

Conceptos Básicos y Fundamentos de la Mecánica de Fluidos

Cinemática, viscosidad, fluidos Newtonianos y no Newtonianos, números adimensionales aplicado a los biofluidos

Jhon Gesell Villanueva Portella¹ & Juan Manuel Zuñiga Mamani²

¹Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Facultad de Ciencias Físicas.
Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos

²Universidad Nacional de Ingeniería. Facultad de Ingeniería Mecánica.
Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica

10 de abril de 2020

Contenido

1 Conceptos básicos de la mecánica de fluidos

2 Fundamentos de la mecánica de fluidos



Contenido

1 Conceptos básicos de la mecánica de fluidos

Introducción 01/02

La mecánica es la ciencia física más antigua que trata tanto de los cuerpos en reposo como de aquellos en movimiento bajo la influencia de fuerzas. La rama de la mecánica que trata los cuerpos en reposo se llama estática, y la que trata de los cuerpos en movimiento se llama dinámica. La subcategoría de fluidos se define como la ciencia que estudia el comportamiento de los fluidos en reposo (estática de fluidos) o en movimiento (dinámica de fluidos).

Introducción 02/02



Figura: La mecánica de fluidos trata de los líquidos y los gases en movimiento o en reposo.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.



¿Qué es un fluido? 01/06

Una sustancia en la fase líquida o en la gaseosa se conoce como fluido. La diferencia entre un sólido y un fluido se establece con base en la capacidad de la sustancia para oponer resistencia a un esfuerzo cortante (o tangencial) aplicado que tiende a cambiar su forma.

¿Qué es un fluido? 02/06

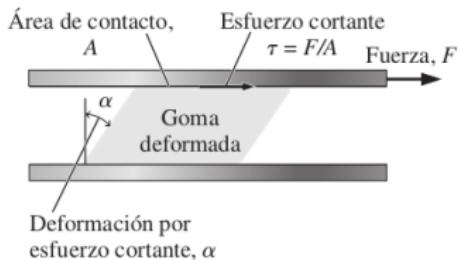
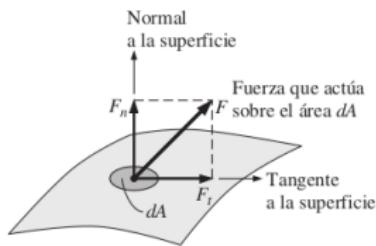


Figura: Deformación de una goma para borrar colocada entre dos placas paralelas bajo la influencia de una fuerza cortante.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

¿Qué es un fluido? 03/06



$$\text{Esfuerzo normal: } \sigma = \frac{F_n}{dA}$$

$$\text{Esfuerzo cortante: } \tau = \frac{F_t}{dA}$$

Figura: Esfuerzo normal y esfuerzo cortante en la superficie de un elemento de fluido. Para los fluidos en reposo, el esfuerzo cortante es cero y la presión es el único esfuerzo normal.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

¿Qué es un fluido? 04/06

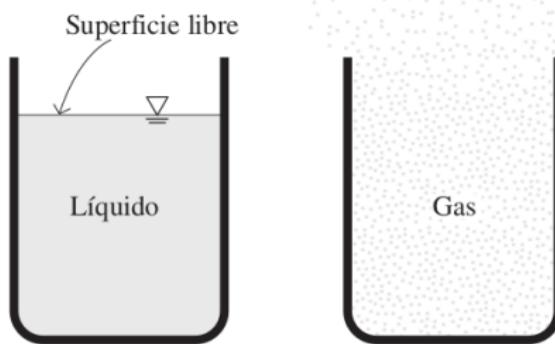


Figura: A diferencia de un líquido, un gas no forma una superficie libre y se expande hasta llenar todo el espacio del que dispone.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

¿Qué es un fluido? 05/06

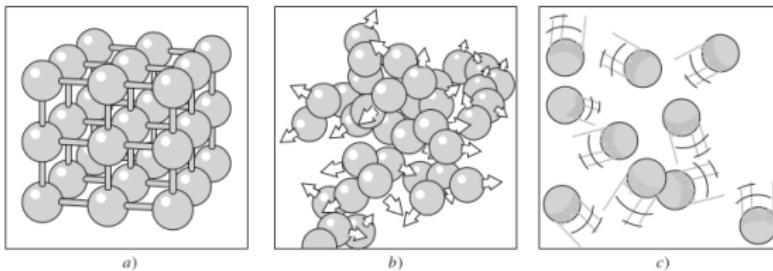


Figura: a) las moléculas se encuentran en posiciones relativamente fijas en un sólido, b) grupos de moléculas se mueven unos respecto a otros en la fase líquida y c) las moléculas se mueven en todas las direcciones al azar en la fase gaseosa.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

¿Qué es un fluido? 06/06

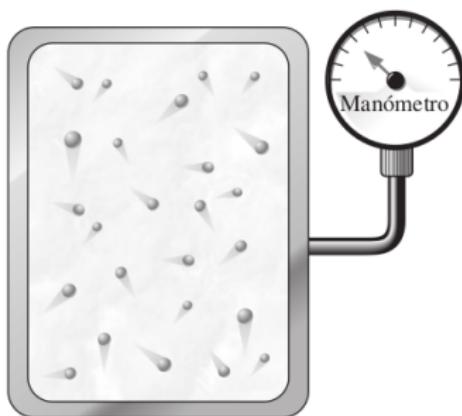


Figura: En una escala microscópica, la presión se determina por la interacción de las moléculas del gas por separado. Sin embargo, se puede medir la presión a una escala macroscópica con un manómetro.

Áreas de aplicación de la mecánica de fluidos 01/03

La mecánica de fluidos se analiza y se utiliza ampliamente en actividades cotidianas y en el diseño de sistemas modernos de ingeniería, desde aspiradoras hasta aviones supersónicos. Por lo tanto, resulta importante desarrollar una comprensión adecuada de sus principios básicos. Para empezar, la mecánica de fluidos tiene un papel vital en el cuerpo humano. El corazón bombea constantemente sangre a todas las partes del cuerpo a través de las arterias y venas, los pulmones son las regiones de flujo de aire en direcciones alternas. Los corazones artificiales, las máquinas de respiración y los sistemas de diálisis están diseñados con base en la aplicación de la mecánica de fluidos.

Áreas de aplicación de la mecánica de fluidos 02/03

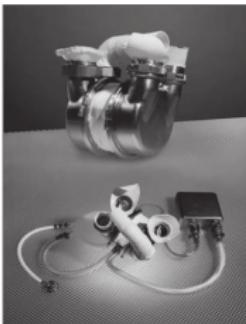


Figura: La dinámica de fluidos se usa frecuentemente en el diseño de corazones artificiales. Aquí se muestra el corazón artificial de Penn State Total Electric.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Áreas de aplicación de la mecánica de fluidos 03/03



Los flujos naturales y el clima
© Vol. 160 Photo Disc



Barcos



Aerones y naves espaciales
© Vol. MPhoto Disc.



Plantas generadoras



Съхранение



Automobiles



Turbinas de viento
© Vie. 179 Photo Disc



Sistemas de tubos y plomería
Foto gráfica tomada por John M. Cienfuegos



Aplicaciones Industriales
Cortesía de UMDIE Engineering
Contracting, and Trading. Reproducidos con
autorización.

Figura: Algunas áreas de aplicación de la mecánica de fluidos.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.



Condición de no-deslizamiento 01/04

El flujo de fluidos con frecuencia se encuentra limitado por superficies sólidas y resulta importante entender de qué manera la presencia de estas superficies afecta el flujo. Se sabe que el agua de un río no puede fluir a través de rocas grandes y las rodea. Es decir, la velocidad normal del agua hacia la superficie de la roca debe ser cero y el agua que se aproxima a esa superficie en forma normal llega a detenerse por completo en ésta. Lo que no es tan obvio es que el agua que se aproxima a la roca, desde cualquier ángulo, también llega a detenerse por completo en la superficie de ella y, por consiguiente, la velocidad tangencial del agua en la superficie también es cero.

Condición de no-deslizamiento 02/04

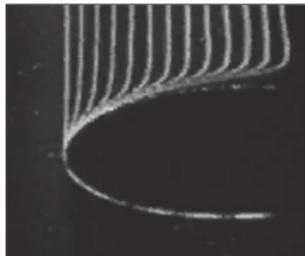


Figura: Desarrollo de un perfil de velocidad debido a la condición de no-deslizamiento conforme un fluido fluye sobre el cuerpo de la parte delantera embotada.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Condición de no-deslizamiento 03/04

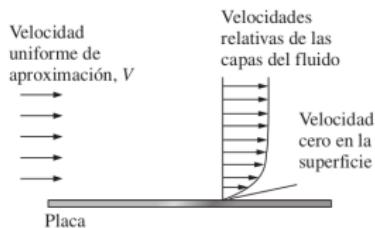


Figura: Un fluido que fluye sobre una superficie en reposo llega a detenerse por completo en ésta, debido a la condición de no-deslizamiento.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Condición de no-deslizamiento 04/04

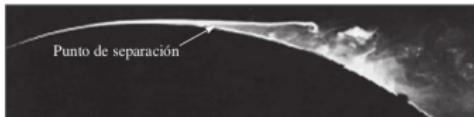


Figura: Separación del flujo sobre una superficie curva.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Breve historia de la mecánica de fluidos 01/06

Uno de los primeros problemas de ingeniería que enfrento la humanidad a medida que se desarrollaban las ciudades era el suministro de agua para el uso doméstico y la irrigación de los cultivos. Nuestros estilos urbanos de vida solo se pueden mantener con agua abundante y se ve con claridad, con base en la arqueología, que todas las civilizaciones sobresalientes de la prehistoria invirtieron en construcción y mantenimiento de sistemas acuíferos.

Breve historia de la mecánica de fluidos 02/06



Figura: Segmento de la línea de tubos de Pergamón. Cada sección de tubo de arcilla tenía de 13 a 18 cm de diámetro.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Breve historia de la mecánica de fluidos 03/06

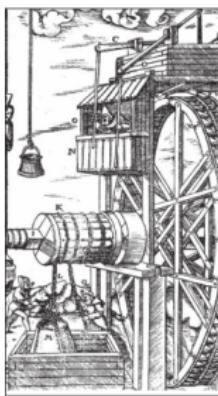


Figura: Malacate de una mina impulsado por una rueda hidráulica reversible

Breve historia de la mecánica de fluidos 04/06

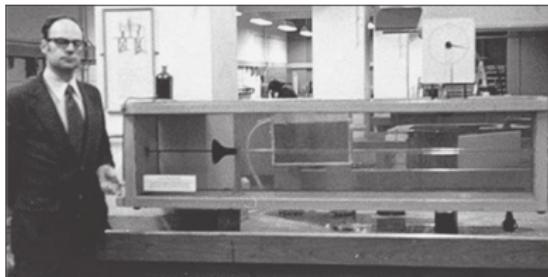


Figura: Aparato original de Osborne Reynolds para demostrar el inicio de la turbulencia en tubos, operado por John Lienhard, en la Universidad de Manchester, en 1975.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Breve historia de la mecánica de fluidos 05/06

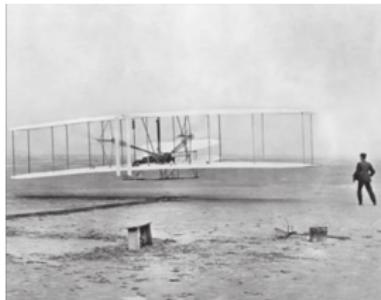


Figura: Los hermanos Wright emprenden el vuelo en Kitty Hawk.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Breve historia de la mecánica de fluidos 06/06



Figura: El Oklahoma Wind Power Center (Centro de Energía Eólica), cerca de Woodward, consta de 68 turbinas, de 1.5 MW cada una.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Clasificación de los flujos de fluidos

Al principio se definió mecánica de fluidos como la ciencia que trata del comportamiento de los fluidos en reposo o en movimiento, así como de la interacción con sólidos u otros fluidos, en las fronteras. Existe una amplia variedad de problemas del flujo de fluidos que se encuentran en la práctica y suele ser conveniente clasificarlos sobre la base de algunas características comunes, para que sea factible estudiarlos en grupos.

Regiones viscosas de flujo en comparación con las no-viscosas 01/02

Cuando dos capas de fluido se mueven una en relación con la otra, se desarrolla una fuerza de fricción entre ellas y la capa más lenta trata de desacelerar a la más rápida. Esta resistencia interna al flujo se cuantifica mediante la propiedad de *viscosidad* del fluido, la cual es medida de la adherencia interna de éste.

Regiones viscosas de flujo en comparación con las no-viscosas 02/02

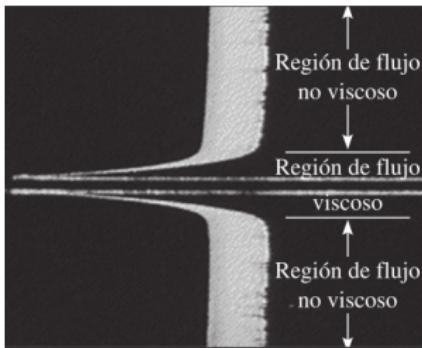


Figura: Flujo de una corriente de fluido, originalmente uniforme, sobre una placa plana y las regiones de flujo viscoso (próximas a la placa en ambos lados) y de flujo no-viscoso (lejos de la placa).

Flujo interno en comparación con el externo 01/02

Un flujo de un fluido se clasifica como interno o externo, dependiendo de si a ese fluido se le obliga a fluir en un canal confinado o sobre una superficie. El flujo de fluido no limitado sobre una superficie, como una placa, un alambre o un tubo, es flujo externo. El flujo de un tubo o ducto es flujo interno si el fluido queda por completo limitado por las superficies sólidas.

Flujo interno en comparación con el externo 02/02

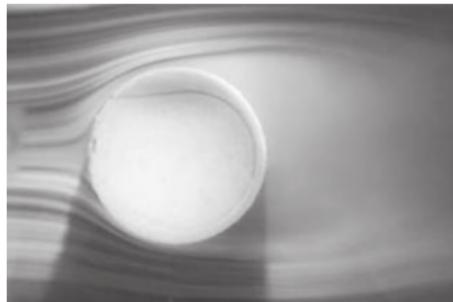


Figura: Flujo externo sobre una pelota de tenis y la región de la estela turbulenta que se encuentra detrás de ella.

Flujo compresible en comparación con el incompresible 01/04

Un flujo se clasifica como compresible o incompresible, dependiendo del nivel de variación de la densidad del flujo. La incompresibilidad es una aproximación y se dice que el flujo es incompresible si la densidad permanece aproximadamente constante a lo largo de todo el flujo. Por lo tanto el volumen de todas las porciones del fluido permanece inalterado sobre el curso de su movimiento cuando el flujo se modela como es incompresible.

Flujo compresible en comparación con el incompresible 02/04

Cuando se analizan los cohetes, las naves espaciales y otros sistemas en los que intervienen flujos de gas a velocidades altas, la velocidad del flujo a menudo se expresa en términos del número adimensional Mach que se define como:

$$Ma = \frac{V}{c} \quad (1)$$

- V : Velocidad del flujo.
- c : Velocidad del sonido.

Flujo compresible en comparación con el incompresible 03/04

En donde c es la velocidad del sonido cuyo valor es de 346 m/s en el aire a temperatura ambiente al nivel del mar. Se dice que un flujo es sónico cuando $Ma = 1$, subsónico cuando $Ma \downarrow 1$, supersónico cuando $Ma > 1$, e hipersónico cuando $Ma \gg 1$.

Flujo compresible en comparación con el incompresible 04/04

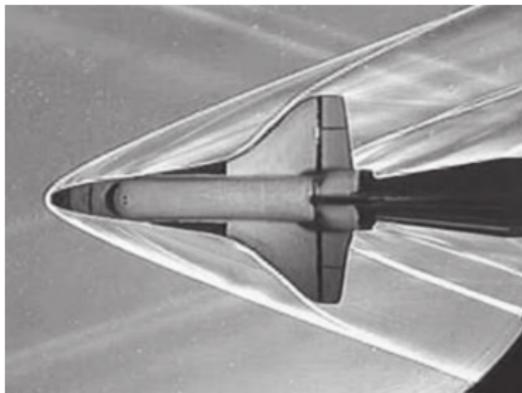


Figura: Estiograma de un modelo a escala del transbordador espacial al probarse a Mach 3, en el túnel de viento supersónico del Penn State Gas Dynamics Lab. Se pueden apreciar numerosas ondas de choque oblicuas en el aire que rodea la nave.

Flujo laminar en comparación con el turbulento 01/02

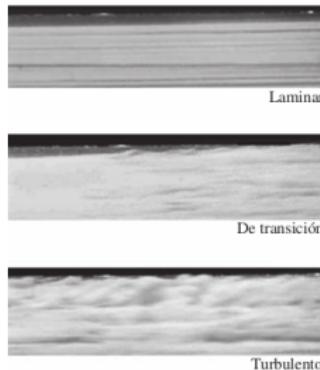


Figura: Flujos laminar, de transición y turbulento.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Flujo laminar en comparación con el turbulento 02/02

Algunos flujos son suaves y ordenados en tanto que otros son considerados caóticos. El movimiento intensamente ordenado de un fluido, caracterizado por capas no-alteradas de éste se conoce como laminar. La palabra laminar proviene del movimiento de partículas juntas adyacentes del fluido, en "láminas". El flujo de los fluidos intensamente viscosos, como los aceites a bajas velocidades, por lo común se presenta a velocidades altas y se caracteriza por fluctuaciones en la velocidad, se llama turbulento.

Flujo natural (o no-forzado) en comparación con el forzado

Se dice que el flujo de un fluido es natural o forzado, dependiendo de cómo se inicia el movimiento de ese fluido. En el flujo forzado, un fluido se obliga a fluir sobre una superficie o en un tubo por medio de medios externos, como una bomba o medios naturales, como el efecto de flotación, el cual se manifiesta como la elevación del fluido más caliente y la caída del fluido más frío.

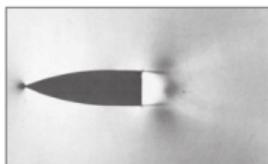
Flujo estacionario en comparación con el no-estacionario

Con frecuencia, en ingeniería, se usan los términos estacionario y uniforme; en consecuencia, es importante entender con claridad sus significados. El término estacionario implica que no hay cambio en un punto con el tiempo lo opuesto

Flujo unidimensional, bidimensional y tridimensional (1/2)



a)



b)

Figura: Estela oscilante de un cuerpo aerodinámico de parte posterior embotada a un número de Mach de 0.6. a) Es una imagen instantánea. b) Es una imagen promediada respecto al tiempo.

Flujo unidimensional, bidimensional y tridimensional (2/2)

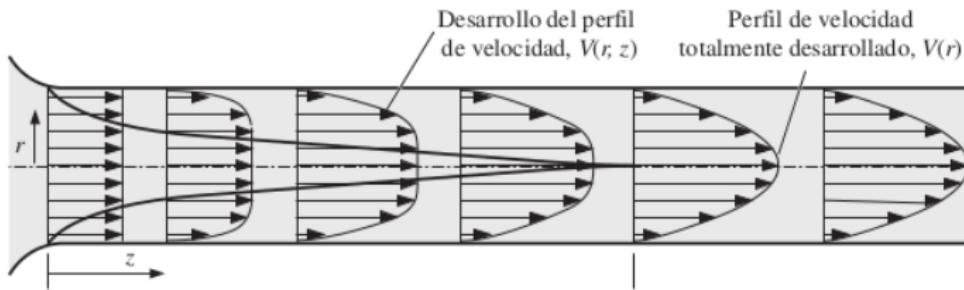


Figura: Desarrollo de un perfil de velocidad en un tubo circular. $V = V(r, z)$ y, por consiguiente, el flujo es bidimensional en la región de entrada y se convierte en unidimensional corriente abajo cuando el perfil de velocidad se desarrolla totalmente y permanece inalterado en la dirección del flujo, $V = V(r)$

Sistema de volumen de control (1/2)

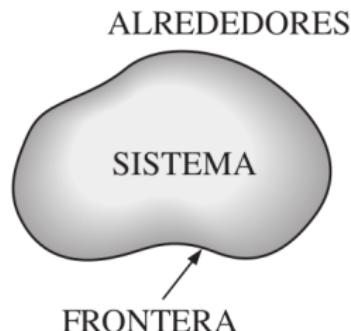


Figura: Sistema, alrededores, frontera.

Sistema de volumen de control (2/2)

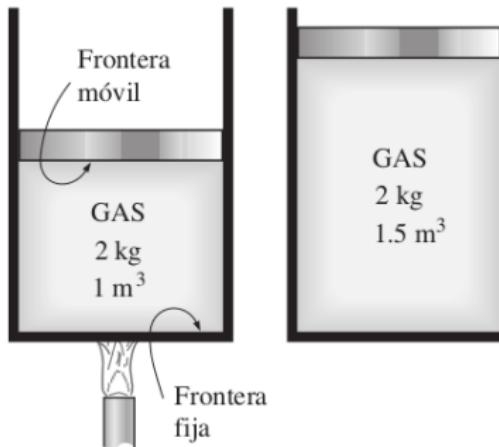


Figura: Sistema cerrado con una frontera móvil.

Algunas unidades SI

Dimensión	Unidad
Longitud	metro (m)
Masa	kilogramo (kg)
Tiempo	segundo (s)
Temperatura	kelvin (K)
Corriente eléctrica	ampere (A)
Cantidad de luz	candela (cd)
Cantidad de materia	mole (mol)

Figura: Las siete dimensiones fundamentales y sus unidades en el SI.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Homogeneidad dimensional



Figura: Para ser dimensionalmente homogéneo, todos los términos en una ecuación deben tener la misma unidad.

Imagen tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Basic elements of a CFD package

Son tres paquetes de elementos básicos para el CFD.

- Pre-proceso
- Solver
- Post-proceso

Basic elements of a CFD package

El ciclo típico de una simulación en CFD

- Pre-proceso: Se escoje el modelo matemático, las ecuaciones de interés para flujos compresibles o incompresibles, estado, ecuación de energía, flujo turbulento o laminar, etc.
- Solver: Se ajusta una solución y resuelve los parámetros, esquemas discretizados, parámetros de relajación, ecuaciones lineales y finalmente se corre el solver.
- Post-proceso: Es donde se analiza la data obtenida, se visualiza buscando entender el comportamiento de lo ocurrido.

Contenido

1 Conceptos básicos de la mecánica de fluidos

2 Fundamentos de la mecánica de fluidos

Ejercicio

Considerando un fluido unidimensional en densidad y viscosidad para un flujo en una tubería con una presión de entrada p_i , y una presión de salida p_o con un radio del tubo r y una longitud l , la densidad del fluido puede ser representado como ρ . Expresado el esfuerzo cortante de la pared como una función de las variables.

Tomado del libro engineering por David Rubenstein, página 58, problema 2.7 .

Cinemática 01/02

La cinemática es el estudio de movimiento de los fluidos sin la necesidad de considerar la naturaleza de las fuerzas o momentos que la originen. Esto implica estudiar la velocidad. Existen dos métodos para estudiar la cinemática de los fluidos.

- El método Lagrangiano
- El método Euleriano (más realístico).

Tomado del libro Biofluid Mechanics Principles Ali Ostadfar, pagina 10.

Cinemática 02/02

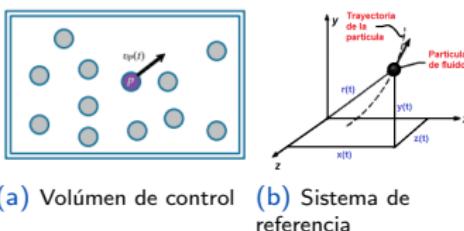


Figura: Imagen satelital de un huracán cerca de la costa de Florida. Las pequeñas gotas de agua se mueven con el aire, lo cual permite visualizar el movimiento en remolino en sentido contrario al de las manecillas del reloj.

Tomada de Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos de Yunus Cengel y John Cimbala.

Método Lagrangiano

- Más apropiado para mecánica de sólidos.
- Analiza al cuerpo como una partícula.
- Estudia la posición del cuerpo en función al tiempo.



(a) Volúmen de control (b) Sistema de referencia

Figura: Caso lagrangiano

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles, Ali Ostadfar, página 10.

Método Euleriano 01/03

- Más apropiado para mecánica de fluidos.
- Las propiedades del fluido son caracterizados en 4 dimensiones (x, y, z y t).
- El campo de velocidad $v(x, y, z, t)$ o presión $p(x, y, z, t)$ no es igual a $v(t)$ o $p(t)$.
- Analiza al cuerpo como un volumen de control.
- Estudia al campo de velocidades.

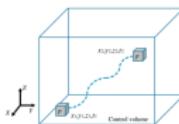


Figura: El volumen de control (V.C.) es un volumen finito por el cual el fluido entra o sale. El V.C. puede ser rígido, flexible, estático o en movimiento.

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles, Ali Ostadfar, página 11.

Método Euleriano 02/03

Campo de velocidades:

$$\vec{V} = u(x, y, z, t) \vec{i} + v(x, y, z, t) \vec{j} + w(x, y, z, t) \vec{k}$$

Campo de aceleraciones:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{du}{dt} \vec{i} + \frac{dv}{dt} \vec{j} + \frac{dw}{dt} \vec{k} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$V_x = \frac{\partial x}{\partial t} = u, \quad V_y = \frac{\partial y}{\partial t} = v, \quad V_z = \frac{\partial z}{\partial t} = w$$

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}$$

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles, Ali Ostadfar, página 12.

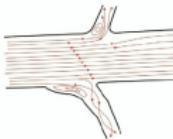
Método Euleriano 03/03

Aceleración convectiva:

$$\ddot{a} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V$$

Líneas de flujo: Este método es una de las mejores herramientas para estudiar un campo de fluidos.

- Líneas de corriente.
- Líneas de trayectoria.
- Líneas de traza.
- Líneas fluidas.



Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles, Ali Ostadfar, página 12.

Líneas de corriente

Es una línea curva que, en todas partes, es tangente al vector de velocidad local instantánea. Las líneas de corriente no se pueden conocer experimentalmente, excepto en condición de flujo estacionario en los cuales coinciden con las líneas de trayectoria y las líneas de traza.

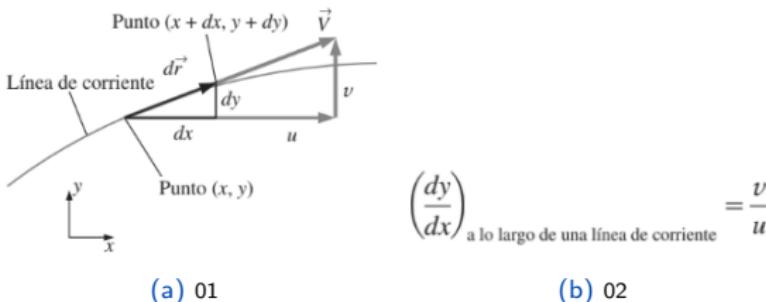


Figura: La constante de integración es la familia de curvas que satisfacen la ecuación.

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles, Ali Ostadfar, página 139.

Líneas de trayectoria

Una línea de trayectoria es la trayectoria real recorrida por una partícula de fluido durante algún periodo. Una línea de trayectoria es lo mismo que el conjunto de las ubicaciones de la punta del vector de posición material ($x_{\text{partícula}}(t)$, $y_{\text{partícula}}(t)$, $z_{\text{partícula}}(t)$) al que se le sigue el rastro durante algún intervalo finito.

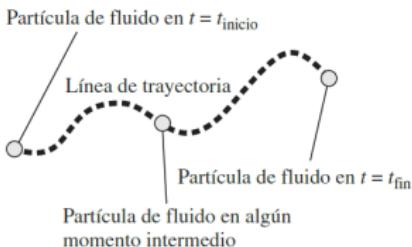


Figura: Se forma una línea de trayectoria cuando se sigue la trayectoria real de una partícula de fluido.

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles, Ali Ostadfar, página 140, 141.

Líneas de traza

Una línea de traza es el lugar geométrico de las partículas de fluido que han pasado de manera secuencial por un punto prescrito en el flujo. Si se inserta un tubo pequeño en un flujo y se introduce una corriente continua de fluido trazador (tinte en un flujo de agua o humo en flujo de aire), el patrón que se observa es una línea de traza.

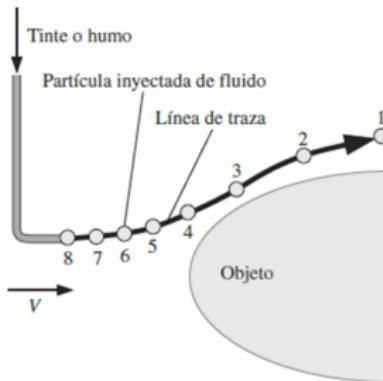


Figura: Se forma una línea de traza por la introducción continua de tinte o humo desde un punto en el flujo. Las partículas trazadoras numeradas (1 a 8) se introdujeron de manera secuencial.

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles, Ali Ostadfar, página 142.

Líneas fluidas

Una línea fluida es un conjunto de partículas adyacentes de fluido que se marcaron en el mismo instante (anterior). Las líneas fluidas son particularmente útiles para situaciones en donde se va a examinar la uniformidad de un flujo (o la falta de ello).

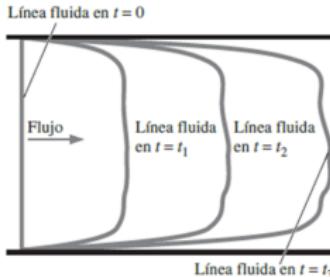


Figura: Las líneas fluidas se forman marcando una línea de partículas de fluido y, a continuación, se observa el movimiento (y la deformación) de esa línea a través del campo de flujo; se muestran las líneas fluidas en t_0 , t_1 , t_2 , t_3 .

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles, Ali Ostadfar, página 144.

Ejemplo 01 - 01/02

EJEMPLO 4-1 Un campo bidimensional estacionario de velocidad

Se da un campo estacionario, incompresible y bidimensional de velocidad por:

$$\vec{V} = (u, v) = (0.5 + 0.8x) \vec{i} + (1.5 - 0.8y) \vec{j} \quad (1)$$

en donde las coordenadas x y y se dan en metros y la magnitud de la velocidad está en m/s. Un punto de estancamiento se define como *un punto en el campo de flujo en donde la velocidad es idénticamente cero*. a) Determíñese si existen puntos de estancamiento en este campo de flujo y, si es así, ¿en dónde? b) Trace un esquema de vectores de velocidad en varias ubicaciones en el dominio, entre $x = -2$ m hasta 2 m y $y = 0$ m hasta 5 m; describa cualitativamente el campo de flujo.

Tomada del libro Mecánica de Fluidos por Yunus A. Cengel, página 138.

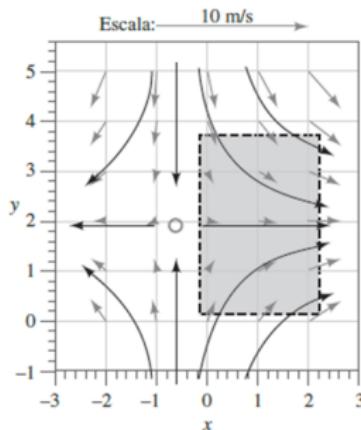
Ejemplo 01 - 02/02

Punto de estancamiento:

$$u = 0.5 + 0.8x = 0 \rightarrow x = -0.625 \text{ m}$$

$$v = 1.5 - 0.8y = 0 \rightarrow y = 1.875 \text{ m}$$

Sí. Existe un punto de estancamiento localizado en $x = -0.625 \text{ m}$, $y = 1.875 \text{ m}$.



Tomada del libro Mecánica de Fluidos por Yunus A. Cengel, página 138.

Ejemplo 02 - 01/03

Example 1.1: Lagrangian vs. Eulerian Flow Description

In the Eulerian fixed coordinate frame, river flow is approximated as steady 1-D, i.e.,

$$v(x) = v_0 + \Delta v (1 - e^{-ax})$$

which implies that at $x=0$, say, the water surface moves at v_0 and then accelerates downstream to $v(x \rightarrow \infty) = v_0 + \Delta v$. Derive an expression for $v = v(v_0, t)$ in the Lagrangian frame.

Tomada del libro Biofluid Dynamics Principles and Select Applications by Celment Kleinstreuer, página 22, 23.

Ejemplo 02 - 02/03

Recall: $\bar{v} = d\bar{r}/dt$ or in our 1-D case

$$\frac{dx}{dt} = v(x) = v_0 + \Delta v(1 - e^{-ax})$$

Solution: Separation of variables and integration yield

$$\int_0^x \frac{dx}{(v_0 + \Delta v) - \Delta v e^{-ax}} = \int_0^t dt$$

so that

$$x + \frac{1}{a} \ln \left[1 + \frac{\Delta v}{v_0} (1 - e^{-ax}) \right] = (v_0 + \Delta v)t$$

Now, replacing the two x -terms with expressions from the $v(x)$ -

equation, i.e., $x = -\frac{1}{a} \ln \left(1 - \frac{v - v_0}{\Delta v} \right)$ and $e^{-ax} = 1 - \frac{v - v_0}{\Delta v}$, we can express the Lagrangian velocity as

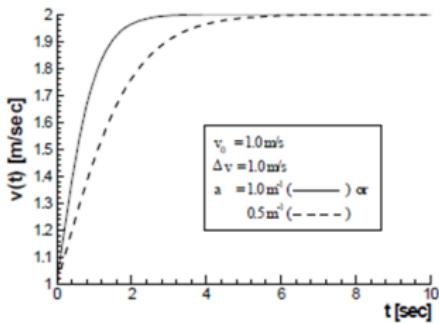
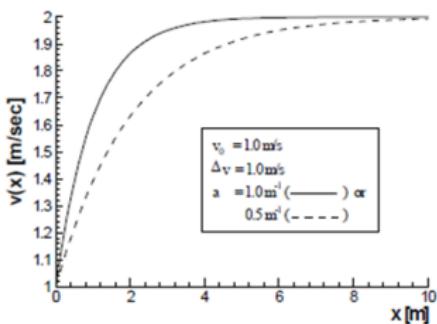
- $v(t) = \frac{v_0(v_0 + \Delta v)}{v_0 + \Delta v \exp[-a(v_0 + \Delta v)t]}$

Tomada del libro Biofluid Dynamics Principles and Select Applications by Celment Kleinstreuer, página 22, 23.

Ejemplo 02 - 03/03

Given typical parameter values, the velocities $v(x)$ and $v(t)$ in the Eulerian and Lagrangian frames are graphed below.

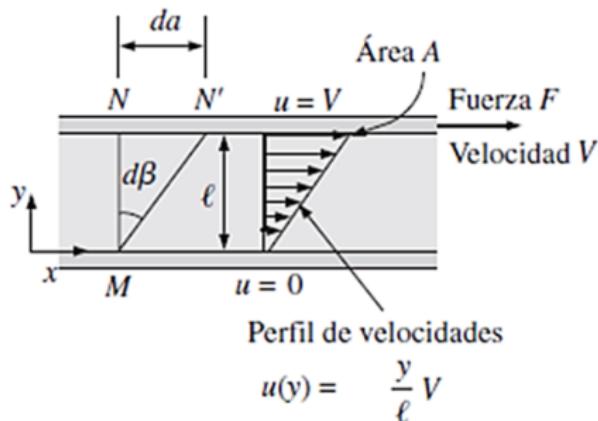
Graphs:



Tomada del libro Biofluid Dynamics Principles and Select Applications by Celment Kleinstreuer, página 22, 23.

Viscosidad 01/02

Cuando dos cuerpos sólidos en contacto se mueven uno con respecto al otro, se crea una fuerza de fricción en la superficie de contacto en la dirección opuesta al movimiento.



Tomada del libro Mecánica de Fluidos por Yunus A. Cengel, página 50 y 51.

Viscosidad 02/02

$$\tau = \frac{F}{A} \quad u(y) = \frac{y}{\ell} V \quad y \quad \frac{du}{dy} = \frac{V}{\ell} \quad d\beta \approx \tan \beta = \frac{da}{\ell} = \frac{V dt}{\ell} = \frac{du}{dy} dt$$

(a) a.

(b) b.

(c) c.

Figura: Se puede verificar de manera experimental que, para la mayoría de los fluidos, la razón de deformación (y , por lo tanto, el gradiente de velocidad) es directamente proporcional al esfuerzo cortante τ .

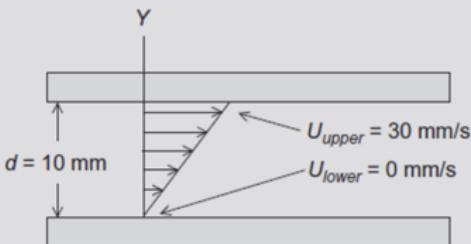
$$\tau \propto \frac{d\beta}{dt} \quad o \quad \tau \propto \frac{du}{dy}$$

Tomada del libro Mecánica de Fluidos por Yunus A. Cengel, página 50 y 51.

Ejemplo 03 - 01/02

Example

Calculate the shear stress on the upper and lower boundaries of the following fluid, given that the viscosity of the fluid is 3.5 cP. The distance between the two plates is 10 mm and the velocity is 0 mm/s at the lower plate and 30 mm/s at the upper plate (Figure 2.19).



Tomada del libro Biomedical engineering por David Rubenstein, página 43.

Ejemplo 03 - 02/02

Solution

$$\tau_{upper} = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) = \mu \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

There is no velocity in the y -direction so the second term within the parenthesis drops out of the relationship. Since the velocity profile is linear in the y -direction, the shear stress equation simplifies to

$$\tau_{upper} = \mu \frac{\Delta v_x}{\Delta y} = \mu \frac{U_{upper} - U_{lower}}{d_{upper} - d_{lower}} = \mu \frac{U_{upper}}{d_{upper}}$$

$$\tau_{upper} = 3.5 \times 10^{-2} P \left(\frac{1 \text{ g/cm} * \text{s}}{1 \text{ P}} \right) * \frac{30 \text{ mm/s}}{10 \text{ mm}} = 0.0105 \text{ Pa} = 0.105 \text{ dyne/cm}^2$$

Similarly, the shear stress on the lower plate is

$$\tau_{lower} = \mu \frac{\Delta v_x}{\Delta y} = \mu \frac{U_{lower} - U_{upper}}{d_{lower} - d_{upper}} = \mu \frac{U_{upper}}{d_{upper}}$$

$$\tau_{lower} = 3.5 \times 10^{-2} P \left(\frac{1 \text{ g/cm} * \text{s}}{1 \text{ P}} \right) * \frac{-30 \text{ mm/s}}{-10 \text{ mm}} = 0.0105 \text{ Pa} = 0.105 \text{ dyne/cm}^2$$

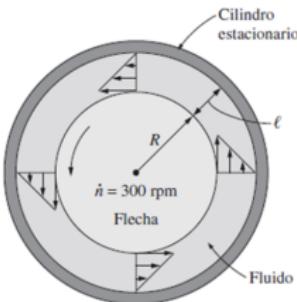
Although the shear forces have the same magnitude, their directions are opposite. The force on the top plate is acting in the negative x -direction, while the force on the bottom plate is acting in the positive x -direction. Remember the sign convention for stress that was discussed in [Section 2.5](#), where a positive shear stress can occur on a positive face in the positive direction or on a negative face in the negative direction.



Ejemplo 04

EJEMPLO 2-5 Determinación de la viscosidad de un fluido

Se va a medir la viscosidad de un fluido con un viscosímetro construido con dos cilindros concéntricos de 40 cm de largo (Fig. 2-27). El diámetro exterior del cilindro interior es de 12 cm y la brecha entre los dos cilindros es de 0.15 cm. El cilindro interior se hace girar a 300 rpm y se mide el par de torsión que resulta ser de 1.8 N · m. Determine la viscosidad del fluido.



Tomada del libro Mecánica de Fluidos por Yunus A. Cengel, página 55.

Ejemplo 05

1.3.1 Example problem: viscosity measurement

Whole blood (assume $\mu = 0.0035 \text{ Ns/m}^2$) is placed in a concentric cylinder viscometer. The gap width is 1 mm and the inner cylinder radius is 30 mm. Estimate the wall shear stress in the fluid. Assume the angular velocity of the outer cylinder to be 60 rpm.



Figure 1.4b Rotating cylinder viscometer.

(a) a.

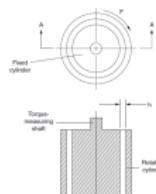


Figure 1.4c Cross section of a rotating cylinder viscometer.

(b) b.

Tomada del libro Applied Biofluid Mechanics por Lee Wait, página 16.

Fluido Newtoniano y no Newtoniano

Existen tres categorías para los fluidos: fluidos ideales o no viscosos ($\mu=0$), fluidos Newtonianos (μ es constante) y los fluidos no Newtonianos (μ varía).

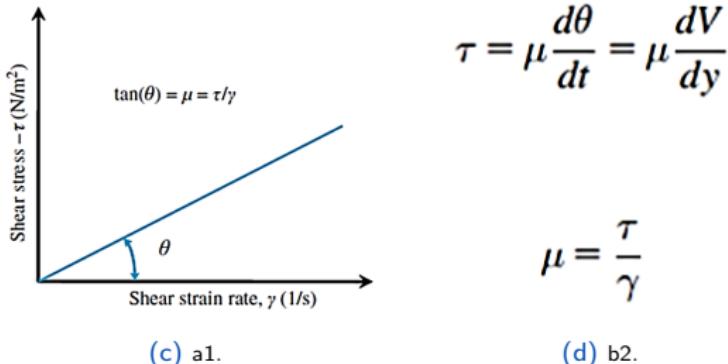


Figura: Gráfico general de la viscosidad; esfuerzo de corte τ vs razón de deformación.

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles por Ali Ostadfar, página 15, 16.

Fluido Newtoniano

- La viscosidad del aire a 20C es 1.85×10^{-5} kg/ms y a 60C es 2×10^{-5} kg/ms.
- Un incremento en la presión de 1 a 50 atm incrementará la viscosidad del aire en 0.10.
- Ejemplos de fluido Newtoniano: el agua, el plasma, etc.

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles por Ali Ostadfar, página 16.

Fluido No-Newtoneano - 01/02

El coeficiente de viscosidad no es constante, pero esta no es la única condición. Los fluidos de Boger (μ es constante) es un fluido No-Newtoneano, esto debido a que los esfuerzos normales son diferentes de cero.

Table 1.1 Examples for Non-Newtonian Substances

Biofluids	Foods	Industry
■ Blood (regarding shear rate)	■ Egg white	■ Paints
■ Semen	■ Chocolates	■ Lubrication oils and greases
■ Synovial	■ Dairy products (Butter, cheese, yogurts)	■ Soups
■ Saliva	■ Salad dressings (Ketchup, mayonnaise, etc.)	■ Pharmaceutical products (Such as: Foams, creams, suspensions)
	■ Ice-cream	■ Shampoos and toothpaste
		■ Nail polish

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles por Ali Ostadfar, página 16.

Fluido No-Newtoneano - 02/02

Dentro de los fluidos no Newtoneanos existen tres grupos de fluidos:

- Fluidos independientes del tiempo (dilatantes, seudoplásticos, casson, bingham).
- Fluidos dependientes del tiempo.
- Fluidos viscoelásticos.

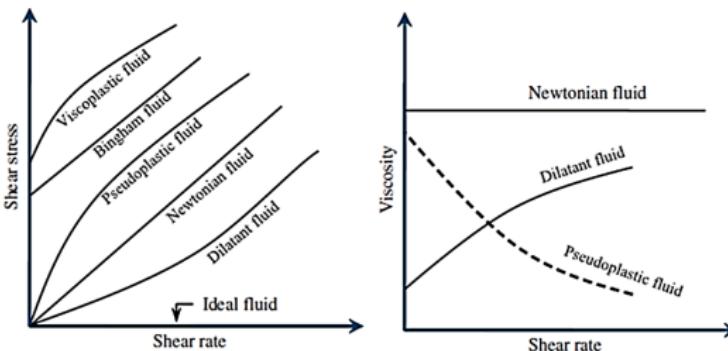


Figura: Izquierda: Fluidos independientes del tiempo, derecha: Relación de viscosidad vs razón de deformación.

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles por Ali Ostadfar, página 17.

Ejemplo 06

- 2.8 Data obtained from one experiment are presented in **Table 2.3**. Plot the data and determine whether the fluid is pseudoplastic, Newtonian, or dilatant. Approximate the viscosity (or the apparent viscosity for this fluid).

TABLE 2.3 Shear Stress versus Shear Rate Data for Homework Problem 2.8

Shear stress (dyne/cm ²)	5	9	23	48	95
Shear rate (s ⁻¹)	0.1	1	10	100	1000

Tomada del libro Biomedical engineering por David Rubenstein, página 58.

Números adimensionales aplicados a los biofluidos

Los números adimensionales representan una propiedad de un fenómeno físico. Estos números son usados para caracterizar el comportamiento mecánico de un flujo en condición dinámica. En la ingeniería mecánica existen más de 40 números adimensionales, algunos de ellos esenciales para mecánica de biofluidos:

- Número de Reynolds (Re).
- Número de Womersely (alpha).
- Número de Strouhal (St).
- Número de Dean (De).
- Número de Stokes (Stk).

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles por Ali Ostadfar, página 17.

Números de Reynold (Re) - 01/02

Esta definido como el ratio entre las fuerzas iniciales y las viscosas cuando un fluido fluye a través de una tubería. Este número también sirve para evaluar el régimen de un fluido (laminar o turbulento).

$$Re = \frac{\rho V D_h}{\mu} \quad (1.17)$$

where D_h is hydraulic diameter (m), ρ is density (kg/m^3), V is fluid velocity (m/s) and μ is dynamic viscosity ($\text{Pa} \cdot \text{s}$).

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles por Ali Ostadfar, página 18.

Números de Reynold (Re) - 02/02

TABLE 1.1 Estimate of Wall Shear Stress in Various Vessels in the Human Circulatory System

Vessel	ID, cm	V_m , cm/s	Shear rate ³	Shear stress, ⁴ N/m ²
Aorta	2.5	48	154	0.5
Large arteriole ⁵	0.05	1.4	224	0.8
Arteriole (retinal microcirculation ⁶)	0.008	3	3000	10.5
Capillary	0.0008	0.7	7000	24.5

Note the increasing values for shear rate and shear stress as vessel inside diameter decreases.

³Estimate for a parabolic flow profile, 8 times mean velocity divided by diameter.

⁴Based on a viscosity of 3.5 cP.

⁵From Milnor, 1990, p. 334.

⁶From Gilmore et al., 2005, 288: H2912–H2917.

Tomada del libro Applied Biofluid Mechanics por Lee Wait, página 10.

Ejemplo 07

1.4.2 Example problem: Reynolds number

Estimate the Reynolds number for blood flow in a retinal arteriole, using the published values from Gilmore et al. Assume that the blood density is 1060 kg/m^3 . Is there any concern that blood flow in the human retina will become turbulent?

From Table 1.1, we see that the inside diameter of the arteriole is 0.008 cm, the mean velocity in the vessel is 3 cm/s, and the viscosity measured as 0.0035 Ns/m^2 . The Reynolds number can be calculated as

$$\text{Re} = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{1060 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{3}{100} \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{0.008}{100} \text{ m}}{0.0035 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}} = 0.73$$

For this flow condition, the Reynolds number is far, far less than 2000, and there is no danger of the flow becoming turbulent.

Tomada del libro Applied Biofluid Mechanics por Lee Wait, página 19.



Número de Womersely (alpha)

Este definido como el ratio entre la inercia oscilatoria y los efectos viscosos para un fluido en un flujo pulsátil. El número de Womersley es grande en la aorta y pequeño en las arterioles (menor a 1).

$$\alpha = \frac{D_h}{2} \sqrt{\frac{\rho(2\pi f)}{\mu}} \quad (1.18)$$

where D_h is hydraulic diameter (m), ρ is density (kg/m^3), f is fluid frequency (Hz) and μ is dynamic viscosity ($\text{Pa} \cdot \text{s}$). In the human body, heart beat rate can be considered as frequency.

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles por Ali Ostadfar, página 18.

Ejemplo 08 - 01/03

Some typical values of the parameter α for various species are

human aorta $\alpha = 20$

canine aorta $\alpha = 14$

feline aorta $\alpha = 8$

rat aorta $\alpha = 3$

1.8.1 Example problem: Womersley number

The heart rate of a 400-kg horse is approximately 36 beats per minute (bpm), while the heart rate of a 3-kg rabbit is approximately 210 bpm (Li, 1996). Compare the Womersley number in the horse aorta to that in the rabbit aorta.

$$\alpha = r \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \text{ or } \alpha = r \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}}$$

Tomada del libro Applied Biofluid Mechanics por Lee Wait, página 30.

Ejemplo 08 - 02/03

Li also points out that the size of red blood cells from various mammals does not vary much in diameter. No mammal has a red blood cell larger than 10 mm in diameter. Windberger et al. also published the values of viscosity for nine different animals, including horse and rabbit. For this example problem, we will assume that the blood density is approximately the same across the species. The published values of viscosity were 0.0052 Ns/m² for the horse and 0.0040 Ns/m² for the rabbit.

Allometric studies of mammals show that various characteristics, like aortic diameter, grow in a certain relationship with the size of the animal. From Li, we can use the published allometric relationship for the aorta size of various mammals to estimate the diameter of the aorta. Thus, we have (Li, 1996, Equation 3.7, p. 27)

$$D = 0.48 W^{0.34}$$

Tomada del libro Applied Biofluid Mechanics por Lee Wait, página 30.

Ejemplo 08 - 03/03

where D is the aortic diameter, given in centimeters, and W is the animal weight, given in kilograms. Therefore, for this problem, we will use an aortic diameter of approximately 3.7 cm for the horse, 2.0 cm for the man, and 0.7 cm for the rabbit. Then,

$$\alpha_{\text{horse}} = r \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}} = \frac{3.7}{100} \text{ m} \sqrt{\frac{36 \left(\frac{\pi}{30}\right) \text{rad/s} 1060 \text{ kg/m}^3}{0.0052 \text{ Ns/m}^2}} = 32$$

$$\alpha_{\text{rabbit}} = r \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}} = \frac{0.7}{100} \text{ m} \sqrt{\frac{210 \left(\frac{\pi}{30}\right) \text{rad/s} 1060 \text{ kg/m}^3}{0.004 \text{ Ns/m}^2}} = 17$$

From the results, one can see that transient forces become relatively more important than viscous forces as the animal size increases.

Tomada del libro Applied Biofluid Mechanics por Lee Wait, página 30.

Número de Strouhal (St)

Es un número adimensional que explica el mecanismo de un flujo oscilatorio. Esta definido como el ratio entre las fuerzas iniciales como el resultado de las condiciones de un flujo oscilatorio y las fuerzas iniciales debido a los cambios de velocidad entre dos puntos de un campo de velocidades.

$$St = \frac{fL}{V} \quad (1.19)$$

where L is characteristic length (for instance hydraulic diameter D_h) (m), f is fluid frequency (Hz) and V is velocity of the fluid.

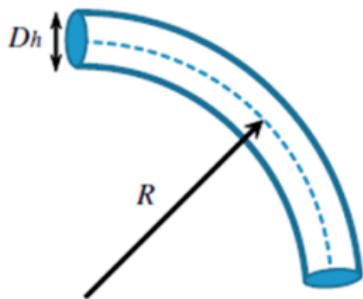
There is a relation among Womersley, Reynolds and Strouhal numbers [11]:

$$\alpha = \sqrt{\frac{Re \ St}{2}} \quad (1.20)$$

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles por Ali Ostadfar, página 18.

Número de Dean (De)

Es definido como el ratio entre las fuerzas viscosas en un fluido fluyendo a través de una tubería curva y las fuerzas centrífugas.



(a) a1.

$$De = Re \cdot \sqrt{\frac{D_h}{2R}}$$

(b) b2.

Figura: Donde Re es el número de Reynolds, D_h es el diámetro hidráulico (m) y R es el radio de curvatura del canal.

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles por Ali Ostadfar, página 19.

Número de Stokes (Stk)

Esta definido como el ratio entre el tiempo de reacción característica de una partícula suspendida en una corriente de un fluido y el tiempo característico de un fluido. El tiempo de reacción es el tiempo que una partícula tarda en responder a los cambios de velocidad en una corriente.

$$Stk = \frac{\rho_p d_p^2 V}{18 \mu D} \quad (1.22)$$

where ρ_p is particle density, d_p is particle diameter, V is fluid velocity, μ is dynamic viscosity of fluid and D is diameter of the obstacle (typically for channels is inner diameter).

Tomada del libro Biofluid Mechanics Principles por Ali Ostadfar, página 19.

Contenido

3 Referencias

Referencias



C.D. Argyropoulos, N.C. Markatos

Recent advances on the numerical modelling of turbulent flows.

Journal homepage: www.elsevier.com/locate/apm, 2015.



Yunus Cengel y John Cimbala.

Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos.

Editorial McGraw-Hill (2006), capítulos 1 y 2



OpenFOAM

The OpenFOAM Foundation.

User Guide version 7 (2019)