Aula 2

Raciocínio Lógico

Prof. André Roberto Guerra

Conversa Inicial

Organização da aula 2:

- Cálculo proposicional
 - Operações lógicas
 - Tabelas-verdade
 - Construção de tabelas-verdade
 - Regras específicas
 - Aplicação (cálculo proposicional)

Operações lógicas

Operações lógicas

Vamos considerar os princípios da lógica e o alfabeto, apresentados na aula anterior, pois eles são a base do cálculo das proposições

- Proposição
 - Conjunto de símbolos com duas condições básicas
 - Deve ter sentido completo
 - ✓ Ser apenas (V)erdadeira ou (F)alsa
- São classificadas como:
 - Simples ou Compostas

- Proposição composta
 - Aquela que utiliza algum conectivo lógico
 - Exemplos
 - √ Não estudo ~p
 - \checkmark Estudo e sou aprovado $p \land q$
 - ✓ Estudo ou sou aprovado p v q
 - ✓ Se estudo, então sou aprovado $p \rightarrow q$
 - \checkmark Sou aprovado se, e somente se, estudo $q \leftrightarrow p$

- Tradução da linguagem natural para linguagem dos símbolos (proposições lógicas) e vice-versa
- p: "Está quente" q: "Tem sol"
- "Não está quente mas tem sol" = "Não está quente e tem sol"
- "\(¬p \) \(q \) ("mas" equivale a "\(\)")

- Exemplo
 - "Se meu peso aumenta se, e somente se, não faço nem dieta nem exercícios, então vou para o trabalho a pé ou de bicicleta"
- p: "Meu peso aumenta"
- q: "Eu faço dieta"
- r: "Eu faço exercícios"
- s: "Eu vou para o trabalho a pé"
- t: "Eu vou para o trabalho de bicicleta"

$$(p \leftrightarrow (\sim q \land \sim r)) \rightarrow (s \lor t)$$

Operações e conectivos

- Definida como "a ação de combinar proposições" com os conectivos
- Conectivos lógicos são usados para construir proposições compostas (fórmulas atômicas) formando argumentos mais complexos

Operações e conectivos

- As operações possuem símbolos associados aos conectivos
- Os conectivos são operadores

<u>Operação</u>	Conectivo	Símbolo
Negação	não	~
Conjunção	е	٨
Disjunção	ou	v
Implicação	se, então	\rightarrow
Bi-implicação	Se, e somente se,	\leftrightarrow

Fórmulas proposicionais

- Proposições compostas representadas por letras maiúsculas (A, B, C, P, Q, R, etc.), indicando as variáveis que a compõem (p, q, r, etc.)
- p: "A lua é quadrada"
- ┛ q: "A neve é branca"
- A(p,q): "Se a lua é quadrada, então a neve é branca" = "Se p, então q"

- Toda fórmula atômica é proposição composta
- Fórmula proposicional é um conjunto de termos com, pelo menos, um operador lógico e uma proposição

Operações sobre as fórmulas

Negação: ~A, ~B

Onjunção: A ^ B

Disjunção: A v BImplicação: A → B

Bi-implicação: A ↔ B

A: antecedente B: consequente

Ordem de precedência dos conectivos/operações

operador: \sim ^ $v \rightarrow \leftrightarrow$ ordem: 1^a 2^a 3^a 4^a 5^a

- Parênteses alteraram a ordem:
- $p v q ^ \sim r \rightarrow p \rightarrow \sim q$
- Deve ser entendida como:
- $((p \ v \ q) \land (\sim r)) \rightarrow (p \rightarrow (\sim q))$
- Operadores iguais, pela esquerda

Tabelas-verdade

Tabelas-verdade

Para determinar o valor – (V)erdadeiro ou (F)also – das proposições compostas (moleculares), conhecidos os valores das proposições simples (atômicas) que as compõem, são utilizadas as tabelas-verdade

- Cada linha da tabela corresponde a uma possível combinação dos valores lógicos das proposições componentes
- São dois os valores lógicos (V ou F)
- Existem, para n componentes, 2n combinações possíveis

- 2 tipos de colunas
- proposições componentes (nas quais são distribuídos os valores V e F para todas as possíveis combinações)
- operações (nas quais os valores V e F são obtidos pelas operações)
- Assim, se a expressão possui n componentes e m operações, a tabela terá m + n colunas

Construção de tabelas-verdade

Convenções para construção das tabelas-verdade

- Para as colunas:
 - Dispor as proposições componentes em ordem alfabética
 - Dispor as operações na ordem de precedência determinada (com parênteses)

- Para as linhas:
 - Alternar V e F para a última coluna
 - Alternar V V e F F para a penúltima
 - Alternar V V V V e F F F F para a antepenúltima coluna componente
 - Prosseguir dessa forma, se houver mais componentes, sempre dobrando o número de Vs e Fs para cada coluna à esquerda

- Número de linhas da tabela-verdade: cada proposição tem dois valores (V ou F), que se excluem
- Para n proposições, são os arranjos com repetição de 2 elementos n a n
- O número de linhas da tabela é 2n
- para 2 proposições são 22 = 4 linhas
- para 3 proposições são 23 = 8 linhas
- para 4 proposições são 24 = 16 linhas

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \lor \sim (p \leftrightarrow r)$
_	Ė	ν			
		F			

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \lor \sim (p \leftrightarrow r)$
		٧			
		F			
		v			
		F			

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \lor \sim (p \leftrightarrow r)$
		v			
		F			
		v			
		F			
		v			
		F			
		ν			
		F			

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \lor \sim (p \leftrightarrow r)$
	٧	v			
	٧	F			
	F	v			
	F	F			
		v			
		F			
		v			
		F			
_	-	_			L

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \lor \sim (p \leftrightarrow r)$
	٧	v			
	٧	F			
	F	ν			
	F	F			
	٧	v			
	٧	F			
	F	v			
	F	F			

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \lor \sim (p \leftrightarrow r)$
٧	٧	٧			
٧	٧	F			
٧	F	٧			
٧	F	F			
	٧	v			
	٧	F			
	F	v			
	F	F			

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \lor \sim (p \leftrightarrow r)$
٧	v	v			
٧	v	F			
٧	F	v			
٧	F	F			
F	v	v			
F	v	F			
F	F	v			
F	F	F			

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \lor \sim (p \leftrightarrow r)$
V	٧	v	V		
v	٧	F	V		
٧	F	v	F		
v	F	F	F		
F	٧	v	V		
F	٧	F	V		
F	F	v	V		
F	F	F	V		

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \lor \sim (p \leftrightarrow r)$
٧	٧	v	V	V	
ν	ν	F	V	F	
ν	F	ν	F	V	
٧	F	F	F	F	
F	ν	ν	V	F	
F	ν	F	V	V	
F	F	ν	V	F	
F	F	F	V	V	

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q)$	$\vee \sim (p \leftrightarrow r)$
٧	ν	٧	V	V	v	٧
٧	ν	F	V	F	v	F
٧	F	v	F	V	F	٧
٧	F	F	F	F	F	F
F	ν	v	V	F	v	F
F	ν	F	V	V	v	V
F	F	v	V	F	v	F
F	F	F	V	V	v	٧

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

ı	p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q)$	v ~ ($(p \leftrightarrow r)$
1	٧	٧	٧	V	V	V	F	V
1	V	٧	F	V	F	V	٧	F
1	٧	F	v	F	V	F	F	V
,	V	F	F	F	F	F	٧	F
П	F	٧	v	V	F	V	٧	F
П	F	٧	F	V	V	V	F	٧
П	F	F	v	V	F	V	٧	F
	F	F	F	V	V	V	F	V

■ Exemplo: $(p \rightarrow q) \lor \sim ((p \leftrightarrow r)$

р	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \leftrightarrow r)$	$(p \rightarrow q)$	() v	~	$(p \leftrightarrow r)$
V	٧	v	V	V	V	٧	F	٧
٧	٧	F	V	F	٧	٧	٧	F
٧	F	٧	F	V	F	٧	F	٧
٧	F	F	F	F	F	٧	٧	F
F	٧	٧	V	F	٧	٧	٧	F
F	٧	F	V	V	٧	٧	F	V
F	F	٧	V	F	٧	٧	٧	F
F	F	F	V	V	V	٧	F	V

Regras específicas

Tabela-verdade negação

 $ightharpoonup^2 \sim p$ é verdadeira se, e somente se, p é falsa

р	~ p
V	F
F	V

Tabela-verdade conjunção

ightharpoonup É verdadeira se, e somente se, os valores lógicos das variáveis – VL(p) e VL(q) – são verdadeiros

р	q	p ^ q
٧	٧	V
٧	F	F
F	٧	F
F	F	F

Tabela-verdade disjunção

lacksquare É falsa se, e somente se, os valores lógicos das variáveis – $\mathit{VL}(p)$ e $\mathit{VL}(q)$ – são falsos

р	q	pvq
٧	V	V
٧	F	V
F	v	V
F	F	F

Tabela-verdade implicação

ightharpoonup É falsa se, e somente se, o antecedente VL(p) é verdadeiro e o consequente VL(q) é falso

q	$p \rightarrow q$
V	V
F	F
٧	٧
F	٧
	V F V

Tabela-verdade bi-implicação

ightharpoonup A bi-implicação é verdadeira se, e somente se, os valores lógicos das variáveis – VL(p) e VL(q) – são ambos verdadeiros ou ambos falsos

р	q	$p \leftrightarrow q$
٧	٧	٧
٧	F	F
F	٧	F
F	F	V

Tabela-verdade OU Exclusivo

■ Importante que "ou" pode ter dois sentidos na linguagem habitual: inclusivo (disjunção) v e exclusivo v p v q significa ((p v q) ^~ (p ^ q))

р	q	$(p v q) ^\sim (p ^q q)$	
٧	٧	V FF V	
٧	F	V VV F	
F	٧	V VV F	
F	F	F FV F	

Aplicação (cálculo proposicional)

Cálculo proposicional

Construir a tabela-verdade da seguinte proposição:

$$otag$$
 $p \rightarrow q ^{\wedge} \sim p \leftrightarrow \sim p v q ^{\wedge} \sim p v q$

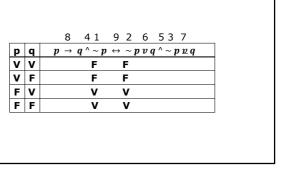
р	q	$p \rightarrow q ^{\wedge} \sim p \leftrightarrow \sim p v q ^{\wedge} \sim p v q$
	٧	
	F	

р	q	$p \rightarrow q ^{\wedge} \sim p \leftrightarrow \sim p v q ^{\wedge} \sim p v q$
	V	
	F	
	V	
	F	

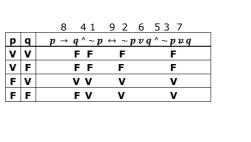
р	q	$p \rightarrow q^{\wedge} \sim p \leftrightarrow \sim p v q^{\wedge} \sim p \underline{v} q$
٧	V	
٧	F	
	٧	
	F	

p	q	$p \rightarrow q^{\wedge} \sim p \leftrightarrow \sim p v q^{\wedge} \sim p \underline{v} q$
٧	٧	
٧	F	
F	٧	
F	F	

		8 41 9 2 6 5 3 7		
р	q	$p \rightarrow q^{\wedge} \sim p \leftrightarrow \sim p v q^{\wedge} \sim p v q$		
٧	V	F		
٧	F	F		
F	٧	V		
F	F	V		



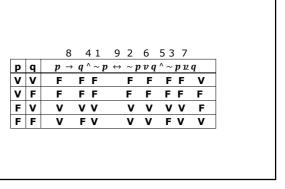
		8	4 1	9 2	6 5 3 7	
р	q	$p \rightarrow$	$q ^ \sim p$		pvq^~pvq	
٧	V		F	F	F	
٧	F		F	F	F	
F	v		V	٧	٧	
F	F		V	٧	V	

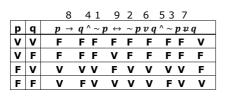


	8	4 1	9 2	6 5 3	7
q	p →	q ^ ~ p	$\leftrightarrow \sim p$	$vq^{\wedge}\sim p$	v q
٧		FF	F	FF	
F		FF	F	FF	:
٧		v v	٧	V V	,
F		FV	٧	F۷	
	q V F V		$\begin{array}{c cccc} \mathbf{q} & p \rightarrow q & \sim p \\ \mathbf{V} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{V} & \mathbf{V} & \mathbf{V} \end{array}$	$\begin{array}{c cccc} \mathbf{q} & p \rightarrow q & p \leftrightarrow p \leftrightarrow p \\ \mathbf{V} & \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} & \mathbf{F} \\ \mathbf{V} & \mathbf{V} & \mathbf{V} & \mathbf{V} \end{array}$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

		8		4 1	9	2	6	5 3	7
р	q	$p \rightarrow$	q	^ ~ p	\leftrightarrow	~ 1	o v q	^ ~	<u>р v</u>
٧	V		F	F		F	F	F	F
٧	F		F	F		F	F	F	F
F	V		٧	٧		٧	٧	٧	٧
F	F		F	٧		٧	٧	F	٧

				9 2	_			
p	q	<i>p</i> →	q ^ ~ p	$\rightarrow \sim p$	v q	^ ~	$p \nu$	q
٧	٧		FF	F	F	F	F	V
٧	F		FF	F	F	F	F	F
F	٧		V V	٧	٧	٧	٧	F
F	F		F۷	٧	٧	F	٧	V





Referências

- ABAR, C. A. A. P. Noções de lógica matemática. São Paulo: PUCSP, 2011.
- CASTANHEIRA, N. P.; LEITE A. E. Raciocínio lógico e lógica quantitativa. Curitiba: InterSaberes, 2017 (Série Desmistificando a Matemática, 6).
- COPPIN, B. Inteligência artificial. Rio de Janeiro: LTC 2017.
- LUGER, G. F. Inteligência artificial. 6 ed. São Paulo: Pearson, 2013.

