pre>
           approximation = FALSE)
modelo0 des %>% coeftest()
##
## z test of coefficients:
##
        Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
##
## sar1 0.400275 0.058449 6.8483 7.474e-12 ***
## sar2 0.357977 0.060347 5.9320 2.993e-09 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1
```



```
##
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(0,1,0)(2,0,0)[12]
## Q* = 29.382, df = 23, p-value = 0.168
##
## Model df: 2. Total lags used: 25
```





```
modelo0_des$residuals %>% shapiro.test()
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data:
## W = 0.87217, p-value = 6.4e-14
modelo0_des$residuals %>% jarque.bera.test()
##
##
    Jarque Bera Test
##
## data:
## X-squared = 2489.4, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

Dividimos la base de datos pre-intervención para ver el orden del modelo a ser ajustado:

Usamos la función auto.arima del paquete forecast:

##

Como vimos antes, el modelo a ajustar es un $SARIMA(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$. Usamos la función **arimax** del paquete **TSA** para ver el efecto de la intervención dada por el modelo:

$$(1 - B^{12})(1 - B)X_t = \frac{\omega_1}{1 - \delta_1 B} S_{1t}^{(232)} + w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-12}$$

Vemos el resumen del modelo:

Signif. codes:

```
require(lmtest)
modelo1 des %>% coeftest()
##
  z test of coefficients:
##
                  Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
##
## ma1
                            0.055103 -6.8455 7.621e-12 ***
                -0.377206
              -0.846801 0.054865 -15.4343 < 2.2e-16 ***
## sma1
## abril2020a-AR1 0.077919 0.066277 1.1757
                                                 0.2397
## abril2020a-MA0 8.230505
                            0.663544 12.4039 < 2.2e-16 ***
## ---
```

0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '. ' 0.1 ' '

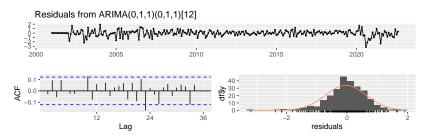
Como vimos antes, el δ_1 estimado (0.077919) no es significativo con un nivel de significancia del 5%. En cambio, el ω_1 estimado (8.230505) sí es significativo.

Como vimos antes, el δ_1 estimado (0.077919) no es significativo con un nivel de significancia del 5%. En cambio, el ω_1 estimado (8.230505) sí es significativo. Ajustamos nuevamente el modelo sin tener en cuenta el δ_1 :

Vemos el resumen del modelo:

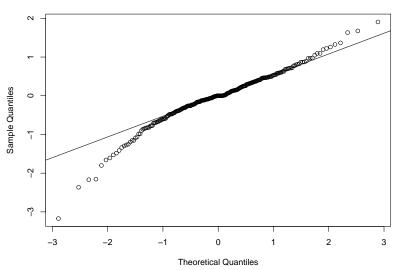
```
require(lmtest)
modelo1_des %>% coeftest()
##
## z test of coefficients:
##
##
                  Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma1
                -0.389639 0.054244 -7.183 6.818e-13 ***
          -0.847439 0.054375 -15.585 < 2.2e-16 ***
## sma1
## abril2020a-MA0 8.492282 0.634071 13.393 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:
                  0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '. ' 0.1 ' '
```

El valor 8.492282 se puede iterpretar el aumento que se presentó en el porcentaje de desempleo producto de la pandemia.



```
##
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(0,1,1)(0,1,1)[12]
## Q* = 34.621, df = 22, p-value = 0.04242
##
## Model df: 3. Total lags used: 25
```





```
require(tseries)
modelo1_des$residuals %>% shapiro.test()
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data:
## W = 0.96037, p-value = 1.446e-06
modelo1_des$residuals %>% jarque.bera.test()
##
##
    Jarque Bera Test
##
## data:
## X-squared = 88.022, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

Ensayamos el efecto de la intervención pulso dada por el modelo:

$$(1 - B^{12})(1 - B)X_t = \frac{\omega_1}{1 - \delta_1 B} P_{1t}^{(232)} + w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-12}$$

Vemos el resumen del modelo:

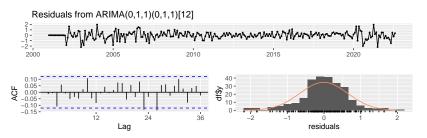
```
require(lmtest)
modelo2 des %>% coeftest()
##
  z test of coefficients:
##
##
                  Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## ma1
                             0.064248 - 8.6185 < 2.2e - 16 ***
                 -0.553726
               -0.674933 0.085892 -7.8579 3.905e-15 ***
## sma1
## abril2020a-AR1 0.907042
                             0.017255 52.5680 < 2.2e-16 ***
## abril2020a-MA0 9.597458
                             0.583212 \ 16.4562 < 2.2e-16 ***
## ---
                  0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '. ' 0.1 ' '
## Signif. codes:
```

Como vimos antes, el δ_1 estimado (0.907042) es significativo con un nivel de significancia del 5 %. El ω_1 estimado (9.597458) es también significativo.

Como vimos antes, el δ_1 estimado (0.907042) es significativo con un nivel de significancia del 5 %. El ω_1 estimado (9.597458) es también significativo.

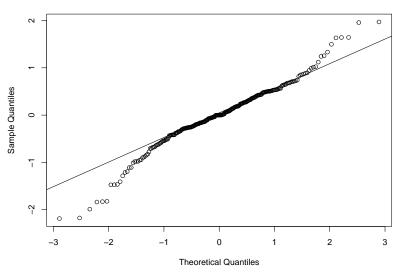
Que el δ_1 sea significativo se puede ver como que después de la intervención el efecto fue cayendo gradualmente.

El valor 9.597458 se puede iterpretar el aumento que se presentó en el porcentaje de desempleo producto de la pandemia.



```
##
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(0,1,1)(0,1,1)[12]
## Q* = 24.807, df = 21, p-value = 0.2556
##
## Model df: 4. Total lags used: 25
```





```
require(tseries)
modelo2_des$residuals %>% shapiro.test()
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data:
## W = 0.97052, p-value = 3.329e-05
modelo2_des$residuals %>% jarque.bera.test()
##
##
    Jarque Bera Test
##
## data:
## X-squared = 29.017, df = 2, p-value = 5.001e-07
```

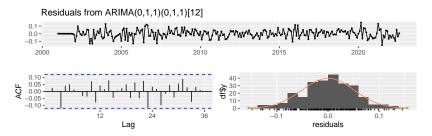
Ensayamos un nuevo modelo aplicando la transformación logaritmo natural, es decir, modelamos la serie $Y_t = \ln(X_t)$:

$$(1 - B^{12})(1 - B)Y_t = \frac{\omega_1}{1 - \delta_1 B} P_{1t}^{(232)} + w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-12}$$

Vemos el resumen del modelo:

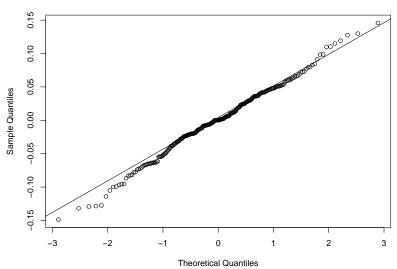
```
require(lmtest)
modelo3 des %>% coeftest()
##
## z test of coefficients:
##
##
                  Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
                            0.056288 - 10.493 < 2.2e - 16 ***
## ma1
             -0.590655
          -0.801131 0.056488 -14.182 < 2.2e-16 ***
## sma1
## abril2020a-AR1 0.924217 0.018131 50.973 < 2.2e-16 ***
## abril2020a-MA0 0.617083 0.044536 13.856 < 2.2e-16 ***
## ---
                  0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '. ' 0.1 ' '
## Signif. codes:
```

¿Cómo interpretar estos parámetros estimados?



```
##
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(0,1,1)(0,1,1)[12]
## Q* = 21.265, df = 21, p-value = 0.4429
##
## Model df: 4. Total lags used: 25
```





```
require(tseries)
modelo3_des$residuals %>% shapiro.test()
##
##
    Shapiro-Wilk normality test
##
## data:
## W = 0.99353, p-value = 0.3248
modelo3_des$residuals %>% jarque.bera.test()
##
##
    Jarque Bera Test
##
## data:
## X-squared = 1.3392, df = 2, p-value = 0.5119
```