UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA CALI

Guía Relaciones

Tema III: Matriz de una relación

Matriz de una Relación.

Dados dos conjuntos finitos, no vacíos,

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\} \text{ y } B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$$

y una relación $\mathscr{R}$ cualquiera de A a B, llamaremos matriz de $\mathscr{R}$ a la matriz booleana siguiente:

$$M_{\mathscr{R}} = (r_{ij}) : r_{ij} = \begin{cases} 1, & si\ (a_i, b_j) \in \mathscr{R} \\ 0, & si\ (a_i, b_j) \notin \mathscr{R} \end{cases}$$

donde $i = 1, 2, \ldots\ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots\ldots, n.$

Directamente de la definición dada se deduce que la matriz de una relación binaria es cuadrada.

Ejemplo:

Sea A = {1, 2, 3, 4} y definimos la relación a R b ⇐⇒ b es múltiplo de a, ∀a, b ∈ A.

$$a\mathscr{R}b \iff b \text{ es múltiplo de } a,\ \forall a, b \in A$$

Calcularemos la matriz de la relación R.

Solución:

La relación vendrá dada por el conjunto

$$\mathscr{R} = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,4), (3,3), (4,4)\}$$

y la matriz será, por tanto,

$$M_{\mathscr{R}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nota:

- Obsérvese que la matriz de una relación caracteriza a la misma, o sea, si se conoce la relación se conoce la matriz y si se conoce la matriz sabremos de que relación trata.
- Obsérvese también lo siguiente: si $M_{\mathscr{R}}$ es la matriz de una relación $\mathscr{R}$ de A a B, cada fila se corresponde con un elemento de A y cada columna con un elemento de B. Para calcular el dominio de $\mathscr{R}$ bastará ver en que filas hay, al menos, un uno y para calcular la imagen bastará con ver en que columnas hay, al menos, un uno.

En el ejemplo anterior,

$$\mathrm{Dom}\,(\mathscr{R}) = \{1, 2, 3, 4\} \ \text{ e } \mathrm{Img}\,(\mathscr{R}) = \{1, 2, 3, 4\}$$

Existe otra forma de representar una relación cuando es de un conjunto en si mismo, es decir, cuando la relación es binaria.