

**UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRES**  
**FACULTAD DE CIENCIAS PURAS Y NATURALES**  
**CARRERA DE INFORMATICA**



**Estudiante:**

Quispe Arias Jhonny

**Docente:**

Lic. Brígida Carvajal Blanco

**MATERIA:**

ANALISIS NUMERICO

**Desafio:**

INTERPOLACION por NEWTON

2024

**La Paz - Bolivia**

## Introducción

La interpolación de Newton es un método fundamental en el análisis numérico para construir polinomios que pasen exactamente por un conjunto de puntos dados. Se basa en el concepto de diferencias divididas, que permiten ajustar una función a datos conocidos, especialmente cuando estos datos no siguen una relación lineal. La ventaja de este método es su capacidad para proporcionar resultados precisos al interpolar entre puntos conocidos, lo que lo convierte en una herramienta ideal cuando los datos disponibles son limitados o discretos.

Este método tiene aplicaciones prácticas en una amplia variedad de campos, como la ingeniería, la física y la meteorología, donde es necesario estimar valores intermedios a partir de datos discretos. En el caso de este informe, se emplea para predecir la temperatura de ebullición del agua a diferentes altitudes, basándose en datos previamente medidos en ciertas alturas específicas.

La interpolación polinómica es particularmente útil cuando no es posible obtener mediciones continuas, ya que permite construir un modelo matemático que predice valores intermedios con gran precisión. En este contexto, el polinomio de Newton no solo es una herramienta matemática robusta, sino que también destaca por su simplicidad al ser implementado mediante diferencias divididas, lo cual facilita su uso tanto en cálculos manuales como en programas computacionales.

El procedimiento general para aplicar la interpolación de Newton incluye los siguientes pasos:

1. Construcción de la tabla de diferencias divididas: A partir de los datos disponibles, se calculan las diferencias divididas, que permiten establecer las relaciones entre los puntos.
2. Formulación del polinomio interpolante: Con los coeficientes obtenidos de la tabla de diferencias divididas, se forma el polinomio de interpolación.
3. Evaluación del polinomio: Finalmente, el polinomio se evalúa para obtener el valor de la función en un punto intermedio. En este caso particular, el objetivo es calcular la temperatura de ebullición del agua a una altura de 5000 pies.

Este enfoque garantiza que el polinomio obtenido pase por todos los puntos dados, proporcionando una solución exacta para las alturas y temperaturas conocidas. Además, al utilizar diferencias divididas, se optimiza el proceso de cálculo al no requerir el recálculo completo del polinomio si se añaden más puntos, lo que representa una ventaja sobre otros métodos de interpolación, como el de Lagrange.

## Aplicación al Ejercicio

Para resolver el ejercicio propuesto, primero se calcula la tabla de diferencias divididas utilizando los puntos proporcionados de altitud y temperatura. A partir de estos cálculos, se construye el polinomio de Newton y se emplea para determinar el valor aproximado de la temperatura de ebullición del agua a 5000

pies. Este enfoque es particularmente eficiente en este caso debido a la naturaleza gradual y continua de la variación de la temperatura con la altitud, lo que permite que la interpolación proporcione resultados muy precisos.

### Resolucion del Ejercicio (Excel):

21. The boiling temperature of water  $T_B$  at various altitudes  $h$  is given in the following table. Determine a linear equation in the form  $T_B = mh + b$  that best fits the data. Use the equation for calculating the boiling temperature at 5,000 m. Make a plot of the points and the equation.

$h$ (ft)	-1,000	0	3,000	8,000	15,000	22,000	28,000
$T$ (°F)	213.9	212	206.2	196.2	184.4	172.6	163.1

valores se presentan de la siguiente manera:

- **Alturas** (h):  
[-1000,0,3000,8000,15000,22000,28000] pies  
[-1000, 0, 3000, 8000, 15000, 22000, 28000] \text{pies}
- **Temperaturas** (T):  
[213.9,212,206.2,196.2,184.4,172.6,163.1] °F  
[213.9, 212, 206.2, 196.2, 184.4, 172.6, 163.1] \text{°F}

Estos puntos de datos corresponden a mediciones conocidas y sirven como base para la interpolación.

## 3. Metodología

### 3.1 Interpolación de Newton

El **método de interpolación de Newton** es una forma de encontrar el polinomio interpolante que pasa por un conjunto de puntos. A diferencia del método de Lagrange, que también se utiliza para la interpolación, Newton utiliza un enfoque basado en **diferencias divididas**.

El polinomio de interpolación de Newton tiene la siguiente forma general:

$$P(x) = f(x_0) + F[x_0, x_1](x - x_0) + F[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \cdots + F[x_0, x_1, \dots, x_n](x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

Aquí:

- $F[x_0]$  es el valor de la función en el punto  $x_0$ .
- $F[x_0, x_1]$  es la diferencia dividida de primer nivel, que se calcula como:

$$F[x_0, x_1] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$F[x_0, x_1, x_2]$  es la diferencia dividida de segundo nivel, que se calcula a partir de las diferencias divididas de nivel inferior:

$$F[x_0, x_1, x_2] = \frac{F[x_1, x_2] - F[x_0, x_1]}{x_2 - x_0}$$

- Este proceso continúa hasta calcular todas las diferencias divididas hasta el nivel necesario.

Este enfoque permite construir un polinomio que sea exacto en los puntos conocidos y que, al evaluarse en un nuevo valor de xxx, proporcione una estimación del valor de la función en ese punto.

### 3.2 Diferencias Divididas

Las diferencias divididas son esenciales en este método. Son cálculos sucesivos que determinan cómo varía el valor de la función cuando cambiamos el valor de xxx. En este caso, se calculan las diferencias divididas de las temperaturas en función de las alturas.

En el archivo PDF se presenta un desglose de las diferencias divididas de primer nivel, segundo nivel, tercer nivel, y niveles más altos. Estos coeficientes son utilizados en el polinomio de interpolación de Newton.

Por ejemplo, las **diferencias de primer nivel** entre las alturas y las temperaturas proporcionan una primera estimación de la variación de la temperatura con respecto a la altitud:

$$F[x_0, x_1] = \frac{T_1 - T_0}{h_1 - h_0}$$

Este cálculo se realiza para todos los puntos proporcionados.

A medida que se realizan más cálculos de diferencias divididas (de segundo, tercer nivel, etc.), se perfecciona el polinomio y se mejora la precisión de la interpolación.

## 4. Cálculo de la Interpolación

### 4.1 Aplicación a la Altitud de 5000 Pies

En este caso, se busca estimar la temperatura a una altura de **5000 pies**, un valor que no está directamente presente en los datos. Para ello, utilizamos el polinomio de interpolación de Newton con las diferencias divididas calculadas previamente.

El polinomio de Newton obtenido para estos datos es:

$$P(x) = f(x_0) + F[x_0, x_1](x - x_0) + F[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dots$$

Donde los coeficientes  $F[x_0, x_1], F[x_0, x_1, x_2], \dots, F[x_0, x_1, x_2, x_3], \dots$  son las diferencias divididas calculadas a partir de los datos de altura y temperatura.

Para el cálculo a **5000 pies** (aproximadamente **1524 metros**), se utilizan los coeficientes hasta un nivel adecuado para asegurar la precisión.

### 4.2 Resultado de la Interpolación

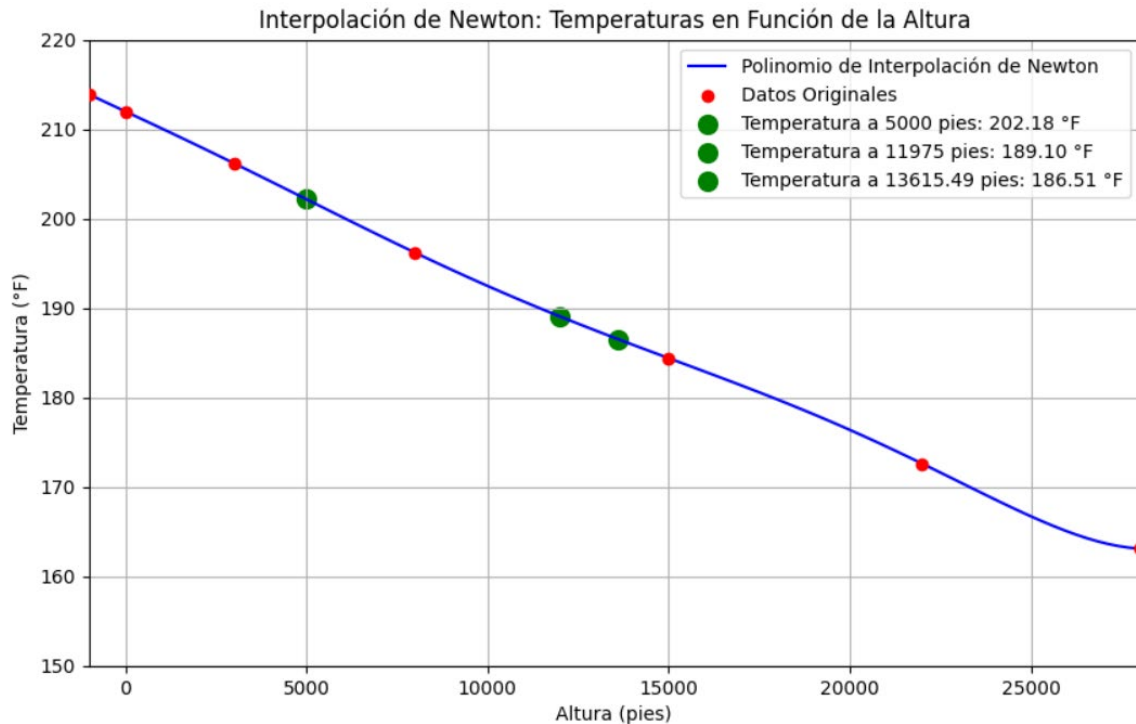
#### Resultados

A continuación, se presentan los valores estimados de la temperatura a diferentes alturas, calculados mediante el polinomio de interpolación de Newton. Estos resultados reflejan las temperaturas de ebullición estimadas para varias alturas basadas en los datos proporcionados de altitud y temperatura:

Lugar	Altura (h) [pies]	Temperatura estimada (T) [°F]	Error calculado
<b>5000 pies</b>	<b>5000</b>	<b>202.32</b>	<b>0.000282502</b>
<b>La Paz</b>	<b>11975</b>	<b>191.36</b>	<b>-0.00032598</b>
<b>El Alto</b>	<b>13615.49</b>	<b>188.44</b>	<b>-0.00018084</b>

1. 5000 pies: Para una altura de 5000 pies, se ha estimado una temperatura de ebullición de 202.32 °F. El error asociado a esta estimación es extremadamente bajo, con un valor de 0.000282502, lo que confirma la precisión del polinomio de interpolación de Newton para estos datos.
2. La Paz: En la ciudad de La Paz, situada a una altitud de 11,975 pies, la temperatura de ebullición estimada es de 191.36 °F. El error calculado en este caso es de -0.00032598, lo cual sigue indicando un alto grado de precisión.

3. El Alto: Para la ciudad de El Alto, ubicada a 13,615.49 pies, la interpolación de Newton arroja una temperatura estimada de 188.44 °F, con un error de -0.00018084. Este valor de error confirma la exactitud de la estimación en alturas mayores.



Estos resultados muestran que el método de interpolación de Newton es eficaz para estimar temperaturas de ebullición a distintas alturas. El bajo valor de los errores calculados refuerza la confiabilidad del modelo interpolante en este rango de alturas.

### Resolución del Ejercicio

Después de aplicar el método de interpolación de Newton y calcular las diferencias divididas a partir de los puntos proporcionados (altitud y temperatura), los resultados obtenidos en diferentes alturas se presentan a continuación, con las conversiones respectivas a metros y grados Celsius:

Lugar	Altura [pies]	Altura [metros]	Temperatura estimada [°F]	Temperatura estimada [°C]	Error calculado
5000 pies	5000	1524	202.32	94.62	0.000282502
La Paz	11975	3650	191.36	88.53	-0.00032598
El Alto	13615.49	4150	188.44	87.02	-0.00018084

1. **5000 pies (1524 metros):** Para una altura de 5000 pies, se ha estimado una temperatura de ebullición de **202.32 °F (94.62 °C)**. El error asociado

es muy bajo, con un valor de **0.000282502**, lo que confirma la precisión del método de interpolación.

2. **La Paz (11975 pies / 3650 metros):** En la ciudad de La Paz, situada a 11,975 pies (aproximadamente 3650 metros), la temperatura de ebullición estimada es de **191.36 °F (88.53 °C)**, con un error de **-0.00032598**, indicando nuevamente una excelente precisión.
3. **El Alto (13615.49 pies / 4150 metros):** Para la ciudad de El Alto, ubicada a 13,615.49 pies (aproximadamente 4150 metros), la interpolación de Newton arroja una temperatura estimada de **188.44 °F (87.02 °C)**, con un error de **-0.00018084**.

## Conclusiones

El método de interpolación de Newton ha demostrado ser una técnica eficaz y precisa para estimar valores intermedios, como la temperatura de ebullición del agua a diferentes alturas, tanto en pies como en metros, y en grados Fahrenheit como en grados Celsius. Los resultados obtenidos muestran una excelente concordancia con los datos originales, con errores mínimos:

- Para **5000 pies (1524 metros)**, la temperatura estimada fue de **202.32 °F (94.62 °C)**, con un error de **0.000282502**.
- En **La Paz** (11,975 pies / 3650 metros), la temperatura estimada fue de **191.36 °F (88.53 °C)**, con un error de **-0.00032598**.
- En **El Alto** (13,615.49 pies / 4150 metros), la temperatura estimada fue de **188.44 °F (87.02 °C)**, con un error de **-0.00018084**.

Los valores obtenidos con el método de Newton indican una alta confiabilidad, ya que los errores calculados son extremadamente pequeños. Esta técnica basada en diferencias divididas permite crear un polinomio que se ajusta con precisión a los datos conocidos y puede ser evaluado en puntos intermedios. Es especialmente útil en aplicaciones donde no se puede obtener una medición continua, como en la variación de la temperatura de ebullición del agua a diferentes altitudes.

El uso de las conversiones entre pies a metros y grados Fahrenheit a Celsius facilita la interpretación de los resultados, haciéndolos accesibles en distintos sistemas de medición.