



UNIVERSIDAD PERUANA  
CAYETANO HEREDIA

FACULTAD DE CIENCIAS Y FILOSOFÍA  
DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE INGENIERÍA

CARRERA DE INGENIERÍA BIOMÉDICA

MECÁNICA Y TRANSPORTE DE FLUIDOS

**Nombres y apellidos:** Hugo Javier Quispe Pintado

**Código:** 76295187

## PRIMER INFORME DE SESIONES DEMOSTRATIVAS

### *CFD FOR BEGGINERS; USO DE LOS SOLVERS: ICOFOAM Y SIMPLEFOAM*

#### I. INTRODUCCIÓN

La dinámica de fluidos computacional (CFD por sus siglas en inglés) busca la simulación del movimiento de los fluidos utilizando técnicas informáticas, es una herramienta con una gran precisión y un rango amplio de aplicaciones gracias a la reducción de tiempos y costos en comparación a experimentos prácticos. El proceso de una simulación en CFD se puede dividir en tres etapas: 1) Pre-proceso, en donde se elige el modelo matemático adecuado y se discretiza para finalmente plantear las condiciones iniciales y de borde. 2) Solver, se obtiene una ajusta una solución y se resuelven los parámetros, esquemas discretizados, parámetros de relajación y finalmente se ejecuta el solver. 3) Post-proceso, consiste en analizar los datos obtenidos y se grafican con el objetivo de entender el comportamiento de los resultados.

La discretización utilizando el método con volúmenes finitos utiliza las ecuaciones de conservación en su forma integral. Su principal ventaja es la discretización se realiza en el espacio físico del problema lo que evita problemas de transformación por el eje de coordenadas (en contraste con el método de diferencias finitas). Otra ventaja es que se puede implementar en mallas estructuradas y no estructuradas lo que le permite emplearse para la resolución de flujos con geometrías complejas. Por último, el método con volúmenes finitos es el más utilizado (o utiliza métodos basados en volúmenes finitos) por softwares comerciales de CFD.

SimpleFoam es un solver de estado estacionario para flujos incomprensibles y turbulentos usando el algoritmo SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations). IcoFoam soluciona las ecuaciones de Navier-Stokes para flujos laminares (y transitorios) e incomprensibles utilizando el algoritmo PISO.

#### II. OBJETIVO

- Ejecutar simulaciones de OpenFoam en diferentes modelos evidenciando los campos de velocidades y campos de presiones.

### III. TEORÍA Y CONCEPTOS BÁSICOS

#### a. Preliminares:

- Campos de velocidades:

Es la propiedad más importante del flujo de un fluido siendo que otras propiedades se determinan directamente de esta. La velocidad es un vector función de la posición y el tiempo con tres componentes escalares:  $u$ ,  $v$  y  $w$ .

$$\mathbf{V}(x, y, z, t) = u(x, y, z, t)\hat{i} + v(x, y, z, t)\hat{j} + w(x, y, z, t)\hat{k}$$

- Campos de presiones

Analizando la Figura 1 a través de un desarrollo de Taylor de primer orden para la presión a partir del centro de la figura y en todas las direcciones. Las fuerzas resultantes para todas las direcciones son:

$$\begin{aligned}\delta F_y &= -\frac{\partial P}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \\ \delta F_x &= -\frac{\partial P}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \\ \delta F_z &= -\frac{\partial P}{\partial z} \delta x \delta y \delta z - \gamma \delta x \delta y \delta z\end{aligned}$$

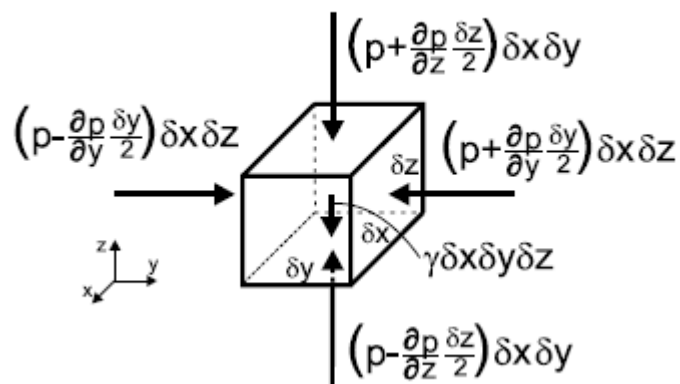


Figura 1. Variación de la presión en torno a un elemento de fluido.

Por lo que evaluando el vector  $\mathbf{F}$  por unidad de volumen obtenemos la gradiente de presión:

$$\nabla P = \left( \frac{\partial P}{\partial x}; \frac{\partial P}{\partial y}; \frac{\partial P}{\partial z} \right)$$

- Líneas de corriente

Es una curva que es tangencial al vector velocidad del flujo de un fluido. Estas líneas muestran movimientos instantáneos de los elementos del fluido a través del campo de flujo.

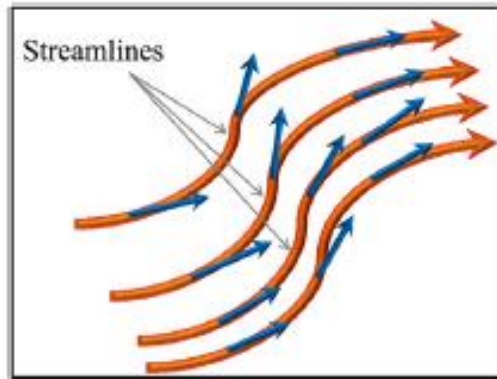


Figura 2. Representación esquemática de líneas de corriente en un campo de flujo.

- Condiciones iniciales y de borde.

Para poder describir matemáticamente un fluido, si este no es estacionario es necesario fijar condiciones iniciales para el instante inicial del tiempo que se estudie y las condiciones de borde para los límites del objeto de estudio. Matemáticamente, permiten obtener soluciones particulares de las ecuaciones diferenciales que describen las propiedades de un fluido.

Las condiciones iniciales que se deben establecer son las distribuciones del vector velocidad y de las variables termodinámicas, mientras que una de las condiciones de borde más utilizadas es la de no deslizamiento. Esto es, que la velocidad del flujo en contacto con la pared es igual a la de esta.

- Estabilidad numérica

En el análisis numérico, la estabilidad numérica es una propiedad de los algoritmos. Describe el proceso de propagación de errores a través del algoritmo. Para lograr la estabilidad, los errores por aproximación deben atenuarse a medida que la computación del algoritmo esté en marcha. Es utilizado para definir cuán buen resultado se puede obtener usando métodos de aproximación para resolver problemas matemáticos. Definiciones matemáticas:

Estable para error, si se cumple:

$$x - (x + \varepsilon) \approx f(x) - f(x + \varepsilon), \text{ donde } \varepsilon \text{ es el error.}$$

- Convergencia

En el análisis matemático, la convergencia hace referencia a la tendencia a un límite infinito. La definición matemática de convergencia para la serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

es la siguiente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_k + 1}{a_k} = L < 1$$

- Discretización numérica

Se conoce así al proceso de transformar representaciones matemáticas continuas a discretas. Es una herramienta importante para la implementación de modelos computacionales.

- Malla computacional

Es un conjunto de puntos y conexiones entre estos que permite definir simultáneamente el dominio de cálculo y los puntos sobre los que se pretende calcular dicha solución. Cuantos más puntos en la malla existan se consigue una solución más precisa, aunque esto pueda afectar la eficiencia computacional. Es una tecnología que permite utilizar de forma coordinada recursos heterogéneos que no están sujetos a un control centralizado.

## **b. Tipos de flujo; definición y caracterización:**

- Flujo laminar:

Es un aspecto fluídico de un flujo viscoso. Su movimiento es descrito por líneas de corriente paralelas, y en el caso de un tubo circular, son cilindros concéntricos alrededor de la línea de flujo central. Se clasifica a los fluidos laminares para  $Re < 2100$ , donde  $Re$  es el número de Reynolds. Se puede describir el perfil de velocidades de un flujo laminar con la siguiente fórmula:

$$V_{(r)} = V_o \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

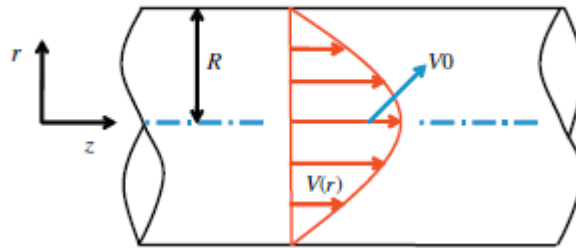


Figura 3. Perfil de velocidad como función del tiempo.

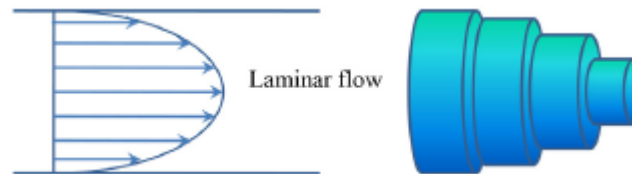


Figura 4. Perfil de velocidad de un flujo laminar.

- Flujo transitorio:

Es un estado de transición de un fluido laminar a turbulento que ocurre cuando la velocidad del flujo o la geometría cambia. Se clasifica a los fluidos transitorios para  $2100 < Re < 4200$ , donde  $Re$  es el número de Reynolds.

- Flujo turbulento:

Es otro aspecto fluídico de un flujo viscoso. El flujo fluctúa continuamente y tiene comportamientos caóticos, el campo de velocidad no puede ser predicho con absoluta precisión y el perfil de velocidad será mucho más contundente en la línea central del flujo. Debido a las constantes fluctuaciones en flujos turbulentos, se presentará un gran incremento para el esfuerzo cortante entre capas del fluido. Se clasifica a los fluidos turbulentos para  $Re > 4200$ , donde  $Re$  es el número de Reynolds.

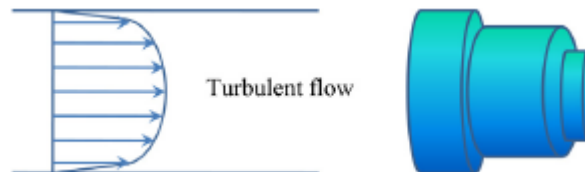


Figura 5. Perfil de velocidades de un flujo turbulento.

- Flujo incompresible:

Se le da a esta clasificación a los fluidos cuando las consideraciones físicas no cambian la densidad del mismo. Esto es:  $\frac{dp}{dt} = 0$ . Esta densidad constante es debido a que la divergencia de los campos de velocidad del flujo son 0 ( $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$ ) lo que significa que el fluido y sus elementos no tienen cambio de volumen, lo que se conoce como condición de incompresibilidad. tipo de fluidos son ideales, pero con ciertas consideraciones y excepciones algunos fluidos pueden ser clasificados como incompresibles. El agua es el ejemplo más simple de este tipo de fluidos.

- Flujo estacionario:

Se clasifica así a los flujos cuya velocidad en cualquier punto no varía con respecto al tiempo.

### c. Ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos

- Ecuación general de transporte de Reynolds

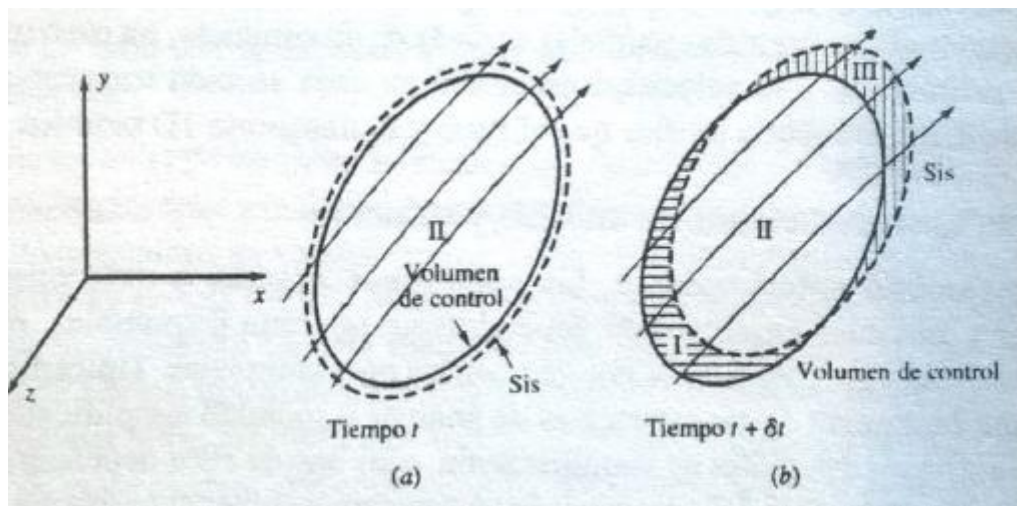


Figura 6. Representación del sistema y volumen de control para la modelación de la ecuación general de Reynolds.

El teorema de transporte de Reynolds permite relacionar el enfoque euleriano (flujos en volumen de control) y enfoque lagrangiano (partículas) resultando en una ecuación de conservación de una propiedad extensiva (masa, energía, momento). Esta ecuación describe cómo cualquiera de estas propiedades del fluido ( $N$ ) varía en el tiempo dentro de un volumen de control (VC) definido. Se inicia planteando la siguiente ecuación diferencial evaluando los términos en  $t$  y  $t + \delta t$ :

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN_{VC}}{dt} - \sum \dot{N}_I + \sum \dot{N}_O$$

En donde  $N$  es la propiedad extensiva del sistema,  $N_{vc}$  es la propiedad extensiva en el volumen de control y  $N_i$  y  $N_o$  son los flujos que entran y salen del volumen del control, respectivamente.

Utilizando la integral de volumen en el teorema de divergencia de Gauss se puede expresar la ecuación diferencial anterior de la siguiente forma, en donde  $n$  es la misma propiedad extensiva  $N$  por unidad de masa y  $V$  es el volumen de control:

$$\frac{dN}{dt} = \int_{vc} \left[ \frac{d\rho n}{dt} + \nabla(n \cdot \rho \cdot V) \right] dV$$

- Ecuación de la conservación de la masa:

Considerando un cubo de volumen  $v$  (volumen de control, CV) y un fluido pasa a través del cubo como se muestra en la Figura 4, solo habrá transporte por el flujo del fluido y la conservación de la masa será:

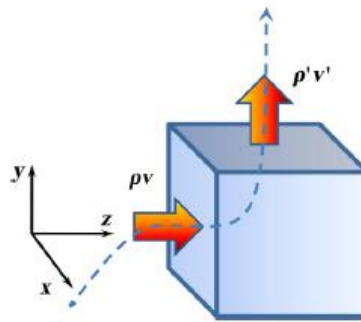


Figura 7. Esquemático de un flujo a través de un volumen de control.

$$\left( \begin{array}{c} \text{Rate of Mass accumulation} \\ \text{in CV} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Flow of} \\ \text{mass into CV} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{Flow of} \\ \text{mass from CV} \end{array} \right)$$

Matemáticamente, la forma general de la conservación de la masa se presenta como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0$$

Donde  $\rho$  es la densidad,  $t$  es el tiempo y  $V$  es la velocidad del flujo. El término  $\rho v$  es el máximo flujo a través del volumen de control. En el caso de fluidos incomprensibles, este último término es igual a 0.

- Ecuación de la cantidad de movimiento:

La cantidad de movimiento o momento lineal, es una magnitud física vectorial que describe el movimiento de un cuerpo en cualquier teoría mecánica. En mecánica clásica se define de la siguiente ecuación:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Donde  $p$  es la cantidad de movimiento,  $m$  es la masa del cuerpo y  $v$  es la velocidad del cuerpo.

El principio de conservación del momento declara que la cantidad de movimiento total de un sistema cerrado no cambia si no existen fuerzas que actúen sobre este. Esto se describe de la siguiente forma:

$$\left( \begin{array}{c} \text{Rate of momentum accumulation} \\ \text{in CV} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Rate of} \\ \text{momentum flow into CV} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{Rate of} \\ \text{momentum flow from CV} \end{array} \right) + \sum \text{Forces acting on CV}$$

Para un cubo volumen de control como en la Figura 7, la conservación de momento lineal se describe matemáticamente como:

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho V \cdot \nabla V = -\nabla P + \nabla \cdot \tau + \rho g$$

Donde  $\rho$  es la densidad,  $t$  es el tiempo,  $V$  es la velocidad del flujo,  $P$  es la presión normal sobre las superficies de los elementos del fluido,  $\tau$  es el esfuerzo tensor y  $g$  es la gravedad.

- Ecuación de conservación de energía

El principio de conservación de energía declara que la energía total de un sistema cerrado permanece constante a través del tiempo y que solo puede cambiar su forma (tipo de energía). Esto se describe de la siguiente forma:



$$\left( \begin{array}{c} \text{Rate of energy accumulation} \\ \text{in CV} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Rate of energy} \\ \text{transfer across CV} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Rate of done work} \\ \text{on CV} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Rate of energy production} \\ \text{within CV} \end{array} \right)$$

Matemáticamente, la conservación de energía para “transporte de energía biológica” es:

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T \right) = k \nabla^2 T + \dot{Q}_p + \dot{W}$$

Donde  $\rho$  es la densidad,  $C_p$  es la capacidad calorífica a presión constante, T es la temperatura, V es la velocidad del flujo, k es la conductividad térmica,  $\dot{W}$  es la tasa de otro trabajo sin considerar el trabajo del flujo del fluido y  $\dot{Q}_p$  es la sumatoria de tasas de producción de calor y disipación viscosa.

#### d. Teoría de la capa límite

Esta teoría establece que, para un fluido en movimiento, todas las pérdidas por fricción tienen lugar en una capa delgada adyacente al contorno del sólido, esta es llamada capa límite, el flujo exterior a dicha capa se considera carente de viscosidad. El espesor de la capa límite aumenta en dirección corriente abajo y siempre el cociente espesor/desplazamiento sigue siendo muy pequeño. El perfil de velocidad en la capa límite satisface la condición de no deslizamiento en la pared, y emerge suavemente hasta la velocidad de corriente libre en el borde de la capa, existiendo un esfuerzo cortante en la pared. Las líneas de corriente en la capa límite son paralelas en la superficie, haciendo que la velocidad paralela a la superficie es mucho mayor a la normal. El número de Reynolds es una constante de la cual dependen varios parámetros usados en el estudio de la capa límite. Por ejemplo, mediante análisis dimensional se obtiene que el cociente espesor/desplazamiento es proporcional al inverso de la raíz cuadrada del número de Reynolds.

#### e. Teoría y explicación por término de la ecuación de Navier-Stokes

La ecuación de Navier-Stokes presenta un modelo matemático para el movimiento de fluidos. La forma general de esta ecuación es la siguiente:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = - \nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \rho \mathbf{g}$$

Donde  $\rho$  es la densidad, t es el tiempo, V es la velocidad del flujo, P es la presión normal en las superficies de los elementos del fluido,  $\mu$  es la viscosidad y g es la gravedad.

La ecuación tiene como variable incógnita al vector  $V$ , la velocidad del flujo que tiene la forma:

$$\vec{V} = (V_x; V_y; V_z)$$

Su derivada con respecto al tiempo nos añade un término temporal a la ecuación. Y su gradiente se presenta de la siguiente forma (término convectivo):

$$\nabla V = \left( \frac{\partial V}{\partial x}; \frac{\partial V}{\partial y}; \frac{\partial V}{\partial z} \right)$$

El operador nabla permite obtener una expresión vectorizada relativa a la presión (gradiente de presión), es decir:

$$\nabla P = \left( \frac{\partial P}{\partial x}; \frac{\partial P}{\partial y}; \frac{\partial P}{\partial z} \right)$$

La viscosidad aparece en esta ecuación al ser una propiedad del fluido que se resiste al movimiento. Así mismo se considera fluido incompresible por lo que la densidad no varía. La presentación de la igualdad en la ecuación de Navier-Stokes hace referencia a una relación entre aceleración y fuerzas.

## V. DESARROLLO

### a. Modelo Cavity

```
$ cd cavity //Ubicar la carpeta cavity de openFoam/Tutorials
$ blockMesh //Mallar
$ icoFoam //Solver
$ icoFoam > info //Para guardar la información del comando icoFoam
$ paraFoam // ejecutar Paraview
```

### b. Modelo Elbow

```
$ cd elbow //Ubicar la carpeta elbow de openFoam/Tutorials
$ fluentMeshToFoam elbow.msh //Mallar
$ icoFoam //Solver
$ icoFoam > info //Para guardar la información del comando icoFoam
$ paraFoam //ejecutar Paraview
```

### c. Modelo Airfo2d

```
$ cd airfo2d //Ubicar la carpeta elbow de openFoam/Tutorials
$ SimpleFoam //Solver
$ SimpleFoam > info //Para guardar la información del comando SimpleFoam
$ paraFoam //ejecutar Paraview
```

## VI. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Modelo Cavity:

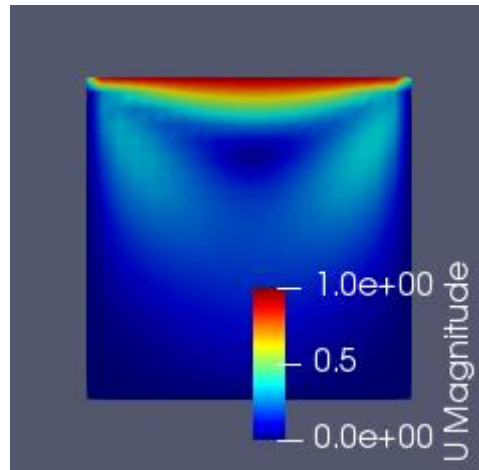


Figura 8. Campo de velocidades de modelo cavity.

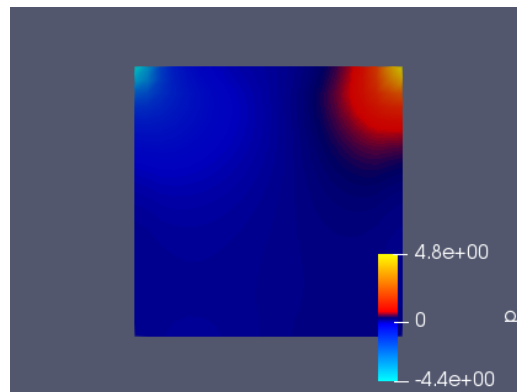


Figura 9. Campo de presiones de modelo cavity.

En la Figura 8, se observa que en los valores más altos de  $y$  la magnitud del campo de velocidades alcanza su valor máximo y este disminuye proporcionalmente a la disminución del valor de  $y$ .

En la Figura 9, se observa que los puntos críticos de los campos de presión se ubican en los valores más altos de  $y$ . El menor valor de la presión se encuentra para los valores más bajos de  $x$  (con  $y$  máximo) y los valores más altos del campo de presión se ubican en los valores más altos de  $x$  (con  $y$  máximo).

Modelo Elbow:

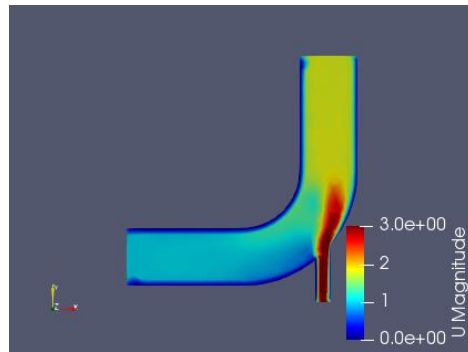


Figura 10. Campo de velocidades de modelo elbow.

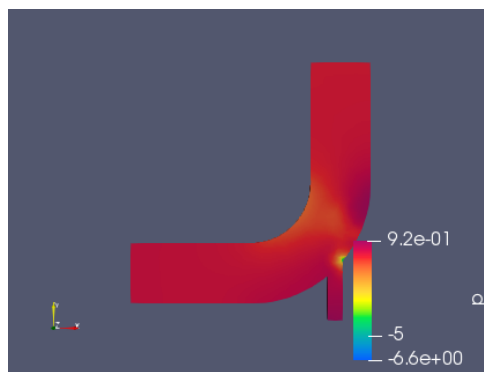


Figura 11. Campo de presiones de modelo elbow.

En la Figura 10 se observa que para el modelo elbow, el campo de velocidades es cercano a 0 en los bordes de la superficie. El valor de la magnitud aumenta en relación a la posición en el eje y, los mayores valores se encuentran en la sección afluente de diámetro inferior a la superficie.

En la Figura 11 se observa que en la sección de diámetro más grande la presión es elevada salvo en la sección de intersección con la tubería de diámetro menor y en la curvatura (radio interior).

Modelo Airfol2d

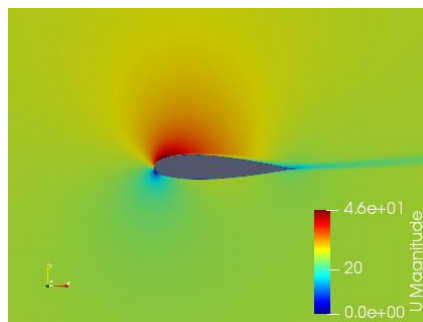


Figura 12. Campo de velocidades de modelo airfol2d.

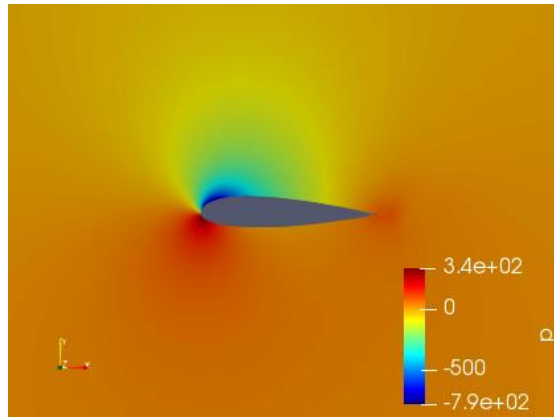


Figura 13. Campo de presiones de modelo airfol2d.

Los puntos críticos para estos campos se ubican en los bordes del perfil NACA formado.

## VII. CONCLUSIONES

- Modelo Cavity: Se logró observar el campo de velocidades y el campo de presiones para este modelo identificando que los puntos críticos para ambos campos se ubican en los valores más altos de  $y$ .
- Modelo Elbow: Se logró observar el campo de velocidades y el campo de presiones para este modelo identificando que los puntos críticos para ambos campos se ubican en la intersección con la sección de diámetro menor y en los bordes de la superficie.
- Modelo Airfol2d: Se logró observar el campo de velocidades y el campo de presiones para este modelo identificando que se forma un perfil NACA en cuyos bordes se ubican los puntos críticos.

## VIII. CUESTIONARIO

Responda las siguientes preguntas:

- a. Desde la óptica biomédica ¿En qué casos prácticos ejecutaría usted la simulación de fluidos con IcoFoam? Desarrolle un ejemplo.

Se podría utilizar el modelo elbow de icoFoam para simular un caso del flujo de la sangre en arterias que cumplan la estructura planteada en este modelo.

- b. ¿Cuál es la relación entre la pérdida de velocidad y el diámetro de la sección?

La pérdida de velocidad está relacionada al aumento de diámetro de la sección.

- c. ¿Cuáles son los puntos críticos donde conviene estudiar estas geometrías? ¿Por qué estudiar las zonas críticas?

En los puntos críticos donde se obtengan valores máximos con el fin de utilizar este valor para obtener las propiedades de conservación que dependen del campo de velocidad y del campo de presión.

- d. ¿Qué es la cavitación y cuando ocurre?

Es un fenómeno hidrodinámico en el que se forman cavidades de vapor dentro de un fluido. Esto ocurre cuando el fluido en estado líquido pasa a una gran velocidad alcanzando su presión de vapor de tal forma que sus moléculas pasan a un estado gaseoso o de vapor.

## IX. BIBLIOGRAFÍA

- Cengel, Y. A. y Cimbala, J. M. (2012). *Mecánica de fluidos: Fundamentos y aplicaciones* (2.<sup>a</sup> ed.). México D.F. McGraw Hill.
- OpenFoam User Guide – Version 7. Disponible en: <http://foam.sourceforge.net/docs/Guides-a4/OpenFOAMUserGuide-A4.pdf>
- Ostadfar, A. (2016). *Biofluid Mechanics: Principles and Applications* (1.<sup>a</sup> ed.). Academic Press.
- Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (1995). *An introduction to computational fluid dynamics. Finite Volume Method*, Essex, Longman Scientific & Technical.
- Xiaofeng Liu. Computational Methods for Environmental Flows (Ph.D., P.E. Assistant Professor Department of Civil and Environmental Engineering Pennsylvania State University xliu@engr.psu.edu --> Curso de la Pen State University <https://github.com/psu-efd/PSU-OpenFOAM-Course-Notes> OpenFOAM lecture notes at Penn State University by Xiaofeng Liu, Ph.D., P.E.