Punto 1 →

$\theta = 0 \rightarrow$ Condicion inical

Etapa 1 – Señal recibida

$x_1(t) = A_1\, m(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta)$

$= \cos(2\pi f_0 t) = \frac{1}{2}(e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j2\pi f_0 t})$

$F[m(t) e^{j2\pi f_0 t}] = M(f - f_0)$

$F[m(t) e^{-j2\pi f_0 t}] = M(f + f_0)$

Aplicando la Propiedad de desplazamiento

$X_1(f) = F\{x_1(t)\}$

$X_1(f) = A_1 \times \frac{1}{2}[M(f-f_0) + M(f+f_0)]$

$= \frac{A_1}{2}(M(f-f_0) + M(f+f_0))$

$= \frac{A_1}{2} M(f-f_0) + \frac{A_1}{2} M(f+f_0)$

identidad $\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1+\cos(2\alpha))$

Etapa recibida

$x_2(t) = x_1(t) \cos(2\pi f_0 t) = A_1 m(t) \cos(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_0 t) = A_1 m(t) \cos^2(2\pi f_0 t)$

transformada de fourier

$\frac{A_1}{2} m(t) = \frac{A_1}{2} M(f)$

$C(t) = \cos(2\pi f_0 t)$

$\rightarrow \cos^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1+\cos(2\alpha))$

$\cos^2(2\pi f_0 t) = \frac{1+\cos(4\pi f_0 t)}{2}$

$x_2(t) = A_1 m(t) \cdot \frac{1}{2}(1+\cos(4\pi f_0 t)) = \overbrace{\frac{A_1}{2} m(t) \cdot \cos(4\pi f_0 t)}^{\text{~~Banda base~~ Alta frecuencia}} + \underbrace{\frac{A_1}{2} m(t)}_{\text{Banda base}}$

$F\{\frac{A_1}{2} m(t)\} = \frac{A_1}{2} M(f)$ – 1er ~~primero~~ termino

$F\{\cos(4\pi f_0 t)\} = \frac{1}{2}(e^{j2\pi(2f_0)t} + e^{-j2\pi(2f_0)t})$ 2do termino

$\frac{A_1}{2} m(t) \cos(4\pi f_0 t) = \frac{A_1}{2} \cdot \frac{1}{2} m(t)\, e^{j2\pi(2f_0)t} + \frac{A_1}{2} m(t)\, e^{-j2\pi(2f_0)t}$

$F\{\frac{A_1}{2} m(t) \cdot \cos(4\pi f_0 t)\} = \frac{A_1}{4} M(f-2f_0) + \frac{A_1}{4} M(f+2f_0)$

$\rightarrow X_2(f) = \frac{A_1}{2} M(f) + \frac{A_1}{4}(M(f-2f_0) + M(f+2f_0))$

Etapa 3

$\rightarrow$ GPF $\rightarrow H(f)$ – Respuesta en frecuencia

$Y(f) = H(f) \cdot X_2(f)$ → Propiedad multiplicacion en frecuencia

Aplicando un filtro ideal

$$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| \le f_c \\ 0 & |f| > f_c \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

$y(f) = H(f) \frac{A_1}{2} M(f) \simeq \frac{A_1}{2} M(f)$

$T_S = \frac{1}{f_S}$

$\boxed{FFT}$

$\omega_0 / 2\pi \quad f_S = \frac{2\pi}{\omega_0}$

$x_2[n] = x_2(nT_S) \to T_S = \boxed{\frac{1}{f_S}} \to$

$$x_2[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x_2[n] e^{-j2\pi \frac{kn}{N}} \to \text{siendo } k = 0, \dots, N-1$$

Construimos un filtro discreto

$\to H[k] = 1$ — para k con $|f_k| \le f_c$ / 0 para el resto

$$H[k] = \begin{cases} 1 & |f_k| \le f_c \\ 0 & |f_k| > f_c \end{cases} \to Y[k] = H[k] \cdot X_2[k]$$

Recuperas la señal filtrada en el tiempo con la transformada inversa

$$y[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y[k] e^{j2\pi kn/N}$$

Etapa 4 — Escalado y señal recuperada

Tras LPF ideal, tenemos en el dominio del tiempo

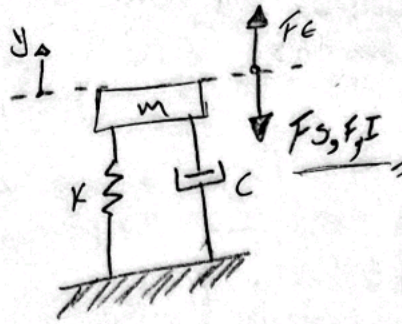
$$y(t) = \frac{A_1}{2} m(t)$$

$$\hat{m}(t) = \frac{2}{A_1} y(t) = \cancel{\frac{2}{A_1} \cdot \frac{A_1}{2}} m(t) = m(t)$$

$$\hat{M}(f) = \frac{2}{A_1} Y(f) = \cancel{\frac{2}{A_1} \cdot \frac{A_1}{2}} M(f) = M(f)$$

Scanned with CamScanner

③ Funcion de transferencia del sistema masa, Resorte, Amortiguador



Para hallar la funcion de transferencia Aplicamos la segunda ley de newton donde y es la salida y F_E la entrada

F_I - inercia $= m\dfrac{d^2y}{dt^2}$

F_S = Resorte $= ky$

F_f - Amortiguador $= c\dfrac{dy}{dt}$

F_E - Fuerza externa *

F_S, F_f, F_I son opuestos a F_E

Como F_E y y van en la misma direccion Hacemos

$$\sum F = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$F_E(t) - F_S - F_f = m\frac{d^2y}{dt^2}$$ despejamos $F_E(t)$

$$F_E(t) - ky - c\frac{dy}{dt} = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$F_E(t) = m\frac{d^2y}{dt^2} + c\frac{dy}{dt} + ky$$

Asumiendo las condiciones iniciales 0 Hallamos la trasformada de Laplace Para

$$\boxed{G(s) = \frac{Y(s)}{F_E(s)}}$$

$$\mathcal{L}\left\{m\frac{d^2y}{dt^2} + c\frac{dy}{dt} + ky\right\} = \mathcal{L}\{F_E(t)\}$$

$$m\left(s^2Y(s) - s\cancel{y(0)} - \cancel{y'(0)}\right) + c\left(sY(s) - \cancel{y(0)}\right) + kY(s) = F_E(s)$$

Por condiciones iniciales 0

$$ms^2Y(s) + csY(s) + kY(s) = F_E(s)$$ Factorizamos

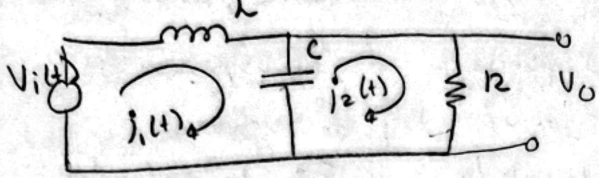
$$\boxed{Y(s)(ms^2 + cs + k) = F_E(s)}$$

$$G(s) = \frac{\text{Salida}(s)}{\text{Entrada}(s)} = \frac{Y(s)}{F_E(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Scanned with CamScanner

... $A_1\, m(t) \simeq A'\, M(t$

→ Sistema equivalente : Circuito RLC



Vamos a Analizar el Circuito usando mallas!

Impedancia de los componentes

Inductor $L \rightarrow Z_L = Ls$

Capacitor $C \rightarrow Z_C = 1/Cs$

Resistor $R \rightarrow Z_R = R$

malla 1 (i_1)

$$V_i(s) = I_1(s) \cdot Z_L + (I_1(s) - I_2(s)) \cdot Z_C$$

$$V_i(s) = I_1(s)\left(Ls + \frac{1}{Cs}\right) - I_2(s)\frac{1}{Cs}$$

$$\boxed{V_i(s) = I_1(s)\left(\frac{LCs^2+1}{Cs}\right) - I_2(s)\frac{1}{Cs}} \quad (1)$$

malla 2

$$0 = (I_2(s) - I_1(s)) \cdot Z_C + I_2(s) \cdot Z_R$$

$$0 = -I_1(s)\frac{1}{Cs} + I_2(s)\left(\frac{1}{Cs} + R\right)$$

$$\boxed{0 = -I_1(s)\frac{1}{Cs} + I_2(s)\left(\frac{1+RC}{Cs}\right)} \quad (2)$$

La salida es el voltaje que pasa a través de la Resistencia pero en el dominio de Laplace

Por lo que vamos a despejar $I_2(s)$ de la ecuación 2 y Reemplazar en la Ecuación 1

$$\rightarrow (2) \quad V_i(s) = I_2(s)(1+RCs)\left(\frac{LCs^2+1}{Cs}\right) - I_2(s)\frac{1}{Cs}$$

$$V_i(s) = \frac{I_2(s)}{Cs}\left[(1+RC)(LCs^2+1) - 1\right]$$

$$= \frac{I_2(s)}{Cs}\left[RLC^2s^2 + LCs^2 + RCs \cancel{+1} \cancel{-1}\right]$$

$$V_i(s) = \frac{I_2(s)}{\cancel{Cs}}\left[\cancel{Cs}\,(RLCs^2 + Ls + R)\right]$$

$$H(s) = \frac{\cancel{I_2(s)}\, R}{\cancel{I_2(s)}\,(RLCs^2 + Ls + R)} = \boxed{\frac{R}{RLCs^2 + Ls + R}}$$

Scanned with CamScanner