

## Aula 4

### Raciocínio Lógico

Prof. André Roberto Guerra

### Conversa Inicial

### Organização da Aula 4

- Aula 4 – Relações e Método Dedutivo
  - Operação vs. Relação
  - Relação da Implicação Lógica
  - Relação da Equivalência Lógica
  - Álgebra das Proposições
  - Método Dedutivo

### Operação vs. Relação

### Diferença entre Operação e Relação

- Os símbolos " $\rightarrow$ " e " $\Rightarrow$ " são distintos, pois o símbolo " $\rightarrow$ " (condicional ou implicação) indica uma operação lógica e o símbolo " $\Rightarrow$ " indica uma relação
- Ex.: a condicional  $p \wedge \sim p \rightarrow q$  é tautologia. Logo,  $p \wedge \sim p \rightarrow q \Rightarrow T$

- Os símbolos " $\leftrightarrow$ " e " $\Leftrightarrow$ " são distintos, pois o símbolo " $\leftrightarrow$ " (bicondicional ou bi-implicação) indica uma operação lógica e o símbolo " $\Leftrightarrow$ " indica uma relação
- A bi-implicação  $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (p \rightarrow q)$  é equivalência logo,
- $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (p \rightarrow q)$  é tautologia

## Implicação Lógica

## Definição de Implicação Lógica

- (Michaelis), "implicar" significa: originar, produzir como consequência, ser causa de
- A implicação lógica entre as fórmulas  $P$  e  $Q$ , ocorre se, e somente se, a operação implicação (condicional " $\rightarrow$ ") entre elas resultar em uma tautologia

- Proposição composta  $P(p, q, r, \dots)$  implica logicamente numa proposição composta  $Q(p, q, r, \dots)$  " $P \Rightarrow Q$ " se o conjunto resposta da tabela verdade da operação (implicação)  $P \rightarrow Q$  for tautologia
- Esta é a condição necessária e suficiente para que uma relação de implicação lógica " $\Rightarrow$ " seja válida (verdadeira)

## Propriedades da Implicação Lógica

- As propriedades das relações de implicação lógica são:
- Reflexiva  $P \Rightarrow P$
- Transitiva Se  $P \Rightarrow Q$  e  $Q \Rightarrow R$ , então  $P \Rightarrow R$
- Validada pela tabela verdade da operação  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

## Tabela verdade da operação

$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$  - Transitiva  
Se  $P \Rightarrow Q$  e  $Q \Rightarrow R$ , então  $P \Rightarrow R$

p	q	r	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

## Implicações Lógicas Notáveis

- É apresentada no texto da aula uma tabela com as principais implicações notáveis
- São muito úteis na aplicação do método dedutivo (simplificações)

## Equivalência Lógica

### Definição de Equivalência Lógica

- (Michaelis) "equivalência" significa: igualdade de valor, correspondência
- A equivalência lógica entre as fórmulas  $P$  e  $Q$  ocorre se, e somente se, a operação bi-implicação (bicondicional " $\leftrightarrow$ ") entre elas resultar em tautologia

- Proposição composta  $P(p, q, r, \dots)$  equivale logicamente a uma proposição composta  $Q(p, q, r, \dots)$  " $P \Leftrightarrow Q$ " se o conjunto resposta da tabela verdade da operação (bi-implicação)  $P \Leftrightarrow Q$  for tautologia
- Esta é a condição necessária e suficiente para que uma relação de equivalência lógica " $\Leftrightarrow$ " seja válida (verdadeira)

### Propriedades da Equivalência

- As propriedades das relações de equivalência lógica são:
  - Reflexiva  $P \Leftrightarrow P$
  - Simétrica Se  $P \Leftrightarrow Q$ , então  $Q \Leftrightarrow P$
  - Transitiva Se  $P \Leftrightarrow Q$  e  $Q \Leftrightarrow R$ , então  $P \Leftrightarrow R$
  - Validada pela tabela verdade da operação  $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \rightarrow (p \leftrightarrow r)$

**Tabela verdade da operação**  
 $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \rightarrow (p \leftrightarrow r)$  - Transitiva  
 Se  $P \Leftrightarrow Q$  e  $Q \Leftrightarrow R$ , então  $P \Leftrightarrow R$

p	q	r	$(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \rightarrow (p \leftrightarrow r)$			
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	F
F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V

### Equivalências Lógicas Notáveis

- Duas proposições são equivalentes quando apresentam os mesmos valores lógicos e conjunto resposta
- É apresentada no texto da aula uma tabela com as principais equivalências notáveis
- São muito úteis na aplicação do método dedutivo (simplificações)

## Álgebra das Proposições

## Álgebra das proposições

- Conjunto de regras e propriedades para simplificar proposições utilizando-se de implicações/equivalências notáveis
- Ex.: simplificação de códigos computacionais, quanto mais simples, menor e melhor compreendido será

- É a aplicação equivalências lógicas, agrupadas na forma de propriedades das operações lógicas, com o intuito de simplificar
- É apresentada no texto da aula uma tabela com as principais Regras de Equivalência, o conjunto de propriedades das operações

## Método Dedutivo

## Validade de Argumentos

- O objetivo principal da lógica dedutiva é verificar se um argumento (premissas+conclusão) é estruturado, independentemente dos valores lógicos das proposições, a veracidade das premissas implica sempre na veracidade da conclusão

- O argumento válido é silogismo
- O estudo dos argumentos verifica se eles são válidos ou inválidos
- Um argumento é válido (ou ainda legítimo ou bem construído), quando sua conclusão é uma consequência obrigatória do seu conjunto de premissas

- As premissas e a conclusão podem ser falsas, e o argumento, ainda assim, será válido
- A validade de um argumento depende apenas da sua forma e não do seu conteúdo ou dos valores das proposições
- As tabelas verdade são utilizadas para fazer essa verificação

- Entretanto, o tamanho das tabelas verdade cresce exponencialmente ( $2^n$  linhas)
- O método dedutivo fornece um procedimento que permite a validação sem a necessidade de construir tabelas verdade

#### Método Dedutivo

- O Método dedutivo é utilizado para demonstração de implicações e equivalências, utilizando das propriedades, leis e regras
- As equivalências relativas desempenham um papel importante, as proposições (simples ou compostas) podem ser substituídas por  $P, Q, R, T, C$

- O Método Dedutivo utiliza as implicações e equivalência notáveis, (regras de inferência e regras de equivalência (tabelas))
- A validade pode ser verificada pela construção de tabelas verdade de cada argumento

- Ex.: (Aula prática 2): Demonstrar que os argumentos são válidos, utilizando tabela-verdade e as regras de inferência:
  - Se o programa é eficiente, ele executará rapidamente
  - O programa é eficiente ou tem um erro
  - O programa não executa rapidamente
  - Portanto, o programa tem um erro

#### Referências

- **ABAR, C. A. A. P. Noções de lógica matemática. São Paulo: PUC-SP, 2011.**
- **CASTANHEIRA, N. P.; LEITE A. E. Raciocínio Lógico e lógica quantitativa. Curitiba: InterSaberes, 2017 (Série Dismistificando a Matemática, 6).**
- **COPPIN, B. Inteligência Artificial. Rio de Janeiro: LTC, 2017.**
- **[DICMAXI – Michaelis Português]**
- **LUGER, G. F. Inteligência Artificial. 6. ed. São Paulo: Pearson, 2013.**