

Fundamentos Mecánica de Fluidos I

Fluido estable e inestable, flujo laminar y turbulento, fluidos compresibles e incompresibles, viscoelasticidad y viscoplasticidad

Jhon Gesell Villanueva Portella¹ & Juan Manuel Zuñiga Mamani¹

¹Universidad Peruana Cayetano Heredia.
Facultad de Ciencias y Filosofía.
Escuela Profesional de Ingeniería Biomédica.

24 de abril de 2020

Contenido

1 Refuerzo

Contenido

1 Refuerzo

Soluciones aproximadas de la ecuación de Navier Stokes

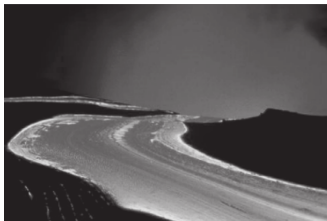


Figura: El flujo de lava de un volcán es un ejemplo de flujo trepador: la viscosidad de la roca fundida es tan grande que el número de Reynolds es pequeño aún cuando las escalas de longitud sean grandes.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 491



01. Introducción 01/03

La mayoría de los problemas prácticos de la mecánica de fluidos no puede resolverse de manera analítica y demanda ya sea 1) mayores aproximaciones o 2) ayuda de computadora. Consideraremos a los flujos en estudio como incompresibles del tipo de fluido newtonianos.

Una solución aproximada se define como aquella donde la ecuación de Navier-Stokes se simplifica en alguna región del flujo antes de inclusive comenzar la solución. En otras palabras se comienzan a eliminar terminos dependiendo de la clase de problema, el cual puede diferir una región del flujo a otra.

Los fluidos estáticos pueden considerarse como una solución aproximada de Navier-Stokes. La aproximación es que los términos inercial y viscoso en la ecuación de Navier-Stokes son despreciablemente pequeños en comparación con los términos de presión y gravedad. Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 492



01. Introducción 03/03

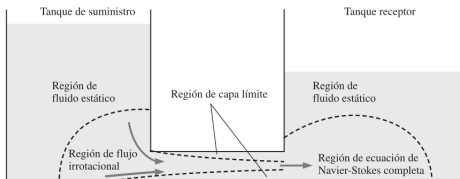


Figura: Una aproximación particular de la ecuación de Navier-Stokes es adecuada sólo en ciertas regiones del campo de flujo; otras aproximaciones pueden no ser adecuadas en otras regiones del campo de flujo.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 493

02. Ecuaciones adimensionalizadas de movimiento 01/04

Se desea eliminar las dimensiones de las ecuaciones de movimiento, de modo que puedan compararse de manera adecuada las órdenes de magnitud de los diversos términos de las ecuaciones, para ello comenzamos con la ecuación de continuidad de flujo incompresible:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$$

y la forma vectorial de la ecuación de Navier-Stokes, valida para flujo incompresible de un fluido newtoniano con propiedades constantes:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \left(\vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{V} \right] = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V}$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 493



02. Ecuaciones adimensionalizadas de movimiento 02/04

Mostramos algunos parámetros de escalamiento o repetitivos característicos que se usan para eliminar las dimensiones de las ecuaciones de movimiento.

Parámetro de escalamiento	Descripción	Dimensiones primarias
L	Longitud característica	$\{L\}$
V	Velocidad característica	$\{L t^{-1}\}$
f	Frecuencia característica	$\{t^{-1}\}$
$P_0 - P_\infty$	Diferencia de presión de referencia	$\{m L^{-1} t^{-2}\}$
g	Aceleración gravitacional	$\{L t^{-2}\}$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 494

02. Ecuaciones adimensionalizadas de movimiento 03/04

Luego se definen algunas variables adimensionales y un operador adimensional con base en los parámetros de escalamiento de la tabla mostrada en el slider anterior.

$$t^* = ft \quad \vec{x}^* = \frac{\vec{x}}{L} \quad \vec{V}^* = \frac{\vec{V}}{V}$$

$$P^* = \frac{P - P_\infty}{P_0 - P_\infty} \quad \vec{g}^* = \frac{\vec{g}}{g} \quad \vec{\nabla}^* = L\vec{\nabla}$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 494

02. Ecuaciones adimensionalizadas de movimiento 04/04

Luego de haber multiplicado los terminos de la ecuación de Navier-Stokes por sus respectivos factores se obtiene.

$$[\text{St}] \frac{\vec{\partial} V^*}{\partial t^*} + (\vec{V}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \vec{V}^* = -[\text{Eu}] \vec{\nabla}^* P^* + \left[\frac{1}{\text{Fr}^2} \right] \vec{g}^* + \left[\frac{1}{\text{Re}} \right] \nabla^{*2} \vec{V}^*$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 495



02. Ecuaciones adimensionalizadas de movimiento 04/

Mostramos algunos parámetros de escalamiento o repetitivos característicos que se usan para eliminar las dimensiones de las ecuaciones de movimiento.

Parámetro de escalamiento	Descripción	Dimensiones primarias
L	Longitud característica	$\{L\}$
V	Velocidad característica	$\{Lt^{-1}\}$
f	Frecuencia característica	$\{t^{-1}\}$
$P_0 - P_\infty$	Diferencia de presión de referencia	$\{mL^{-1}t^{-2}\}$
g	Aceleración gravitacional	$\{Lt^{-2}\}$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 494

03. Aproximación de flujo de Stokes



Figura: El lento flujo de un líquido muy viscoso, en este caso la miel, se clasifica como flujo de Stokes.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 496

Fuerza de arrastre sobre una esfera en flujo de Stokes

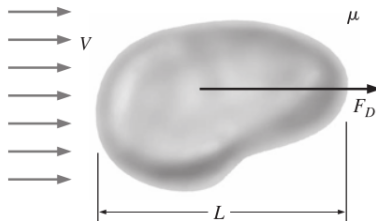


Figura: Para flujo de Stokes sobre un objeto tridimensional la fuerza de arrastre sobre el objeto no depende de la densidad, sino sólo de la velocidad V , alguna longitud característica del objeto L y la viscosidad del fluido μ .

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 499

04. Aproximación para regiones invíscidas de flujo

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right] = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{g}$$

Figura: Ecuación de Euler.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 501

Derivación de la ecuación de Bernoulli en regiones inviscidas de flujo

$$(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = \vec{\nabla}\left(\frac{V^2}{2}\right) - \vec{V} \times (\vec{\nabla} \times \vec{V})$$

Figura: Ecuación de Euler.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 502

05. La aproximación de flujo irrotacional

$$\vec{\zeta} = \vec{\nabla} \times \vec{V} \equiv 0$$

Figura: Aproximación irrotacional.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 505

Ecuación de continuidad

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \phi = 0 \quad \text{Por lo tanto, si } \vec{\nabla} \times \vec{V} = 0, \text{ entonces } \vec{V} = \vec{\nabla} \phi$$

Figura: Identidad vectorial.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 505

Ecuación de cantidad de movimiento

$$\mu \nabla^2 \vec{V} = \mu \nabla^2 (\vec{\nabla} \phi) = \mu \vec{\nabla} (\underbrace{\nabla^2 \phi}_0) = 0$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 507

Deducción de la ecuación de Bernoulli en regiones irrotacionales de flujo

$$\vec{\nabla} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) = 0$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 507

Regiones irrotacionales bidimensionales de flujo

En regiones irrotacionales de flujo...

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 510

Regiones de flujo planar irrotacional

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 511

Regiones irrotacionales de flujo aximétrico

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 512

Resumen de regiones irrotacionales de flujo bidimensional

Componentes de velocidad para regiones irrotacionales de flujo bidimensional y estacionario de fluido incompresible en términos de función potencial de velocidad y función de corriente en varios sistemas coordenados.

Descripción y sistema coordenado	Componente de velocidad 1	Componente de velocidad 2
Planar; coordenadas cartesianas	$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}$	$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$
Planar; coordenadas cilíndricas	$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$	$u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \psi}{\partial r}$
Axisimétrico; coordenadas cilíndricas	$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}$	$u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 513

Superposición de flujo en regiones irrotacionales

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$

Figura: Superposición de dos campos de flujo irrotacional

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 451

Flujo planares irrotacionales elementales

La superposición permite sumar dos o más soluciones simples de flujo irrotacional, para crear un campo de flujo más complejo (y con la esperanza de ser más significativo físicamente). Por lo tanto, es útil establecer una colección de flujos irrotacionales que sirvan como bloques de la construcción elemental con los que se pueda construir una diversidad de flujos más prácticos...

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 514

Flujo irrotacional formados por superposición

Ahora se tiene un conjunto de flujos irrotacionales de bloques de construcción, y se está listo para construir algunos campos de flujo irrotacionales más interesantes mediante la técnica de superposición. Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 521

Superposición de un sumidero lineal y un vórtice lineal

$$\psi = \frac{\dot{V}/L}{2\pi} \theta - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$

Figura: Superposición.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 521

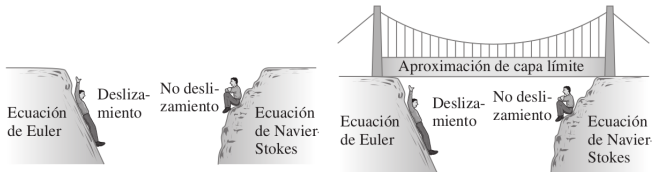
Superposición de un flujo uniforme y un doblete: flujo sobre un cilindro circular

$$\psi = V_{\infty} r \sin \theta - K \frac{\sin \theta}{r}$$

Figura: Superposición.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 522

06. La aproximación de capa límite



- (a) Entre la ecuación de Euler (que permite el deslizamiento en las paredes) y la ecuación de Navier-Stokes (que apoya la condición de no deslizamiento) existe un gran vacío.
- (b) La aproximación de capa límite tiende a cerrar ese vacío.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 451

Ecuaciones de la capa límite

$$\phi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta_1 = \frac{\Gamma}{2\pi} \arctan \frac{y-b}{x-a} \quad (10-47)$$

Vórtice lineal en el punto (a, b) :

$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r_1 = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

Figura: Sistema coordenado para capa límite de flujo sobre un cuerpo; x sigue la superficie y, por lo general, se establece en cero el punto de estancamiento frontal del cuerpo, y y localmente es normal a la superficie en todas partes.

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 535

El procedimiento de capa límite

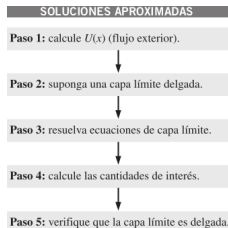


Figura: Resumen del procedimiento de capa límite, para capas límite bidimensionales de flujo estacionario e incompresible en el plano xy .

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 540

Espesor de desplazamiento

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

Figura: Espesor de desplazamiento

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 544

Espesor de la cantidad de movimiento

$$0 = \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = \underbrace{w\rho \int_0^{Y+\delta^*} u dy}_{\text{en la posición } x} - \underbrace{w\rho \int_0^Y U dy}_{\text{en } x=0}$$

Figura: Espesor de desplazamiento

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 547

Capa límite turbulenta sobre una placa plana

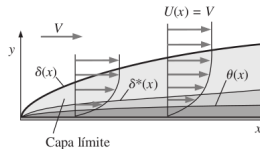


Figura: Para una capa límite laminar sobre placa plana, el espesor de desplazamiento es 35.0 por ciento de δ , y el espesor de la cantidad de movimiento es 13.5 por ciento de δ .

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 548

Capas límite con gradientes de presión

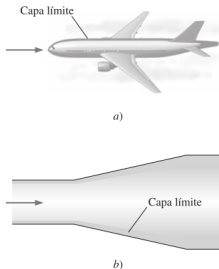


Figura: Las capas límite con gradientes de presión distintos de cero ocurren tanto en flujos externos como en internos: a) capa límite que se forma a lo largo del fuselaje de un avión y hacia la estela, y b) capa límite que crece a lo largo de la pared de un difusor (en ambos casos está exagerado el espesor de la capa límite).

Técnica de la integral de la cantidad de movimiento para capas límite

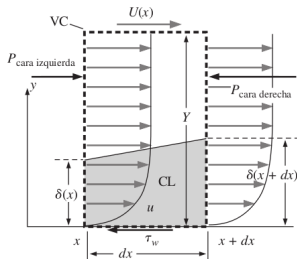


Figura: Volumen de control (línea negra punteada gruesa) que se usa en la deducción de la ecuación integral de la cantidad de movimiento (CL se refiere a capa límite).

Mecánica de fluidos por Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, pág. 559

Contenido

2 Referencias

Referencias



Fundamentos y Aplicaciones de Mecánica de Fluidos.

Yunus Cengel y John Cimbala.

Editorial McGraw-Hill (2006)



Mecánica de Fluidos - Problemas resueltos.

Josep M. Bergadà Graño.

Editorial de la Universidad Politècnica de Catalunya (2006)



Biofluid Mechanics Applications.

Ali Ostadfar.

Editorial Elsevier (2016)



Biofluid Mechanics

David A. Rubenstein.

Editorial Elsevier (2015)

Referencias



Introducción a la Dinámica de Fluidos.

Yuri N. Skiba.

Editorial de la Universidad Nacional Autónoma de México (2008)



Applied Biofluid Mechanics.

Lee Waite and Jerry Fine.

Editorial Mc Graw Hill (2007)