

FACULTAD DE CIENCIAS Y FILOSOFÍA DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE INGENIERÍA CARRERA DE INGENIERÍA BIOMÉDICA

MECÁNICA Y TRANSPORTE DE FLUIDOS

Nombres y apellidos: Cesar Sebastian Carrillo Ramirez Victor Manuel Ticllacuri Esteban

Código: 70940743
72900596

PRIMER INFORME DE SESIONES DEMOSTRATIVAS

CFD FOR BEGGINERS; USO DE LOS SOLVERS: ICOFOAM Y SIMPLEFOAM

COMPETENCIA: Desarrollar competencias básicas en el manejo de simulaciones de fluidos en computadora mediante OpenFoam (librería de código escrito en C++).

El presente formato deberá ser desarrollado según lo indicado; recuerde citar la bibliografía consultada.

I. INTRODUCCIÓN

Construya este primer ítem respondiendo las preguntas planteadas, tenga en cuenta la precisión y coherencia de los párrafos. Puede considerar otros aspectos relevantes.

- ¿Cuáles son las etapas del proceso de una simulación?
 - Preprocesamiento: Generación del mallado, límites, condiciones iniciales y propiedades físicas de la aplicación.
 - Ejecución de aplicación (Solver)
 - Post-procesamiento: Visualización en paraFoam, Coloración de las superficies, Recorte de plano, Contornos, Gráficos vectoriales, Streamline plots.
- ¿Cuáles son las ventajas de la discretización con volúmenes finitos?
 - Mayor eficiencia computacional
 - Menos requisitos de memoria
 - Disminución de la complejidad geométrica
- ¿Cuáles son los alcances y restricciones de los solvers IcoFoam y SimpleFoam?
 - IcoFoam resuelve las ecuaciones incompresibles laminares de Navier-Stokes usando el algoritmo PISO. El código es intrínsecamente transitorio, requiere una condición inicial (como la velocidad cero) y condiciones de límite.
 - SimpleFoam es un solver de estado estacionario para flujos incompresibles y turbulentos, usando el algoritmo SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations).

II. OBJETIVO

- Ejecutar simulaciones de OpenFoam en diferentes modelos evidenciando los campos de velocidades y campos de presiones.

III. TEORÍA Y CONCEPTOS BÁSICOS

Desarrolle los conceptos y teorías que se presentan a continuación

a. Preliminares:

- Campos de velocidades

Es la representación vectorial de la velocidad de un fluido con respecto a su posición y el tiempo, el método usado es el método Euleriano ya que es más preciso para las mediciones de fluidos ya que considera las 3 ejes coordenados y la posición.

- Campos de presión.

Es la representación vectorial de la presión de un fluido con respecto a su posición y el tiempo, el método usado es el método Euleriano ya que es más preciso para las mediciones de fluidos ya que considera las 3 ejes coordenados y la posición.

- Líneas de corriente

Es una línea curva que, en todas partes, es tangente al vector de velocidad local instantánea. Las líneas de corriente no se pueden conocer experimentalmente, excepto en condición de flujo estacionario en los cuales coinciden con las l'ineas de trayectoria y las líneas de traza.

Condiciones iniciales.

Son los valores vectoriales de presión y velocidades en el tiempo 0 del análisis. Estas condiciones determinan el comportamiento del fluido en todo el tiempo.

- Condiciones de borde

Las ecuaciones tienen un rol importante en las aplicaciones físicas. Las ecuaciones que gobiernan las características físicas, como presión y velocidad, están definidas por ecuaciones diferenciales parciales. Para calcular estas ecuaciones es necesario conocer datos iniciales, como el campo de velocidades en el campo de los fluidos. Estos datos son conocidos como condiciones de contorno o borde. Por esta condición la velocidad en el punto de contacto del fluido y la pared es 0.

- Estabilidad numérica

La estabilidad numérica es una propiedad de los algoritmos numéricos que describe cómo los errores de entrada se propagan a través del algoritmo. En un método estables, los errores se atenúan mediante la computación

procede. Por otro lado, n inestables el error puede generar anomalías invalidando el procesamiento numérico.

- Convergencia

Sucesión de sumas parciales que tiene un límite en el espacio considerado. La convergencia del cálculo (simulaciones) es la suma de series finitas numéricas o vectoriales y tienden a una solución.

Discretización numérica

La discretización numérica es el proceso de transferir funciones continuas, modelos, variables y ecuaciones a una serie de valores discretos. vectores y matrices. es importante para la evaluación numérica y la implementación y procesamiento computacional. Mientras más valores discretos se puedan rescatar de las funciones continuas, mejor y más cercano a la señal analógica; sin embargo, demandará más recursos en el procesamiento.

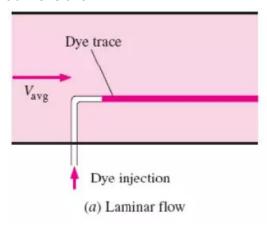
- Malla computacional:

Una malla es una representación de un dominio geométrico más grande representado por celdas discretas más pequeñas. Las mallas se utilizan comúnmente para calcular soluciones de ecuaciones diferenciales parciales y representar gráficos por computadora, y para analizar datos geográficos y cartográficos. Una malla divide el espacio en elementos (o celdas o zonas) sobre los que se pueden resolver las ecuaciones, lo que luego se aproxima a la solución sobre el dominio mayor.

b. Tipos de flujo: definición y caracterización:

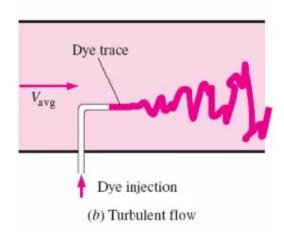
Flujo laminar:

El flujo laminar del fluido puede definirse como el flujo del fluido en el que no hay distorsión y las capas de los fluidos no se cruzan entre sí. En el flujo laminar, la velocidad del fluido permanece constante. El flujo laminar puede ser estimado por el número de Reynolds, que es una cantidad adimensional.



Flujo turbulento:

En la dinámica de fluidos, el flujo turbulento se caracteriza por el movimiento irregular o "caótico" de las partículas del fluido. En contraste con el flujo laminar, el fluido no fluye en capas paralelas, la mezcla lateral es muy alta, y hay una interrupción entre las capas. La turbulencia también se caracteriza por la recirculación, los remolinos y la aleatoriedad aparente. En el flujo turbulento la velocidad del fluido en un punto está continuamente experimentando cambios tanto en magnitud como en dirección.



- Flujo incompresible

Es aquel donde las consideraciones físicas (termodinámicas y geométricas) no cambian la densidad del fluido. es decir, la densidad es constante a lo largo del tiempo y el flujo, a pesar de todas las diferencias en el medio. Por lo tanto, el volumen de todas las porciones del fluido permanecen inalteradas sobre todo el curso de este.

- Flujo transitorio

Es cuando la velocidad v en un punto dado no es constante en el tiempo. Las partículas que pasen por ese punto tendrán velocidades diferentes.

- Flujo estacionario

Es cuando la velocidad v en un punto dado es constante en el tiempo. Todas las partículas que pasen por ese punto lo harán con la misma velocidad y la trayectoria de una partícula del fluido corresponde a una línea de corriente que es tangente en cada punto al vector velocidad

c. Ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos:

- Ecuación de energía:

La ecuación de energía representa la razón de acumulación de energía en un volumen control (VC), expresada en la sumatoria de razón de energía transferida a través del mismo VC, la razón de trabajo realizado en el VC y la razón de producción de energía a lo largo del VC. la energía debe

conservarse, para cumplir con las reglas físicas. Esta es expresada en funciones de la temperatura, flujo, trabajo, densidad y velocidad.

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T \right) = k \nabla^2 \mathbf{T} + \dot{Q}_p + \dot{W}$$

where ρ is density, C_p is heat capacity at constant pressure, T is temperature, V is velocity, k is thermal conductivity, k is rate of other work in system after subtracting the work for fluid flow and k0 is summation of rate of heat production and viscous dissipation.

- Ecuación general de transporte:

Esta ecuación describe la evolución de cierta cantidad dada por :fi:, fi puede ser cualquier cantidad de interés en un fluido transportado.

$$\left(\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla(\rho\phi)\right)^{\mathrm{T}} = \nabla \cdot (\Gamma_{\phi}\nabla\phi) + S_{\phi}$$

- $\frac{\partial \phi}{\partial t}$: rate of increase of ϕ
- $\vec{u} \cdot \nabla \phi$: convection of ϕ
- $\nabla \cdot (\Gamma_{\phi} \nabla \phi)$: diffusion of ϕ
- S_{ϕ} : source of ϕ

 $\partial \phi$

 $\overline{\partial t}$ tasa de crecimiento en el tiempo de fi \overrightarrow{u} vector de velocidad $\overrightarrow{u}\cdot \nabla \phi$ término de difusión que tiene una constante de proporcionalidad dada por gama

Ecuación de la conservación de la masa:

Representa la conservación de masa a lo largo de todo un volumen control. Es decir, expresa la razón de masa acumulada en el VC, denotado como la diferencia el flujo de masa que ingresa al VC, y del que sale. Donde ambos deben ser de igual magnitud, para que la conservación se cumpla. Entonces, la ecuación denota la variación de la densidad a lo largo del tiempo, así como la variación de la velocidad en este.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \tag{1.32}$$

where ρ is density, t is time and V is fluid velocity. The term (ρV) is the mass flux through the control volume. Eq. (1.32) is called the continuity equation.

Ecuación de la cantidad de movimiento:

Se obtiene por las leyes fundamentales de la física clásica. El principio denota que el momento total de un sistema cerrado no cambiará a menos que una fuerza externa actúe sobre el.

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho V \cdot \nabla V = -\nabla P + \nabla \cdot \tau + \rho g \tag{1.34}$$

where ρ is density, t is time, V is fluid velocity, P is normal pressure on fluid element surfaces, τ is stress tensor and g is gravity.

d. Teoría de la capa límite

Una capa límite es una región delgada adyacente a la superficie sólida de una pared en contacto con una corriente en movimiento en la que la velocidad del flujo varía de cero en la pared Hasta Ue en el límite que corresponde a la velocidad de la corriente libre. El grosor del desplazamiento δ depende del número de Reynolds, que es la proporción de fuerzas

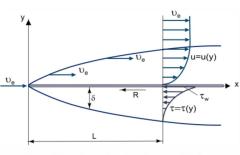


Figure 1. Growth of a boundary layer on a flat plate.

inerciales (resistentes al cambio o al movimiento) a viscosas. (pesado y pegajoso) fuerzas y viene dado por la ecuación: el número de Reynolds (Re) es igual a la velocidad (V) multiplicado por la densidad (r) multiplicado por una longitud característica (I) dividida por el coeficiente de viscosidad (mu). Re = V * r * I / mu Para los números de Reynolds más bajos, la capa límite es laminar y la velocidad de la corriente cambia uniformemente a medida que uno se aleja de la pared. Para números de Reynolds más altos, la capa límite es turbulenta y la velocidad de la corriente se caracteriza por flujos de remolino inestables dentro de la capa límite.

e. Teoría y explicación por término de la ecuación de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes describen el movimiento tridimensional de fluidos viscosos. Consisten en una ecuación de continuidad dependiente del tiempo para la conservación de la masa , tres ecuaciones de conservación del momento dependientes del tiempo y una ecuación de conservación de la energía dependiente del tiempo . Hay cuatro variables independientes en el problema, las coordenadas espaciales x, y y z de algún dominio, y el tiempo t.

Navier-Stokes Equations

Continuity Equation $\nabla \cdot \vec{V} = 0$ Momentum Equations $= -\nabla p + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V}$ Diffusion term External forces, that For a Newtonian act on the fluid fluid, viscosity (gravitational force operates as a or electromegnetic). diffusion of momentum. Convective term Change of velocity with time

IV. RECURSOS

Detalle las características de cada recurso empleado en el desarrollo de la práctica.

- Materiales: Geometría y malla del tutorial de OpenFOAM
- Equipos: Computadora de escritorio o laptop
- Instrumentos o herramientas: OpenFOAM con solvers IcoFoam y SimpleFoam

V. DESARROLLO

Escriba las instrucciones en la terminal que utilizaría para correr los modelos Elbow y Airfol2d. Tome como referencia el ejemplo presentado para Cavity.

a. Modelo Cavity

\$ cd cavity
\$ blockMesh
\$ icoFoam
\$ icoFoam > info
\$ paraFoam

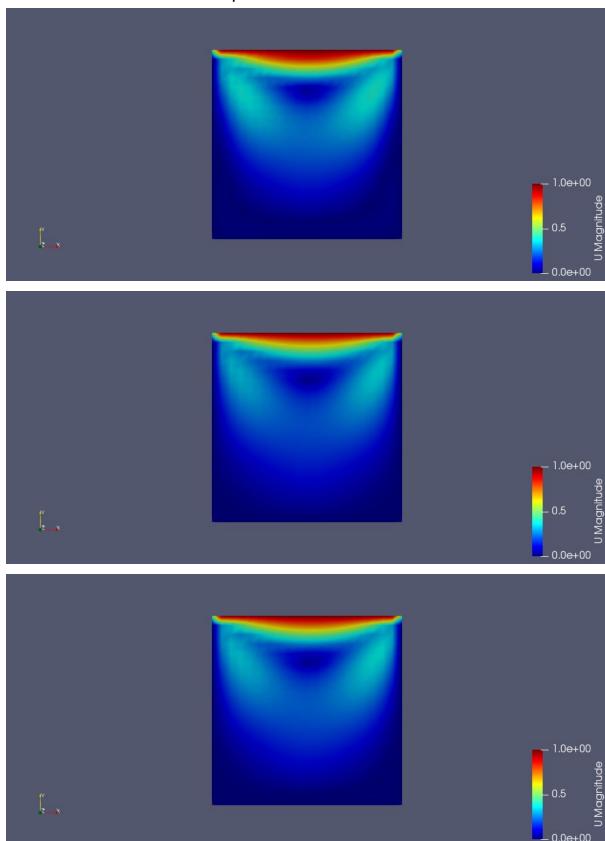
VI. RESULTADOS Y DISCUSIONES

- Exporte los resultados gráficos en formato ".png" obtenidos en ParaView correspondientes a la última etapa de la simulación.
- Comente sus apreciaciones sobre los campos de velocidades y campos de presiones en las zonas críticas que tenga la geometría de estudio. Señale estas zonas en su gráfica.
- Comente las dificultades que se le presentaron en el desarrollo de la práctica.
- Modelo Cavity

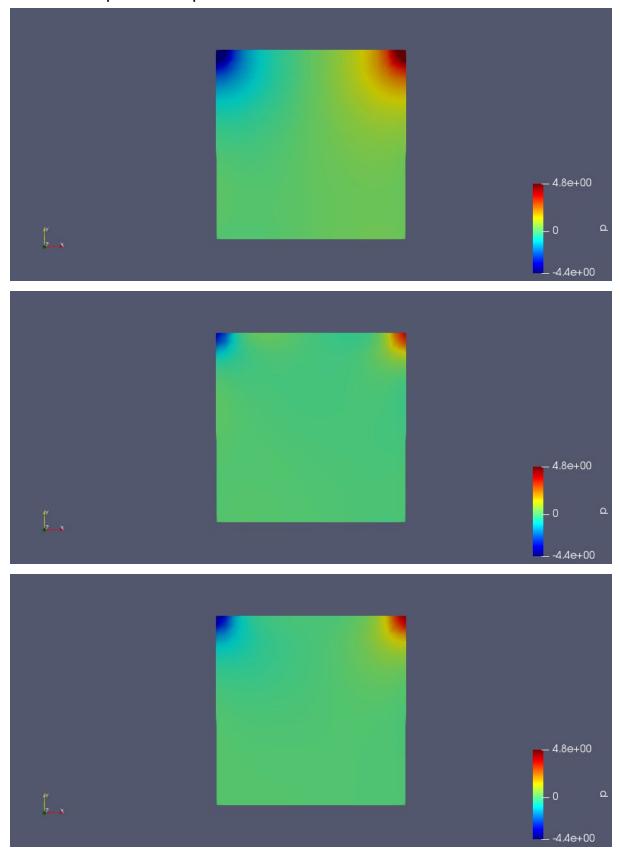
Consideraciones primer caso

```
----*\ C++ -*----*\
2
   =======
3
                         | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
       / Field
                         | Website: https://openfoam.org
             O peration
                          | Version: 7
            A nd
             M anipulation |
      11/
7 \*---
8 FoamFile
9 {
10
     version
              2.0;
              ascii;
     format
11
              volVectorField;
     class
12
     object
13
14 }
15 // * * * * * * * *
16
17 dimensions [0 1 -1 0 0 0 0];
18
19 internalField uniform (0 0 0);
20
21 boundaryField
22 {
23
     movingWall
24
     {
25
         type
                       fixedValue;
26
                    uniform (1 0 0);
        value
27
28
29
     fixedWalls
30
31
         type
                     noSlip;
32
     }
33
```

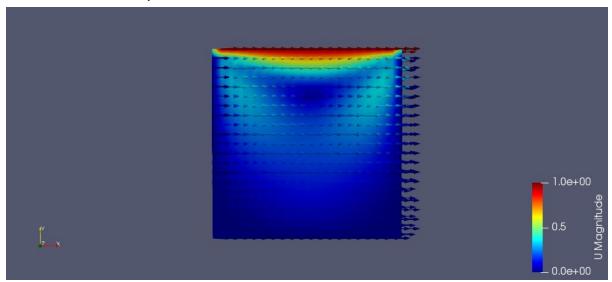
Cinemática de velocidades primer caso



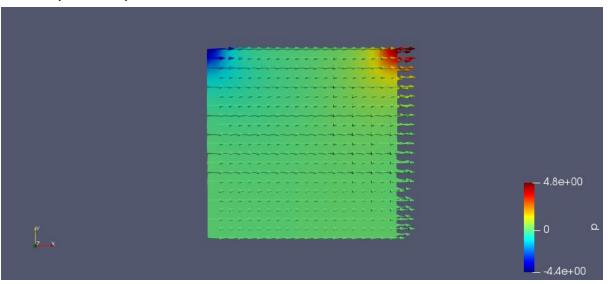
Cinemática presiones primer caso



Vector velocidad primer caso



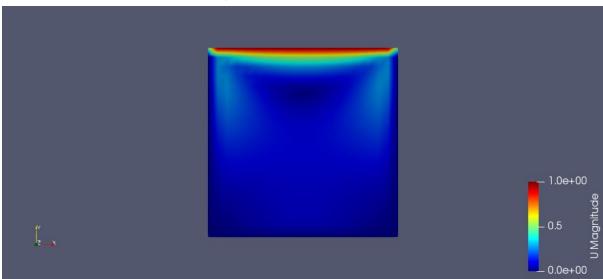
Vector presión primer caso

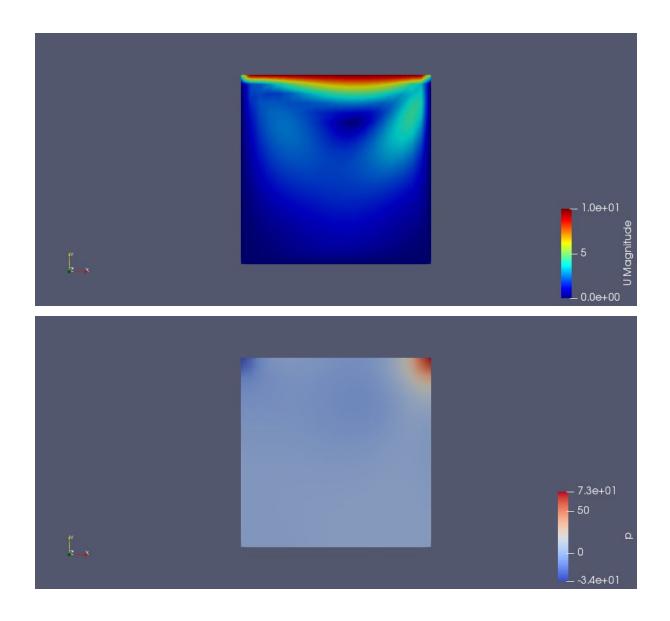


Consideraciones segundo caso

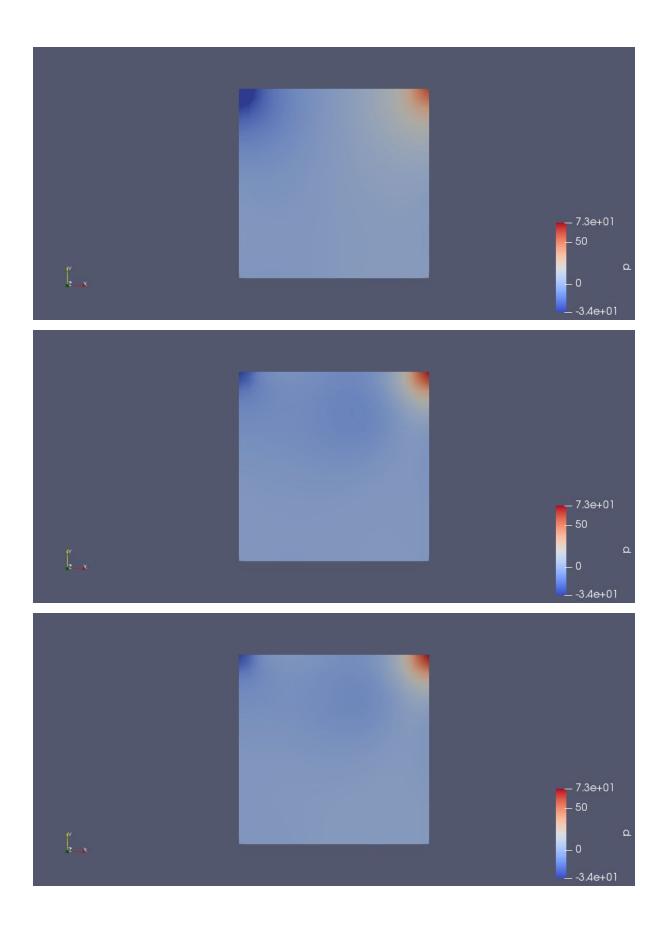
```
1 /*----*\
2
   =======
   \\ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox \\ / O peration | Website: <a href="https://openfoam.org">https://openfoam.org</a> \\ / A nd | Version: 7
3
5
6
7 \*-----*/
8 FoamFile
9 {
    version 2.0;
format ascii;
class volVectorField;
object U;
10
11
12
13
[0 1 -1 0 0 0 0];
17 dimensions
19 internalField uniform (0 0 0);
20
21 boundaryField
22 {
     movingWall
23
24
                     fixedValue;
25
        type
    value
                 uniform (10 0 0);
26
27
28
29
    fixedWalls
                   noSlip;
        type
32
33
```

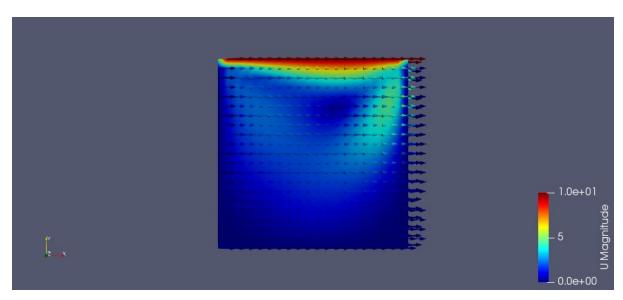
Cinemática velocidades segundo caso



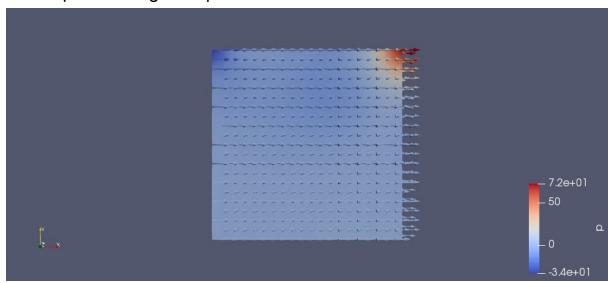


Cinemática presión segundo caso





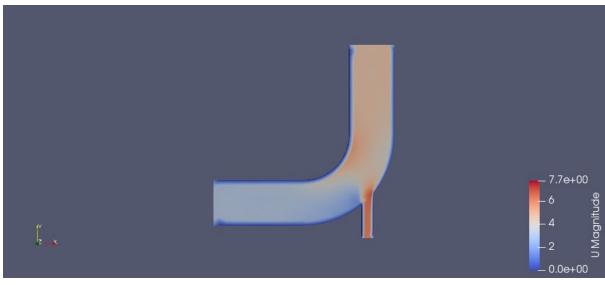
Vector presión segunda posición

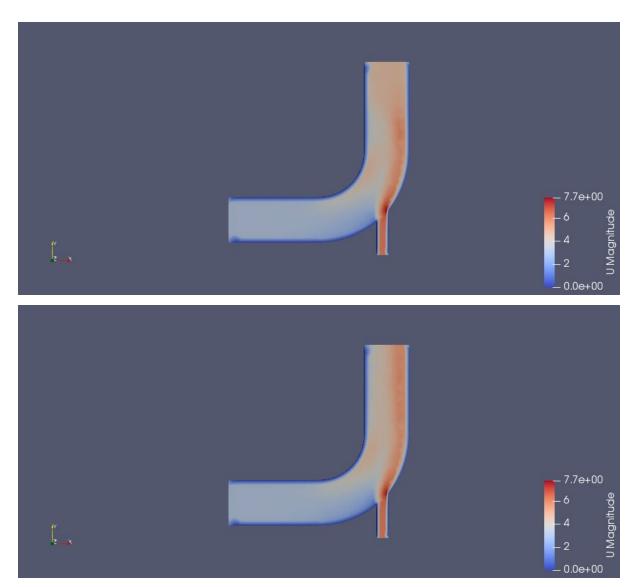


- Modelo Elbow

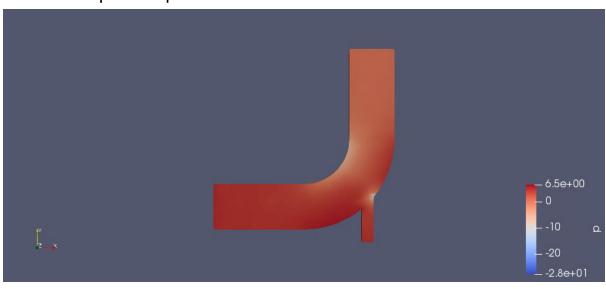
```
9 (
      version
10
                   2.0;
11
      format
                   ascii;
      class
                   volVectorField;
12
13
      object
                   U;
14 }
15 // * *
16
                   [0 1 -1 0 0 0 0];
17 dimensions
                   uniform (0 0 0);
19 internalField
21 boundaryField
22 {
23
      wall-4
24
      {
25
                           noSlip;
           type
26
27
28
      velocity-inlet-5
29
30
                           fixedValue;
           type
                           uniform (3 0 0);
31
          value
32
      }
33
34
      velocity-inlet-6
35
      {
                           fixedValue;
36
           type
37
          value
                           uniform (0 6 0);
38
      }
```

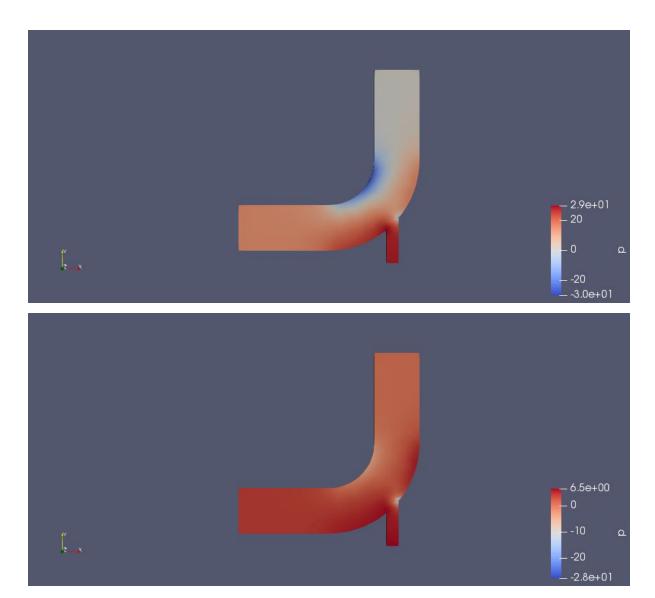
Cinemática velocidad primer caso



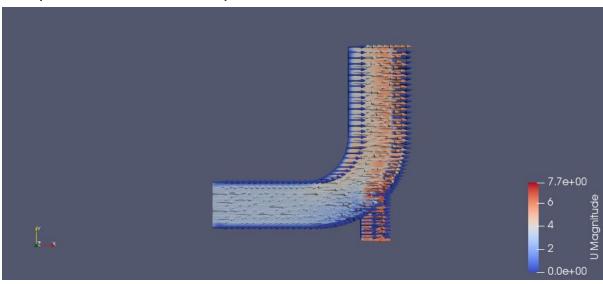


Cinemática presión primer caso

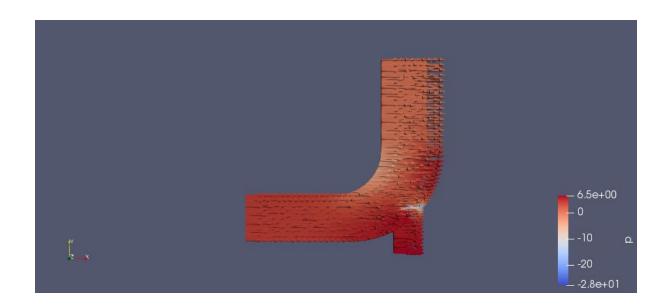




Campo vectorial velocidad primer caso



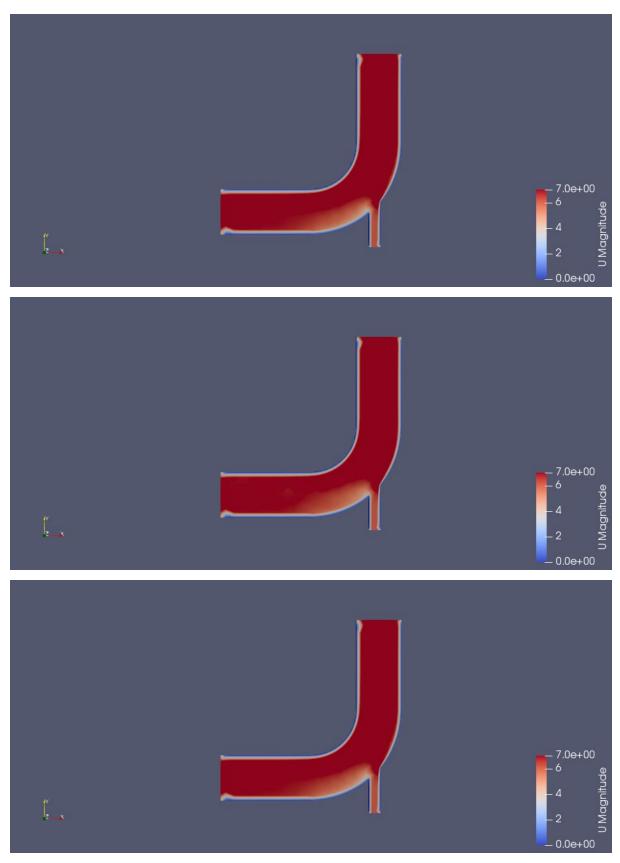
Campo vectorial presión primer caso



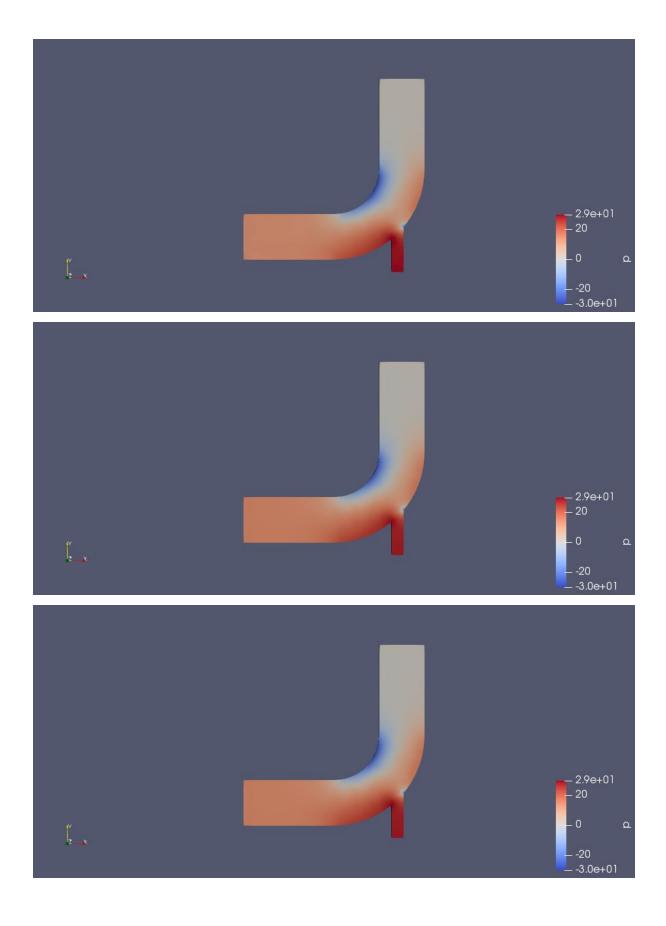
Consideraciones segundo caso

```
9 {
10
      version
                   2.0;
                   ascii;
11
      format
12
      class
                   volVectorField;
13
      object
14 }
15 // * *
16
17 dimensions
                   [0 1 -1 0 0 0 0];
19 internalField uniform (0 0 0);
20
21 boundaryField
22 {
      wall-4
23
24
      {
25
                           noSlip;
           type
26
      }
27
      velocity-inlet-5
28
29
                           fixedValue;
30
           type
                           uniform (7 0 0);
31
           value
32
      }
33
      velocity-inlet-6
34
35
      {
                           fixedValue;
36
           type
                           uniform (0 6 0);
37
           value
38
      }
39
      pressure-outlet-7
```

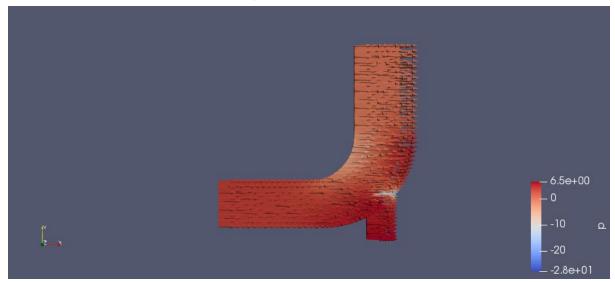
Cinemática velocidad segundo caso



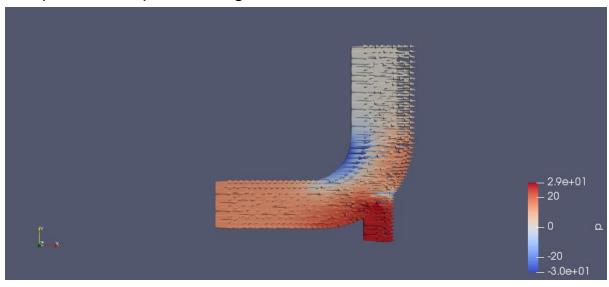
Cinemática presión segundo caso



Campo vectorial velocidad segundo caso



Campo vectorial presión segundo caso

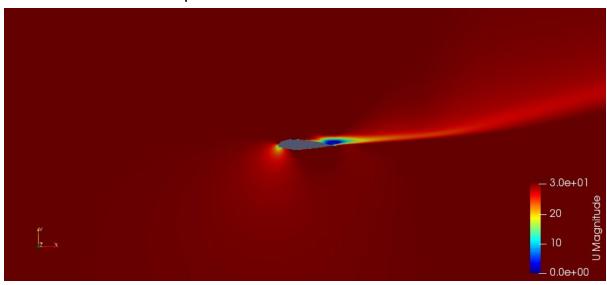


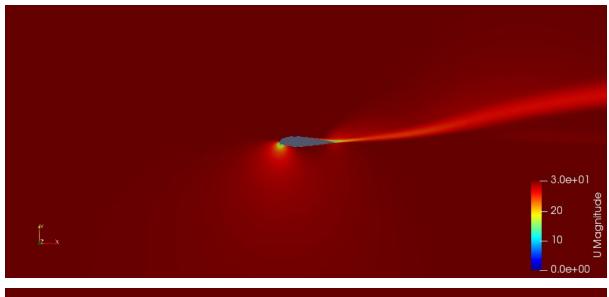
- Modelo Airfol2d

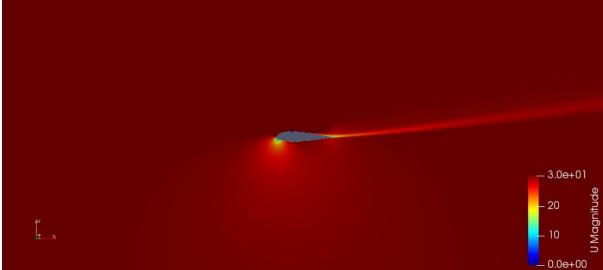
Consideraciones primer caso

```
1 /*----*\
2 =======
   \\ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox \\ / O peration | Website: <a href="https://openfoam.org">https://openfoam.org</a> \\ / A nd | Version: 7
3
6
7 \*-----
8 FoamFile
9 {
    version 2.0;
format ascii;
class volVectorField;
LO
11
12
    class
    object
14 }
15//*******************************//
L7 dimensions [0 1 -1 0 0 0 0];
L9 internalField uniform (30 5 0);
21 boundaryField
22 {
     inlet
23
24
                freestreamVelocity;
25
         freestreamValue $internalField;
26
27
28
    outlet
29
30
31
                       freestreamVelocity;
         freestreamValue $internalField;
32
33
```

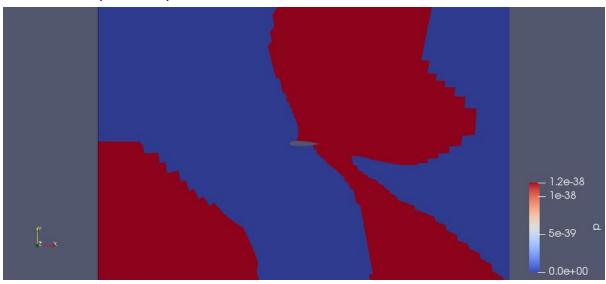
Cinemática velocidad primer caso

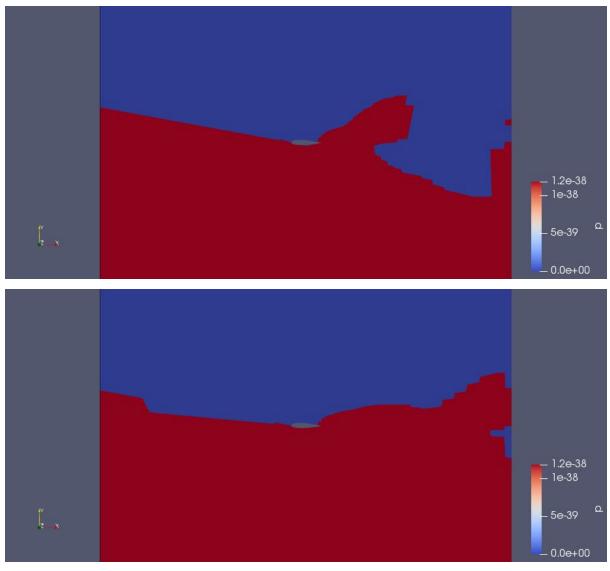




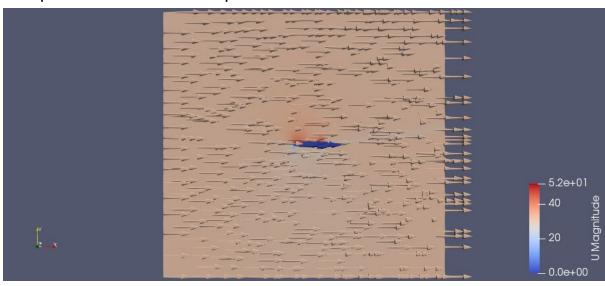


Cinemática presion primer caso

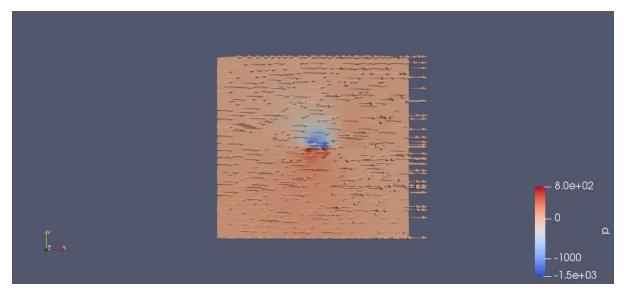




Campo vectorial velocidad primer caso



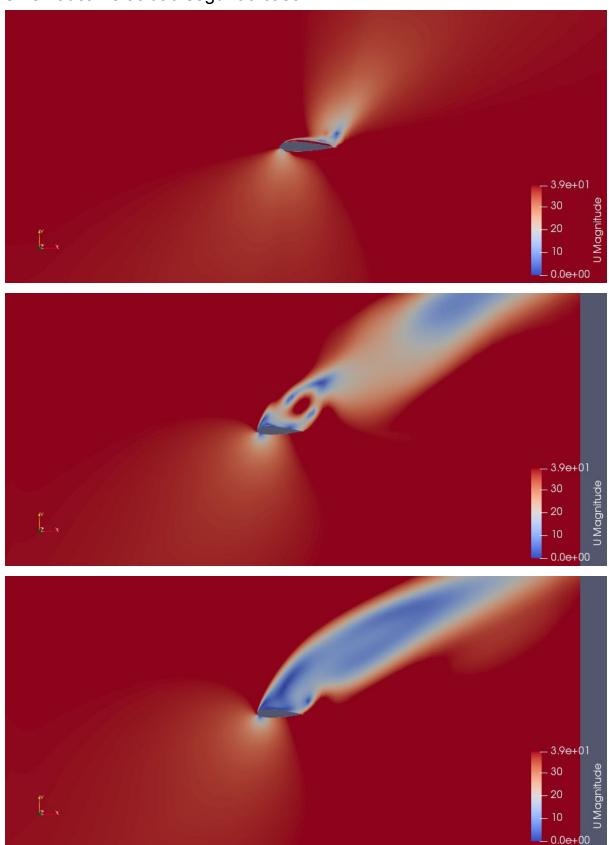
Campo vectorial presión primer caso



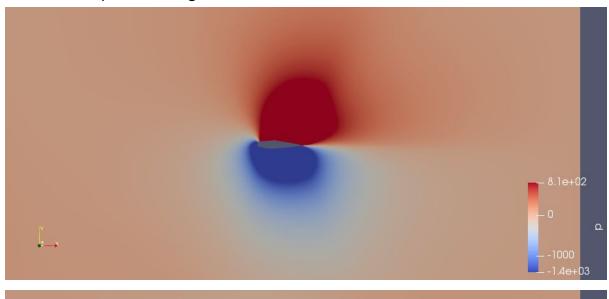
Consideraciones segundo caso

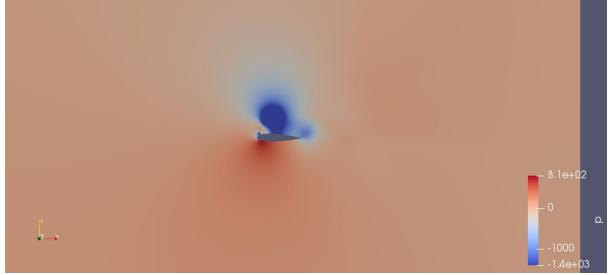
```
1 /*----*\
2
  =======
  3
5
6
    11/
          M anipulation |
7 \*-----
8 FoamFile
9 {
          2.0;
10
    version
   format ascii;
1
    class
           volVectorField;
12
    object
13
            U;
4}
L7 dimensions [0 1 -1 0 0 0 0];
19 internalField uniform (30 25 0);
11 boundaryField
22 {
23
    inlet
24
    {
       type freestreamVelocity;
25
      freestreamValue $internalField;
26
27
28
   outlet
29
30
   {
       type freestreamVelocity;
31
       freestreamValue $internalField;
32
33
```

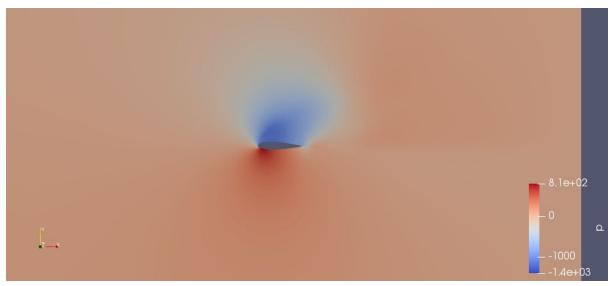
Cinemática velocidad segundo caso



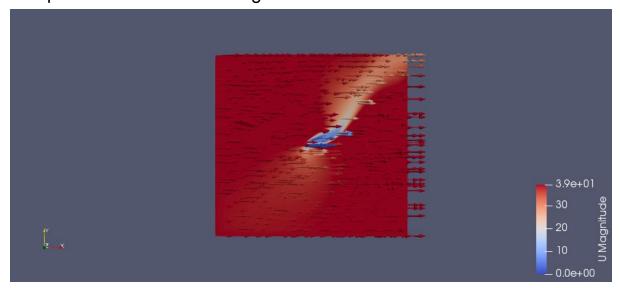
Cinemática presión segundo caso



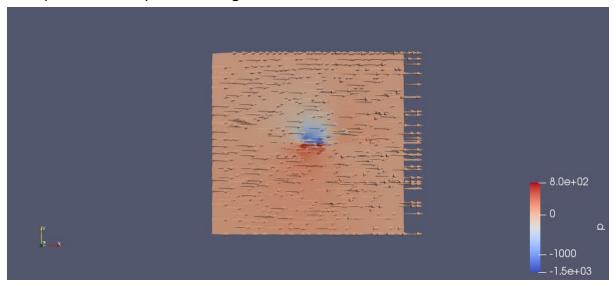




Campo vectorial velocidad segundo caso



Campo vectorial presion segundo caso



VII. CONCLUSIONES

Modelo Cavity:

A pesar de la variación realizada en la velocidades en este modelo, con respecto a la velocidades no se apreció un cambio significativo en las presiones y en las velocidad. Esto se debe a la forma por donde transcurre el fluido restringe las variaciones bruscas dentro de este mismo.

Modelo Elbow:

En el primer modelo con respecto a las velocidades se puede notar que la velocidad se vuelve laminar cuando este llega al final; sin embargo, en el segundo caso vemos que la velocidad no tiene un comportamiento laminar, ya que dos velocidades similares chocas produciendo turbulencias. En ambos casos se puede apreciar que en las paredes se aprecia las condiciones de no deslizamiento, velocidad 0. Con respecto a las presiones en

el primer caso vemos que este está más repartido por el sistema y que las paredes soportan más presión. En el segundo caso observamos una mejor distribución de presiones, sin embargo tenemos casos críticos en la vena más pequeña pudiendo provocar alguna fisura.

- Modelo Airfoil 2d:

En el primer caso vemos una rápida estabilización del flujo con la partícula, la presión en este caso también presenta una rápida normalización teniendo como mayor presión el lugar inferior, esto se debe a que la velocidad tiene como componentes positivas en el eje X y Y. En el segundo caso las velocidades no se estabilizan teniendo un comportamiento no laminar, se ve una marcada diferencia con el primer caso, esto se debe a la magnitud de las velocidades que originan mayores presiones en la cara superior.

VIII. CUESTIONARIO

a. Desde la óptica biomédica ¿En qué casos prácticos ejecutaría usted la simulación de fluidos con IcoFoam? Desarrolle un ejemplo.

En la simulación del flujo sanguíneo para el desarrollo de vasos sanguíneos artificiales y marcapasos cardiacos temporales o permanentes sensibles a la salpicadura de sangre ya que esta última es importante para entender la turbulencia del ritmo cardíaco, el daño que puede causar en las paredes de los vasos y los ataques al corazón.

En la simulación del flujo sanguíneo para el desarrollo de marcapasos cardíacos temporales o permanentes sensibles a la salpicadura de sangre ya que esta última es importante para entender la turbulencia del ritmo cardíaco, el daño que puede causar en las paredes de los vasos y los ataques al corazón.

Diseño de catéteres ventriculares, un estudio realizado por Lin, Morris, Olivero, Boop y Sanford, 2003 abordó el problema de las características del fluido en un catéter ventricular utilizando un programa de CFD. Ellos estudiaron cinco diseños actuales de catéteres ventriculares disponibles comercialmente utilizando CFD y concluyeron que estos catéteres comerciales tienen un patrón de distribución de flujo anormalmente mayor. Al variar el diámetro de orificio, cantidad de orificios y la relación orificio/segmento, se obtuvieron mejores resultados con lo que IcoFoam se podría usar para verificar la adecuada distribución de flujo sanguíneo en el catéter diseñado.

b. ¿Cuál es la relación entre la pérdida de velocidad y el diámetro de la sección?

Por el principio de la conservación de la masa a través de un Volumen control, sabemos que la masa ingresante es igual a la masa de salida. Entonces, considerando al fluido incompresible (la densidad no variará en el tiempo), nos quedamos con la gradiente de la velocidad igual a cero. Esto llega a representar la ecuación de continuidad, es decir, la sumatoria de las velocidades multiplicados con su respectiva área de entrada o salida, debe resultar cero, para cumplir con el principio de conservación de masa. De esta forma, ya que existe una razón inversamente proporcional entre el área y la velocidad del fluido, mientras mayor sea el área, menor será su velocidad. Sabemos, además que, el área de un círculo depende de su diámetro; por lo tanto, mientras mayor sea el diámetro de una entrada o salida, menor será la velocidad del fluido que corre a través de esta.

c. ¿Cuáles son los puntos críticos donde conviene estudiar estas geometrías? ¿Por qué estudiar las zonas críticas?

Las geometrías donde conviene analizar estos puntos son en las paredes, contornos, superficies de contacto, áreas de difusión (donde se mezclan fluidos) y en las curvaturas. Es importante analizarlos en estas zonas porque estos pueden desestabilizar el sistema y producir a errores en los resultados. Las geometrías donde conviene analizar estos puntos son en las paredes, contornos, superficies de contacto, áreas de difusión (donde se mezclan fluidos) y en las curvaturas. Es importante analizarlos en estas zonas porque estos pueden desestabilizar el sistema y producir a errores en los resultados.

d. ¿Qué es la cavitación y cuando ocurre?

La cavitación es un efecto hidrodinámico (aspiraciones en vacío) producido cuando se generan cavidades de vapor dentro de cualquier fluido en estado líquido, en donde actúan fuerzas correspondientes a las diferencias de presiones, produciendo una descompensación del fluido debido a la conservación de la constante de bernoulli. Cuando se alcance la presión de vapor del líquido, las moléculas cambian a su fase gaseosa súbitamente, formando las cavidades. Estas burbujas formadas viajan a zonas de mayor presión e implosionan súbitamente, retornando a su fase líquida. Entonces, la implosión causa ondas de presión que viajan en el líquido a velocidades cercanas a las del sonido. Para que la cavitación se produzca, es necesario una superficie donde se puedan nuclear. Esta superficie puede ser la pared del contenedor, impurezas o cualquier otra irregularidad dentro del fluido. Sin embargo, el factor determinante es la temperatura del líquido, ya que cuando este varía, también varía la presión de vapor proporcionalmente. Si la presión de vapor varía, producto del cambio de temperatura, será más fácil o difícil que la cavitación se de.

IX. BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA

- OpenFoam User Guide Version 7. Disponible en:
 http://foam.sourceforge.net/docs/Guides-a4/OpenFOAMUserGuide-A4.pdf
- Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (1995). An introduction to computational fluid dynamics. Finite Volume Method, Essex, Longman Scientific & Technical.
- Xiaofeng Liu. Computational Methods for Environmental Flows (Ph.D., P.E.Assistant Professor Department of Civil and Environmental Engineering Pennsylvania State University xliu@engr.psu.edu --> Curso de la Pen State University
- https://github.com/psu-efd/PSU-OpenFOAM-Course-Notes OpenFOAM lecture notes at Penn State University by Xiaofeng Liu, Ph.D., P.E.