Parcial 1 Señales y sistemas

1.) La distancia media entre dos señales periodicas $x_1(t) \in \mathbb{R}, \mathbb{C}$ y $x_2(t) \in \mathbb{R}, \mathbb{C}$: se puede expresar a partir de la potencia media de la diferencia entre ellas =

$$d^2(x_1, x_2) = \bar{P}_{x_1 - x_2} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_T |x_1(t) - x_2(t)|^2 dt$$

Sea $x_1(t)$ y $x_2(t)$ dos señales definidas como:

$$x_1(t) = A e^{-jnw_0 t} \quad / \quad x_2(t) = B e^{jmw_0 t}$$

Con $w_0 = \frac{2\pi}{T}$; $T, A, B \in \mathbb{R}^+$ y $n, m \in \mathbb{Z}$. Determine la distancia entre las dos señales. Compruebe sus resultados con Pytnon

→ R) → Para simplificar los calculos hacemos →

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_T |x_1(t) - x_2(t)|^2 dt$$

Vamos a abrir el cuadrado

$$|x|^2 = x x^* \qquad |x-y|^2 = (x-y)(x-y)^*$$

$$|x_1(t) - x_2(t)|^2 = x_1 x_1^* - x_1 x_2^* - x_2 x_1^* + x_2 x_2^*$$ Reemplazamos en la integral

$$\frac{1}{T}\left[\int_T x_1 x_1^* dt - \int_T x_2 x_1^* dt - \int_T x_1 x_2^* dt + \int_T x_2 x_2^* dt\right]$$

Reemplazamos los valores de $x_1(t)$ y $x_2(t)$

$$\frac{1}{T}\int_T x_1(t) x_1^*(t)\, dt = \frac{1}{T}\int_T [\cancel{A e^{-jnw_0 t}} \cdot \cancel{A e^{+jnw_0 t}}]\, dt = \frac{1}{T}\int_T A^2 dt$$

$$-\frac{1}{T}\int_T x_1(t) x_2^*(t)\, dt = \frac{1}{T}\int_T [A e^{-jnw_0 t} \cdot B e^{-jmw_0 t}]\, dt = \frac{1}{T}\int_T AB\, e^{-j(m+n)w_0 t} dt$$

$$-\frac{1}{T}\int_T x_2(t) x_1^*(t) = \frac{1}{T}\int_T [B e^{jmw_0 t} \cdot A e^{+jnw_0 t}]\, dt = \frac{1}{T}\int_T AB\, e^{j(m+n)w_0 t} dt$$

$$\frac{1}{T}\int_T x_2(t) x_2^*(t) = \frac{1}{T}\int_T [\cancel{B e^{jmw_0 t}} \cdot \cancel{B e^{-jmw_0 t}}]\, dt = \frac{1}{T}\int_T B^2 dt$$

Con estos valores Reemplazamos en la funcion $d^2(x_1, x_2)$ →

$$d^2(x_1, x_2) = \frac{1}{T}\left[\int_0^T A^2 dt + \int_0^T B^2 dt - AB\int_0^T e^{-j(n+m)w_0 t} dt - AB\int_0^T e^{j(n+m)w_0 t} dt\right]$$

Para estas dos integrales podemos usar la identidad de euler

$$\cos(\theta) = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \rightarrow 2\cos(\theta) = e^{j\theta} + e^{-j\theta}$$

$$-\int_0^T AB\left(e^{-j(n+m)w_0 t} + e^{j(n+m)w_0 t}\right) dt = -\int_0^T 2AB\cos((n+m)w_0 t)\, dt$$

Con esto ahora Resolvemos las integrales

$$d^2(x_1, x_2) = \frac{1}{T}\left[\int_0^T A^2 dt + \int_0^T B^2 dt - 2AB\int_0^T \cos((n+m)w_0 t)\, dt\right.$$

$$d^2(x_1, x_2) = \frac{1}{T}\left[A^2 T + B^2 T - 2AB\int_0^T \cos((n+m)w_0 t)\, dt\right.$$

Para esta ultima integral tenemos 2 casos de solucion $\rightarrow$

- Si $n+m=0$ osea que $n=-m$ entonces $\cos(0)=1$ por lo que

$$2AB\int_0^T \overset{1}{\cos(0)}\, dt = 2ABT$$

- Si $n+m \neq 0$ La funcion $\cos((n+m)w_0 t)$ tiene un periodo fundamental

$T' = \frac{2\pi}{|n+m| w_0} = \frac{T}{|n+m|}$ Como $|n+m|$ es un entero el intervalo de integracion T cubre exactamente $|n+m|$ periodos de la funcion

Por lo que la integral dara 0 al integrar sobre un numero entero de sus periodos $\rightarrow w_0 = \frac{2\pi}{T}$

$$\int_0^T \cos((n+m)w_0 t)\, dt = \left[\frac{\text{Sen}((n+m)w_0 t)}{(n+m)w_0}\right]_0^T$$

$$= \frac{\text{Sen}((n+m)w_0 T) - \overset{0}{\text{Sen}(0)}}{(n+m)w_0} \quad \text{Reemplazando } w_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{\text{Sen}\left((n+m)\frac{2\pi}{\cancel{T}}\cancel{T}\right)}{(n+m)\frac{2\pi}{T}} = \frac{\overset{\rightarrow 0}{\text{Sen}(\text{entero} \cdot 2\pi)}}{(n+m)\frac{2\pi}{T}} = \frac{0}{(n+m)\frac{2\pi}{T}} = 0$$

Para el caso 1

$$d^2(x_1, x_2) = \frac{A^2 \cancel{T}}{\cancel{T}} + \frac{B^2 \cancel{T}}{\cancel{T}} - \frac{2AB\cancel{T}}{\cancel{T}}(1) = \underbrace{A^2 + B^2 - 2AB}_{\text{trinomio cuadrado perfecto}}$$

tomamos la raíz cuadrada para hallar la distancia entre señales

$$d(x_1, x_2) = \sqrt{(A+B)^2} = |A+B| \qquad m = -n$$

Para el caso 2

$$d^2(x_1, x_2) = A^2 + B^2 - \cancel{\frac{2ABT}{T}(0)}^{\,0}$$

tomamos la raíz cuadrada

$$d(x_1, x_2) = \sqrt{A^2+B^2} \qquad m \neq -n$$

Resumiendo -

$$d^2(x_1, x_2) = \sqrt{d^2} = \begin{cases} \sqrt{A^2+B^2}, & m \neq -n \\ |A-B|, & m = -n \end{cases}$$

Para el caso 2 =

Si los exponentes forman contribuciones con frecuencias diferentes es decir $n+m \neq 0$, las oscilaciones son ortogonales en promedio y los términos cruzados se anulan por lo que

La potencia media de la diferencia es sencillamente la suma de las potencias medias individuales $A^2 + B^2 = P_{x_1} + P_{x_2}$

Para el caso 1 -

Si $m = -n$ las dos señales oscilan con la misma frecuencia pero con signos opuestos en los exponentes, por lo que no son ortogonales y aparecen los términos cruzados =

La diferencia es otra señal con amplitud $A - B$

2) Encuentre la señal en tiempo discreto al utilizar un conversor Análogo digital con frecuencia de muestreo de 5KHz y 4 bits de capacidad de representación, aplicado a la señal continua

$$x(t) = 3\cos(1000\pi t) + 5\,\text{sen}(3000\pi t) + 10\cos(11000\pi t)$$

Realizar la simulación del proceso de discretización (incluyendo al menos tres periodos de $x(t)$. en caso de que la discretización no sea apropiada, diseñe e implemente un conversor adecuado para la señal adecuada

Primero vamos a contextualizarnos con algunos temas necesarios

→ la discretización mediante muestreo está dada por la relación $t = nT_s$ donde $T_s = 1/f_s$. la señal discreta es: → $x[n] = x(n/f_s)$

Para evitar el aliasing; el teorema de Nyquist nos dice que la frecuencia de muestreo f_s debe ser al menos el doble de la frecuencia máxima (w_{max}) contenida en el ancho de la señal

$$f_s \geq 2 f_{max}$$

Vamos a Hallar las frecuencias de los componentes $w_i = 2\pi f$

Comp 1 → $3\cos(1000\pi t)$

$$w_1 = 1000\pi \rightarrow f_1 = \frac{1000\pi}{2\pi} = 500\,Hz$$

Comp 2 → $5\,\text{sen}(3000\pi t)$

$$w_2 = 3000\pi \rightarrow f_2 = \frac{3000\pi}{2\pi} = 1500\,Hz$$

Comp 3 → $10\cos(11000\pi t)$

$$w_3 = 11000\pi \rightarrow f_3 = \frac{11000\pi}{2\pi} = 5500\,Hz$$

el teorema de Nyquist nos pide que $f_s \geq 2 f_{max}$

$$f_{max} = \max(500, 1500, 5500) = 5500\,Hz$$

$$f_s = 2 f_{max} = 2 \cdot 5500\,Hz = 11000\,Hz$$

Con esto y observando la frecuencia de muestreo dada

$$f_{s\,dada} = 5\,KHz \leq f_{s\,Nyquist} = 11\,KHz$$

Porlo que al realizar la discretizacion nos encontraremos con una aliasing.

Ahora para mostrar un resultado vamos a discretizar la señal sin importar el alliasiang

tomando la señal y sostituimos $t = n/F_s = n/5000$

$$\rightarrow X[n] = 3\cos\left(1000\pi \frac{n}{5000}\right) + 5\operatorname{sen}\left(3000\pi \frac{n}{5000}\right) + 10\cos\left(11000\pi \frac{n}{5000}\right)$$

$$= 3\cos\left(\frac{\pi n}{5}\right) + 5\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi n}{5}\right) + 10\cos\left(\frac{11\pi n}{5}\right)$$

Para poder continuar las frecuencias angulares discretas den estar dentro del rango de nyquist $[-\pi, \pi]$

Comp 1 $\rightarrow \Omega_1 = \pi/5$ ✓
Comp 2 $\rightarrow \Omega_2 = 3\pi/5$ ✓
Comp 3 $\rightarrow \Omega_3 = 11\pi/5$ X $\rightarrow$ aqui se produciria el aliasing

Para poder trabajarlo le vamos a restar 2π hasta que este dentro del rango

$$\Omega_3 = \frac{11\pi}{5} - 2\pi = \frac{11\pi - 10\pi}{5} = \frac{\pi}{5} ✓$$

Con esto ya tendimos la señal discretizada

$$X[n] = 3\cos\left(\frac{\pi n}{5}\right) + 5\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi n}{5}\right) + 10\cos\left(\frac{\pi n}{5}\right)$$

$$= 13\cos\left(\frac{\pi n}{5}\right) + 5\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi n}{5}\right)$$ ✓ $\rightarrow$ pero presenta aliasing !

Entonces para solucionarlo de raiz vamos a cambiar el conversor

$$F_s \geq 2F_{max} = 2 \cdot 5000\ Hz = 11000\ Hz$$

Por lo que usaremos una frecuencia de muestreo de 12 kHz

Los bits de cuantificacion $L = 2^4 = 16$ niveles

el rango de voltaje de la señal es de la suma de la amplitudes maximas

$V_{max} = 3 + 5 + 10 = 18$ $\quad V_{min} = -18$ $\quad V_{pp} = \underbrace{18 - (-18) = 36}_{\text{Rango total}}$

La Resolucion de cada nivel seria de

$$\Delta = \frac{V_{PP}}{L} = \frac{36}{16} = 2{,}25\ V/nivel$$

El error de cuantificacion

$$E_q = \frac{\Delta}{2} = 1{,}125$$

es un error grande (por encima de 1) por lo que si aumentamos los bits a 5

tendriamos $2^5 = 32$ niveles $\Delta = \frac{36}{32} = 1{,}125$ $\epsilon_q = 0{,}5625$

dandonos un error mas bajo disminuyendo el ruido

Señal discretizada con este nuevo convertidor sera

$$x[n] = 3\cos\left(\frac{\pi n}{12}\right) + 5\,\mathrm{Sen}\left(\frac{3\pi n}{12}\right) + 10\cos\left(\frac{11\pi n}{12}\right)$$

~~3)~~ Sea $x''(t)$ la segunda derivada de la señal $x(t)$, donde $t \in [t_i, t_f]$. Demuestre que los coeficientes de la serie exponencial de fourier se puede calcular segun

$$C_n = \frac{1}{(t_i - t_f)n^2 w_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\, e^{-jnw_0 t}\, dt \quad , n \in \mathbb{Z}$$

Como se pueden calcular los coeficientes a_n y b_n desde $x''(t)$ en la serie trigonometrica de forier?

Para hacer la demostracion nos guiamos de la serie exponencial de fourier. $\rightarrow X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jnw_0 t} \rightarrow$ derivamos 1 y 2 veces

1ra derivada

$$\frac{d}{dt}X(t) = x'(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \frac{d}{dt}\left(e^{jnw_0 t}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n (jnw_0)\, e^{jnw_0 t}$$

2da derivada

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) = x''(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n (jnw_0)^2 e^{jnw_0 t} \rightarrow j^2 = -1$$

$$x''(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(-n^2 w_0^2)\, e^{jnw_0 t}$$

usando la formula de analisis para los coeficientes $x''(t)$

$$\overline{C_n} = \frac{\langle x''(t) \cdot e^{jnw_0 t}\rangle}{\| e^{jnw_0 t}\|} = \int_{t_i}^{t_f} \frac{x''(t)\, e^{-jnw_0 t}\, dt}{T} = \underbrace{C_n (jnw_0)^2}_{\text{Coeficiente de fourier}}$$

aqui vamos a despejar C_n desde $\tilde{C}_n$

$$C_n = \frac{1}{(t_f - t_i)(jnw_0)^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\, e^{-jw_0t}\, dt \rightarrow j^2 = -1$$

$$C_n = \frac{1}{-1(t_f - t_i)\, n^2 w_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\, e^{-jw_0t}\, dt$$

$$\hookrightarrow C_n = \frac{1}{(t_i - t_f)\, n^2 w_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\, e^{-jw_0t}\, dt$$

Calculando a_n y b_n desde $x''(t)$ en la serie trigonométrica

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{N} a_n \cos(nw_0t) + j b_n \operatorname{sen}(nw_0t)$$

Hallar la primera y segunda derivada

$$x'(t) = \sum_{n=1}^{N} a_n (nw_0)(-\operatorname{sen}(nw_0t)) + j b_n (nw_0) \cos(nw_0t)$$

$$x''(t) = \sum_{n=1}^{N} a_n(-nw_0)(nw_0)\cos(nw_0t) + j b_n (nw_0)(-nw_0)\operatorname{sen}(nw_0t)$$

$$\rightarrow \bar{a}_n = \frac{2}{T}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\cos(nw_0t)\,dt \longmapsto \text{Hallar los valores de } a_n \text{ y } b_n \text{ para } x''(t)$$

$$\tilde{b}_n = \frac{2}{T}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\operatorname{sen}(nw_0t)\,dt$$

Despejamos a_n y b_n

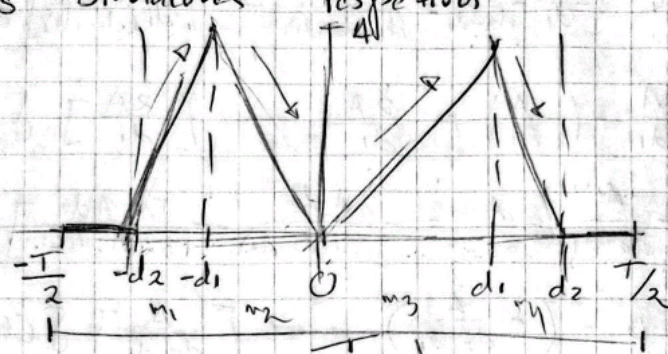
$$a''_n = -n^2 w_0^2 a_n \quad / \quad b''_n = -n^2 w_0^2 b_n$$

$$-n^2 w_0^2 a_n = \frac{2}{T}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\cos(nw_0t)\,dt \quad / \quad -n^2 w_0^2 b_n = \frac{2}{T}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\operatorname{sen}(nw_0t)\,dt$$

$$a_n = \frac{-2}{Tn^2w_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\cos(nw_0t)\,dt \quad / \quad b_n = \frac{-2}{Tn^2w_0^2}\int_{t_i}^{t_f} x''(t)\operatorname{sen}(nw_0t)\,dt$$

lo que es a_0: no tiene término de frecuencia $(n=0)$ por lo que desaparece al derivar

4) ▷ Encuentre el espectro de fourier, su parte real, Imaginaria, magnitud, Fase, y el error relativo para $n \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5\}$, a Partir de $x''(t)$ para la señal $x(t)$ en la figura 1. Compruebe el espectro obtenido con la estimación a partir de $x(t)$. presente las Simulaciones respectivas



Primero Analizamos la Señal

▷ Periodo de la señal = es Cada T segundos
▷ La frecuencia angular es = $\omega_0 = 2\pi/T$
▷ si vemos la señal esta es Simetrica Como si fuera un espejo en $t=0$

Esto nos dice que es una señal Par por lo que solo tendra coeficientes de fourier C_n Reales. lo que nos simplificara todo

usando la propiedad de la derivada sabemos que

$$x''(t) = (j n \omega_0)^2 C_n$$

$$\triangleright D_n = -(n\omega_0)^2 C_n$$

▷ Calculamos las pendientes de cada punto

$$(-d_2, -d_1) = m_1 = \frac{\text{Altura}}{\text{Base}} = \frac{A}{(-d_1)-(-d_2)} = \frac{A}{d_2-d_1}$$

$$(-d_1, 0) = m_2 = \frac{0-A}{0-(-d_1)} = -\frac{A}{d_1}$$

$$(0, d_1) = m_3 = \frac{A-0}{d_1-0} = \frac{A}{d_1}$$

$$(d_1, d_2) = m_4 = \frac{0-A}{d_2-d_1} = -\frac{A}{d_2-d_1}$$

Ahora vamos a hallar los impulsos donde la pendiente cambia y hallaremos la magnitud

magnitud

$t = -d_2$ / $m_1 - 0$ $\frac{A}{d_2-d_1} - 0$ — $\left[\frac{A}{d_2-d_1}\right]\delta(t+d_2)$

$t = -d_1$ / $m_2 - m_1$ $-\frac{A}{d_1} - \frac{A}{d_2-d_1} = -\frac{Ad_2}{d_1(d_2-d_1)}$ — $\left[\frac{-Ad_2}{d_1(d_2-d_1)}\right]\delta(t+d_1)$

$t = 0$ / $m_3 - m_2$ $\frac{A}{d_1} - \left(-\frac{A}{d_1}\right) = \frac{2A}{d_1}$ — $\left[\frac{2A}{d_1}\right]\delta(t)$

$t = d_1$ / $m_4 - m_3$ $-\frac{A}{d_2-d_1} - \frac{A}{d_1} = -\frac{Ad_2}{d_1(d_2-d_1)}$ — $\left[-\frac{Ad_2}{d_1(d_2-d_1)}\right]\delta(t-d_1)$

$t = d_2$ / $0 - m_4$ $0 - \left(-\frac{A}{d_2-d_1}\right)$ — $\left[\frac{A}{d_2-d_1}\right]\delta(t-d_2)$

La expresion de la segunda derivada es

$$x''(t) = \frac{A}{d_2-d_1}\delta(t+d_2) - \frac{A}{d_1(d_2-d_1)}\delta(t+d_1) + \frac{2A}{d_1}\delta(t) - \frac{Ad_2}{d_1(d_2-d_1)}\delta(t-d_1) + \frac{A}{d_2-d_1}\delta(t-d_2)$$

Vamos a calcular los coeficientes de D_n segun el $x''(t)$

$$D_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x''(t)\, e^{-jnw_0t}\, dt$$ → desglozandola sabemos que la integral solo evalua el euler complejo en cada impulso

$$D_n = \frac{1}{T}\left[\frac{A}{d_2-d_1}e^{-jnw_0(-d_2)} - \frac{Ad_2}{d_1(d_2-d_1)}e^{-jnw_0(-d_1)} + \frac{2A}{d_1}e^{-jnw_0(0)} - \frac{Ad_2}{d_1(d_2-d_1)}e^{-jnw_0(d_1)} + \frac{A}{d_2-d_1}e^{-jnw_0(d_2)}\right]$$

operamos, agrupamos y usamos la propiedad de euler

$$D_n = \frac{A}{T}\left[\frac{1}{d_2-d_1}\left(e^{jnw_0d_2} + e^{-jnw_0d_2}\right) - \frac{d_2}{d_1(d_2-d_1)}\left(e^{jnw_0d_1} + e^{-jnw_0d_1}\right) + \frac{2}{d_1}\right]$$

$$= \frac{2A}{T}\left[\frac{\cos(nw_0d_2)}{d_2-d_1} - \frac{d_2\cos(nw_0d_1)}{d_1(d_2-d_1)} + \frac{1}{d_1}\right] = D_n$$

Para el caso $n \neq 0$

$\hookrightarrow C_n = -\frac{1}{(nw_0)^2}D_n$

$$C_n = -\frac{T^{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}}\pi^2n^2}\frac{\cancel{2}A}{\cancel{T}}\left[\frac{\cos(nw_0d_2)}{d_2-d_1} - \frac{d_2\cos(nw_0d_1)}{d_1(d_2-d_1)} + \frac{1}{d_1}\right]$$

$$= -\frac{AT}{2\pi^2n^2}\left[\frac{\cos(nw_0d_2)}{d_2-d_1} - \frac{d_2\cos(nw_0d_1)}{d_1(d_2-d_1)} + \frac{1}{d_1}\right.$$

Para $n=0$

$$C_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, \cancel{e^{-j(0)\omega_0 t}}\, dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, dt \rightarrow C_0 \text{ es } \frac{\text{Area en un Periodo}}{\text{Periodo } T}$$

$$= \text{Area} = 2 * \left(\frac{1}{2}\text{Base}\cdot\text{altura}\right) = 2*\left(\frac{1}{2} d_2 \cdot A\right) = A d_2$$

$$C_0 = \frac{A d_2}{T}$$ es la suma de 2 triangulos entre $-d_2$ y d_2

Vamos a tomar los valores de la Simulacion

$A = 5.0$ / $T = 10,0$ / $d_1 = 1$ / $d_2 = 4$ / $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{5}$

Vamos a ver que

$n=0 \rightarrow$ $$C_0 = \frac{A d_2}{T} = \frac{(5)(4)}{10} = \frac{20}{10} = 2$$

$n=1$

$$D_n = \frac{2A}{T}\left[\frac{\cos(n\omega_0 d_2)}{d_2 - d_1} - \frac{d_2 \cos(n\omega_0 d_1)}{d_1(d_2-d_1)} + \frac{1}{d_1}\right]$$

$$= \frac{2(5)}{10}\left[\frac{\cos((1)\frac{\pi}{5}\cdot 4)}{4-1} - \frac{4(\cos(1\cdot\frac{\pi}{5}\cdot 1))}{1(4-1)} + \frac{1}{1}\right]$$

$$= -0,3483$$

Ahora se Reemplaza en C_n

$$C_n = -\frac{1}{(n\omega_0)^2} D_n = -\frac{1}{(1\cdot\frac{\pi}{5})^2}\cdot(-0,3483) = 0,8822$$

Este valor esta muy cerca al de la simulacion.

Para el Calculo de la energia total

$$E_x = \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 \, dt \quad \text{Paro Como es simetrica}$$

$$E_x = \int_{0}^{T/2} x^2(t) \, dt$$

$[0, d_1] \rightarrow m_{in} = A/d_1 \rightarrow x(t) = \frac{A}{d_1} t$

$[d_1, d_2] \rightarrow m_{out} = -A/(d_2-d_1) \rightarrow x(t) = A - \frac{A}{d_2-d_1}(t-d_1)$

$$E_x = 2\left[\int_0^{d_1} \left(\frac{A}{d_1} t\right)^2 dt + \int_{d_1}^{d_2} \left(A - \frac{A}{d_2-d_1}(t-d_1)\right)^2 dt\right]$$

al simplificar la integral dara

$$E_x = \frac{2}{3} A^2 d_2 \quad \text{valor de simulacion}$$

$$E_x = \frac{2}{3} 5^2 4 = 66{,}666 \text{ J}$$

Energia de la Serie Parcial

$$E_{FS} = T \sum_{n=-N}^{N} |C_n|^2 \rightarrow \text{Como es simetrica la señal en todos puntos menos en } C_0 \text{ decidis}$$

$$E_{FS} = T\left(|C_0|^2 + 2\sum_{n=1}^{5} |C_n|^2\right) \rightarrow \text{Realizado Con la Simulacion}$$

$$E_{FS} = 66{,}613$$

Por ultimo el error relativo

$$E_R = \frac{|E_x - E_{FS}|}{E_x}$$

$$= \frac{66{,}666 - 66{,}613}{66{,}666} = 0{,}0007912 \rightarrow 0{,}79\% \checkmark$$