Aula 2

Raciocínio Lógico

Prof. André Roberto Guerra

Conversa Inicial

Organização da aula 2:

- Cálculo proposicional
  - Operações lógicas
  - Tabelas-verdade
  - Construção de tabelas-verdade
  - Regras específicas
  - Aplicação (cálculo proposicional)

Operações lógicas

Operações lógicas

- Vamos considerar os princípios da lógica e o alfabeto, apresentados na aula anterior, pois eles são a base do cálculo das proposições

- Proposição
  - Conjunto de símbolos com duas condições básicas
    - ✓ Deve ter sentido completo
    - ✓ Ser apenas (V)erdadeira ou (F)alsa

- São classificadas como:
  - Simples ou Compostas

- Proposição composta
  - Aquela que utiliza algum conectivo lógico
  - Exemplos
    - Não estudo $\sim p$
    - Estudo e sou aprovado $p \wedge q$
    - Estudo ou sou aprovado $p \vee q$
    - Se estudo, então sou aprovado $p \rightarrow q$
    - Sou aprovado se, e somente se, estudo $q \leftrightarrow p$

- Tradução da linguagem natural para linguagem dos símbolos (proposições lógicas) e vice-versa
- p: "Está quente" q: "Tem sol"
- "Não está quente mas tem sol" = "Não está quente e tem sol"
- $(\sim p) \wedge q$ ("mas" equivale a "∧")

- Exemplo
  - "Se meu peso aumenta se, e somente se, não faço nem dieta nem exercícios, então vou para o trabalho a pé ou de bicicleta"

p: "Meu peso aumenta"

q: "Eu faço dieta"

r: "Eu faço exercícios"

s: "Eu vou para o trabalho a pé"

t: "Eu vou para o trabalho de bicicleta"

$$(p \leftrightarrow (\sim q \wedge \sim r)) \rightarrow (s \vee t)$$

Operações e conectivos

- Definida como "a ação de combinar proposições" com os conectivos
- Conectivos lógicos são usados para construir proposições compostas (fórmulas atômicas) formando argumentos mais complexos

Operações e conectivos

- As operações possuem símbolos associados aos conectivos
- Os conectivos são operadores

Operação	Conectivo	Símbolo
Negação	não	$\sim$
Conjunção	e	$\wedge$
Disjunção	ou	v
Implicação	se..., então	$\rightarrow$
Bi-implicação	Se, e somente se,	$\leftrightarrow$

Fórmulas proposicionais

- **Proposições compostas representadas por letras maiúsculas (A, B, C, P, Q, R, etc.), indicando as variáveis que a compõem (p, q, r, etc.)**
- **p: "A lua é quadrada"**
- **q: "A neve é branca"**
- $A(p, q)$**: "Se a lua é quadrada, então a neve é branca" = "Se p, então q"**

- **Toda fórmula atômica é proposição composta**
- **Fórmula proposicional é um conjunto de termos com, pelo menos, um operador lógico e uma proposição**

- **Operações sobre as fórmulas**
  - **Negação:** $\sim A$, $\sim B$
  - **Conjunção:** $A \wedge B$
  - **Disjunção:** $A \vee B$
  - **Implicação:** $A \rightarrow B$
  - **Bi-implicação:** $A \leftrightarrow B$
  - **A: antecedente B: consequente**

Ordem de precedência dos conectivos/operações

operador:	$\sim$	$\wedge$	v	$\rightarrow$	$\leftrightarrow$
ordem:	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª

- **Parênteses alteraram a ordem:**
- $p \ v \ q \wedge \sim r \rightarrow p \rightarrow \sim q$
- **Deve ser entendida como:**
- $((p \ v \ q) \wedge (\sim r)) \rightarrow (p \rightarrow (\sim q))$
- **Operadores iguais, pela esquerda**

Tabelas-verdade

Tabelas-verdade

- **Para determinar o valor – (V)erdadeiro ou (F)also – das proposições compostas (moleculares), conhecidos os valores das proposições simples (atômicas) que as compõem, são utilizadas as tabelas-verdade**

- Cada linha da tabela corresponde a uma possível combinação dos valores lógicos das proposições componentes
- São dois os valores lógicos (V ou F)
- Existem, para n componentes, $2n$ combinações possíveis

- 2 tipos de colunas
  - proposições componentes (nas quais são distribuídos os valores V e F para todas as possíveis combinações)
  - operações (nas quais os valores V e F são obtidos pelas operações)
- Assim, se a expressão possui n componentes e m operações, a tabela terá $m + n$ colunas

Construção de tabelas-verdade

Convenções para construção das tabelas-verdade

- Para as colunas:
  - Dispor as proposições componentes em ordem alfabética
  - Dispor as operações na ordem de precedência determinada (com parênteses)

- Para as linhas:
  - Alternar V e F para a última coluna
  - Alternar V V e F F para a penúltima
  - Alternar V V V V e F F F F para a antepenúltima coluna componente
  - Prosseguir dessa forma, se houver mais componentes, sempre dobrando o número de Vs e Fs para cada coluna à esquerda

- Número de linhas da tabela-verdade: cada proposição tem dois valores (V ou F), que se excluem
- Para n proposições, são os arranjos com repetição de 2 elementos n a n
- O número de linhas da tabela é $2n$
- para 2 proposições são $22 = 4$ linhas
- para 3 proposições são $23 = 8$ linhas
- para 4 proposições são $24 = 16$ linhas

- **Exemplo:** $(p \to q) \vee \sim((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \to q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \to q) \vee \sim (p \leftrightarrow r\ )$
		V			
		F			

- **Exemplo:** $(p \to q) \vee \sim((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \to q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \to q) \vee \sim (p \leftrightarrow r\ )$
		V			
		F			
		V			
		F			

- **Exemplo:** $(p \to q) \vee \sim((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \to q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \to q) \vee \sim (p \leftrightarrow r\ )$
		V			
		F			
		V			
		F			
		V			
		F			
		V			
		F			

- **Exemplo:** $(p \to q) \vee \sim((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \to q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \to q) \vee \sim (p \leftrightarrow r\ )$
	V	V			
	V	F			
	F	V			
	F	F			
		V			
		F			
		V			
		F			

- **Exemplo:** $(p \to q) \vee \sim((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \to q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \to q) \vee \sim (p \leftrightarrow r\ )$
	V	V			
	V	F			
	F	V			
	F	F			
	V	V			
	V	F			
	F	V			
	F	F			

- **Exemplo:** $(p \to q) \vee \sim((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \to q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \to q) \vee \sim (p \leftrightarrow r\ )$
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
	V	V			
	V	F			
	F	V			
	F	F			

Exemplo: $(p \rightarrow q) \vee \sim ((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \vee \sim (p \leftrightarrow r)$
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

Exemplo: $(p \rightarrow q) \vee \sim ((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \vee \sim (p \leftrightarrow r)$
V	V	V	V		
V	V	F	V		
V	F	V	F		
V	F	F	F		
F	V	V	V		
F	V	F	V		
F	F	V	V		
F	F	F	V		

Exemplo: $(p \rightarrow q) \vee \sim ((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \vee \sim (p \leftrightarrow r)$
V	V	V	V	V	
V	V	F	V	F	
V	F	V	F	V	
V	F	F	F	F	
F	V	V	V	F	
F	V	F	V	V	
F	F	V	V	F	
F	F	F	V	V	

Exemplo: $(p \rightarrow q) \vee \sim ((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \vee \sim (p \leftrightarrow r)$
V	V	V	V	V	V V
V	V	F	V	F	V F
V	F	V	F	V	F V
V	F	F	F	F	F F
F	V	V	V	F	V F
F	V	F	V	V	V V
F	F	V	V	F	V F
F	F	F	V	V	V V

Exemplo: $(p \rightarrow q) \vee \sim ((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \vee \sim (p \leftrightarrow r)$
V	V	V	V	V	V F V
V	V	F	V	F	V V F
V	F	V	F	V	F F V
V	F	F	F	F	F V F
F	V	V	V	F	V V F
F	V	F	V	V	V F V
F	F	V	V	F	V V F
F	F	F	V	V	V F V

Exemplo: $(p \rightarrow q) \vee \sim ((p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \vee \sim (p \leftrightarrow r)$
V	V	V	V	V	V V F V
V	V	F	V	F	V V V F
V	F	V	F	V	F V F V
V	F	F	F	F	F V V F
F	V	V	V	F	V V V F
F	V	F	V	V	V V F V
F	F	V	V	F	V V V F
F	F	F	V	V	V V F V

Regras específicas

Tabela-verdade *negação*

- $\sim p$ **é verdadeira se, e somente se, p é falsa**

p	$\sim p$
V	F
F	V

Tabela-verdade *conjunção*

- **É verdadeira se, e somente se, os valores lógicos das variáveis – $VL(p)$ e $VL(q)$ – são verdadeiros**

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabela-verdade *disjunção*

- **É falsa se, e somente se, os valores lógicos das variáveis – $VL(p)$ e $VL(q)$ – são falsos**

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabela-verdade *implicação*

- **É falsa se, e somente se, o antecedente $VL(p)$ é verdadeiro e o consequente $VL(q)$ é falso**

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabela-verdade *bi-implicação*

- **A bi-implicação é verdadeira se, e somente se, os valores lógicos das variáveis – $VL(p)$ e $VL(q)$ – são ambos verdadeiros ou ambos falsos**

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tabela-verdade *OU Exclusivo*

- **Importante que "ou" pode ter dois sentidos na linguagem habitual: inclusivo (disjunção) v e exclusivo v $p\ v\ q$ significa** $((p\ v\ q)\ \hat{}\sim (p\ \hat{}\ q))$

p	q	$(p\ v\ q)\ \hat{}\sim (p\ \hat{}\ q)$
V	V	V F F V
V	F	V V V F
F	V	V V V F
F	F	F F V F

Aplicação (cálculo proposicional)

Cálculo proposicional

- **Construir a tabela-verdade da seguinte proposição:**
  - $p \rightarrow q\ \hat{}\sim p \leftrightarrow \sim p\ v\ q\ \hat{}\sim p\ v\ q$

p	q	$p \rightarrow q\ \hat{}\sim p \leftrightarrow \sim p\ v\ q\ \hat{}\sim p\ \underline{v}\ q$
	V	
	F	

p	q	$p \rightarrow q\ \hat{}\sim p \leftrightarrow \sim p\ v\ q\ \hat{}\sim p\ \underline{v}\ q$
	V	
	F	
	V	
	F	

p	q	$p \rightarrow q\ \hat{}\sim p \leftrightarrow \sim p\ v\ q\ \hat{}\sim p\ \underline{v}\ q$
V	V	
V	F	
	V	
	F	

p	q	$p \rightarrow q\ \hat{}\sim p \leftrightarrow \sim p\ v\ q\ \hat{}\sim p\ \underline{v}\ q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

8 4 1 9 2 6 5 3 7

p	q	$p \rightarrow q \wedge \sim p \leftrightarrow \sim p \vee q \wedge \sim p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V

8 4 1 9 2 6 5 3 7

p	q	$p \rightarrow q \wedge \sim p \leftrightarrow \sim p \vee q \wedge \sim p \underline{\vee} q$
V	V	F F
V	F	F F
F	V	V V
F	F	V V

8 4 1 9 2 6 5 3 7

p	q	$p \rightarrow q \wedge \sim p \leftrightarrow \sim p \vee q \wedge \sim p \underline{\vee} q$
V	V	F F F
V	F	F F F
F	V	V V V
F	F	V V V

8 4 1 9 2 6 5 3 7

p	q	$p \rightarrow q \wedge \sim p \leftrightarrow \sim p \vee q \wedge \sim p \underline{\vee} q$
V	V	F F F F
V	F	F F F F
F	V	V V V V
F	F	F V V V

8 4 1 9 2 6 5 3 7

p	q	$p \rightarrow q \wedge \sim p \leftrightarrow \sim p \vee q \wedge \sim p \underline{\vee} q$
V	V	F F F F F
V	F	F F F F F
F	V	V V V V V
F	F	F V V F V

8 4 1 9 2 6 5 3 7

p	q	$p \rightarrow q \wedge \sim p \leftrightarrow \sim p \vee q \wedge \sim p \underline{\vee} q$
V	V	F F F F F F
V	F	F F F F F F
F	V	V V V V V V
F	F	F V V V F V

8 41 9 2 6 537

p	q	$p \to q \wedge \sim p \leftrightarrow \sim p \vee q \wedge \sim p \,\underline{v}\, q$
V	V	F F F F F F V
V	F	F F F F F F F
F	V	V V V V V V F
F	F	F V V V F V V

8 41 9 2 6 537

p	q	$p \to q \wedge \sim p \leftrightarrow \sim p \vee q \wedge \sim p \,\underline{v}\, q$
V	V	F F F F F F F V
V	F	F F F F F F F F
F	V	V V V V V V V F
F	F	V F V V V F V V

8 41 9 2 6 537

p	q	$p \to q \wedge \sim p \leftrightarrow \sim p \vee q \wedge \sim p \,\underline{v}\, q$
V	V	F F F F F F F F V
V	F	F F F V F F F F F
F	V	V V V F V V V V F
F	F	V F V V V V F V V

Referências

- **ABAR, C. A. A. P. Noções de lógica matemática. São Paulo: PUCSP, 2011.**
- **CASTANHEIRA, N. P.; LEITE A. E. Raciocínio lógico e lógica quantitativa. Curitiba: InterSaberes, 2017 (Série Desmistificando a Matemática, 6).**
- **COPPIN, B. Inteligência artificial. Rio de Janeiro: LTC 2017.**
- **LUGER, G. F. Inteligência artificial. 6 ed. São Paulo: Pearson, 2013.**