#### Fundamentos Mecánica de Fluidos I

Fluido estable e inestable, flujo laminar y turbulento, fluidos compresibles e incompresibles, viscoelasticidad y viscoplasticidad

Jhon Gesell Villanueva Portella<sup>1</sup> & Juan Manuel Zuñiga Mamani<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad Peruana Cayetano Heredia. Facultad de Ciencias y Filosofia. Escuela Profesional de Ingenieria Biomédica.

24 de abril de 2020





### Contenido

1 Refuerzo



### Contenido

1 Refuerzo



#### Soluciones aproximadas de la ecuación de Navier Stokes



Figura: En este capítulo se revisan varias aproximaciones que simplifican la ecuación de Navier-Stokes, incluyendo el flujo reptante, en el que los términos viscosos domian a los términos inerciales. El flujo de lava de un volcán es un ejemplo de flujo trepador: la viscosidad de la roca fundida es tan grande que el número de Reynolds es pequeño aún cuando las escalas de longitud sean grandes.





#### 01. Introducción



Figura: Las soluciones . exactascomienzan con la ecuación de Navier-Stokes completa, mientras que las soluiciones aproximadas comienzan con una forma simplificada de la ecuación de Navier-Stokes justo desde el principio.





#### 02. Ecuaciones adimensionalizadas de movimiento

El objetivo en esta sección es eliminar las dimensiones de las ecuaciones de movimienot, de modo que puedan compararse de manera decuada los órdenes de magnitud de los diversos términos en las ecuaciones. Se comienza con la ecuación de continuidad de flujo incompresible.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$$





#### 03. Aproximación de flujo de Stokes



Figura: El lento flujo de un líquido muy viscoso, en este caso la miel, se clasifica como flujo de Stokes



#### Fuerza de arrastre sobre una esfera en flujo de Stokes

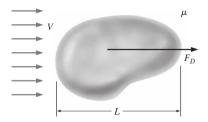


Figura: Para flujo de Stokes sobre un objeto tridimensional la fuerza de arrastre sobre el objeto no depende de la densidad, sino sólo de la velocidad V, alguna longitud característica del objeto L y la viscosidad del fluido  $\mu$ .

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 499





4□ > 4□ > 4 ≥ > 4 ≥ > ≥

## 04. Aproximación para regiones invíscidas de flujo

$$\rho \left[ \frac{\partial \overrightarrow{V}}{\partial t} + (\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{\nabla}) \overrightarrow{V} \right] = -\overrightarrow{\nabla} P + \rho \overrightarrow{g}$$

Figura: Ecuación de Euler.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 501



4□ > 4□ > 4 글 > 4 글 > 로 | 의익으

## Derivación de la ecuación de Bernoulli en regiones inviscidas de flujo

$$(\overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{\nabla}) \overrightarrow{V} = \overrightarrow{\nabla} \left( \frac{V^2}{2} \right) - \overrightarrow{V} \times (\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{V})$$

Figura: Ecuación de Euler.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 502



< □ ▶ ◀□ ▶ ◀ 를 ▶ ◀ 를 ▶ 를 들 ♥ 의 Q @

## 05. La aproximación de flujo irrotacional

$$\vec{\zeta} = \vec{\nabla} \times \vec{V} \cong 0$$

Figura: Aproximación irrotacional.





#### Ecuación de continuidad

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{\nabla} \phi = 0$$
 Por lo tanto, si  $\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{V} = 0$ , entonces  $\overrightarrow{V} = \overrightarrow{\nabla} \phi$ 

Figura: Identidad vectorial.



#### Ecuación de cantidad de movimiento

$$\mu \, \nabla^2 \overrightarrow{V} = \mu \, \nabla^2 (\overrightarrow{\nabla} \phi) = \mu \overrightarrow{\nabla} (\underbrace{\nabla^2 \phi}_0) = 0$$





# Deducción de la ecuación de Bernoulli en regiones irrotacionales de flujo

$$\vec{\nabla} \left( \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) = 0$$





# Regiones irrotacionales bidimensionales de flujo

En regiones irrotacionales de flujo...



# Regiones de flujo planar irrotacional

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$





# Regiones irrotacionales de flujo aximétrico

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$





#### Resumen de regiones irrotacionales de flujo bidimensional

Componentes de velocidad para regiones irrotacionales de flujo bidimensional y estacionario de fluido incompresible en términos de función potencial de velocidad y función de corriente en varios sistemas coordenados.

Descripción y sistema coordenado	Componente de velocidad 1	Componente de velocidad 2
Planar; coordenadas cartesianas	$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}$	$\nu = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$
Planar; coordenadas cilíndricas	$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$	$u_{\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \psi}{\partial r}$
Axisimétrico; coordenada cilíndricas	$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}$	$u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$



## Superposición de flujo en regiones irrotacionales

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$

Figura: Superposición de dos campos de flujo irrotacional



### Flujo planares irrotacionales elementales

La superposición permite sumar dos o más soluciones simples de flujo irrotacional, para crear un campo de flujo más complejo (y con la esperanza de ser más significativo físicamente). Por lo tanto, es útil establecer una colección de flujos irrotacionales que sirvan como bloques de la construcción elemental con los que se pueda construir una diversidad de flujos más prácticos...





## Flujo irrotacional formados por superposición

Ahora se tiene un conjunto de flujos irrotacionales de bloques de construcción, y se está listo para construir algunos campos de flujo irrotacionales más interesantes mediante la técnica de superposición. Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 521





# Superposición de un sumidero lineal y un vórtice lineal

$$\psi = \frac{\dot{\mathcal{V}}/L}{2\pi} \; \theta \; - \frac{\Gamma}{2\pi} \; \text{ln} \; r$$

Figura: Superposición.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 521



◆□▶ ◆률▶ ◆불▶ ◆불■ 釣♀○

# Superposición de un flujo uniforme y un doblete: flujo sobre un cilindro circular

$$\psi = V_{\infty} r \, \operatorname{sen} \theta - K \frac{\operatorname{sen} \theta}{r}$$

Figura: Superposición.





#### 06. La aproximación de capa límite



(a) Entre la ecuación de Euler (que permite (b) La aproximación de capa límite tiende un el deslizamiento en las paredes) y la ecuación puente entre ese vacío. de Navier-Stokes (que apoya la condición de no deslizamiento) existe un gran vacío.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 451



OPEN MAINEE

#### Ecuaciones de la capa límite

$$\phi = \frac{\Gamma}{2\pi} \, \theta_1 = \frac{\Gamma}{2\pi} \arctan \frac{y-b}{x-a}$$
 (10-47)   
 Vórtice lineal en el punto  $(a,b)$ : 
$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r_1 = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

Figura: Sistema coordenado para capa límite de flujo sobre un cuerpo; x sigue la superficie y, por lo general, se establece en cero el punto de estancamiento frontal del cuerpo, y y localmente es normal a la superficie en todas partes.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 535



11

## El procedimiento de capa límite



Figura: Resumen del procedimiento de capa límite, para capas límite bidimensionales de flujo estacionario e incompresible en el plano xy.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 540

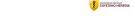


#### Espesor de desplazamiento

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

Figura: Espesor de desplazamiento

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 544



#### Espesor de la cantidad de movimiento

$$0 = \int_{CS} \rho \overrightarrow{V} \cdot \overrightarrow{n} \, dA = \underbrace{w\rho \int_{0}^{\gamma + \delta^{*}} u \, dy}_{\text{en la posición } x} - \underbrace{w\rho \int_{0}^{\gamma} U \, dy}_{\text{en } x = 0}$$

Figura: Espesor de desplazamiento



### Capa límite turbulenta sobre una placa plana

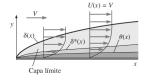


Figura: Para una capa límite laminar sobre placa plana, el espesor de desplazamiento es 35.0 por ciento de  $\delta$ , y el espesor de la cantidad de movimiento es 13.5 por ciento de  $\delta$ .





### Capas límite con gradientes de presión

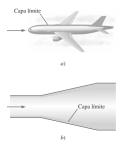


Figura: Las capas limite con gradientes de presión distintos de cero ocurren tanto en flujos externos como en internos: a) capa límite que se forma a lo largo del fuselaje de un avión y hacia la estela, y b) capa límite que crece a lo largo de la pared de un difusor (en abmos casos está exagerado el espesor de la capa límite).





# Técnica de la integral de la cantidad de movimiento para capas límite

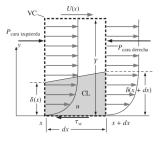


Figura: Volumen de control (línea negra punteada gruesa) que se usa en la deducción de la ecuación integral de la cantidad de movimiento (CL se refiere a capa límite.





### Contenido

2 Referencias





#### Referencias



Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos.

Yunus Cengel y John Cimbala.

Editorial McGraw-Hill (2006)



Mecánica de Fluidos - Problemas resueltos.

Josep M. Bergadà Graño.

Editorial de la Universidad Politècnica de Catalunya (2006)



Biofluid Mechanics Applications.

Ali Ostadfar.

Editorial Elsevier (2016)



**Biofluid Mechanics** 

David A. Rubenstein.

Editorial Elservier (2015)





#### Referencias



Introducción a la Dinámica de Fluidos.

Yuri N. Skiba.

Editorial de la Universidad Nacional Autónoma de México (2008)



Applied Biofluid Mechanics.

Lee Waite and Jerry Fine.

Editorial Mc Graw Hill (2007)



