

## Aula 5

### Raciocínio Lógico

Prof. André Roberto Guerra

### Conversa Inicial

### Organização da Aula

- Lógica Predicativa
  - Definições Preliminares
  - Alfabeto (linguagem) da Lógica de Predicados
  - Predicados
  - Quantificador Universal
  - Quantificador Existencial

### Definições Preliminares

### Lógica de Predicado(s)

- Desvantagem da lógica proposicional – a incapacidade de lidar com incerteza
- Sentenças lógicas expressas em  $V$  ou  $F$  – não é possível raciocinar, em lógica clássica, sobre possibilidades

### Predicado(s)

- Proposição que faz referência a conjunto: “todos os limões são azuis”
- Depende de quantificadores (definições adicionais), variáveis que a definem e assumem valores específicos, tornando-se uma proposição, atribuindo valor  $V$  ou  $F$

- Ex.: " $x + y = 2$ " é um predicado:
  - Depende dos valores de  $x$  e  $y$  para se saber se é  $V$  ou  $F$
  - Se " $x = 1$ " e " $y = 1$ " (variáveis definidas), então " $x + y = 2$ " torna-se uma proposição  $V$
  - Se " $x = 2$ " e " $y = 2$ " (variáveis definidas), então " $x + y = 2$ " torna-se uma proposição  $F$

### Cálculo de Predicado(s)

- É uma extensão do cálculo proposicional que trata de predicados
- " $x > 0$ " e " $cor = 'azul'$ ": será  $V$  se  $x$  for " $1$ " e  $cor$  for azul
- Originário do cálculo proposicional

### Alfabeto da Lógica de Predicados

### Alfabeto da Lógica de Predicados

- O Alfabeto torna a lógica de predicados mais expressiva
- É constituído por:
  - Objetos
  - Predicados
  - Conectivos
  - Variáveis
  - Quantificadores

### Objeto

- Elementos "conhecidos" do Universo representados por letras minúsculas de "a" a "t"
  - Concretos: a bola, a lua
  - Abstratos: a paz, a felicidade
  - Fictícios: unicórnio, vampiro
  - Atômicos/compostos: um teclado é composto por teclas

### Predicado

- Descrevem algo dos objetos
- Representados por letras maiúsculas:
  - João ama Maria:  $A(a, b)$
- Apresenta adjetivos do sujeito e categoriza:
  - Sócrates é humano:  $H(Sócrates)$

- É uma relação entre objetos em determinado contexto:

- posição(a,b,c): o bloco B está sobre o bloco A e o bloco C
- cor(c,azul): a letra do bloco C é azul
- tamanho(a,b): o bloco A é maior que o bloco B



### Conectivos

- Formam as proposições compostas
- posição(a,c)  $\wedge$  (b,c): o bloco A está ao lado do bloco C e o bloco B está em cima do bloco C
- $\sim$  cor(c,azul): letra do bloco C não é azul
- tamanho(a,b)  $\vee$  (b,c): o bloco A é maior que o bloco B ou o bloco B é menor que o bloco C

### Variáveis

- Elementos "desconhecidos" do Universo (todos, algum, nenhum) representados por letras maiúsculas de "U" a "Z"
- posição(X,Y): X está sobre Y
- cor(X): X é uma cor
- tamanho(Y,Z): Y é maior que Z

### Variáveis

- Proposições atômicas são sentenças com valor (V ou F)
- Não se pode definir valor (V ou F) de cor(X), posição(X,Y), tamanho(Y,Z) até que as variáveis X, Y, Z tenham sido quantificadas

### Quantificadores

- Símbolos utilizados em expressões que quantificam determinados elementos do conjunto e transformam uma sentença aberta em proposição
- São utilizados antes das variáveis e fornecem seus valores
- São: universal ( $\forall$ ) e existencial ( $\exists$ )

- Atribuindo valores a todas as variáveis de uma função, a declaração resultante é uma proposição com um valor verdade determinado
- Outra forma de criar uma proposição a partir de uma função: a quantificação

- São operadores lógicos que, em vez de indicarem relações entre sentenças, expressam relações entre conjuntos designados pelas classes de atributos lógicos
- A área da lógica que trata dos predicados e quantificadores é o "Cálculo de Predicados"

- O termo quantificação tem significados (gerais e específicos). Cobre toda ação que quantifique observações e experiências, traduzindo-as para números através da contagem e mensuração
- Especifica a quantidade de indivíduos de um domínio que se aplicam (ou satisfazem) uma fórmula aberta

## Predicados

### Predicado

- Descrevem alguma característica ou propriedade de algum objeto
- Ex.:  $x > 3$ 
  - A variável ( $x$ ) é o sujeito
  - A expressão " $> 3$ " é o predicado
  - Denota-se " $x > 3$ " por  $P(x)$

- $P(x)$  é o valor da função proposicional  $P$  em  $x$
- Uma vez que um valor tenha sido atribuído a  $x$ ,  $P(x)$  se torna uma proposição e tem um valor verdade

- Ex.: seja  $P(x)$  a declaração " $x > 3$ ". Quais são os valores verdade de  $P(4)$  e  $P(2)$ ?
  - $P(4)$ , que é " $4 > 3$ ", é  $V$
  - $P(2)$ , que é " $2 > 3$ ", é  $F$

## Quantificador Universal

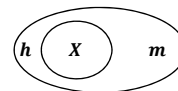
## Quantificador Universal

- Representado por: universal ( $\forall$ ) "todos" "nenhum"
- Declarações afirmam que uma propriedade é V ou F para todos os valores de uma variável em um domínio. (Tautologia/Contradição)

- Seja  $p(x)$  uma sentença aberta em um conjunto não vazio  $A (A \neq \emptyset)$  e  $Vp$  o conjunto verdade:
  - $Vp = \{x | x \in A \wedge p(x)\}$
- Quando  $Vp = A$ , todos elementos de  $A$  satisfazem  $p(x)$ , então:
  - "Para todo elemento  $x$  de  $A$ ,  $p(x)$  é V"
  - "Qualquer seja o elemento  $x$  de  $A$ ,  $p(x)$  é verdadeira"

## Enunciados Categóricos

- Universal ( $\forall$ ) afirmativo (conjunto)
- Sentença: "todos os humanos são mortais"
- Sintaxe:  $\forall X[h(X) \rightarrow m(X)]$  Semântica: para todo  $X$ , se  $X \in h$  então  $X \in m$



## Enunciados Categóricos

- Universal ( $\forall$ ) negativo (disjuntivo)
- Sentença: "nenhum humano é mortal"
- Sintaxe:  $\forall X[h(X) \rightarrow \sim m(X)]$  Semântica: para todo  $X$ , se  $X \in h$  então  $X \notin m$



## Quantificador Existencial

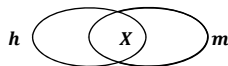
### Quantificador Existencial

- Representado por: existencial ( $\exists$ ) "algum" "existe" "ao menos um"
- Declarações afirmam que uma propriedade é V ou F para alguns valores de uma variável em um domínio. (Contingência)

- Seja  $p(x)$  uma sentença aberta em um conjunto não vazio  $A (A \neq \emptyset)$  e  $Vp$  o conjunto verdade:
  - $Vp = \{x | x \in A \wedge p(x)\}$
- Quando  $Vp = A$ , algum elemento de  $A$  satisfaz  $p(x)$ , então:
  - "Algum elemento de  $x \in A$ ,  $p(x)$  é V"
  - "Pelo menos um elemento  $x$  de  $A$ ,  $p(x)$  é verdadeira".

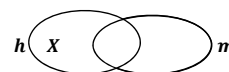
### Enunciados Categóricos

- Existencial ( $\exists$ ) afirmativo
- Sentença: "alguns humanos são mortais"
- Sintaxe:  $\exists X[h(X) \wedge m(X)]$
- Semântica: Existe  $X$ , tal que
- $X \in h$  e  $X \in m$



### Enunciados Categóricos

- Existencial ( $\exists$ ) negativo
- Sentença: "alguns humanos não são mortais"
- Sintaxe:  $\exists X[h(X) \wedge \sim m(X)]$
- Semântica: Existe  $X$ , tal que  $X \in h$  e  $X \notin m$



### Referências

- ABAR, C. A. A. P. Noções de lógica matemática. São Paulo: PUC-SP, 2011.
- CASTANHEIRA, N. P.; LEITE A. E. Raciocínio lógico e lógica quantitativa. Curitiba: InterSaberes, 2017. (Série Desmistificando a Matemática, 6).
- COPPIN, B. Inteligência Artificial. Rio de Janeiro: LTC, 2017.
- LUGER, G. F. Inteligência Artificial. 6. ed. São Paulo: Pearson, 2013.

