

Fundamentos Mecánica de Fluidos I

Fluido estable e inestable, flujo laminar y turbulento, fluidos compresibles e incompresibles, viscoelasticidad y viscoplasticidad

Jhon Gesell Villanueva Portella¹ & Juan Manuel Zuñiga Mamani¹

¹Universidad Peruana Cayetano Heredia.
Facultad de Ciencias y Filosofía.
Escuela Profesional de Ingeniería Biomédica.

24 de abril de 2020

Contenido

1 Refuerzo

Contenido

1 Refuerzo

Soluciones aproximadas de la ecuación de Navier Stokes

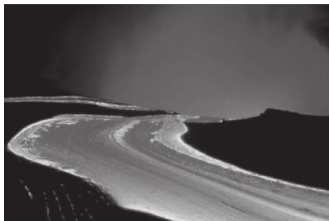


Figura: El flujo de lava de un volcán es un ejemplo de flujo trepador: la viscosidad de la roca fundida es tan grande que el número de Reynolds es pequeño aún cuando las escalas de longitud sean grandes.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 491



01. Introducción — 01/03

La mayoría de los problemas prácticos de la mecánica de fluidos no puede resolverse de manera analítica y demanda ya sea 1) mayores aproximaciones o 2) ayuda de computadora. Consideraremos a los flujos en estudio como incompresibles del tipo de fluido newtonianos.

Una solución aproximada se define como aquella donde la ecuación de Navier-Stokes se simplifica en alguna región del flujo antes de inclusive comenzar la solución. En otras palabras se comienzan a eliminar terminos dependiendo de la clase de problema, el cual puede diferir una región del flujo a otra.

Los fluidos estáticos pueden considerarse como una solución aproximada de Navier-Stokes. La aproximación es que los términos inercial y viscoso en la ecuación de Navier-Stokes son despreciablemente pequeños en comparación con los términos de presión y gravedad. Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 492



01. Introducción — 03/03

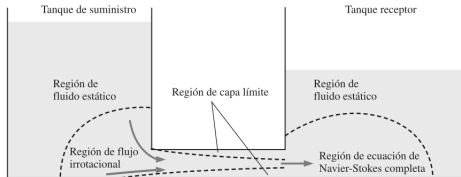


Figura: Una aproximación particular de la ecuación de Navier-Stokes es adecuada sólo en ciertas regiones del campo de flujo; otras aproximaciones pueden no ser adecuadas en otras regiones del campo de flujo.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 493



02. Ecuaciones adimensionalizadas de movimiento — 01/04

Se desea eliminar las dimensiones de las ecuaciones de movimiento, de modo que puedan compararse de manera adecuada las órdenes de magnitud de los diversos términos de las ecuaciones, para ello comenzamos con la ecuación de continuidad de flujo incompresible:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$$

y la forma vectorial de la ecuación de Navier-Stokes, valida para flujo incompresible de un fluido newtoniano con propiedades constantes:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \left(\vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{V} \right] = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V}$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 493



02. Ecuaciones adimensionalizadas de movimiento — 02/04

Mostramos algunos parámetros de escalamiento o repetitivos característicos que se usan para eliminar las dimensiones de las ecuaciones de movimiento.

Parámetro de escalamiento	Descripción	Dimensiones primarias
L	Longitud característica	$\{L\}$
V	Velocidad característica	$\{L t^{-1}\}$
f	Frecuencia característica	$\{t^{-1}\}$
$P_0 - P_\infty$	Diferencia de presión de referencia	$\{m L^{-1} t^{-2}\}$
g	Aceleración gravitacional	$\{L t^{-2}\}$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 494

02. Ecuaciones adimensionalizadas de movimiento — 03/04

Luego se definen algunas variables adimensionales y un operador adimensional con base en los parámetros de escalamiento de la tabla mostrada en el slider anterior.

$$t^* = ft \quad \vec{x}^* = \frac{\vec{x}}{L} \quad \vec{V}^* = \frac{\vec{V}}{V}$$

$$P^* = \frac{P - P_\infty}{P_0 - P_\infty} \quad \vec{g}^* = \frac{\vec{g}}{g} \quad \vec{\nabla}^* = L\vec{\nabla}$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 494



02. Ecuaciones adimensionalizadas de movimiento — 04/04

Luego de haber multiplicado los terminos de la ecuación de Navier-Stokes por sus respectivos factores se obtiene.

$$[\text{St}] \frac{\partial \vec{V}^*}{\partial t^*} + (\vec{V}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \vec{V}^* = -[\text{Eu}] \vec{\nabla}^* P^* + \left[\frac{1}{\text{Fr}^2} \right] \vec{g}^* + \left[\frac{1}{\text{Re}} \right] \nabla^{*2} \vec{V}^*$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 495



03. Aproximación de flujo de Stokes — 01/04



Figura: El lento flujo de un líquido muy viscoso, en este caso la miel, se clasifica como flujo de Stokes.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 496

03. Aproximación de flujo de Stokes - Ejemplo — 02/04

Fuerza de arrastre sobre un objeto en flujo de Stokes:

Después que la densidad ha desaparecido de la ecuación de Navier-Stokes, la fuerza de arrastre sobre un objeto en flujo de Stokes sólo es función de su velocidad V , alguna longitud característica L del objeto y la viscosidad del fluido μ (Fig. 10-12). Use el análisis dimensional para generar una relación para F_D como función de estas variables independientes.

SOLUCIÓN Debe usar análisis dimensional para generar una relación funcional entre F_D y las variables V , L y μ .

Suposiciones **1** Se supone que $Re \ll 1$ de modo que se aplica la aproximación de flujo de Stokes. **2** Los efectos gravitacionales son irrelevantes. **3** Ningún otro parámetro mencionado en el enunciado del problema es relevante para su solución.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 498

03. Aproximación de flujo de Stokes - Ejemplo — 03/04

Análisis Se sigue el método paso a paso de repetición de variables tratado en el capítulo 7; los detalles se dejan como ejercicio. Existen cuatro parámetros en este problema ($n = 4$). Existen tres dimensiones primarias: masa, longitud y tiempo, así que se hace $j = 3$ y se usan las variables independientes V , L y μ como las variables repetitivas. Sólo se espera un Π pues $k = n - j = 4 - 3 = 1$, y Π debe ser igual a una constante. El resultado es:

$$F_D = \text{constante} \cdot \mu VL$$

Por lo tanto, se ha demostrado que, para flujo de Stokes alrededor de cualquier objeto tridimensional, la fuerza de arrastre es simplemente una constante multiplicada por μVL .

Discusión Este resultado es significativo porque todo lo que se deja por hacer es encontrar la constante, que sólo es una función de la forma del objeto.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 498



03. Aproximación de flujo de Stokes - Ejemplo — 04/04

Fuerza de arrastre sobre un objeto en flujo de Stokes:

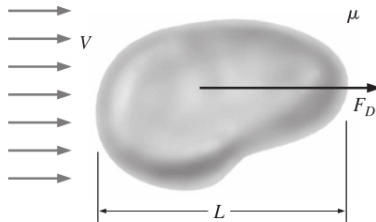


Figura: Para flujo de Stokes sobre un objeto tridimensional la fuerza de arrastre sobre el objeto no depende de la densidad, sino sólo de la velocidad V , alguna longitud característica del objeto L y la viscosidad del fluido μ .

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 499

Fuerza de arrastre sobre una esfera en flujo de Stokes 01/

$$F_D = 3\pi\mu VD$$

Figura: Fuerza de arrastre sobre una esfera en flujo de Stokes.

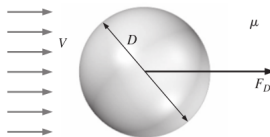


Figura: La fuerza de arrastre sobre una esfera de diámetro D en flujo de Stokes es igual a $3\pi\mu VD$.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 499

Fuerza de arrastre sobre una esfera en flujo de Stokes - Ejemplo — 02/

Un volcán hace erupción, arroja piedras, vapor y cenizas a varios pies en la atmósfera (Fig. 10-14). Después de cierto tiempo, las partículas comienzan a asentarse en el suelo. Considere una partícula de ceniza casi esférica de $50\ \mu\text{m}$ de diámetro, que cae en el aire cuya temperatura es de -50°C y cuya presión es de $55\ \text{kPa}$. Su densidad es de $1\,240\ \text{kg/m}^3$. Estime su velocidad terminal a esta altitud.

SOLUCIÓN Debe estimar la velocidad terminal de una partícula de ceniza que cae.

Suposiciones **1** El número de Reynolds es muy pequeño (necesitará verificar esta suposición después de obtener la solución). **2** La partícula es esférica.

Propiedades A la temperatura y presión dadas, la ley del gas ideal produce $\rho = 0.8588\ \text{kg/m}^3$. Puesto que la viscosidad es una función muy débil de la presión, se usa el valor a -50°C y presión atmosférica, $\mu = 1.474 \times 10^{-5}\ \text{kg/m} \cdot \text{s}$.

Análisis Trate el problema como aproximadamente estacionario. Cuando la partícula que cae alcanza su velocidad terminal, la fuerza descendente neta (peso)

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 499

Fuerza de arrastre sobre una esfera en flujo de Stokes - Ejemplo — 03/

equilibra la fuerza ascendente neta (fuerza de arrastre aerodinámica + flotabilidad), como se ilustra en la figura 10-15.

Fuerza descendente:
$$F_{\text{abajo}} = W = \pi \frac{D^3}{6} \rho_{\text{partícula}} g \quad (1)$$

La fuerza de arrastre aerodinámica que actúa sobre la partícula se obtiene de la ecuación 10-12, y la fuerza de flotabilidad es el peso del aire desplazado. En consecuencia:

Fuerza ascendente:
$$F_{\text{arriba}} = F_D + F_{\text{flotabilidad}} = 3\pi\mu VD + \pi \frac{D^3}{6} \rho_{\text{aire}} g \quad (2)$$

Se igualan las ecuaciones 1 y 2 y se resuelve para la velocidad terminal V ,

$$\begin{aligned} V &= \frac{D^2}{18\mu} (\rho_{\text{partícula}} - \rho_{\text{aire}}) g \\ &= \frac{(50 \times 10^{-6} \text{ m})^2}{18(1.474 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s})} [(1\,240 - 0.8588) \text{ kg/m}^3](9.81 \text{ m/s}^2) \\ &= \mathbf{0.115 \text{ m/s}} \end{aligned}$$

Fuerza de arrastre sobre una esfera en flujo de Stokes - Ejemplo — 04

Para finalizar, se verifica que el número de Reynolds sea lo suficientemente pequeño como para que el flujo de Stokes sea una aproximación adecuada:

$$\text{Re} = \frac{\rho_{\text{aire}} V D}{\mu} = \frac{(0.8588 \text{ kg/m}^3)(0.115 \text{ m/s})(50 \times 10^{-6} \text{ m})}{1.474 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} = 0.335$$

Por lo tanto, el número de Reynolds es menor que 1, pero en realidad no *mucho* menor que 1.

Discusión Aunque la ecuación para la fuerza de arrastre del flujo de Stokes sobre una esfera (Ec. 10-12) se dedujo para un caso con $\text{Re} \ll 1$, es evidente que la aproximación es razonable hasta $\text{Re} \approx 1$. Un cálculo más complicado, que incluye una corrección al número de Reynolds y una corrección con base en la trayectoria libre media de las moléculas de aire, produce una velocidad terminal de 0.110 m/s (Heinsohn y Cimbala, 2003); el error de la aproximación de flujo de Stokes es menor de 5 por ciento.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 499

Fuerza de arrastre sobre una esfera en flujo de Stokes - Ejemplo — 05

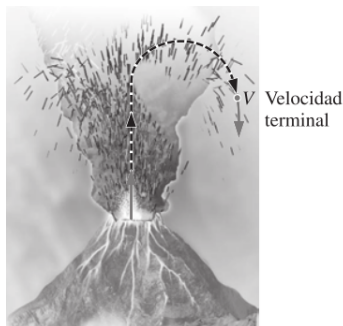
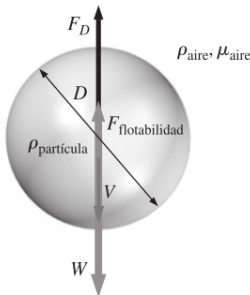


Figura: (10-14) Las partículas de ceniza que arroja una erupción volcánica se asientan lentamente en el suelo; la aproximación de flujo de Stokes es razonable para ese tipo de campo de flujo.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 500



Downloaded from <http://ajphaphysoc.org/> at University of California, San Diego on November 10, 2014

04. Aproximación para regiones invíscidas de flujo

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right] = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{g}$$

Figura: Ecuación de Euler.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 501

Derivación de la ecuación de Bernoulli en regiones inviscidas de flujo

$$(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = \vec{\nabla}\left(\frac{V^2}{2}\right) - \vec{V} \times (\vec{\nabla} \times \vec{V})$$

Figura: Ecuación de Euler.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 502

05. La aproximación de flujo irrotacional

$$\vec{\zeta} = \vec{\nabla} \times \vec{V} \equiv 0$$

Figura: Aproximación irrotacional.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 505

Ecuación de continuidad

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0 \quad \text{Por lo tanto, si } \vec{\nabla} \times \vec{V} = 0, \text{ entonces } \vec{V} = \vec{\nabla} \phi$$

Figura: Identidad vectorial.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 505

Ecuación de cantidad de movimiento

$$\mu \nabla^2 \vec{V} = \mu \nabla^2 (\vec{\nabla} \phi) = \underbrace{\mu \vec{\nabla} (\nabla^2 \phi)}_0 = 0$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 507

Deducción de la ecuación de Bernoulli en regiones irrotacionales de flujo

$$\vec{\nabla} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) = 0$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 507

Regiones irrotacionales bidimensionales de flujo

En regiones irrotacionales de flujo...

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 510

Regiones de flujo planar irrotacional

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 511

Regiones irrotacionales de flujo aximétrico

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 512

Resumen de regiones irrotacionales de flujo bidimensional

Componentes de velocidad para regiones irrotacionales de flujo bidimensional y estacionario de fluido incompresible en términos de función potencial de velocidad y función de corriente en varios sistemas coordenados.

Descripción y sistema coordenado	Componente de velocidad 1	Componente de velocidad 2
Planar; coordenadas cartesianas	$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}$	$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$
Planar; coordenadas cilíndricas	$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$	$u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \psi}{\partial r}$
Axisimétrico; coordenadas cilíndricas	$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}$	$u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 513

Superposición de flujo en regiones irrotacionales

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$

Figura: Superposición de dos campos de flujo irrotacional

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 451

Flujo planares irrotacionales elementales

La superposición permite sumar dos o más soluciones simples de flujo irrotacional, para crear un campo de flujo más complejo (y con la esperanza de ser más significativo físicamente). Por lo tanto, es útil establecer una colección de flujos irrotacionales que sirvan como bloques de la construcción elemental con los que se pueda construir una diversidad de flujos más prácticos...

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 514

Flujo irrotacional formados por superposición

Ahora se tiene un conjunto de flujos irrotacionales de bloques de construcción, y se está listo para construir algunos campos de flujo irrotacionales más interesantes mediante la técnica de superposición. Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 521

Superposición de un sumidero lineal y un vórtice lineal

$$\psi = \frac{\dot{V}/L}{2\pi} \theta - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$

Figura: Superposición.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 521

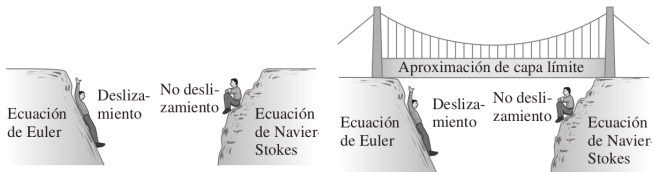
Superposición de un flujo uniforme y un doblete: flujo sobre un cilindro circular

$$\psi = V_{\infty} r \sin \theta - K \frac{\sin \theta}{r}$$

Figura: Superposición.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 522

06. La aproximación de capa límite



- (a) Entre la ecuación de Euler (que permite el deslizamiento en las paredes) y la ecuación de Navier-Stokes (que apoya la condición de no deslizamiento) existe un gran vacío.
- (b) La aproximación de capa límite tiende a cerrar ese vacío.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 451

Ecuaciones de la capa límite

$$\phi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta_1 = \frac{\Gamma}{2\pi} \arctan \frac{y-b}{x-a} \quad (10-47)$$

Vórtice lineal en el punto (a, b) :

$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r_1 = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

Figura: Sistema coordenado para capa límite de flujo sobre un cuerpo; x sigue la superficie y, por lo general, se establece en cero el punto de estancamiento frontal del cuerpo, y y localmente es normal a la superficie en todas partes.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 535

El procedimiento de capa límite

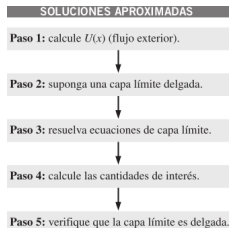


Figura: Resumen del procedimiento de capa límite, para capas límite bidimensionales de flujo estacionario e incompresible en el plano xy .

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 540

Espesor de desplazamiento

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

Figura: Espesor de desplazamiento

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 544

Espesor de la cantidad de movimiento

$$0 = \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = \underbrace{w\rho \int_0^{Y+\delta^*} u dy}_{\text{en la posición } x} - \underbrace{w\rho \int_0^Y U dy}_{\text{en } x=0}$$

Figura: Espesor de desplazamiento

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 547

Capa límite turbulenta sobre una placa plana

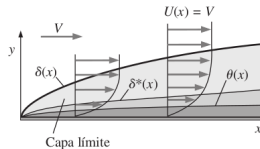


Figura: Para una capa límite laminar sobre placa plana, el espesor de desplazamiento es 35.0 por ciento de δ , y el espesor de la cantidad de movimiento es 13.5 por ciento de δ .

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 548

Capas límite con gradientes de presión

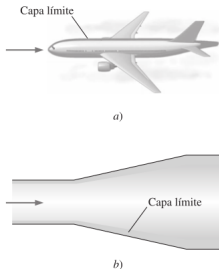


Figura: Las capas límite con gradientes de presión distintos de cero ocurren tanto en flujos externos como en internos: a) capa límite que se forma a lo largo del fuselaje de un avión y hacia la estela, y b) capa límite que crece a lo largo de la pared de un difusor (en ambos casos está exagerado el espesor de la capa límite).

Técnica de la integral de la cantidad de movimiento para capas límite

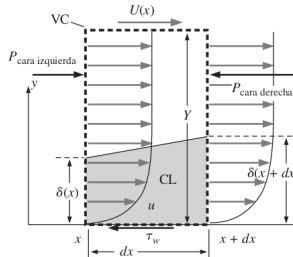


Figura: Volumen de control (línea negra punteada gruesa) que se usa en la deducción de la ecuación integral de la cantidad de movimiento (CL se refiere a capa límite).

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 559

Contenido

2 Referencias

Referencias



Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos.

Yunus Cengel y John Cimbala.

Editorial McGraw-Hill (2006)



Mecánica de Fluidos - Problemas resueltos.

Josep M. Bergadà Graño.

Editorial de la Universidad Politècnica de Catalunya (2006)



Biofluid Mechanics Applications.

Ali Ostadfar.

Editorial Elsevier (2016)



Biofluid Mechanics

David A. Rubenstein.

Editorial Elsevier (2015)

Referencias



Introducción a la Dinámica de Fluidos.

Yuri N. Skiba.

Editorial de la Universidad Nacional Autónoma de México (2008)



Applied Biofluid Mechanics.

Lee Waite and Jerry Fine.

Editorial Mc Graw Hill (2007)