Aula 6

Raciocínio Lógico

Prof. André Roberto Guerra

Conversa Inicial

Organização da Aula

- Cálculo de Predicados
  - Tradução e Interpretação
  - Sintaxe do cálculo de Predicados
  - Diagramas de Venn
  - Representação de proposições / enunciados categóricos
  - Validade por Diagramas de Venn

Tradução e Interpretação

Tradução e Interpretação

- Todo humano é mortal, ou seja, qualquer que seja x (do Universo), se x é humano, então x é Mortal
- $\forall x(H(x)) \rightarrow M(x))$

- Nenhum humano é vegetal, ou seja qualquer que seja x, se x é humano, em x NÃO É Vegetal
- $\forall x(H(x) \rightarrow \sim V(x))$
- Pelo menos um humano é inteligente, ou seja, existe pelo menos um x em que x seja humano e x seja inteligente
- $\exists x(H(x) \wedge I(x))$

Formalização de argumentos

- **Sócrates é humano**
- **Todo humano é mortal**
- **Logo, Sócrates é mortal**
- **Pode ser formalizado como:**
  - $\{humano(socrates), \forall X[humano(X) \rightarrow mortal(X)]\} \Rightarrow mortal(socrates)$
  - $\forall x(H(x)) \rightarrow M(x))$

Sintaxe do Cálculo de Predicados

Formulas Atômicas

- **Uma fórmula atômica é uma expressão $p(t1, \ldots, tn)$, onde p é um símbolo de predicado e $t1, \ldots, tn$ são termos**
- **São as fórmulas mais simples do Cálculo de Predicados de 1ª Ordem**

- **É uma letra predicativa, seguida por zero ou mais letras nominais ou variáveis**
- **Se α e β são fórmulas então $(\sim\alpha)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \rightarrow \beta)$ e $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ também são.**
  Se α é uma fórmula e x uma variável então $(\forall x)\alpha$ e $(\exists x)\alpha$ são fórmulas

Fórmulas Atômicas

- **Todo amigo de Caio é amigo de José**
- **Pedro não é amigo de José**
  Logo, Pedro não é amigo de Caio
- $(\forall x)\big(P(x,c) \rightarrow P(x,j)\big)$
- $\sim P(p,j)$
- $\sim P(p,c)$
- **Onde $P(x,y)$ significa que x é amigo de y e c, p, j são constantes que representam Caio, Pedro e José**

Fórmulas bem formadas

- **Nem todas as fórmulas são válidas**
- **As válidas são denominadas**
  - **fbf (Fórmula Bem Formada)**
  - **wff (Well Formed Formula)**
- **Fórmulas atômicas são fbf**

Fórmulas bem formadas

- **Se P e Q são fbfs, então**
  - $(P \wedge Q)$**,**$(P \vee Q)$**,**$(P \rightarrow Q)$**,**$(P \leftrightarrow Q)$ **também o são**
- **Se $P(x)$ é uma fbf, então**
  - $\exists x(P(x))$ **e** $\forall x(P(x))$ **também o são**

Fórmulas bem formadas

- **Seja $P = F(a) \wedge G(a,b)$, então são fbfs**
  - $\forall x(F(x) \wedge G(a,b))$
  - $\forall x(F(x) \wedge G(x,b))$
  - $\forall x(F(x) \wedge G(a,x))$
  - $\exists x(F(x) \wedge G(a,b))$

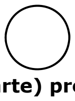
Diagramas de Venn

Diagramas de Venn

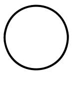
- **Representação gráfica das proposições e enunciados categóricos**
- **Utilizado pela 1ª vez pelo matemático inglês John Venn (século XIX)**

- **Verifica a validade de um argumento, as interpretações dos enunciados categóricos**
- **Cada proposição é representada por um círculo com seu título**

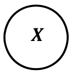
- **Cada círculo sem preenchimento representa ausência de informação sobre a proposição**



- **Círculo (ou parte) preenchido representa região VAZIA de elementos**



- Para representar algum (pelo menos um) elemento na proposição, insere X no círculo (ou parte)

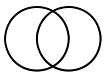


Algum humano

Representação de proposições / Enunciados categóricos

Representação de proposições / Enunciados categóricos

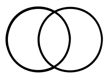
- São necessários 2 círculos para representar uma proposição categórica sobre 2 predicados

humano  mortal

---

Universal afirmativo

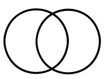
- "Todo humano é mortal"
- $\forall X[\boldsymbol{h}(X) \rightarrow \boldsymbol{m}(X)]$

humano  mortal

---

Universal negativo

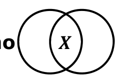
- "Nenhum humano é mortal"
- $\forall X[\boldsymbol{h}(X) \rightarrow \sim\boldsymbol{m}(X)]$

humano  mortal

---

Existencial afirmativo

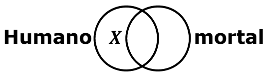
- "Alguns humanos são mortais"
- $\exists X[\boldsymbol{h}(X) \land \boldsymbol{m}(X)]$

Humano 

mortal

Existencial negativo

- **“Alguns humanos não são mortais”**
- $\exists X[\boldsymbol{h}(\boldsymbol{X}) \wedge \sim \boldsymbol{m}(\boldsymbol{X})]$

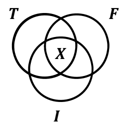


Validade por Diagramas de Venn

Validade de argumentos por Diagramas de Venn

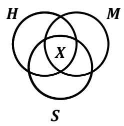
- **Prova a validade (ou não) de argumentos, representando as premissas num único diagrama (3 círculos – premissas e conclusão)**
- **O Silogismo é válido se e somente se as 2 premissas afirmam juntas a conclusão**

- **Tigres são ferozes**
- **Alguns tigres são da Índia**
- **Logo, alguns ferozes são da Índia**
- **T: Tigres; F: Ferozes; I: Índia**
- $Todo\ T$ é $F\ e\ Algum\ T$ é $I, logo\ algum\ F$ é $I.$



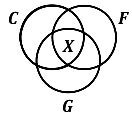
- **Argumento Válido**

- **Todos os humanos são mortais**
- **Sócrates é humano**
- **Logo, Sócrates é mortal**
- **H: humano; M: mortal; S: Sócrates**
- $Todo\ H$ é $M\ e\ S$ é $H, logo\ S$ é M



- **Argumento Válido**

- **Todos os cães são ferozes**
- **Alguns gatos são ferozes**
- **Logo, alguns gatos são cães**
- **C: Cães; F: Ferozes; G: Gatos**
- $Todo\ C$ é $F\ e\ Algum\ G$ é $F, logo\ algum\ G$ é $C.$



- **Argumento Inválido**

Referências

- ABAR, C. A. A. P. Noções de lógica matemática. São Paulo: PUC-SP, 2011.
- CASTANHEIRA, N. P.; LEITE A. E. Raciocínio lógico e lógica quantitativa. Curitiba: InterSaberes, 2017. (Série Desmistificando a Matemática, 6).
- COPPIN, B. Inteligência Artificial. Rio de Janeiro: LTC, 2017.
- LUGER, G. F. Inteligência Artificial. 6. ed. São Paulo: Pearson, 2013.