UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA CALI

Guía Grafos

Tema I: Caracterización de Grafos

Grafos Simples.

Un grafo es *simple* si a lo más *sólo* 1 arista une dos vértices cualesquiera. Esto es equivalente a decir que una arista cualquiera es el único que une dos vértices específicos.

Un grafo que *no* es simple se denomina *complejo*.

Grafos conexos.

Un grafo es conexo (más formalmente *fuertemente conexo*) si todos sus vértices están conectados por un camino; es decir, si para cualquier par de vértices (a, b), existe al menos un camino posible desde *a* hacia *b*.

Es posible determinar si un grafo es fuertemente conexo coleccionando la información de los grados de sus vértices al tiempo que se acumulan las diferentes rutas que salen de un vértice o llegan a él.

En términos matemáticos la propiedad de un grafo de ser fuertemente conexo permite establecer en base a él una relación de equivalencia para sus vértices, la cual lleva a una partición de éstos en "componentes fuertemente conexos", es decir, porciones del grafo, que son fuertemente conexas cuando se consideran como grafos aislados. Esta propiedad es importante para muchas demostraciones en teoría de grafos.

Grafos completos.

Un grafo simple es *completo* si existen aristas uniendo *todos* los pares posibles de vértices. Es decir, todo par de vértices (a, b) debe tener una arista *e* que los une.

El conjunto de los grafos completos es denominado usualmente $\mathbb{K}$, siendo $\mathbb{K}_n$ el grafo completo de *n* vértices.

Un K_n, es decir, grafo completo de n vértices tiene exactamente

$$\frac{n \times (n-1)}{2}$$ aristas.

La representación gráfica de los K_n como los vértices de un polígono regular da cuenta de su peculiar estructura.

Grafos Bipartitos.

Un grafo G es bipartito si puede expresarse como $G = \{V_1 + V_2, A\}$ (es decir, la unión de dos grupos de vértices), bajo las siguientes condiciones:

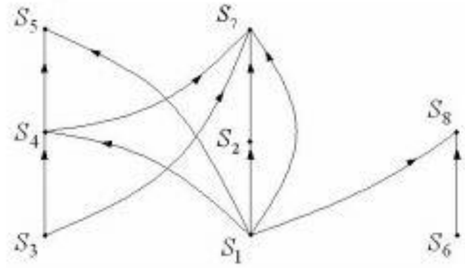
- V_1 y V_2 son distintos y tienen más de un elemento cada uno.
- Una arista en A une un vértice de V_1 con uno de V_2.
- No existen aristas uniendo dos elementos de V_1; análogamente para V_2.

Bajo estas condiciones, el grafo se considera bipartito, y puede describirse informalmente como el grafo que une o relaciona dos conjuntos de elementos diferentes, como aquellos resultantes de los ejercicios y puzzles en los que debe unirse un elemento de la columna A con un elemento de la columna B.

Grafos

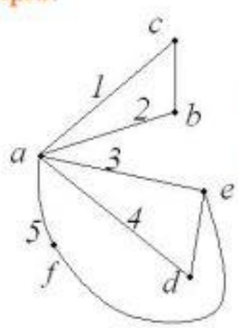
Ejemplos:

S_1	$b=3$
S_2	$c=b+2$
S_3	$a=1$
S_4	$d=a*b+5$
S_5	$e=d-1$
S_6	$f=7$
S_7	$e=c+d$
S_8	$g=b*f$



Relación $\rightarrow$ se ejecuta primero

Ejemplo:



$$V=\{a,b,c,d,e,f\}$$
$$E=\{a-c,a-b,a-e,a-d,a-f,c-b,e-d,e-f\}$$

Ejemplo:

$$V=\{a,b,c,d,e\}$$
$$E=\{(a,b),(a,d),(b,c)\}$$

Grafo dirigido

$V \rightarrow$ Conjunto de vértices
$E \rightarrow$ Conjunto de aristas
$G \rightarrow$ Grafo
Donde $G=(V,E)$
Ejemplo 2: $E:(a,b)$ la arista es incidente en los nodos a y b
Ejemplo 2: $E:(a,b)$ a es el vértice origen y b es el vértice terminal.

e vértice aislado
Ejemplo 2: Grafo dirigido.
Ejemplo 1: Grafo no dirigido.
$\Rightarrow$ Grafo: Cuando no se especifica se entiende que es no dirigido

Definición: Sean x , y vértices (no necesariamente diferentes) de un grafo dirigido G = ( ) V, E un camino x - y en G es una sucesión alternada finita