

Primer informe de sesiones demostrativas

José Luis Cáceres Albán

Germán Fernando Leiva Iparraguirre

1. Introducción

Para el desarrollo de un análisis completo de dinámica de fluidos computacional, están las siguientes etapas:

Primero, se deben realizar cálculos previos. Para ello se debe formular el problema y plantear las ecuaciones que se usarán en este. Dentro de estas ecuaciones se encontrarán las condiciones iniciales y de borde, así como la elaboración de una malla de volúmenes finitos.

Después, se resolverán las ecuaciones planteadas con soluciones numéricas.

Finalmente, se realiza un análisis de los resultados. Esta cantidad de números deben reducirse a los fundamentales para una mayor facilidad de trabajo y de representación gráfica de los mismos.

Para la obtención de soluciones numéricas mencionada anteriormente, se requiere la discretización de ecuaciones. Para esto, el método actualmente más usado es el método de los volúmenes finitos.

La principal ventaja de este método es que la discretización espacial se lleva a cabo directamente en el espacio físico del problema (Sánchez, 2004). Por ende, la transformación de coordenadas no significa un problema.

Además, el método es muy flexible pues puede trabajar con mallas estructuradas y no estructuradas. Así como, bajo ciertas condiciones, es equivalente al método de diferencias finitas.

2. Objetivo

- Ejecutar simulaciones de OpenFoam en diferentes modelos evidenciando los campos de velocidades y campos de presiones.

3. Teoría y conceptos básicos

3.1 Preliminares

Campos de velocidades

Una de las propiedades más importantes de un fluido es su campo de velocidades, esto es debido a que la mayoría de otras propiedades para un fluido se pueden obtener directamente de esta, por ejemplo, el vector de desplazamiento, vector de velocidad angular local y flujo volumétrico.

Para el caso de los fluidos, la velocidad es un vector dependiente de posición y tiempo, y tiene 3 componentes escalares u , v y w .

$$V(x, y, z, t) = u(x, y, z, t)\hat{i} + v(x, y, z, t)\hat{j} + w(x, y, z, t)\hat{k}$$

Cuando las propiedades en el campo del fluido no varían con respecto al tiempo, este se considera un fluido estacionario. Se define como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

Esto indica que las propiedades puede variar entre el espacio del flujo (x, y, z) , pero se mantienen constantes en el tiempo. (Muñoz, 2012).

Campos de presiones

La presión se define como *una fuerza normal ejercida por un fluido por unidad de área (libro)*. En el sistema internacional (SI) su unidad es el *Pascal* ($1Pa = 1N/m^2$).

Entonces, un fluidos en reposo a una presión p ejerce una fuerza de $-pd\vec{S}$ sobre cualquier superficie plana en contacto con el fluido en el punto perpendicular a la superficie (Domingo, 2011). Por ende, la presión de un fluido depende su campo de presiones que se define como $p = p(x, y, z)$.

Líneas de Corriente

Las líneas de corriente son una de las líneas de flujo existentes. Esta se caracterizan por ser tangentes al vector velocidad en cada punto del campo de flujo (Muñoz, 2012).

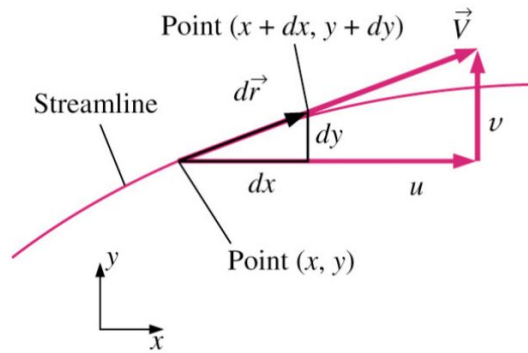


Figura 1. Línea de corriente

Para un flujo no estacionario, estas están definidas para un instante dado debido a que en este tipo de fluidos la magnitud y dirección del vector velocidad varían con respecto al tiempo y en cualquier punto.

Para un fluido estacionario, donde la velocidad no depende del tiempo (como se definió anteriormente), las líneas de corriente no varían de un instante a otro. Por ende, para una partícula localizada sobre una línea de corriente, esta permanecerá en esa línea de corriente.

Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales determinan el estado de las variables de los fluidos para un instante $t = 0$.

Condiciones de borde

Para toda simulación, se debe considerar una parte del dominio del fluido para la resolución de las ecuaciones. Esto da lugar a un contorno artificial en donde se establecen las condiciones de borde.

Estas se pueden clasificar en:

Condiciones de borde de flujo libre

Puede ser de entrada, salida o entrada/salida. Estas condiciones se especifican mediante las condiciones en el infinito.

Condiciones de contorno de pared

Modelan el comportamiento del flujo en las proximidades de la superficie. Está por ejemplo la condición de no deslizamiento (velocidad nula en el punto de contacto), o de tangencia (velocidad normal a la superficie igual a 0).

Estabilidad numérica

La estabilidad numérica es una propiedad de un algoritmo que hace que el algoritmo sea inmune al efecto acumulativo de errores de redondeo (Layne, 2007).

Por ende el nombre de “estabilidad”, pues permite que un algoritmo sea robusto, es decir, capaz de poder trabajar con distinta data pudiendo soportar los posibles errores e irregularidades que presente esta.

Convergencia

En matemáticas, convergencia describe un límite, particularmente en una secuencia o serie infinita hacia algún límite. Por ende, afirmar una convergencia es afirmar la existencia de un límite.

Esto es importante en la CDF pues esta trata de simular procesos físicos, y por lo tanto, está sujeto a los mismos problemas que intenta representar.

Por ello, la convergencia suele ser usada para medir el nivel de residuos, la cantidad por la cual no se satisfacen las ecuaciones discretizadas, para así poder tener una noción de la precisión del proceso elaborado.

Malla computacional

Para la CDF se emplean 3 tipos de discretizaciones. Primero, está la discretización espacial, la cual es completamente necesaria puesto que todos los demás métodos de discretización la requieren. Básicamente existen 2 tipos de mallado para la discretización espacial:

Mallados estructurados

Cada punto de la malla está inequívocamente identificado por los índices i, j, k , en coordenadas cartesianas, y las celdas de la malla son cuadriláteros en 2D y tetraedros y hexaedros en 3D.

Mallados no estructurados

En este tipo, las celdas y los nodos de la malla no tienen un orden específico, es decir, no se pueden identificarse directamente por índices establecidos. En este caso, los elementos de la malla son cuadriláteros y triángulos en 2D, y tetraedros y hexaedros en 3D.

Discretización numérica

La discretización numérica es un proceso importante en la Dinámica de fluidos Computacional (CFD) debido a que se hace es discretizar el flujo continuo, es decir, aproximar las variables del campo en un número finito de valores en puntos llamados nodos.

Asimismo, también se debe discretizar las ecuaciones, es decir, aproximarse en función de los nodos.

Para los métodos de discretización los más difundidos son:

Método de diferencias finitas

En este método se emplea el desarrollo de series de Taylor para discretizar las derivadas de las variables de un flujo (Versteeg, Malalasekera, 1995). Por ejemplo, teniendo que calcular la derivada de una función $F(x)$ en un punto x_o , tenemos:

$$F(x_o + \Delta x) = F(x_o) + \Delta x \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x_o} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \Big|_{x_o} + \dots + \frac{\Delta x^n}{n} \frac{\partial^n F}{\partial x^n} \Big|_{x_o}$$

Que es una aproximación de primer orden sería:

$$\frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x_o} = \frac{F(x_o + \Delta x) - F(x_o)}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

Como se puede ver, la ventaja del método de diferencias finitas es su simplicidad y que se puede aumentar la precisión del método con solo aumentar el orden de la aproximación de las derivadas.

Método de los volúmenes finitos

Este método discretiza las ecuaciones en cada uno de los poliedros (de la malla), en los que previamente se realizó la discretización espacial (Versteeg, Malalasekera, 1995).

La principal ventaja de este método es que la discretización espacial se lleva a cabo directamente en el espacio físico del problema, por lo que no hay problema con la transformación entre sistemas de coordenadas, a diferencia del método de diferencias finitas en donde, debido a que se requiere una malla estructurada, es un método menos flexible.

Por ende, el método de volúmenes finitos viene a ser un método flexible pues se puede usar en mallas estructuradas y no estructuradas.

Método de los elementos finitos

Este método se caracteriza por trabajar con mallas no estructuradas, que son justamente las usadas para estructuras más complejas (Versteeg, Malalasekera, 1995). Dependiendo del tipo de elementos y de la precisión que se quiera, la malla será más o menos fina de elementos.

Este método junto con el de volúmenes finitos suelen juntarse para, por ejemplo, tratar condiciones de entorno o discretización de flujos viscosos.

3.2 Tipos de flujo

Flujo laminar

Este tipo de flujo se caracteriza por tener un movimiento intensamente ordenado pues se componen de capas no alteradas formadas por partículas adyacentes del fluido, en láminas (Cengel, Cimbala 2006).

Este tipo de flujo es típico en fluidos con alta viscosidad pues está evitará un movimiento caótico del fluido.

El número de Reynolds (número adimensional que permite caracterizar un tipo de flujo) para un flujo laminar debe ser menor a 2300.

Flujo turbulento

Este tipo de flujo es la contraparte del flujo laminar. Se caracteriza por tener un movimiento caótico y desordenado (Cengel, Cimbala 2006). Es común en fluidos de baja viscosidad y que estén a altas velocidades.

El número de Reynolds para un flujo turbulento es mayor a 4000.

Flujo transitorio

Este tipo de flujo se ubica entre el flujo laminar y turbulento. Como su nombre lo indica, es un estado en el que un flujo deja de ser laminar y empieza a volverse más turbulento o viceversa.

El número de Reynolds para un flujo transitorio es entre 2300 y 4000.

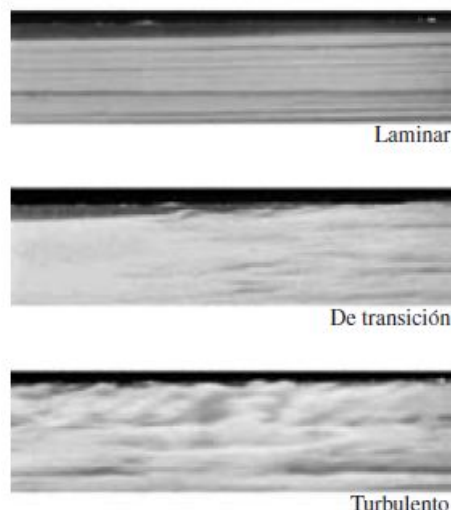


Figura 2. Vista de los tipos de flujo.

Flujo incompresible

Esta propiedad viene a ser una aproximación pues, un flujo incompresible se caracteriza por tener una densidad aproximadamente constante a lo largo de todo el flujo (libro).

Esto da a entender, que el volumen del flujo permanece constante en todo el movimiento de este.

Flujo estacionario

Un fluido estacionario se caracteriza porque su velocidad y densidad no varía con respecto al tiempo. Esto no quiere decir que la velocidad y la densidad deben de ser las mismas en dos puntos distintos, sino sólo que en un mismo punto no deben variar con el tiempo.

3.3 Ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos

Ecuación general de transporte

La ecuación general de transporte de Reynolds sirve para poder relacionar la tasa de cambio con respecto al tiempo de una propiedad extensiva (depende de la masa) con una propiedad intensiva (no dependen de la masa), debido a que esta ecuación proporciona un vínculo entre los enfoques de sistema y de volumen de control (Cengel, Cimbala 2006).

Esta ecuación varía de acuerdo si el volumen de control (VC) es fijo, móvil o deformable. Se define VC a la región de interés que se desea estudiar, y superficie de control (SC) al área que envuelve al VC.

Primero, considerando un VC fijo, cada área diferencial (dA) de la SC tendrá una velocidad V que formará un ángulo θ con la normal de dA , por ende, los flujos de entrada se definirán como $(VA \cos\theta)_{ent} dt$ cuando el flujo entre, y $(VA \cos\theta)_{sal} dt$ cuando salga.

Definiendo B como cualquier propiedad extensiva, y β como cualquier propiedad intensiva, tenemos la siguiente relación:

$$\beta = \frac{dB}{dm}$$

Donde m es masa, entonces la cantidad total de B en un volumen de control es:

$$B_{vc} = \int_{vc} \beta dm = \int_{vc} \beta \rho dVol$$

Entonces, se tendrán 3 casos:

- 1) Variación de β en el interior de VC:

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{vc} \beta \rho dV \right)$$

2) Flujo de β que abandona el VC:

$$\int_{sc} \beta \rho (V \cos \theta dA)_{sal}$$

3) Flujo de β que entra al VC:

$$\int_{sc} \beta \rho (V \cos \theta dA)_{ent}$$

Entonces, en el límite, el cambio instantáneo de B en el sistema es la suma de la variación interior más el flujo que sale menos el que entra.

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{vc} \beta \rho dV \right) + \int_{sc} \beta \rho (V \cos \theta dA)_{sal} - \int_{sc} \beta \rho (V \cos \theta dA)_{ent}$$

Esta sería la expresión del teorema del transporte de Reynolds para un volumen de control fijo arbitrario.

Podemos simplificar la expresión deficiente n como vector unitario normal hacia el exterior en cualquier punto, por lo que $V \cdot n = V$ para un flujo saliente, y $V \cdot n = -V$ para uno entrante.

Entonces la expresión se puede reducir a:

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{vc} \beta \rho dV \right) + \int_{sc} \beta \rho (V \cdot n) dA$$

Y por último, para un volumen de control en movimiento, con velocidad uniforme de V_s , considerando un observador fijo que al VC lo verá pasar con una velocidad de V_r definida por:

$$V_r = V - V_s$$

Donde V es la velocidad de fluidos respecto al sistema de referencia que se mida la velocidad del VC. Entonces la expresión queda como:

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{vc} \beta \rho dV \right) + \int_{sc} \beta \rho (\overline{V_r} \cdot \overline{n}) dA$$

Como se puede ver en todas las expresiones, se ve la relación entre una propiedad extensiva B con una propiedad intensiva β . Es de esta manera, que se pueden obtener las demás ecuaciones básicas de la mecánica de fluidos.

Ecuación de la conservación de la masa

La ecuación de conservación de la masa para un sistema cerrado que pasa por un cambio se expresa como $m_{sist} = cte$, lo cual indica que la masa en el sistema permanece constante durante un proceso.

Para un VC, el balance de masa se expresa como:

$$m_{ent} - m_{sal} = \frac{dm_{VC}}{dt}$$

Donde m_{ent} y m_{sal} son flujo de masa entrante y saliente respectivamente. Y $\frac{dm_{VC}}{dt}$ es la razón de cambio de la masa dentro de las fronteras del volumen.

Ecuación de la cantidad de movimiento

La cantidad de movimiento o momento lineal está definido por el producto de la masa y la velocidad de un cuerpo.

Siendo \overline{P} cantidad de movimiento de un cuerpo, estaría representado de la siguiente manera:

$$\overline{P} = m \cdot \overline{V}$$

Siendo m la masa del cuerpo y \overline{V} el vector velocidad.

Cuando la fuerza neta sobre el sistema es 0, entonces la cantidad de movimiento permanece constante, esto es debido a la 2da Ley de Newton:

$$\overline{F}_n = m \cdot \overline{a}$$

Si la fuerza neta (\overline{F}_n) es 0, entonces:

$$0 = \frac{d\overline{V}}{dt} \Rightarrow \frac{d\overline{P}}{dt} = 0$$

Esto se conoce como el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

Ecuación de la Energía

Para un claro entendimiento de las ecuaciones de Energía, se necesita mencionar el principio de conservación de la energía (también conocida como la primera ley de la termodinámica), la cual expresa que la energía no se puede crear ni destruir en el transcurso de un proceso; solo puede cambiar de formas.

El cambio de energía de un sistema es igual a la entrada y salida de energía en este, de esta manera podemos expresar el principio de conservación de la energía.

$$E_{ent} - E_{sal} = \Delta E$$

En vista que para definir el cambio de energía se necesita conocer la energía entrante y saliente, es importante especificar un sistema, para así identificar con claridad las fronteras en el análisis.

Para una cantidad fija masa (un sistema cerrado) puede haber intercambio de energía por medio de 2 mecanismos transferencia de calor Q , y transferencia de trabajo W (Cengel, Cimbala 2006).

Entonces, la conservación de la energía para una masa fija se puede expresar como:

$$\dot{Q}_{ent\ neta} + \dot{W}_{ent\ neta} = \frac{dE_{sist}}{dt} \quad \text{o} \quad \dot{Q}_{ent\ neta} + \dot{W}_{ent\ neta} = \frac{d}{dt} \int_{sist} \rho e \, dV_{ol}$$

donde $\dot{Q}_{ent\ neta} = \dot{Q}_{ent} - \dot{Q}_{sal}$ es la razón neta de transferencia de calor, y $\dot{W}_{ent\ neta} = \dot{W}_{ent} - \dot{W}_{sal}$ es la razón neta de potencia hacia el sistema de todas las formas y $\frac{dE_{sist}}{dt}$ es la razón de cambio de la energía total del sistema.

Para sistemas compresibles, la energía total consiste en la energía interna, la cinética y la potencial, expresada de la siguiente manera:

$$e = u + e_c + e_p = u + \frac{V^2}{2} + gz$$

En donde e y u son energía total y energía interna por unidad de masa respectivamente. V es velocidad y z es la elevación del sistema en relación con algún punto externo de referencia.

Finalmente, para obtener una relación de energía para un volumen de control, se aplica el teorema de Reynolds (mencionado anteriormente) donde se reemplaza B por E , y β por e , esto conduce a:

$$\frac{dE_{sist}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{vc} \rho e \, dV_{ol} + \int_{sc} \rho e (\overline{V_r} \cdot \overline{n}) dA$$

donde,

$$e = u + \frac{V^2}{2} + gz.$$

3.4 Teoría de la capa límite

La teoría de la capa límite nace con el objetivo de poder permitir el uso de la ecuación de Navier-Stokes en flujos de geometrías complejas, pues las soluciones que se tenían este tipo de geometría carecían de significado físico y se necesitaba de resultados experimentales para comprobar las conclusiones.

Esta se basa en lo siguiente; la idea es dividir el flujo en 2 regiones: una región de flujo exterior, y una región de flujo interior que se llamará capa límite, la cual será una región de flujo muy delgada cerca de una pared sólida donde las fuerzas viscosas y la rotacionalidad no se podrá ignorar (Cengel, Cimbala 2006).

De esta manera, las soluciones planteadas se podrán usar en la región de flujo exterior (ecuación de Euler, ecuaciones de flujo potencial, etc), mientras que para la región de flujo interior se usarán las ecuaciones de capa límite, que son en sí aproximaciones de la ecuación de Navier-Stokes.

En la actualidad, se puede usar CFD para resolver el conjunto completo del flujo (región exterior e interior), pero el uso de la capa límite reduce significativamente el cálculo de la solución.

3.5 Teoría y explicación por término de la ecuación de Navier-Stokes

La ecuación de Navier-Stokes se puede expresar de la siguiente manera para los ejes x, y, z :

$$\begin{aligned}\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) &= \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) && \text{para eje } x \\ \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) &= \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) && \text{para eje } y \\ \rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) &= \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) && \text{para eje } z\end{aligned}$$

Para explicación, se centrará en la ecuación en el eje x .

Esta ecuación, por muy larga que se vea, en realidad viene a ser la expresión de que la suma de las fuerzas es igual a la masa por la aceleración (2da Ley de Newton). Para tener una mejor visualización de esto, es mejor invertir la ecuación.

$$\rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

Sabiendo que $u = u(x, y, z, t)$, entonces la aceleración en el eje x , se representaría de la siguiente forma:

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{du}{dt} + \frac{du}{dx} \frac{dx}{dt} + \frac{du}{dy} \frac{dy}{dt} + \frac{du}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} + w \frac{du}{dz}$$

Donde $\frac{du}{dt}$ vendría a ser la aceleración local mientras $u\frac{du}{dx} + v\frac{du}{dy} + w\frac{du}{dz}$ serían la aceleración convectiva.

Ahora, para poder representar las fuerzas que ocurren en un elemento diferencial del fluido, modelamos este como un cubo, en donde los esfuerzos normales y de corte estarían representados de la siguiente manera:

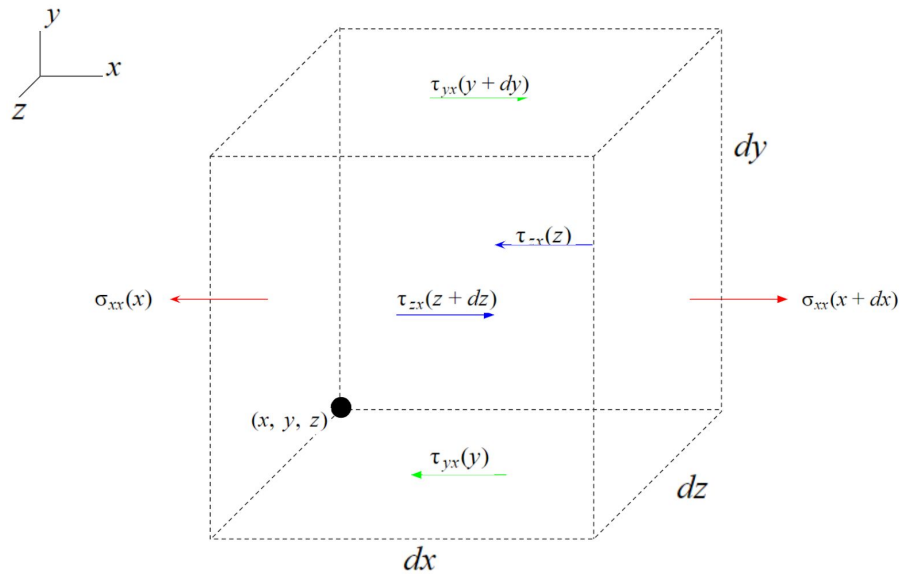


Figura 3. Esfuerzos en elemento diferencial del fluido.

En donde el peso es representado con la siguiente expresión:

$$mg_x = \rho \, dx \, dy \, dz \, g_x$$

Finalmente, usando la 2da Ley de Newton, obtendremos la siguiente ecuación:

$$\rho g_x \, dx \, dy \, dz + \sigma_{xx}(x+dx) \, dy \, dz - \sigma_{xx}(x) \, dy \, dz + \tau_{yx}(y+dy) \, dx \, dz - \tau_{yx}(y) \, dx \, dz + \tau_{zx}(z+dz) \, dx \, dz - \tau_{zx}(z) \, dx \, dz = \rho \, dx \, dy \, dz \, a_x$$

Donde al dividirla toda entre el volumen $dx \, dy \, dz$ obtendremos:

$$\rho g_x + \frac{\sigma_{xx}(x+dx) - \sigma_{xx}(x)}{dx} + \frac{\tau_{yx}(y+dy) - \tau_{yx}(y)}{dy} + \frac{\tau_{zx}(z+dz) - \tau_{zx}(z)}{dz} = \rho a_x$$

En donde cuando dx , dy y dz se aproximan al 0, se obtiene la siguiente forma diferencial:

$$\rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho a_x$$

Entonces, esta ecuación representa la sumatoria de las fuerzas en el eje x, debido a la gravedad, las fuerzas normales y los esfuerzos de corte, igual a la densidad por aceleración

en x. Si la aceleración en x la descomponemos en su aceleración local y sus componentes convectivos, obtenemos:

$$\rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \left(\frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} + w \frac{du}{dz} \right)$$

Entonces finalmente, para poder llegar a la ecuación de Navier-Stokes, se deben de expresar los esfuerzos en relación a la velocidad y viscosidad del fluido. Para ello se usan las ecuaciones constitucionales para fluidos Newtonianos, que son las siguientes:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \sigma_{yy} &= -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \sigma_{zz} &= -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} & \tau_{zx} &= \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

Entonces, reemplazando y reordenando los términos obtenemos la siguiente expresión:

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + u \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho \left(\frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} + w \frac{du}{dz} \right)$$

Pero, la expresión $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$, esto debido a la ley de continuidad (puesto que estamos suponiendo un fluido incompresible).

Entonces, finalmente, invirtiendo la ecuación podemos ver la obtención de la ecuación de Navier-Stokes en el eje x.

$$\rho \left(\frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} + w \frac{du}{dz} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + u \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

4. RECURSOS

- Materiales: Geometría y malla del tutorial de OpenFOAM
- Equipos: Computadora de escritorio o laptop
- Instrumentos o herramientas: OpenFOAM con solvers IcoFoam y SimpleFoam

5. DESARROLLO

Escriba las instrucciones en la terminal que utilizará para correr los modelos Elbow y AirFoil2d. Tome como referencia el ejemplo presentado para Cavity

Modelo Cavity	Modelo Elbow c.	Modelo Airfoil 2d
\$ cd cavity \$ blockMesh \$ icoFoam	\$ cd elbow \$ fluentMeshToFoam elbow.msh \$ icoFoam	\$ cd airFoil2D \$ simpleFoam \$ paraFoam

\$ icoFoam > info \$ paraFoam	\$ paraFoam	
----------------------------------	-------------	--

6. RESULTADOS Y DISCUSIONES

- Exporte los resultados gráficos en formato “.png” obtenidos en ParaView correspondientes a la última etapa de la simulación.

Todos los casos correspondientes tienen imágenes del campo de velocidades, de las presiones en toda el volumen de control, en los dos primeros casos se aplicó el filtro para permitir ver cómo se comportaba vectorialmente la velocidad en ese instante de tiempo (la última etapa de la simulación) y en el último se aplicó el filtro para ver las líneas de corriente.

Cavity

Parámetro modificado: Se modificaron las dimensiones del volumen de control en el eje Y (reducida a la mitad de su valor original)

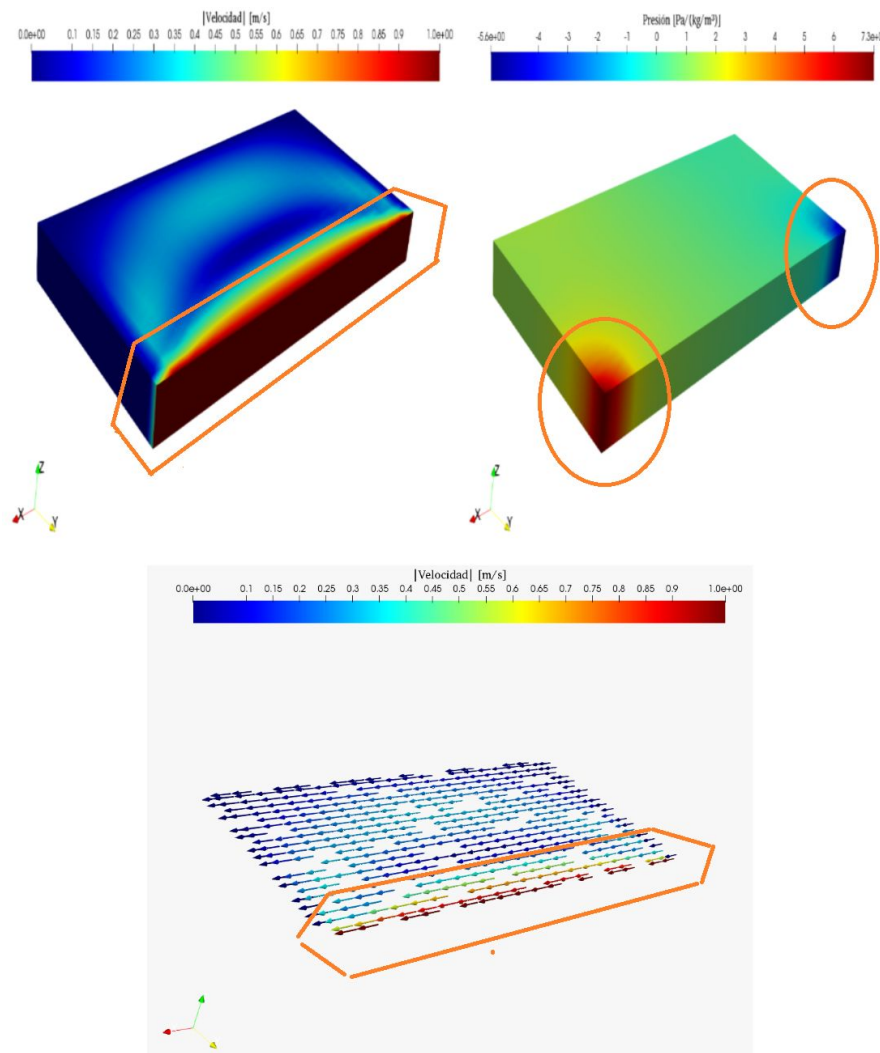


Figura 4. Campo de presión, velocidad, líneas de corriente. Cavity.

Elbow

Parámetro modificado 1: Velocidad de la entrada de flujo de menor diámetro se hizo igual a cero.

Parámetro modificado 2: El tiempo final se extendió a 10 s.

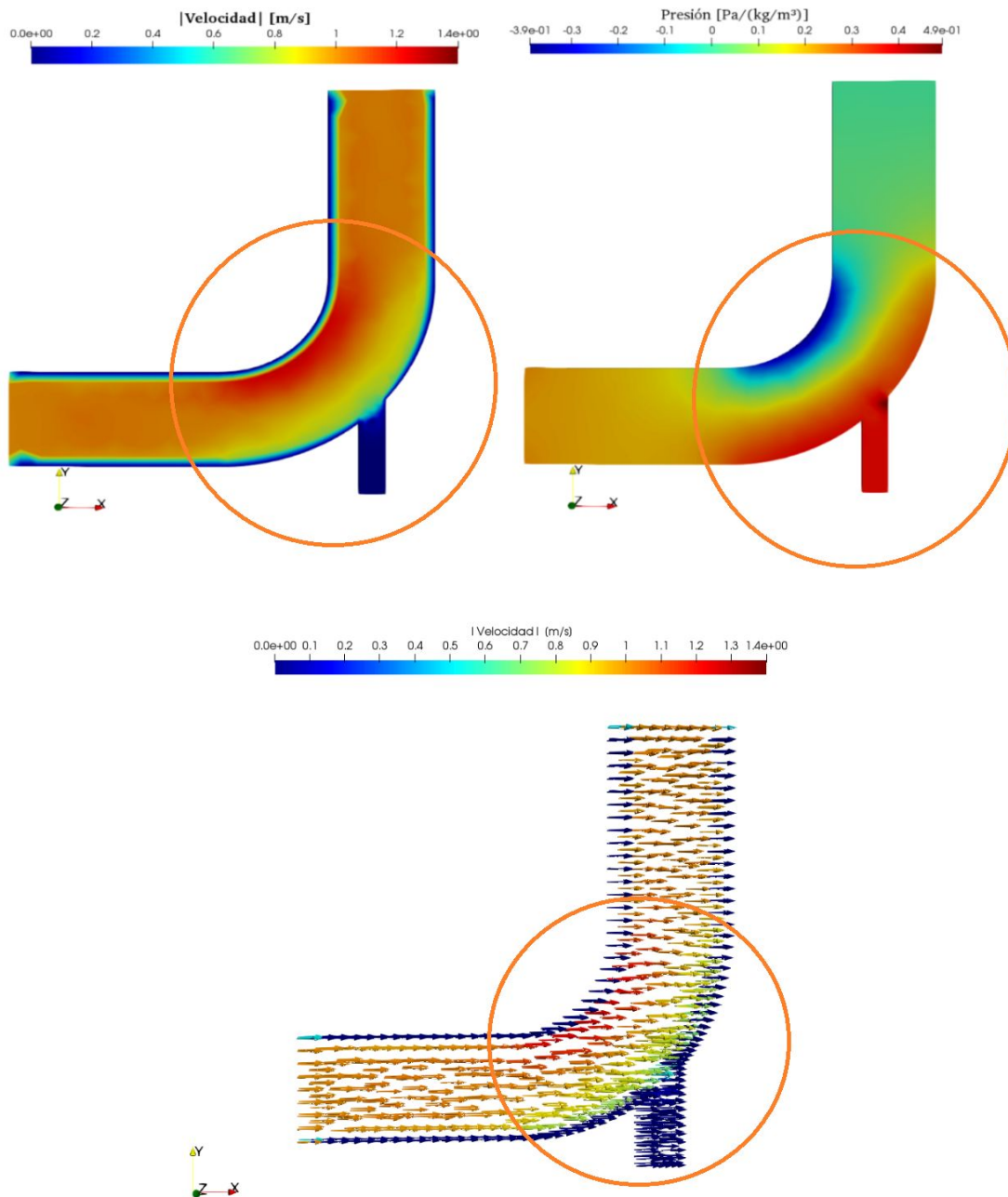


Figura 5. Campo de presión, velocidad, líneas de corriente. Elbow.

AirFoil2D

Parámetro modificado: Se aumentó 3 veces el valor de la velocidad en la componente Y.

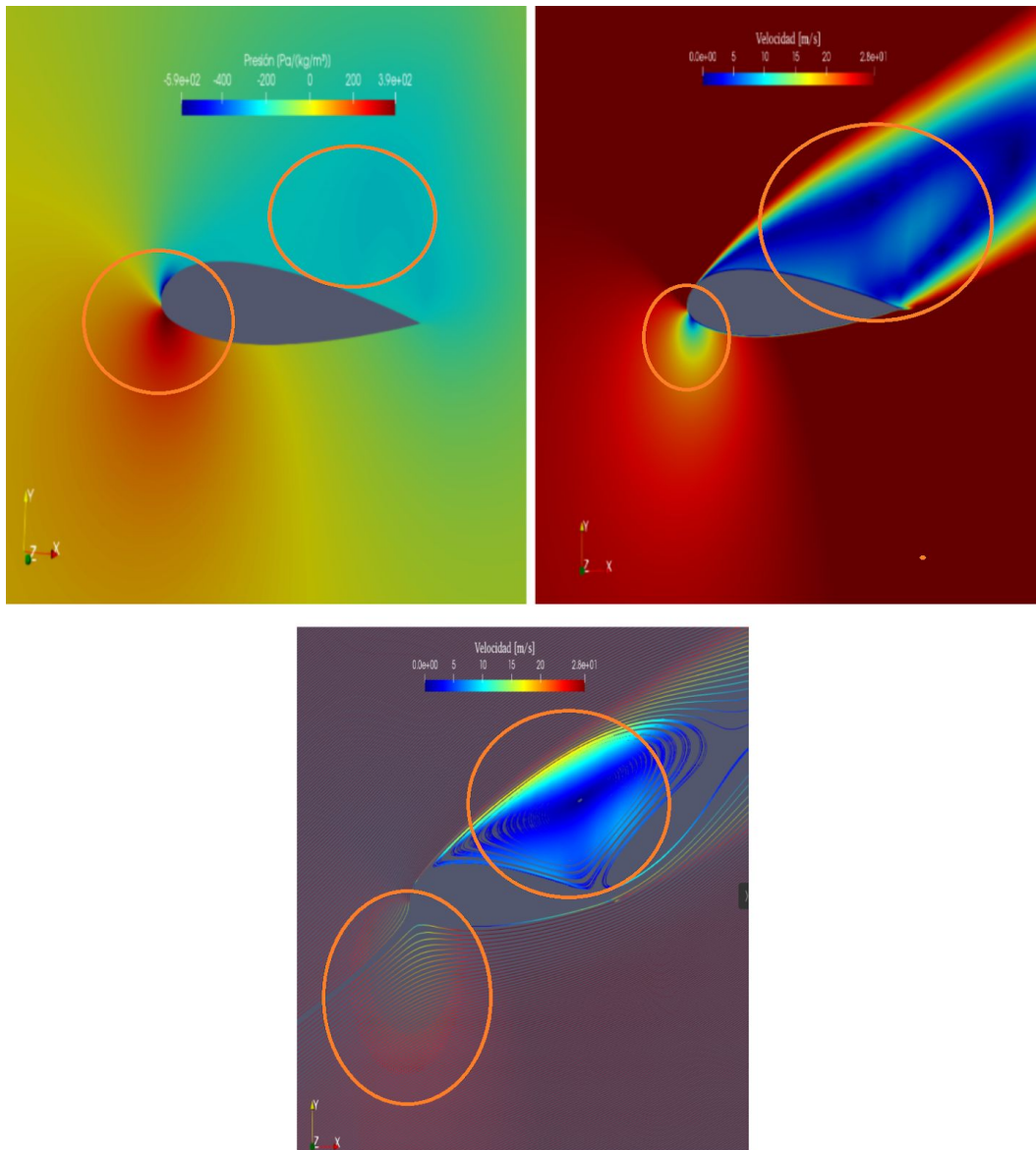


Figura 6. Campo de presión, velocidad, líneas de corriente. AirFoil2D.

- Comente sus apreciaciones sobre los campos de velocidades y campos de presiones en las zonas críticas que tenga la geometría de estudio. Señale estas zonas en su gráfica.

Las zonas críticas para cada caso se encuentran señaladas con color naranja en las imágenes previas.

Cavity

Para el campo de presiones se puede observar que hay dos regiones con valores significativamente distintos, se registraron las mayores ($7.3 \text{ Pa}/(\text{kg}/\text{m}^3)$) y menores

(azul, $-5.6 \text{ Pa}/(\text{kg}/\text{m}^3)$) presiones en dichas regiones, a diferencia del resto del volumen de control, en donde los valores oscilan entre 0 y $1 \text{ Pa}/(\text{kg}/\text{m}^3)$

Para el campo de velocidades, se observa que la mayor velocidad (rojo, 1 m/s) se da en la zona cercana al límite del volumen de control, mientras que a medida que se aleja de dicha región va disminuyendo concéntricamente; esto se puede verificar de una mejor perspectiva al observar el campo de manera vectorial en la tercera imagen.

Elbow

Para el campo de presiones se puede observar que hay dos regiones con valores significativamente distintos igual que en el caso anterior, se registraron las mayores (rojo, $0.4 \text{ Pa}/(\text{kg}/\text{m}^3)$) y menores (azul, $-0.4 \text{ Pa}/(\text{kg}/\text{m}^3)$) presiones en dichas regiones.

Para el campo de velocidades, se observa que la mayor velocidad (rojo, 1.35 m/s) se da en la zona interna de la curvatura, mientras que a medida que se aproxima a la región va externa va disminuyendo.

Recordando de que se hizo cero la velocidad del flujo en la entrada de menor diámetro, se verifica con mayor facilidad en el campo de velocidades que el fluido tiene exactamente el mismo comportamiento en la entrada de mayor diámetro y en la salida (del mismo diámetro), esto sabiendo que las condiciones de simulación en la etapa pre-proceso fijan como fluido estable e incompresible al presente fluido. También cumple con la relación entre presión y velocidad, a mayor velocidad menor presión.

Se aprecia que en toda la región límite del conducto se cumple la condición de no deslizamiento.

También cabe señalar que el alcance de desarrollo del fluido ya no se ve limitado por el tiempo en el que se se simula, ya que se aumentó a un total de 10 segundos.

AirFoil2D

Se registraron las mayores (rojo, $390 \text{ Pa}/(\text{kg}/\text{m}^3)$) y menores (azul, $-590 \text{ Pa}/(\text{kg}/\text{m}^3)$) presiones en las zonas donde el fluido empieza a tener contacto con el cuerpo.

Para el campo de velocidades, se observa que la mayor velocidad (rojo, 28 m/s) se da en zonas en donde el fluido no tiene contacto con el cuerpo. Recordando de que se aumentó 3 veces la componente Y de la velocidad del flujo, induciendo un ángulo diferente en el que el fluido iba a incidir en el objeto. Se verifica el efecto que se desea probar con mayor facilidad en el campo de velocidades que la zona posterior al fluido tiene velocidades reducidas (cercanas a 0) y comprobándolo en la gráfica de líneas de corriente se observa cómo estas líneas continúan su camino sin 'envolver' otra vez al cuerpo una vez hayan terminado de recorrerlo, lo que puede interpretarse como la separación del flujo del fluido de la superficie del objeto, tomando en su lugar las formas de remolinos y vórtices (como se muestra en la siguiente imagen)

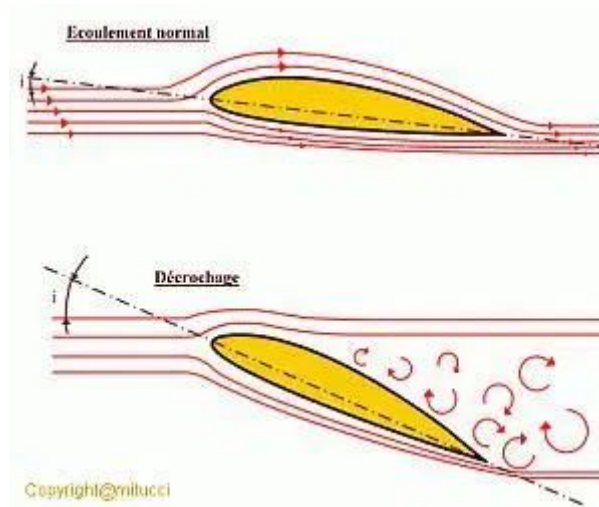


Figura 7. Ala en un flujo de aire (*Le décrochage*. - Ciel Québécois, 2014)

Se aprecia que en toda la región límite del conducto se cumple la condición de no deslizamiento.

- Comente las dificultades que se le presentaron en el desarrollo de la práctica.

Los inconvenientes generalmente estaban relacionados con el modelo AirFoil2D, el cual tardó tiempo regular en correr debido a la capacidad computacional limitada.

VII. CONCLUSIONES

- Modelo Cavity

El campo de presiones no brinda mucha información acerca del comportamiento del fluido, de modo contrario, el campo de velocidades (y el vectorial también) indica cómo es que evoluciona a lo largo del volumen de control, especialmente en un punto crítico como el límite independientemente de la geometría que fue modificada a la mitad de su valor en un eje.

- Modelo Elbow

El campo de presiones y de velocidades ayudan a facilitar la información acerca de que en las zonas internas de la curvatura el fluido aumenta su velocidad y de modo contrario en las zonas externas. Se cumple que el caudal de entrada es igual al caudal de salida. El fluido se ve completamente desarrollado con el tiempo modificado

- Modelo Airfoil2d

Al aumentar las componente Y de la velocidad del fluido se indujo un ángulo diferente de inclinación en el patrón de flujo presente, las líneas de corriente, así como el campo de presiones y el de velocidades sugieren que el fluido presenta remolinos y bajas velocidades en la zona posterior-adyacente del objeto.

VIII. CUESTIONARIO

Responda las siguientes preguntas:

a. Desde la óptica biomédica ¿En qué casos prácticos ejecutaría usted la simulación de fluidos con IcoFoam? Desarrolle un ejemplo.

Para los procesos de diálisis, se necesita extraer la sangre con alta carga de residuos ya que el riñón es incapaz de realizarlo por un fallo en la funcionalidad renal, para ello después de recorrer un conducto y filtrarse por una membrana permeable esta sangre ahora más purificada se retorna al cuerpo por otro conducto. Se considera esencial para el diseño de las máquinas dializadoras el realizar un análisis computacional de la dinámica de fluidos (CFD) considerando el comportamiento de la sangre antes y después de pasar por la membrana permeable que purifica la sustancia.

b. ¿Cuál es la relación entre la pérdida de velocidad y el diámetro de la sección?

La velocidad varía inversamente con el cuadrado del diámetro, ya que $V = Q \times A$ (Q =caudal y A = sección = $\pi \times r^2$), entonces la pérdida de velocidad significaría un aumento de diámetro.

c. ¿Cuáles son los puntos críticos donde conviene estudiar estas geometrías? ¿Por qué estudiar las zonas críticas?

Estos modelos tienden a cambiar la direccionalidad de los patrones del flujo en geometrías curvas donde se evidencian también cambios de presión que pueden ser perjudiciales como se explicará en la siguiente pregunta, además también se debe considerar un punto crítico la intersección entre dos fluidos, ya que dependiendo de las características de estos uno puede verse perturbado por el otro, induciendo así cambios en su comportamiento relegándose también en cambios de presión.

d. ¿Qué es la cavitación? ¿Cuándo ocurre?

Es un fenómeno físico, mediante el cual un líquido en determinadas condiciones (Alta presión diferencia, baja contrapresión, alta velocidad del fluido) pasa a estado gaseoso y unos instantes después vuelve a estado líquido, ocurre frecuentemente en sistemas hidráulicos cuando ocurren cambios bruscos de velocidad del líquido (e.g. Alabes de turbinas, Rodetes de bombas, Hélices de barcos, Estrangulamientos bruscos, Regulación mediante orificios, válvulas reguladoras). (Inga Nataly Veraliz, 2018)

El líquido se evapora cuando la energía no es suficiente para mantener las moléculas unidas; estas se separan unas de otras apareciendo burbujas de vapor que se deforman al incrementarse la presión y finalmente explotando.

El fenómeno generalmente va acompañado de ruido y vibraciones, lo que contribuye a una pérdida adicional de rendimiento en los dispositivos sometidos a este fenómeno.

Referencias

1. Yunus A. Cengel, John M. Cimbala. (2006). *Mecánica de Fluidos*. México, D.F.: McGraw-Hill.
2. Armando Muñoz. (2012) *Conceptos fundamentales para el análisis del flujo de fluidos*. Universidad de Guanajuato.
3. Agustín Martín Domingo. (2011). *Apuntes de Mecánica de Fluidos*. Universidad Politécnica de Madrid.
4. Manuel Luna Laynez. (2007). *Introducción al Cálculo Numérico*. Universidad de Sevilla.
5. H. Versteeg, W. Malalasekera (1995) *An introduction to computational fluid dynamics*. Longman Scientific & Technical.
6. Sánchez Vázquez, J. (2004). Dinámica de Fluidos computacional (CFD). *Simulación numérica directa en paralelo de las ecuaciones de Navier-Stokes en flujos con capa límite desprendida*, 65-72.
7. *Le décrochage*. - Ciel Québécois. (2014, July 14). Ciel Québécois; Ciel Québécois. <http://www.cielquebecois.com/blogues/blogue-de-instructeur/le-decrochage-peut-il-survenir-nimporte-quand/>
8. Inga Nataly Veraliz. (2018, March 15). *Cavitación en un sistema Hidráulico* - MasScience. MasScience. <https://www.masscience.com/2018/03/15/cavitacion-en-un-sistema-hidraulico/>(Sin