

## Aula 3

### Raciocínio Lógico

Prof. André Roberto Guerra

### Conversa inicial

### Organização da Aula 3

- Aula 3 – Fórmulas proposicionais especiais
  - Proposições compostas
  - Tautologia
  - Contradição
  - Contingência
  - Propriedades semânticas

### Proposições compostas

### Interpretação de uma Fórmula

- É o valor lógico resultante do cálculo, considerando um conjunto de valores lógicos para as suas proposições
- Se a fórmula for representada por  $A$ , sua interpretação é dada por  $I[A]$

- Seja a fórmula  $A(p, q, r): p \wedge q \vee r$
- São possíveis, então,  $2^3 = 8$  interpretações para esta fórmula

$$\begin{aligned} I[A(V, V, V)] &= V \\ I[A(V, V, F)] &= V \\ I[A(V, F, V)] &= V \\ I[A(V, F, F)] &= F \\ I[A(F, V, V)] &= V \\ I[A(F, V, F)] &= F \\ I[A(F, F, V)] &= V \\ I[A(F, F, F)] &= F \end{aligned}$$

$A(p, q, r): p \wedge q \vee r$   
 interpretações para esta fórmula

$I[A(V, V, V)] = V$	<b>p</b>	<b>q</b>	<b>r</b>	<b><math>p \wedge q \vee r</math></b>
$I[A(V, V, F)] = V$	<b>V</b>	<b>V</b>	<b>V</b>	<b>V</b>
$I[A(V, F, V)] = V$	<b>V</b>	<b>V</b>	<b>F</b>	<b>V</b>
$I[A(V, F, F)] = F$	<b>V</b>	<b>F</b>	<b>V</b>	<b>F</b>
$I[A(F, V, V)] = V$	<b>V</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
$I[A(F, V, F)] = F$	<b>F</b>	<b>V</b>	<b>V</b>	<b>V</b>
$I[A(F, F, V)] = V$	<b>F</b>	<b>V</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
$I[A(F, F, F)] = F$	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>V</b>	<b>V</b>
	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>

Tautologia

Tautologia

- Tautologia (ou fórmula válida)
- Uma fórmula  $A$  é uma tautologia, se, e somente se, para toda interpretação  $I, I[A] = V$

- Uma fórmula  $A$  é uma tautologia, (proposição tautológica/proposição logicamente verdadeira), se, e somente se, o único valor lógico resultante de sua interpretação é o verdadeiro, independentemente dos valores lógicos dos componentes da fórmula.  $I[A] = V$

- Tautologia é toda proposição composta  $P(p, q, r, \dots)$  cujo valor lógico é sempre V (verdade), quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples componentes  $p, q, r$ , etc.

- A proposição " $\sim(p \wedge \sim p)$ " (princípio da não contradição) é tautologia

<b>p</b>	<b><math>\sim p</math></b>	<b><math>p \wedge \sim p</math></b>	<b><math>\sim(p \wedge \sim p)</math></b>
<b>V</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>V</b>
<b>F</b>	<b>V</b>	<b>F</b>	<b>V</b>

- Portanto, uma proposição não pode ser simultaneamente verdadeira e falsa, isso é sempre verdadeiro

- A proposição " $p \vee \sim p$ " (princípio do terceiro excluído) é tautologia

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

- Portanto, o conceito de que uma proposição ou é verdadeira ou é falsa é válido

- A proposição  $P(p, q): p \wedge q \vee \sim p \vee \sim q$  é uma tautologia, pois  $I[P] = V$  sempre

p	q	$p \wedge q$	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q \vee \sim p \vee \sim q$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V
F	F	F	V	V	V

## Contradição

## Contradição

- Contradição (ou fórmula contraválida, ou insatisfazível, insatisfatível)
- Uma fórmula A é uma contradição, se, e somente se, para toda interpretação  $I, I[A] = F$

- Uma fórmula A é uma contradição, (proposição contraválida/proposição logicamente falsa), se, e somente se, o único valor lógico resultante de sua interpretação é o falso, independentemente dos valores lógicos dos componentes da fórmula.  $I[A] = F$

- Contradição é toda proposição composta  $P(p, q, r, \text{etc.})$  cujo valor lógico é sempre F (falso), quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples componentes p, q, r, etc.

- Tautologia é sempre verdadeira (V), a negação de uma tautologia é sempre falsa (F), uma contradição

- Ex.: " $p \wedge \sim p$ "

p	$\sim p$	$(p \wedge \sim p)$
V	F	F
F	V	F

- Portanto, dizer que uma proposição pode ser simultaneamente verdadeira e falsa é sempre falso

- A proposição  $P(p, q): (p \rightarrow q) \wedge p \wedge \sim q$  é uma contradição, pois  $I[P] = F$  sempre,

p	q	$(p \rightarrow q) \wedge p \wedge \sim q$
V	V	V V F F
V	F	F F F V
F	V	V F F F
F	F	V F F V

## Contingência

## Contingência

- Uma fórmula A é uma contingência se, e somente se, os valores do conjunto resposta forem diferentes entre si

- Uma fórmula A é uma contingência, (proposição contingente/indeterminação) se, e somente se, entre os valores lógicos resultantes de sua interpretação existe pelo menos um falso e/ou verdadeiro
- Não é tautologia nem contradição
- Pelo menos uma  $I[A] = V$  e ao menos uma  $I[A] = F$

- Em outros termos, é toda proposição composta  $P(p, q, r, \text{etc.})$  cujo valor lógico é alternadamente F (falso) e V (verdadeiro), quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples componentes p, q, r, etc.

- A proposição  $P(p,q): (p \rightarrow q) \wedge q \vee p$  é uma contingência

p	q	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \vee p$			
V	V	V	F	F	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

## Propriedades semânticas

## Propriedades semânticas

- A semântica é o estudo da relação entre as expressões e o que elas representam (significado)
- Associada à atribuição de valores lógicos (V ou F), a fórmulas proposicionais, que podem ter significados na análise lógica

- Fórmulas proposicionais especiais: propriedades semânticas da fórmula proposicional  $P(p_1, p_2, \dots, p_n)$
- Tautologia: qualquer interpretação é verdade,  $I[P] = V$  para qualquer combinação de valores lógicos para  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ .  
É fórmula válida

- Contradição: qualquer interpretação é falsa,  $I[P] = F$  para qualquer combinação de valores lógicos para  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$
- Contingência: há interpretações verdadeiras e falsas na fórmula proposicional,  $I[P] = V$  para algumas combinações de valores lógicos para  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ , e  $I[P] = F$  para outras

## Satisfazibilidade

- Uma fórmula é satisfazível (satisfatível) se existe ao menos uma interpretação que seja verdadeira,  $I[P] = V$  para ao menos uma combinação de valores lógicos para  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$
- Satisfazível é uma tautologia

### Falseabilidade

- Uma fórmula é falsificável (insatisfazível ou insatisfável) se ao menos uma interpretação é falsa,  $I[P] = F$  para ao menos uma combinação de valores lógicos para  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$
- Falsificável é uma contradição

### Relações entre as propriedades semânticas

- Toda fórmula válida (tautologia) é satisfazível
- Toda fórmula contraditória (insatisfazível) é falsificável
- Uma fórmula não pode ser satisfazível e contraditória
- Uma fórmula não pode ser uma tautologia e falsificável

- Se  $A$  é uma tautologia, então  $\sim A$  é contraditória
- Se  $A$  é contraditória, então  $\sim A$  é uma tautologia
- Se  $A$  é satisfazível, então  $\sim A$  é falsificável, e vice-versa

- Há fórmulas que são tanto satisfazíveis quanto falsificáveis, isto é, são contingências (indeterminadas)
- Um dos desafios da computação é encontrar métodos (algoritmos) eficientes para decidir se uma fórmula é
  - Satisfazível — falsificável
  - Contradição — tautologia

### Relações entre as propriedades semânticas



## Referências

- COPPIN, B. Inteligência artificial. Rio de Janeiro: LTC 2017.
- LUGER, G. F. Inteligência Artificial. 6. ed. São Paulo: Pearson, 2013.

- CASTANHEIRA, N. P.; LEITE A. E. Raciocínio lógico e lógica quantitativa. Curitiba: InterSaberes, 2017 (Série Desmistificando a Matemática, 6).
- ABAR, C. A. A. P. Noções de lógica matemática. São Paulo: Ed. PUC-SP, 2011.