MEDIDAS Y TEOREMA

Jhoselin Angélica Coronel Condori

April 2024

1. Medidas

- Por espacio medible entendemos un par ordenado $(\Omega, \mathcal{B})$ que consta de un conjunto Ω y una σ-álgebra $\mathcal{B}$ de subconjuntos de Ω. Un subconjunto A de Ω se llama medible si $A \in \mathcal{B}$.
- Una medida μ en un espacio medible $(\Omega, \mathcal{B})$ es una función $\mu : \mathcal{B} \to [0, \infty]$ que satisface:

  $$\mu(\emptyset) = 0$$
  $$\mu\left(\bigcup_{i}^{\infty} E_i\right) = \sum_{i}^{\infty} \mu(E_i)$$

  para cualquier sucesión $\{E_i\}$ de conjuntos medibles disjuntos, es decir, $E_i \cap E_j = \emptyset$, $E_i \in \mathcal{B}$, $i \neq j$.
- $(\Omega, \mathcal{B}, \mu)$ se llama espacio de medida.

2. Teorema

Teorema Las siguientes afirmaciones son equivalentes para un grupo G:

1. $P(G) = 1$
2. G es abeliano
3. $Z(G) = G$
4. $G' = \{1\}$
5. $CG(a) = G$ para todo $a \in G$
6. $G/G' \cong G$

Demostración. Si $P(G) = 1$, entonces $|L(G)| = |G|^2$. Luego, $L(G) = G^2$, lo cual implica que $xy = yx$ para todo $x, y \in G$. Así, G es un grupo abeliano. Es inmediato observar que el razonamiento inverso también es cierto, lo que prueba que 1 es equivalente a 2. □

Según este resultado, para tener grados de conmutatividad diferentes de 1, debemos analizar grupos no abelianos.