

# Guía

# Lógica Proposicional

## Tema I: Proposiciones

## Lógica Proposicional

El hombre ha hecho uso del lenguaje para comunicarse entre sí; usa conjuntos de palabras del idioma que organizadas “coherentemente” en un contexto determinado transmiten una idea. Sin embargo, en el lenguaje común una misma agrupación de palabras puede tener diversas interpretaciones. Por ejemplo, de la forma o sentido como se expresen: *!Cómo amaneció!*, o bien *¿Cómo amaneció?*.

También de significado, que depende de la situación, por ejemplo: *¡Haga el ejercicio!*, puede significar: que realice un ejercicio indicado, que termine un ejercicio o que siga las instrucciones de un ejercicio físico indicado. Sin embargo en la Lógica simbólica un enunciado del lenguaje tiene un significado bien preciso y se llama proposición.

### DEFINICIÓN. Proposición.

Una **proposición** es un enunciado al que se le puede asignar un valor de verdad que puede ser *verdadero* o *falso*, pero no ambos.

**Ejemplo ilustrativo:** Los siguientes enunciados son proposiciones:

1.  $22 + 45 = 67$
2. La naranja es un cítrico.
3. Java es un lenguaje de máquina.
4. El trapecio es un paralelogramo.

5. Gabriel García Márquez es un escritor.

Estas son proposiciones porque enuncian o dicen algo que puede ser verdadero (V) o falso (F). Así en el ejemplo se tiene que las proposiciones 1, 2 y 5 son verdaderas, mientras que las proposiciones 3 y 4 son falsas.

El **valor de verdad** de una proposición es verdadero, y se denota por **V**, si la proposición es verdadera, o falso, y se denota por **F**, si la proposición es falsa.

Las preguntas, los ruegos, los mandatos, las exclamaciones o las conjeturas, aunque son enunciados, no son en sí ni verdaderas ni falsas. Se considera que las oraciones *declarativas* o *enunciativas* son las entidades gramaticales a las cuales se les puede asignar cualquiera de los dos valores de estado: *verdadero* o *falso*; es decir sólo afirman o niegan algo.

**Ejemplo ilustrativo:** Los siguientes enunciados no son proposiciones, porque no es posible asignarles un valor de verdad, esto es, verdadero o falso:

1. ¿Cuál es su nombre?
2. ¡Buen día!
3. No todo lo que brilla es oro.
4. Un cuadrado es mayor que un círculo.

## Lógica Proposicional

5.  $x^2 - 9 = 0$

6. Mañana lloverá.

No obstante, el enunciado “ $a + 3 = b$ ” no es una proposición, ya que no es ni verdadera ni falsa; ésta depende de los valores las variables  $a$  y  $b$ .

En la lógica proposicional se identifican dos tipos de proposiciones: las **simples** o **atómicas** y las **compuestas** o **moleculares**. Las proposiciones **simples** o **atómicas** son oraciones declarativas, las cuales en general contienen un sujeto perfectamente definido dado por el contexto, un predicado y una inflexión del verbo ser; es decir se le adjudica cierta cualidad al sujeto. Por lo tanto, no se componen de más proposiciones simples y carecen de **enlaces** o **conectivos**.

**Ejemplo ilustrativo:** Son ejemplos de proposiciones simples o atómicas las siguientes:

1. La física es una ciencia experimental. (V)
2. El conjunto de divisores enteros de 5 es  $\{1, -1, 5, -5\}$ . (V)
3. Todos los rectángulos son cuadrados. (F)

Las proposiciones simples se representan usualmente con las letras minúsculas  $p, q, r, s, t, \dots$ , que se denominan **variables proposicionales**. Aunque algunos matemáticos prefieren usar letras mayúsculas para representar las proposiciones. En lo sucesivo en este documento se utilizarán letras minúsculas para denotar las proposiciones simples.

Se pueden combinar y enlazar dos o más proposiciones simples usando ciertos conectores bien definidos, tales como “y”, “o”, “si. . . entonces. . .”, “a menos que”, “pero”, “ni. . . ni...”, “. . . si y sólo si. . .” entre otros; que actúan como operadores llamados **enlaces o conectivos lógicos**, considerados operadores binarios, porque involucran al menos dos proposiciones. También se emplea “no” que aunque no opera de manera estricta sobre dos proposiciones, si actúa sobre una sola; por tal razón se le considera un operador unario.

Las **proposiciones compuestas** o **moleculares** se forman por la combinación de proposiciones simples con los operadores o conectivos lógicos.

**Ejemplo ilustrativo:** Son ejemplos de proposiciones compuestas o moleculares las siguientes:

1. El Sol es una estrella **si y solo si** tiene luz propia.
2. El 2 es un entero par **y** es primo.
3. **No es cierto que** el cero **no** es múltiplo de todo entero.
4. 12 es múltiplo de  $-2$  **o** es un entero compuesto.



El **valor de verdad** de una *proposición compuesta* es verdadero (V) o falso (F) y depende solamente de los valores de verdad de sus proposiciones simples o atómicas componentes. Se determina empleando la regla de conexión de dichas partes por medio de los *enlaces o conectivos lógicos* (operadores) que a continuación se definirán.