UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA CALI

Guía

Álgebra Booleana

Tema II: Circuitos

CIRCUITOS LOGICOS

FUNCIONES DEL ÁLGEBRA BOOLEANA BINARIA

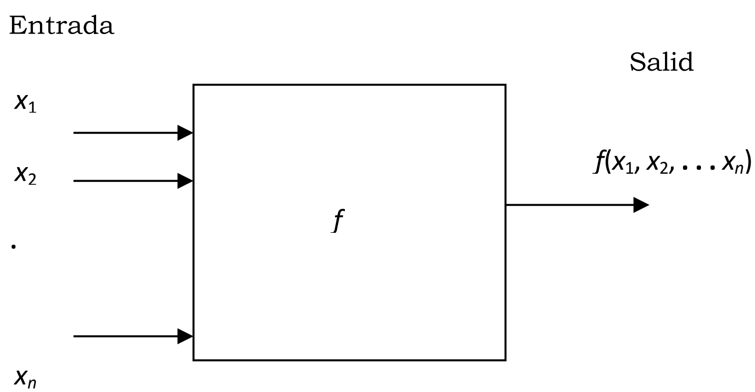
Sea B = {0, 1} y sea $B^n = \{(x_1, x_2, \ldots x_n) / x_i \in B$ para $i = 1, 2, \ldots, n\}$, entonces se definen funciones f de B^n en B, que se denotan $f : B^n \rightarrow B$, como funciones en las que para cualquier n-upla $(x_1, x_2, \ldots x_n) \in B^n$, $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ es 1 o 0. Estas funciones se pueden considerar como funciones de n "variables", donde cada una de ellas toma sólo los valores 1 o 0. Es frecuente enlistarlas en tablas dando cada n-upla posible $(x_1, x_2, \ldots x_n)$ y el valor correspondiente de la función f.

Ejemplo ilustrativo: La tabla que se muestra a continuación representa una función f particular de tres variables; esto es, $f : B^3 \rightarrow B$

x_1	x_2	x_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	1

0	0	1	1
0	0	0	1

El número de combinaciones posibles de ceros y unos de las *n*-upla $(x_1, x_2, \ldots x_n)$ es de 2^n, donde n es el número de variables diferentes. A menudo estas tablas se denominan **tablas de verdad** de f, debido a la analogía con la lógica proposicional.



La importancia de estas funciones es que pueden usarse para representar los requerimientos de salida de un circuito para todos los posibles valores de las entradas. Por lo tanto, cada x_i representa una entrada al circuito capaz de transportar dos voltajes indicadores (un voltaje para el 0 y otro diferente para el 1). La función f representa la respuesta de salida en todos los casos. Tales requerimientos se presentan al diseñar los pasos de todas las combinaciones y secuencias de los circuitos para los computadores. Cabe anotar que la especificación de una función $f : B^n \rightarrow B$ es sólo una lista de los requerimientos del circuito. Esto no nos da indicación alguna de cómo estos requerimientos se satisfacen.

CIRCUITOS DE CONMUTACION (O DE CONMUTADORES)

Un circuito eléctrico de interruptores normalmente contiene alguna fuente de energía (una pila o batería), un dispositivo de salida (por ejemplo una bombillo), y uno o más interruptores o “switches”, todos ellos conectados por alambres. Sólo se considerarán los interruptores que permiten o impiden el paso de la corriente eléctrica que fluye por el circuito, y cuyo funcionamiento es de dos estados cerrado (encendido), on, y abierto (apagado), off.

Cuando un interruptor x está en la posición cerrado (on) permite el paso de la corriente, se escribe $x = 1$, y cuando está en la posición abierto (off), no hay paso de corriente, se escribe $x = 0$.

INTERRUPTOR CERRADO (ON)

$x = 1$

INTERRUPTOR ABIERTO (OFF)

$x = 0$

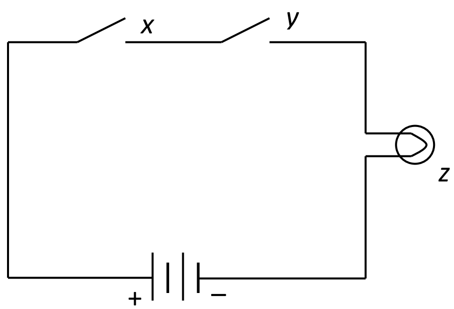
Existen dos formas básicas para interconectar interruptores: conexión en serie y conexión en paralelo.

CIRCUITO EN SERIE (CIRCUITO AND).

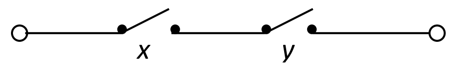
Se caracteriza porque hay paso de corriente a z si, y solo si, los dos interruptores x e y se encuentran cerrados. Es decir, la salida del circuito es 1 si, y solo si $x = 1$ y $y = 1$. Esta configuración se denota por $z = xy$. La tabla de conmutación que presenta las salidas del circuito en serie (AND) es:

x	y	$z = x\,y$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Puesto que estamos interesados solamente en la posición de los interruptores, entonces usaremos la representación simplificada del circuito:



Circuito en serie



Circuito simplificado

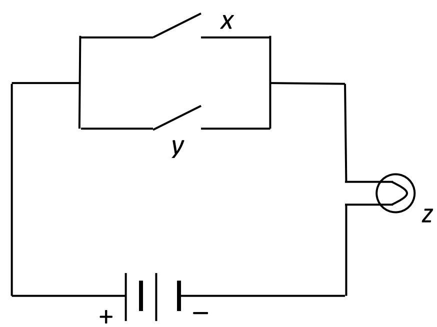
CIRCUITO EN PARALELO (CIRCUITO OR).

Se caracteriza porque hay paso de corriente a z si, y solo si uno de los interruptores del circuito, x o bien y, o ambos está(n) cerrado(s). Es decir, la salida del circuito es 1 si, y solo si $x = 1$ o $y = 1$, o ambos $x = y = 1$. Esta configuración se denota por $z = x + y$. La tabla de conmutación del circuito en paralelo es:

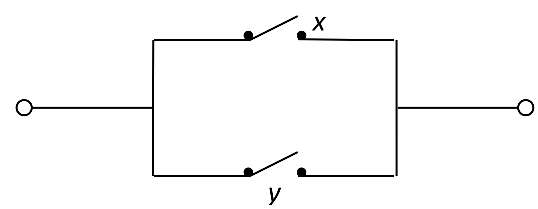
x	y	$z = x + y$
1	1	1
1	0	1

0	1	1
0	0	0

Al igual que en el circuito en serie, usaremos la representación simplificada del circuito:



Circuito en paralelo

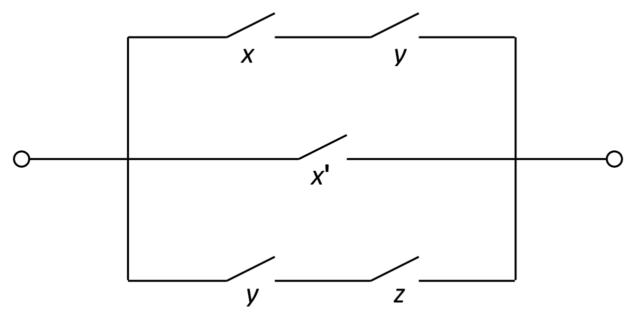


Circuito simplificado

Si en un circuito hay varios interruptores que coinciden en su estado (1 o 0) los designaremos con la misma variable. El símbolo *x*' (o $\overline{x}$) representa un interruptor que presenta el estado opuesto al que presenta un interruptor denotado por *x*, se denomina el **inversor de *x***. En un circuito junto con cualquier interruptor *x* podemos incluir cualquier interruptor *x*' que está abierto cuando *x* está cerrado, y está cerrado cuando *x* está abierto:

x	x'
1	0
0	1

Ejemplo 1: Determine una expresión de Boole para el siguiente circuito de interruptores y elabore su correspondiente tabla conmutadora



Solución: Se procede por niveles de arriba a abajo: 1) xy, 2) x', 3) yz.

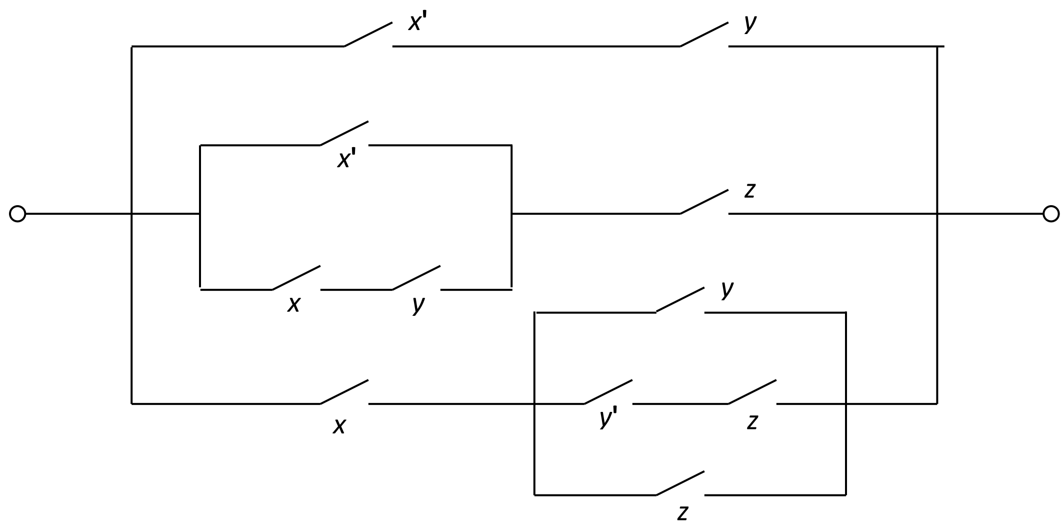
Al final obtenemos la expresión: $xy + x' + yz$ que corresponde a la expresión de Boole del circuito, donde los niveles son de un circuito en paralelo.

La tabla conmutadora correspondiente es:

x	*y*	*z*	*xy*	*x'*	***yz***	*xy + x' + yz*
1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	1	0	1

Ejemplo 2: Determine una expresión booleana para el circuito de la figura y halle un circuito equivalente “más sencillo”.

Solución: Procediendo por niveles de arriba hacia abajo obtenemos la expresión $x'y + (x' + xy)\,z + x\,(y + y'z + z)$.



Simplificando la expresión por las leyes del álgebra de Boole se obtiene la expresión $y + z$ (verifíquelo). El circuito que se obtiene realiza las mismas funciones que el anterior: