

Nombre: Jean Pierre Alvarado

Curso: 10 mo "A"

Agua a temperatura de 100° C se enfría en 10 minutos a 80° C, en un cuarto cuya temperatura es de 25° C. Encuentre la temperatura del agua después de 20 minutos.

De acuerdo con la Ley de Enfriamiento de Newton, la ecuación diferencial asociada a problemas de enfriamiento es:

$$\frac{dT}{dt} = \beta(T - T_a)$$

Esta ecuación diferencial debe resolverse sujeta a dos condiciones:

- La primera condición es que para el tiempo $t_0 = 0$ min, la temperatura del agua es $T_0 = 100^\circ$ C;
- La segunda condición es que para el tiempo $t_1 = 10$ min, la temperatura del agua es $T_1 = 80^\circ$ C.

Además, la temperatura del ambiente donde debe enfriarse el agua es $T_a = 25^\circ$ C

Valores Iniciales

$$\frac{dT}{dt} = \beta(T - 25)$$

$$T(0) = 100$$

$$T(10) = 80$$

$$dT = \left(\frac{dT}{dt}\right) dt$$

$$dT = \beta(T - 25) dt$$

$$\frac{1}{T - 25} dT = \beta dt$$

$$\int_{100}^{80} \frac{1}{T - 25} dT = \beta \int_0^{10} dt$$

$$\int_{100}^{80} \frac{1}{T - 25} dT = -\int_{80}^{100} \frac{1}{T - 25} dT = -\ln|T - 25| \Big|_{80}^{100} = -\ln 75 + \ln 55 = \ln\left(\frac{55}{75}\right) = \ln\left(\frac{11}{15}\right)$$

$$\beta \int_0^{10} dt = \beta t \Big|_0^{10} = 10\beta \rightarrow \ln\left(\frac{11}{15}\right) = 10\beta \Rightarrow \frac{1}{T - 25} dT = \frac{1}{10} \ln\left(\frac{11}{15}\right) dt$$

$$\int_{100}^{T_2} \frac{1}{T - 25} dT = \frac{1}{10} \ln\left(\frac{11}{15}\right) \int_0^{20} dt = -\int_{T_2}^{100} \frac{1}{T - 25} dT = -\ln|T - 25| \Big|_{T_2}^{100} = -\ln 75 + \ln|T_2 - 25|$$

$$\ln\left|\frac{T_2 - 25}{75}\right|$$

$$\frac{1}{10} \ln\left(\frac{11}{15}\right) \int_0^{20} dt = \left[\frac{1}{10} \ln\left(\frac{11}{15}\right) t\right]_0^{20} = \frac{20}{10} \ln\left(\frac{11}{15}\right) = 2 \ln\left(\frac{11}{15}\right) = \ln\left(\frac{11}{15}\right)^2$$

$$\ln\left|\frac{T_2 - 25}{75}\right| = \ln\left(\frac{11}{15}\right)^2 \rightarrow \left|\frac{T_2 - 25}{75}\right| = \left(\frac{11}{15}\right)^2 = T_2 = 75\left(\frac{11}{15}\right)^2 + 25 = 65,33^\circ \text{C} //$$