

Objetivos

- 1. Resolver las operaciones básicas con fluidez y habilidad en la solución de situaciones complejas.
- 2. Dominar métodos prácticos en las operaciones, para aplicarlos en la multiplicación, adición, potenciación, etc.
- 3. Afianzar los conceptos elementales de la aritmética y el álgebra.

Introducción

En esta oportunidad estudiaremos un capítulo que contribuirá en gran medida a familiarizarnos con las operaciones matemáticas, a través del ejercicio con diversos tipos de multiplicación abreviada, potencia de un número, raíces cuadradas, adición, multiplicación y división de fracciones, etc., para lo cual debemos recordar ciertos conocimientos básicos como: la teoría de exponentes, ecuaciones, factorización, etc.

Este capítulo debe ser estudiado con mucho interés y desde la base de ejercicios diversos, ya que la práctica será decisiva en su aprendizaje.

Debido a la escasa práctica de ciertas operaciones matemáticas y por el poco uso de métodos abreviados, suele parecer la matemática como un conjunto de fórmulas y propiedades tediosas que sólo un matemático puede entenderlo; esta idea debemos "desterrarla", ya que la parte operativa sólo es como los abdominales para un atleta (lo más importante para un atleta es su salud, su alimentación y su voluntad de querer llegar a la meta).

Lo más importante, entonces, es el interés y la voluntad de estudiar en forma objetiva la matemática con un método razonado y ameno; para complementarlo con un manejo práctico de la parte operativa.

Cierta vez un matemático llamado H. Hardy al visitar a su amigo Ramanuján, que estaba enfermo en un hospital, le dijo: "Vine en el taxi 1729, el número me pareció muy banal y espero que no sea de mal agüero". Al contrario, contestó Ramanuján, el número es muy interesante, es el menor número que se puede expresar como suma de 2 cubos en dos formas distintas:

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

Debemos saber que Ramanuján al responder instantáneamente no lo hizo por arte de magia, sino como trabajaba constantemente con los números ya sabía de los cubos perfectos de memoria; sólo tuvo que percatarse que dos de ellos sumasen 1729.

HABILIDAD OPERATIVA



En este capítulo veremos métodos, que nos permitirán ahorrar tiempo en los cálculos, tiempo que en cualquier tipo de examen resulta determinante como para no desperdiciarlo en cálculos numéricos elementales. Otro aspecto importante, de esta parte del curso, es que nos enseña las diferentes formas de cómo afrontar un ejercicio que aparentemente tiene una solución operativa, pero que con un poco de habilidad en las operaciones se puede resolver de una forma más rápida. Por ejemplo, para resolver la situación dada en el gráfico (arriba) la solución tradicional sería elevar cada número al cuadrado y luego proceder a hallar su diferencia, sin embargo, empleando criterios prácticos, podemos recordar la diferencia de cuadrados y aplicarlo, así:

$$\underbrace{9995^2 - 9994^2}_{\text{Diferencia de cuadrados}} = (9995 + 9994) \times (9995 - 9994)$$
$$= (19989) \times (1) = 19989$$

Obs.:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

A continuación, veamos el estudio de algunos casos sobre el desarrollo abreviado de ciertas operaciones básicas:

MULTIPLICACIÓN POR 5

Deduzcamos el procedimiento a partir de un ejemplo:

$$\begin{aligned} 426 \times 5 &= ? \\ &= 426 \times \left( \frac{10}{2} \right) \\ &= \frac{4260}{2} \\ &= 2130 \end{aligned}$$

Para multiplicar por 5, al número se le agrega un cero a su derecha y el resultado se divide entre 2.

Ejemplos:

$$1. \quad 23 \times 5 = \frac{230}{2} = 115$$
$$2. \quad 976 \times 5 = \frac{9760}{2} = 4880$$

3.  $4783 \times 5 = \frac{47830}{2} = 2391$

4.  $7114 \times 5 = \frac{71140}{2} = 35570$

Para practicar:

- 1.  $648 \times 5 = \dots\dots\dots$
- 2.  $9737 \times 5 = \dots\dots\dots$
- 3.  $419971 \times 5 = \dots\dots\dots$

MULTIPLICACIÓN POR 25

Deduzcamos el procedimiento a partir de un ejemplo:

$24 \times 25 = ?$   
 $24 \times \left(\frac{100}{4}\right) = \frac{2400}{4}$   
 $= 600$

Para multiplicar por 25, al número se le agrega dos ceros a su derecha y el resultado se divide entre 4.

Ejemplos:

- 1.  $72 \times 25 = \frac{7200}{4} = 1800$
- 2.  $229 \times 25 = \frac{22900}{4} = 5725$
- 3.  $798 \times 25 = \frac{79800}{4} = 19950$
- 4.  $3697 \times 25 = \frac{369700}{4} = 92425$

Para practicar:

- 1.  $124 \times 25 = \dots\dots\dots$
- 2.  $645 \times 25 = \dots\dots\dots$
- 3.  $4797 \times 25 = \dots\dots\dots$

DIVISIÓN POR 5

Deduzcamos el procedimiento a partir de un ejemplo:

$\frac{135}{5} = ?$   
 $\frac{135 \times 2}{10} = \frac{270}{10}$   
 $= 27$

Para dividir por 5, al número se le multiplica por 2 y el resultado se divide entre 10, es decir, se cancela un cero o se corre la coma decimal un lugar hacia la izquierda.

Ejemplo:

- 1.  $\frac{385}{5} = \frac{385 \times 2}{10} = \frac{770}{10} = 77$
- 2.  $\frac{32140}{5} = \frac{32140 \times 2}{10} = \frac{64280}{10} = 6428$
- 3.  $\frac{4318}{5} = \frac{4318 \times 2}{10} = \frac{8636}{10} = 863,6$

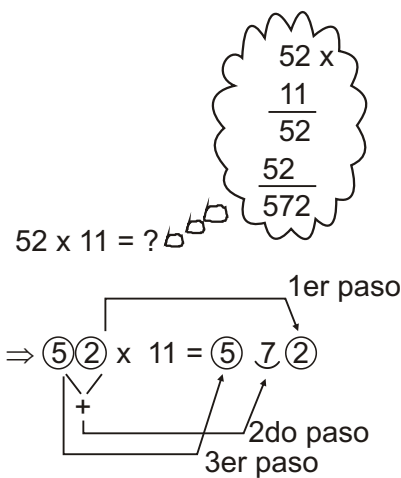
Para practicar:

- 1.  $8125 \div 5 = \dots\dots\dots$
- 2.  $94540 \div 5 = \dots\dots\dots$
- 3.  $71853 \div 5 = \dots\dots\dots$

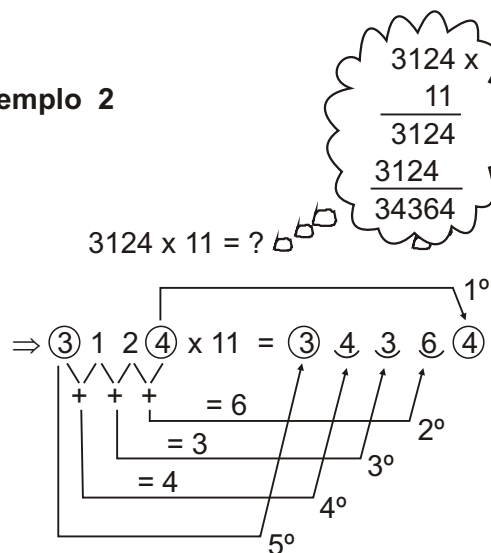
Si deseas, puedes hacer un método práctico para dividir por 25, utilizando la misma idea que en los casos anteriores.

MULTIPLICACIÓN POR 11

Ejemplo 1



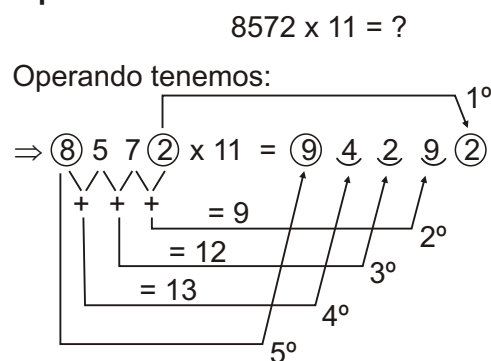
Ejemplo 2



Observaciones

Sigue el procedimiento, según el orden que se indica.

Ejemplo 3



Observaciones

Como se observa, cuando la suma parcial de 2 cifras resulta un número de 2 cifras (ejemplo  $5 + 7 = 12$ ), se coloca la cifra de las unidades y se lleva la otra cifra para adicionar en el resultado del paso siguiente.

Ejercicios:

1.  $79 \times 11 = \underline{8} \underline{\quad} \underline{\quad}$
2.  $4599 \times 11 = \underline{5} \underline{\quad} \underline{5} \underline{\quad}$
3.  $790047 \times 11 = \underline{8} \underline{\quad} \underline{\quad} \underline{0} \underline{\quad} \underline{7} \underline{\quad}$
4.  $9876543 \times 11 = \underline{\quad} \underline{\quad} \underline{\quad} \underline{6} \underline{\quad} \underline{9} \underline{\quad}$

¿Tienes curiosidad por conocer ¿cuál es la regla práctica para multiplicar  $111 \times 1111, \dots$ , etc? ¡Averígualo! como sugerencia utiliza un ejemplo en forma similar al que se utilizó en la multiplicación por 11

MULTIPLICACIÓN POR 9, 99, 999, 9999, .....

Deduzcamos el procedimiento a partir de un ejemplo:

$$347 \times 99 = 374(100 - 1) = 34700 - 347 = 34353$$

Nos damos cuenta de que efectuar una sustracción es más fácil que multiplicar. Entonces:

Para multiplicar cualquier número natural (N) por otro número natural que está formado íntegramente por cifras 9, al otro número (N) hay que agregarle a su derecha tantos ceros como cifras nueve hay, y al número que resultare le restamos el mismo número (N).

Es decir:

$$N \times \underbrace{99 \dots 99}_{\text{"n" cifras}} = \overline{N00 \dots 00} - N$$

N representa a cualquier número natural

Ejemplos:

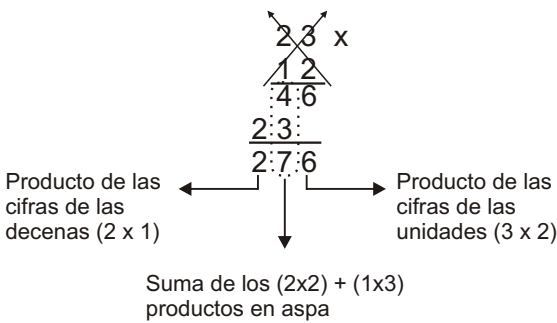
- 1.  $123 \times 99 = 12300 - 123 = 12177$
- 2.  $746 \times 9999 = 7460000 - 746 = 7459254$
- 3.  $3785 \times 999 = 3785000 - 3785 = 3781215$
- 4.  $844371 \times 99999 = 84437100000 - 844371 = 84436255629$

Ejercicios prácticos:

- 1.  $87 \times 99 = \dots\dots\dots$
- 2.  $23 \times 9999 = \dots\dots\dots$
- 3.  $501 \times 999 = \dots\dots\dots$
- 4.  $1007 \times 99999 = \dots\dots\dots$

MULTIPLICACIÓN DE 2 NÚMEROS DE 2 CIFRAS CADA UNO

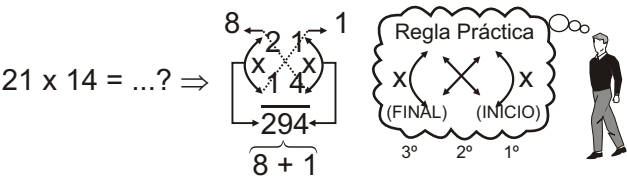
Deduzcamos el procedimiento del ejemplo siguiente:



Apliquemos nuestras deducciones en los siguientes ejemplos:

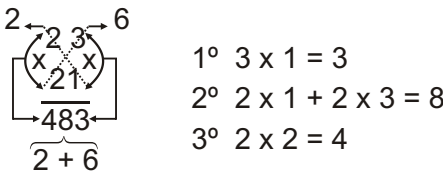
Ejemplo 1

Calcule  $21 \times 14$



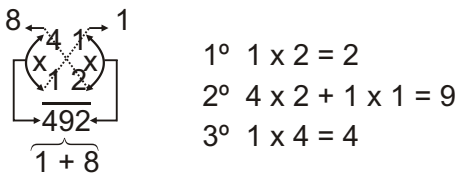
Ejemplo 2

Calcule  $23 \times 21$

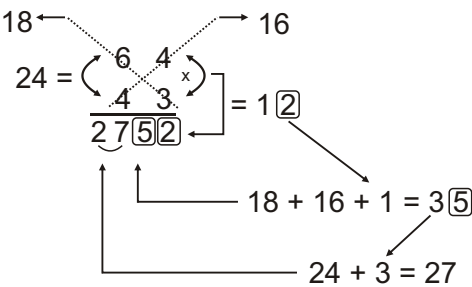


Ejemplo 3

Calcule  $41 \times 12$



Si en una o en más de las operaciones parciales resulta un número mayor que 9, dejamos la cifra de las unidades y llevamos las cifras restantes para la siguiente operación. Por ejemplo:  $64 \times 43 = ?$



Practica:

- 1.  $34 \times 46 = \dots\dots\dots$
- 2.  $53 \times 67 = \dots\dots\dots$
- 3.  $87 \times 77 = \dots\dots\dots$
- 4.  $98 \times 93 = \dots\dots\dots$

EMPLEO DEL COMPLEMENTO ARITMÉTICO (C.A.)

Para realizar algunas multiplicaciones. si nos preguntasen cuánto le falta a 4 para ser 10, responderíamos inmediatamente que 6; y si consideramos el número 941, ¿cuánto le falta para ser 100? pues 9 ¿verdad?; y ¿cuánto le falta a 885 para ser 1000?, es claro que le falta 115 y podríamos seguir así con más preguntas de este tipo, es decir calculamos la cantidad que le falta a un número para que sea igual a una unidad del orden inmediato superior.

Lo que hemos realizado empíricamente es el cálculo de complementos aritméticos.

¿QUÉ ES UN COMPLEMENTO ARITMÉTICO?

Se denomina complemento aritmético (C.A.) de un número natural a la cantidad que le falta a dicho número natural para ser igual a una unidad del orden inmediato superior.

Ejemplo:

Halla el C.A. de 748 y 5136

Resolución:

I.

3210

1000

748

252

orden

número dado

C.A.

∴ C.A. (748) = 252

II.

43210

10000

5136

4864

orden

número dado

C.A.

∴ C.A. (5136) = 4864

FORMA PRÁCTICA PARA CALCULAR EL C.A. DE LOS NÚMEROS NATURALES

A partir del menor orden se observa la primera cifra significativa, la cual se resta de 10 y las demás cifras se restan de 9. Veamos algunos ejemplos:

Ejemplos:

Calcula en forma práctica del C.A. de:

- I. 748
- II. 5136
- III. 7040
- IV. 9986

Resolución:

9910

C.A. (748) = 252

99910

C.A. (5136) = 4864

9910

C.A. (7040) = 2960

99910

C.A. (9986) = 14

Utilicemos ahora el C.A. para calcular algunas multiplicaciones. Los factores son muy cercanos a una potencia de diez.

Ejemplo 1

Calcula el resultado al multiplicar: 992 x 991

Resolución:

1º Paso: Calculamos los C.A. y los multiplicamos. Al resultado le hemos colocado un cero en el lugar mostrado para que su número de cifras sea igual al de cada uno de los factores.

992 x 991 = ..... 072

8 x 9

**2º Paso:** Restamos de uno de los factores el C.A. del otro factor. Podríamos tomar por ejemplo el factor 992 y restarle 9 (que es el C.A. de 991).

$\underline{992} \times \underline{991} = \underline{983072}$

Diagram illustrating the relationship between the numbers 8 and 9. A circle containing a minus sign (-) is positioned between the numbers 8 and 9. An arrow points from the circle to the number 8, and another arrow points from the circle to the number 9.

∴ El producto será: 983072

### Ejemplo 2

Calcula la suma de las cifras del resultado de:  
 $999987 \times 999993$

**Resolución:**

### 1º Paso:

$E = 999987 \times 999993 = \dots\dots\dots \underline{000091}$

$13 \times 7$

Al resultado le colocamos 4 ceros para que su número de cifras sea igual al de cada uno de los factores.

## 2º Paso:

$E = 999987 \times 999993 = \underline{999980000091}$

Entonces el producto será: 999980000091  
Nos pide la suma de las cifras:

$$9 + 9 + 9 + 9 + 8 + 9 + 1 = 54$$

### Ejemplo 3

Calcula la suma de las cifras del producto de:  
 $99986 \times 99989$

**Resolución:**

Esa vez haremos el cálculo de manera directa integrando los dos pasos descritos:

99986 x 99989 = 9997500154

14 x 11

El producto es: 9997500154

Nos pide la suma de cifras:

$$3(9) + 7 + 5 + 1 + 5 + 4 = 49$$

### Ejemplo 4

Calcula el producto de las cifras de la suma de cifras de A.

$$A = 9999984 \times 9999988$$

**Resolución:**

$$\begin{array}{r} \underline{9999984} \times 9999988 = \underline{9999972} \underline{0000192} \end{array}$$

$$\therefore A = 99999720000192$$

Suma de cifras de  $A = 66$

Nos pide:  $6 \times 6 = 36$

## CUADRADO DE UN NÚMERO DE 2 CIFRAS

Si tomamos como base el criterio práctico de multiplicación de dos números, cada uno de dos cifras anterior, podemos deducir un procedimiento sencillo para este caso.

Analicemos un ejemplo:

$$(13)^2 = 13 \times 13 = ??$$

- ↳ 1º) Cuadrado de la cifra de las unidades:  $3^2 = 9$
- ↳ 2º) Doble del producto de sus cifras:  $2(1 \times 3) = 6$
- ↳ 3º) Cuadrado de la cifra de las decenas:  $1^2 = 1$

Hagámoslo más práctico en los siguientes ejemplos:

Doble del producto:  $2(2x+1)$

$(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

Al cuadrado

Doble del producto:  $2(4x+1)$

$(4x+1)^2 = 16x^2 + 8x + 1$

Al cuadrado

En caso de que algún producto parcial obtenido en el procedimiento resulte mayor que 9, dejaremos la cifra de las unidades y llevaremos las cifras restantes a la siguiente operación. Por ejemplo, si en un producto parcial obtienes 2, entonces dejas 5 y llevas 2; ó si te sale 137, dejas 7 y llevas 13.

Ejemplos:

$$2(4 \times 3) = \boxed{2}4$$
$$(43)^2 = \underline{1849}$$
$$4^2 + \boxed{2} = 18$$
$$3^2 = 9$$

$$1^{\circ}) 2(9 \times 8) + \textcircled{6} = \boxed{15}0$$
$$2^{\circ}) (98)^2 = \underline{9604}$$
$$8^2 = \textcircled{6}4$$
$$3^{\circ}) 9^2 + \boxed{15} = 96$$

Para que practiques:

- 1.  $(34)^2 =$  .....
- 2.  $(52)^2 =$  .....
- 3.  $(86)^2 =$  .....
- 4.  $(93)^2 =$  .....
- 5.  $(35)^2 =$  .....

CUADRADO DE UN NÚMERO QUE TERMINA EN LA CIFRA 5

Deduzcamos una regla práctica a partir de los siguientes ejemplos:

$$(15)^2 = \underline{225}$$
$$x2$$

$$(25)^2 = \underline{625}$$
$$x3$$

$$(35)^2 = \textcircled{12} \underline{25}$$
$$x4$$

Nos damos cuenta de que un número que termina en cifra 5 al elevarse al cuadrado, su resultado siempre terminará en 25, y que las cifras restantes del resultado se obtendrán de multiplicar el número (sin tomar en cuenta la cifra 5) por su consecutivo inmediato superior.

Es decir:

$$(N \underline{5})^2 = \dots \underline{25}$$
$$x(N + 1)$$

Ejemplos:

$$1. (55)^2 = \underline{3025}$$
$$x6$$

$$2. (105)^2 = \underline{11025}$$
$$x11$$

$$3. (785)^2 = \underline{616225}$$
$$x79$$

$$4. (9995)^2 = \underline{99900025}$$
$$x1000$$

Para practicar:

- 1.  $(85)^2 =$  .....
- 2.  $(235)^2 =$  .....
- 3.  $(555)^2 =$  .....
- 4.  $(1005)^2 =$  .....

ALGUNAS OPERACIONES BÁSICAS CON FRACCIONES

a) Adición y sustracción

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5 + 2 \times 4}{4 \times 5} = \frac{15 + 8}{20} = \frac{23}{20}$$
$$x$$

$$\frac{8}{3} - \frac{4}{7} = \frac{56 - 12}{21} = \frac{44}{21}$$
$$x$$

$$\frac{5}{6} + \frac{7}{11} = \frac{55 + 42}{66} = \frac{97}{66}$$
$$x$$



$1 + \frac{2}{3} = \frac{3 \times 1 + 2}{3} = \frac{5}{3}$

$4 - \frac{5}{8} = \frac{32 - 5}{8} = \frac{27}{8}$

$13 + \frac{7}{5} = \frac{65 + 7}{5} = \frac{72}{5}$

b) Homogenización de denominadores

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2(2)}{3(2)} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

$\frac{7}{2} - \frac{5}{8} = \frac{7(4)}{2(4)} - \frac{5}{8} = \frac{28}{8} - \frac{5}{8} = \frac{23}{8}$

$\frac{2}{5} + \frac{7}{3} = \frac{2(3)}{3(2)} + \frac{7(5)}{3(5)} = \frac{6}{15} + \frac{35}{15} = \frac{41}{15}$

$\frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{3(5)}{4(5)} - \frac{1(4)}{5(4)} = \frac{15}{20} - \frac{4}{20} = \frac{11}{20}$

c) División

$$\left. \begin{aligned} x \left( \frac{1}{2} \right) &= \frac{1 \times 3}{2 \times 2} = \frac{3}{4} \\ x \left( \frac{2}{7} \right) &= \frac{2 \times 5}{7 \times 9} = \frac{10}{63} \end{aligned} \right\} \text{(extremos y medios)}$$

$\frac{2}{\frac{1}{5}} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{1}{5}} = \frac{2 \times 5}{1 \times 1} = 10$

$\frac{\frac{2}{3}}{7} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{1}} = \frac{2 \times 1}{3 \times 7} = \frac{2}{21}$

PROBLEMAS RECREATIVOS

1. Forma los números: 1, 2, 3, 4, 5 con 3 cifras "cinco". Te mostramos 2 ejemplos:

$1 = \left( \frac{5}{5} \right)^5 = \sqrt[5]{\frac{5}{5}} = 5^{5 \cdot 5}$

$2 = \frac{5 + 5}{5} =$

$3 =$

$4 =$

$5 =$

2. Coloca convenientemente los paréntesis y los símbolos + ; - ; x ; ÷, sobre las líneas punteadas para obtener los resultados dados

Ejemplo:

$(3 \times 3 \times 3) \div 3 = 9$   
 $3 \times 3 + 3 \div 3 = 10$

Ahora, hazlo tú:

- a.  $3.....3.....3.....3 = 1$
- b.  $3.....3.....3.....3 = 2$
- c.  $3.....3.....3.....3 = 3$
- d.  $3.....3.....3.....3 = 4$
- e.  $3.....3.....3.....3 = 5$
- f.  $3.....3.....3.....3 = 6$
- g.  $3.....3.....3.....3 = 7$
- h.  $3.....3.....3.....3 = 8$

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMA 1

Indica cuál es el exponente de  $b^b$  en la siguiente expresión  $E = b^{b^3}$

Solución:

Muchos pensarán que la respuesta es 3. Pero recuerda que no es lo mismo:

$b^{b^3}$  que  $(b^b)^3$   
En este caso, el exponente de  $b^b$  si es 3

Aplicando conceptos básicos de leyes de exponentes nos daremos cuenta que la respuesta es otra. Veamos:

$E = b^{b^3} = b^{b^{1+2}} = b^{b \times b^2} = (b^b)^{b^2}$

∴ El exponente de  $b^b$  es  $b^2$

PROBLEMA 2

Si:  $(x + y + z + w)^2 = 4(x + z)(y + w)$

Calcula:

$M = \frac{3x - y + 3z - w}{\sqrt{3^{x - 3y + z - 3w}}}$

Resolución:

El problema parece ser operativo, pero si observamos bien la forma que tiene, nos daremos cuenta de que tiene una particularidad:

$M = \frac{3x + 3z - y - w}{\sqrt{3^{x + z - 3y - 3w}}}$

$M = \frac{3(x + z) - (y + w)}{\sqrt{3^{(x + z) - 3(y + w)}}}$

Vemos que en el problema aparecen  $x + z$  y " $y + w$ ". Por tanto para facilitar las operaciones hagamos un cambio de variables:

$x + z = a$  y  $y + w = b$

$M = \frac{3(x + z) - (y + w)}{\sqrt{3^{(x + z) - 3(y + w)}}} = \frac{3a - b}{\sqrt{3^{a - 3b}}}$

Del dato:

$(x + y + z + w)^2 = 4(x + z)(y + w) \Rightarrow (a + b)^2 = 4ab$   
 $a^2 + 2ab + b^2 = 4ab$   
 $a^2 - 2ab + b^2 = 0$   
 $(a - b)^2 = 0$   
 $a - b = 0$   
 $\Rightarrow a = b$

Entonces en M:

$\therefore M = \frac{3a - a}{\sqrt{3^{a - 3a}}} = \frac{2a}{\sqrt{3^{-2a}}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

Otro método

Si asignamos valores adecuados a las variables para que se cumplan las condiciones del problema, entonces estos mismos valores darán la respuesta de lo que se pide. Así, para el problema podemos considerar:  $x=1$ ;  $y=1$ ;  $z=1$ ;  $w=1$

Veamos si estos valores satisfacen la condición inicial:

$(x + y + z + w)^2 = 4(x + z)(y + w) \Rightarrow 4^2 = 4(2)(2)$   
 $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \quad \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$   
 $1 \ 1 \ 1 \ 1 \quad 1 \ 1 \ 1 \ 1$

¡Sí cumple!

$\Rightarrow M = \frac{3x - y + 3z - w}{\sqrt{3^{x - 3y + z - 3w}}} = \frac{3 - 1 + 3 - 1}{\sqrt{3^{1 - 3 + 1 - 3}}} = \frac{4}{\sqrt{3^{-4}}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

$\therefore M = \frac{4}{\sqrt{3^{-4}}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

PROBLEMA 3

Efectúa y da como respuesta la suma de cifras del resultado:

$$A = \underbrace{\frac{25}{37} + \frac{2525}{3737} + \frac{252525}{373737} + \dots + \frac{252525\dots25}{373737\dots37}}_{111 \text{ sumandos}}$$

Solución:

Antes de iniciar con los cálculos debemos analizar minuciosamente el problema y ver qué particularidad presenta. Nos damos cuenta de que en cada fracción la cantidad de cifras del numerador y el denominador es la misma y presenta la misma característica (repetición de cifras). Si analizamos los numeradores, obtendremos.

- $25 = 25 \times 1$
- $2525 = 2500 + 25 = 25(\overbrace{100 + 1}^{101}) = 25 \times 101$
- $252525 = 250000 + 2500 + 25 = 25(10101)$
- $25252525 = 25(1010101)$

En general

- $252525 \dots 25 = 25(10101 \dots 01)$

Del mismo modos podemos analizar los denominadores

Luego:

$$A = \underbrace{\frac{25 \times 1}{37 \times 1} + \frac{25 \times \cancel{101}}{37 \times \cancel{101}} + \frac{25 \times \cancel{10101}}{37 \times \cancel{10101}} + \dots + \frac{25 \times \cancel{10101\dots01}}{37 \times \cancel{10101\dots01}}}_{111 \text{ sumandos}}$$
$$A = \underbrace{\frac{25}{37} + \frac{25}{37} + \frac{25}{37} + \dots + \frac{25}{37}}_{111 \text{ sumandos}}$$

$$\Rightarrow A = 111 \left( \frac{25}{37} \right) = 3(25) = 75$$

$$\therefore S_{\text{cifras}} = 7 + 5 = 12$$

PROBLEMA 4

Calcula:  $a + b$ , si:

$$\underbrace{(1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots)}_{1999 \text{ factores}}^4 = \overline{\dots ab}$$

Solución:

**Observación:**

**"Cuando se multiplica un número por 5, el resultado termina en cero o termina en 5"**

**Así:**

**5 x (número impar) = .... 5**

**5 x (número par) = .... 0**

También, recuerda que todo número que termina en 5 al elevarlo al cuadrado su resultado terminará en 25. Se representa así:

$$(\dots 5)^n = \dots 25$$

Donde:  $n \geq 2 (n \in \mathbb{Z}^+)$

Entonces:

$$\begin{aligned} (1 \times 3 \times \textcircled{5} \times 7 \times 9 \dots)^4 &= \overline{\dots ab} \\ \uparrow \uparrow \quad \uparrow \uparrow \uparrow \\ &\text{impares} \\ (\textcircled{5} \times \text{impar})^4 &= \overline{\dots ab} \\ (\dots 5)^4 &= \overline{\dots ab} \\ \dots 25 &= \overline{\dots ab} \\ \uparrow \uparrow \\ \therefore a + b &= 2 + 5 = 7 \end{aligned}$$

### Observación:

El producto de dos números impares origina como resultado otro número también impar.

$$\underbrace{1 \times 3 \times 7 \times 9 \times \dots}_{\text{impares}} = \text{un número impar}$$

#### PROBLEMA 5

Si:  $x - y = y - z = \sqrt[6]{6}$ , calcula el valor de:

$$A = \frac{(x - z)^6 + (y - z)^6 + (x - y)^4}{66}$$

#### Solución:

En la expresión A ya conocemos a x-y y y-z, pero falta conocer x-z.

$$\begin{array}{r} x - y = \sqrt[6]{6} \\ y - z = \sqrt[6]{6} \\ \hline x - z = 2\sqrt[6]{6} \end{array} +$$

Reemplazando:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(2\sqrt[6]{6}\right)^6 + \left(\sqrt[6]{6}\right)^6 + \left(\sqrt[6]{6}\right)^6}{66} = \frac{2^6 \times 6 + 6 + 6}{66} \\ &= \frac{66 \times 6}{66} \quad \therefore A = 6 \end{aligned}$$

#### PROBLEMA 6

Halla :  $x + y$ , si:  $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 2$

$$x - y = 16$$

#### Solución:

Una forma de resolver el problema sería operando algebraicamente; pero como las cantidades numéricas son pequeñas, con un simple análisis llegaremos más rápido a la solución.

I.  $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 2$ , resultado entero  $\Rightarrow \sqrt{x}$  y  $\sqrt{y}$  son también enteros y en conclusión x e y son cuadrados perfectos; es decir, tienen raíz cuadrada exacta.

II. Según el dato, busquemos dos cuadrados perfectos cuya diferencia sea 16.

$$(x - y = 16) : 1, 4, \textcircled{9}, 16, \textcircled{25}, 36, 49, \dots$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 25} \quad \text{y} \quad \boxed{y = 9}$$

Verificando en (i) :  $\sqrt{25} - \sqrt{9} = 2 \dots$  ¡cumple!

$$\therefore x + y = 25 + 9 = 34$$

#### PROBLEMA 7

Calcula el valor de  $\sqrt{x}$ , si  $x \in \mathbb{Z}^+$  y además

$$2x^2 + 4 + 2\sqrt{2(2 + x^2)} = 48$$

#### Solución:

Al igual que el problema anterior, como el valor numérico es pequeño, analizar resulta más rápido que operar. Veamos:

$$\underbrace{2(x^2 + 2)}_{\text{cuadrado perfecto}} + 2\sqrt{2(x^2 + 2)} = 48 = \underbrace{36}_{\text{cuadrado perfecto}} + 2\sqrt{36}$$

$$2(x^2 + 2) = 36 \Rightarrow x^2 + 2 = 18 \Rightarrow x^2 = 16$$

$$\Rightarrow x = 4 \quad (x \in \mathbb{Z}^+)$$

$$\therefore \sqrt{x} = \sqrt{4} = 2$$

PROBLEMA 8

Si:  $x + \frac{1}{x} = 2$

Halla: A + B, si:

$A = x^{20} + x^{19} + x^{18} + \dots + x^3 + x^2 + x$   
 $B = x^{-20} + x^{-19} + x^{-18} + \dots + x^{-3} + x^{-2} + x^{-1}$

Solución:

Hagamos lo posible por evitar las operaciones, simplemente analicemos nuestros datos así:

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x = 1$

$A = x^{20} + x^{19} + \dots + x^2 + x = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1 + 1}_{20 \text{ sumandos}} = 20$

$B = x^{-20} + x^{-19} + \dots + x^{-2} + x^{-1} = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1 + 1}_{20 \text{ sumandos}} = 20$

$\therefore A + B = 20 + 20 = 40$

PROBLEMA 9

Si:  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{7}$

Halla:  $x^3 + \frac{1}{x^3}$

Solución:

En este problema no podemos hacer lo mismo como en el anterior, (dar un valor adecuado a x), puesto que el valor de  $\sqrt{7}$  no es un número entero. Entonces, elevando al cuadrado, tenemos:

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = \left(\sqrt{7}\right)^2$$
$$\left(\sqrt{x}\right)^2 + 2\left(\sqrt{x}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = 7$$

$x + 2 + \frac{1}{x} = 7$

$\Rightarrow \boxed{x + \frac{1}{x} = 5} \dots\dots\dots (*)$

Recordemos:

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

Elevando (\*) al cubo obtendremos lo que nos pide:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 5^3$$
$$x^3 + \underbrace{\left(\frac{1}{x}\right)^3}_3 + \underbrace{3(x)\left(\frac{1}{x}\right)}_5 \left(x + \frac{1}{x}\right) = 125$$
$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 125 - 15 = 110$$

PROBLEMA 10

Se tiene:  $x^4 + x^{-4} = 14$   
Calcula. E =  $x - x^{-1}$

Solución:

Este problema es el caso contrario anterior; porque, no vamos a trabajar directamente con el dato, sino vamos a trabajar con lo que nos pide E. Entonces, elevando al cuadrado E tenemos:

$$E^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2x\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2x + \frac{1}{x^2}$$
$$\Rightarrow E^2 + 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

Luego elevando nuevamente al cuadrado ambos miembros:

$$(E^2 + 2)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (x^2)^2 \left(\frac{1}{x^2}\right) + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = x^4 + 2 + \frac{1}{x^4}$$

$$(E^2 + 2)^2 = 16 \Rightarrow E^2 = 2 \begin{cases} E = \sqrt{2} \\ E = -\sqrt{2} \end{cases} \text{ (tiene dos soluciones)}$$

PROBLEMA 11

Si:  $\overline{\dots\dots\dots 3518} \div 9999 = \overline{abcd}$

Calcula:  $E = \frac{5[a \times b \times c \times d]}{a + b + c + d}$

Solución:

$$\overline{\dots\dots\dots 3518} \div 9999 = \overline{abcd}$$

$$\frac{\overline{\dots\dots\dots 3518}}{9999} = \overline{abcd} \Rightarrow \overline{abcd} \times 9999 = \overline{\dots\dots\dots 3518}$$

Nos damos cuenta de que se trata de una multiplicación cuyo número está formado por cifras "9". Entonces:

$$\begin{array}{r} \overline{abcd} \times 9999 = \overline{\dots\dots\dots 3518} \\ \overline{abcd0000} - \overline{abcd} = \overline{\dots\dots\dots 3518} \end{array}$$

Ordenando en columna:

$$\begin{array}{r} \overline{abcd0000} - \\ \overline{abcd} \\ \hline \hline \end{array} \begin{array}{l} 3518 \\ 6 = a \leftarrow \quad \quad \rightarrow d = 2 \\ 4 = b \leftarrow \quad \quad \rightarrow c = 8 \end{array}$$

Reemplazando:

$$E = \frac{5[6 \times 4 \times 8 \times 2]}{6 + 4 + 8 + 2} = \frac{5[6 \times 4 \times 8 \times 2]}{20} = 6 \times 8 \times 2 = 96$$

PROBLEMA 12

Simplifica:  $E = \sqrt[3]{\frac{256 \times 264 + 16}{123 \times 137 + 49}} \times \frac{2}{\sqrt[3]{4}}$

Solución:

Si procedemos a desarrollar las operaciones, va a resultar algo complicado el problema. Al observar tenemos:

$$\begin{array}{ccc} & -4 & +4 \\ \swarrow & & \searrow \\ 256 & 260 & 264 \end{array} ; \begin{array}{ccc} & -7 & +7 \\ \swarrow & & \searrow \\ 123 & 130 & 137 \end{array}$$

luego:

$$E = \sqrt[3]{\frac{(260-4)(260+4)+4^2}{(130-7)(130+7)+7^2}} \times \frac{2}{\sqrt[3]{4}}$$

La idea de este problema es utilizar la diferencia de cuadrados. Recordemos:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Entonces:

$$E = \sqrt[3]{\frac{(260)^2 - (4)^2 + 4^2}{(130)^2 - (7)^2 + 7^2}} \times \frac{2}{\sqrt[3]{4}}$$

$$E = \sqrt[3]{\left(\frac{260}{130}\right)} \times \frac{2}{\sqrt[3]{4}}$$

$$\therefore E = \sqrt[3]{2^2} \times \frac{2}{\sqrt[3]{4}} = 2$$

PROBLEMA 13

Calcula el valor de M, en:

$$M = \sqrt[4]{2 \times 4 \times 10 \times 82 \times 6562 + 1}$$

Solución:

Si efectuamos los cálculos elementales en M obtendremos:

$$M = \sqrt[4]{2 \times 4 \times 10 \times 82 \times 6562 + 1} = \sqrt[4]{80 \times 82 \times 6562 + 1}$$

Todo problema operativo generalmente presenta un artificio o arreglo matemático para que sea más sencilla su operación. Tomando la idea del problema anterior, obtendremos:

$$M = \sqrt[4]{\underbrace{[(81-1)(81+1)]}_{(81)^2 - (1)} \times \underbrace{6562}_{81^2 + 1} + 1} = \sqrt[4]{\underbrace{[(81^2-1)(81^2+1)]}_{[(81)^2]^2 - 1^2} + 1}$$

$$M = \sqrt[4]{[81^4 - 1] + 1} \quad \therefore M = \sqrt[4]{81^4} = 81$$

PROBLEMA 14

Calcula  $x + y$ , si :

$$y^{x+y} = x^{8/3} ; x^{x+y} = y^{2/3} ; x + y > 0$$

Solución:

De la primera condición:

$$\underbrace{y^{x+y}}_{y} = x^{8/3} \Rightarrow y = \sqrt[x+y]{x^{8/3}} = x^{\frac{8}{3(x+y)}}$$

Reemplazando el "y" en la segunda condición obtendremos:

$$x^{x+y} = y^{2/3} \Rightarrow x^{x+y} = \left( x^{\frac{8}{3(x+y)}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{8}{3(x+y)} \times \frac{2}{3}}$$

**Recuerda:** "En ecuaciones, si las bases son iguales, entonces los exponentes también son iguales"

$$x^{\boxed{x+y}} = x^{\boxed{\frac{16}{9(x+y)}}} \Rightarrow x + y = \frac{16}{9(x+y)}$$

$$(x + y)^2 = \frac{16}{9}$$

$$\therefore x + y = \frac{4}{3}$$

PROBLEMA 15

Determina el valor de:

$$A = \sqrt[n]{\frac{x}{\sqrt[n]{\frac{x}{\sqrt[n]{\frac{x}{\ddots}}}}}}$$

Solución:

En la expresión observamos:

$$A = \sqrt[n]{\frac{x}{\sqrt[n]{\frac{x}{\sqrt[n]{\frac{x}{\ddots}}}}}} \Rightarrow A$$

$$\Rightarrow A = \sqrt[n]{\frac{x}{A}} \text{ (elevando a la n)}$$

$$A^n = \frac{x}{A} \Rightarrow A^n \cdot A = x$$

$$A^{n+1} = x \quad \therefore A = \sqrt[n+1]{x}$$

PROBLEMA 16

Calcula:  $a + b$ , si:

$$a = 1 + \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}\dots}}$$

$$b = 3 + \sqrt{6\sqrt{6\sqrt{6}\dots}}$$

Solución

Primero:  $a = 1 + \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}\dots}}$

$$a - 1 = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}\dots}} \rightarrow a - 1$$

$$a - 1 = \sqrt{2(a - 1)}$$

$$(a - 1)^2 = 2(a - 1) ; a \neq 1$$

$$(a - 1) \cancel{(a - 1)} = 2 \cancel{(a - 1)}$$

$$a - 1 = 2 \Rightarrow a = 3$$

Luego:  $b = 3 + \sqrt[3]{6\sqrt{6}\sqrt{6}\dots}$

$$b - 3 = \sqrt[3]{6 \cdot \sqrt[3]{6\sqrt{6}\dots}}$$

$$b - 3 = \sqrt[3]{6(b-3)}$$

$$(b - 3)^2 = 6(b - 3) ; b \neq 3$$

$$(b - 3) \cancel{(b - 3)} = 6\cancel{(b - 3)}$$

$$b - 3 = 6 \Rightarrow b = 9$$

$$\therefore a + b = 3 + 9 = 12$$

### PROBLEMA 17

Simplifica:  $E = (\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128})^3$

#### Solución:

Desarrollar el trinomio al cubo sería demasiado operativo. Observando detenidamente el problema, obtenemos:

$$E = (\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128})^3$$

$$E = (\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{64})^3$$

$$E = (2\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2})^3 = (9\sqrt[3]{2})^3$$

$$\therefore E = 9^3 \times 2 = 1458$$

### PROBLEMA 18

Si  $x = \sqrt[3]{2}$ , halla:

$$M = \left[ \sqrt{1 + (x + 1)(x^2 + 1)(x - 1)(x^4 + 1)} \right]^3$$

#### Solución

Si observamos detenidamente veremos:

$$M = \left[ \sqrt{1 + \underbrace{(x + 1)(x^2 + 1)(x - 1)(x^4 + 1)}_{(x^2 - 1)^2}} \right]^3$$

$$M = \left[ \sqrt{1 + \underbrace{(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)}_{(x^2)^2 - 1^2}} \right]^3$$

$$M = \left[ \sqrt{1 + \underbrace{(x^4 - 1)(x^4 + 1)}_{(x^4)^2 - 1^2}} \right]^3 = \left[ \sqrt{1 + (x^8 - 1)} \right]^3$$

$$M = \left[ \sqrt{x^8} \right]^3 = (x^4)^3 = x^{12}$$

$$\therefore M = \left[ \sqrt[3]{2} \right]^{12} = 2^4 = 16$$

### PROBLEMA 19

Halla el valor de:

$$E = \sqrt{(7000)^3 - (6999)^3 - (6999)^2 - 7(6999)(10)^3}$$

#### Solución:

Resultaría muy operativo elevar al cubo y al cuadrado los números; pero si factorizamos adecuadamente, obtendremos:

$$E = \sqrt{(7000)^3 - (6999)^3 - (6999)^2 - 7(6999)(10)^3}$$

$$E = \sqrt{(7000)^3 - [(6999)^3 + (6999)^2] - 7(6999)(10)^3}$$

$$E = \sqrt{(7000)^3 - (6999)^3(6999 + 1) - 7(6999)(10)^3}$$

$$E = \sqrt{(7000)^3 - (6999)^3(7000) - (6999)(7000)}$$

$$E = \sqrt{(7000)^3 - (6999)(7000)[6999 + 1]}$$



$$\begin{aligned} E &= \sqrt{(7000)^3 - (6999)(7000)(7000)} \\ E &= \sqrt{(7000)^3 - (6999)(7000)^2} \\ E &= \sqrt{(7000)^2[7000 - 6999]} \\ E &= \sqrt{(7000)^2 \times 1} = \sqrt{(7000)^2} \\ \therefore E &= 7000 \end{aligned}$$

PROBLEMA 20

$$a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = d^{-1}$$

Simplifica:  $E = 2 \left( \frac{bd + ad}{ad - ac} \right) \left( \frac{c}{b} \right)$

Solución:

Hay que relacionar lo que se nos pide con lo que se nos da como dato. Planteando:

$$E = 2 \left( \frac{b\bar{d} + a\bar{d}}{a\bar{d} - a\bar{c}} \right) \left( \frac{c}{b} \right) = 2 \left( \frac{b + a}{d - c} \right) \left( \frac{dc}{ab} \right) \dots (\alpha)$$

Del dato:

$$\begin{aligned} a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} &= d^{-1} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{d} - \frac{1}{c} \\ \frac{b + a}{ab} &= \frac{c - d}{dc} \\ \frac{b + a}{ab} = \frac{-(d - c)}{dc} &\Rightarrow (b + a)dc = -(d - c)ab \end{aligned}$$

Reemplazando en  $(\alpha)$

$$E = 2 \left( \frac{b + a}{d - c} \right) \left( \frac{dc}{ab} \right)$$

$$E = 2 \times \frac{-(\cancel{d-c})ab}{(\cancel{d-c})ab} \Rightarrow E = -2$$

PROBLEMA 21

Calcula:  $A^2 + 1$

$$A = (2 \times 2^2 \times 2^3 \times 2^4 \times \dots \times 2^n)^{\frac{1}{1+2+3+\dots+n}}$$

Solución:

**Recuerda:** "Cuando se multiplica, si las bases son iguales, entonces los exponentes se suman"

$$A = (2^{1+2+3+\dots+n})^{\frac{1}{1+2+3+\dots+n}}$$

$$\Rightarrow A = 2^{\cancel{(1+2+3+\dots+n)} \times \frac{1}{\cancel{1+2+3+\dots+n}}} \quad A = 2$$

$$\therefore A^2 + 1 = 2^2 + 1 = 5$$

PROBLEMA 22

Si  $\sqrt[n]{3} = \sqrt[x]{x}$ , halla x

Solución:

Si a una expresión cualquiera le sacamos raíz n-ésima y la elevamos a la potencia n-ésima, la expresión no varía. Así:

$$A = \sqrt[n]{A^n} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{No varía porque la} \\ \text{raíz y el exponente} \\ \text{pueden cancelarse} \end{array} \right.$$

Ahora saquemos raíz cúbica y elevamos al cubo, para que no varíe:

$$\begin{aligned} \left( \sqrt[3]{\sqrt[9]{3}} \right)^3 &= \sqrt[x]{x} \\ \sqrt[27]{27} &= \sqrt[x]{x} \end{aligned}$$

comparando:  $\therefore x = 27$

PROBLEMA 13

Si  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 18$ , calcula:  $\frac{a - b}{\sqrt{ab}}$

Solución:

Partamos del dato y demos la forma de la expresión que buscamos:

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 18 \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} = 18$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 18ab$

$\Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = 16ab$

$(a - b)^2 = 16ab \Rightarrow a - b = \sqrt{16ab}$

$\Rightarrow a - b = 4\sqrt{ab}$

$\therefore \frac{a - b}{\sqrt{ab}} = 4$

PROBLEMA 24

Si  $x = 0,1^2 + 0,2 \times 0,9 + 0,81$

$xy = 5^{-x}$

halla  $x + y$

Solución:

$x = 0,1^2 + 2(0,1)(0,9) + (0,9)^2$

$x = (0,1)^2 + 2 \times (0,1)(0,9) + (0,9)^2$   
Trinomio cuadrado perfecto

$x = (0,1 + 0,9)^2 = 1^2 = 1$

Reemplazando en el 2do. dato:

$xy = 5^{-x} \Rightarrow (1) \cdot y = 5^{-1} \Rightarrow y = \frac{1}{5}$

$\therefore x + y = 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$

PROBLEMA 25

Calcula  $a + b + c$

$\overline{...abc} = \overbrace{999...99}^{99 \text{ cifras}} + \overbrace{111...1}^{98 \text{ cifras}} + \overbrace{99...9}^{97 \text{ cifras}} + \overbrace{111...1}^{96 \text{ cifras}} + ...$   
 $+ 999 + 11 + 9$

Solución:

Ordenando dichos sumandos en columna:

Diagram showing the addition of 99 terms (49 pairs) of numbers, resulting in a sum of 542. The sum is broken down into 48 groups of 10, plus 9, plus 53, resulting in 542. The digits a, b, and c are identified as 3, 9, and 9 respectively, leading to the final sum a + b + c = 20.

PROBLEMA 26

Calcula la suma de cifras del resultado de  $A + D$

$A = (\log 1 + \log 2 + \log 3 + ... + \log 100)^{(1^2-19^2)(2^2-18^2)(3^2-17^2)...(19^2-1^2)}$

$D = 999 \times 1000 \times 1001$

Solución:

Para resolver A, debemos tener en cuenta su exponente. Éste es igual al producto de diferencia de cuadrados de números que suman 20.

Diagram showing the product of differences of squares of numbers that sum to 20, resulting in a sum of 100. The sum is broken down into 10 groups of 10, plus 1, plus 100, resulting in 100. The digits a, b, and c are identified as 1, 0, and 0 respectively, leading to the final sum a + b + c = 1.

Vemos que hay un factor que es igual a cero:  $(10^2 - 10^2)$   
Por lo tanto, el exponente de A es igual a cero.

Luego:

$A = (\log 1 + \log 2 + \log 3 + ... + \log 100)^0 = 1$

$D = 999 \times (1000 + 1) \times 1000$

$= (999000 + 999) \times 1000 = 999999000$

$\therefore A + D = 1 + 999999000 = 999999001$

Suma de cifras:  $9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 1 = 55$

PROBLEMA 27

Si  $\underbrace{0,00\dots091}_{23 \text{ cifras}} = 91 \times 10^{x-10}$ , halla  $x + 30$

Solución:

$$\underbrace{0,00\dots091}_{22 \text{ cifras}} = \frac{91}{10^{22}} = 91 \times 10^{-22}$$

iguales

$$91 \times 10^{-22} = 91 \times 10^{x-10}$$

$$\Rightarrow x - 10 = -22 \Rightarrow x = -12$$

$$\therefore x + 30 = -12 + 30 = 18$$

PROBLEMA 28

Halla la suma de cifras del resultado de

$$A = 7777777 \times 999999999$$

Solución:

Sabemos que:

$$\overline{abc} \times 9999 = \overline{abc0000} - \overline{abc}$$

$$\Rightarrow 7777777 \times 999999999$$

$$\Rightarrow 7777777 \overline{000000000} - 7777777$$

$$\begin{array}{r} 7777777000000000 \\ - 7777777 \\ \hline = 7777776992222223 \end{array}$$

Por lo tanto, la suma de cifras sería:

$$\underbrace{7 + 7 + \dots + 7}_{6 \text{ veces}} + 6 + 9 + 9 + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{6 \text{ veces}} + 3$$
$$= 42 + 24 + 12 + 3 = 81$$

PROBLEMA 29

Si  $2x + y + z = 0$ , calcula el valor de A

$$A = \left( \frac{x + y}{x + z} \right)^{\left( \frac{x + y + z}{2x + 3y} \right)^2 \times 1999^{\overline{xy}} \times 2}$$

Solución:

Como la parte del exponente es sumamente complicada, analicemos solamente la base.

Se sabe que  $2x + y + z = 0 \Rightarrow y = -2x - z$

$$\frac{x + y}{x + z} = \frac{x + (-2x - z)}{x + z} = \frac{-x - z}{x + z} = - \frac{(x + z)}{x + z} = -1$$

Reemplazando:

par

$$A = (-1)^{\left\{ \left( \frac{x + y + z}{2x + 3y} \right)^2 \times 1999^{\overline{xy}} \times 2 \right\}} \text{ El exponente es } Z^* \text{ y par}$$
$$\therefore A = (-1)^{\text{par}} = 1$$

PROBLEMA 30

Se sabe que a es par, b es impar y c es igual a cero. El resultado de A, ¿será par o impar?

$$A = 1999 \times \overline{ab}^2 \times \overline{ba} \times (a + b + \overline{ac})^3 \times b$$

Solución:

**Observación:**

Recuerda que:

I.  $\left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{impar} \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{par} \end{smallmatrix} \right) = \left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{impar} \end{smallmatrix} \right)$   
Ejemplo: 3 + 2 = 5

II.  $\left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{impar} \end{smallmatrix} \right) + \left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{impar} \end{smallmatrix} \right) = \left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{par} \end{smallmatrix} \right)$   
Ejemplo: 7 + 5 = 12

III.  $\left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{impar} \end{smallmatrix} \right) \times \left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{par} \end{smallmatrix} \right) = \left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{par} \end{smallmatrix} \right)$   
Ejemplo: 3 x 2 = 6

IV.  $\left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{impar} \end{smallmatrix} \right) \times \left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{impar} \end{smallmatrix} \right) = \left( \begin{smallmatrix} \text{número} \\ \text{impar} \end{smallmatrix} \right)$   
Ejemplo: 9 x 5 = 45

$$A = \begin{array}{ccccccc} 1999 & \times & \overline{ab}^2 & \times & \overline{ba} & \times & \overbrace{(a + b + \overline{ac})^3}^{\substack{\text{impar} \quad \text{par} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{impar} \quad \text{par}}} & \times & b \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \downarrow \\ \text{impar} & & \text{impar} & & \text{par} & & & & \text{impar} \end{array}$$

A = par

**PROBLEMA 31**

$$\text{Si } A = 1 + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{15}$$

$$B = 1 - \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{15}$$

Calcular  $A \times B$

**Solución:**

$$\begin{array}{l} A = (1 + \sqrt{15}) + (\sqrt{3} + \sqrt{5}) \\ B = (1 + \sqrt{15}) - (\sqrt{3} + \sqrt{5}) \end{array} \quad \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \times$$

$$A \times B = (1 + \sqrt{15})^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$$

$$A \times B = (1 + 2\sqrt{15} + 15) - (3 + 2\sqrt{15} + 5)$$

$$\therefore A \times B = 8$$

**PROBLEMA 32**

Calcula la suma de cifras de:

$$A = \underbrace{(11111 \dots 1113)^2}_{100 \text{ cifras}} - \underbrace{(11111 \dots 1111)^2}_{100 \text{ cifras}}$$

**Solución:**

Diferencia de cuadrados

$$A = \underbrace{(11111 \dots 1113)^2}_{100 \text{ cifras}} - \underbrace{(11111 \dots 1111)^2}_{100 \text{ cifras}}$$

$$A = \underbrace{\left[ \begin{array}{c} \text{suma} \\ 11111 \dots 1113 + \\ 11111 \dots 1111 \end{array} \right]}_{[22222 \dots 2224]} \underbrace{\left[ \begin{array}{c} \text{diferencia} \\ 11111 \dots 1113 - \\ 11111 \dots 1111 \end{array} \right]}_{[2]}$$

$$\Rightarrow A = \underbrace{(22222 \dots 2224)}_{100 \text{ cifras}} \times 2 = \underbrace{44444 \dots 4448}_{100 \text{ cifras}}$$

$$S_{\text{cifras}} = \underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4 + \dots + 4 + 4 + 4 + 8}_{99 \text{ cifras}}$$

$$= 4(99) + 8 = 404$$

**PROBLEMA 33**

$$\text{Si } \sqrt{\sqrt{x} + 8} - \sqrt{\sqrt{x} - 12} = 5,$$

$$\text{halla } M = \sqrt{\sqrt{x} + 8} + \sqrt{\sqrt{x} - 12}$$

**Solución:**

Una primera línea ideal sería hallar "x" a partir del dato; pero si nos damos cuenta de que en él se nos da la diferencia y se nos pide la suma, entonces vamos a multiplicar a ambos, recordando además que:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{array}{l} \text{Así: } \sqrt{\sqrt{x} + 8} - \sqrt{\sqrt{x} - 12} = 5 \\ \sqrt{\sqrt{x} + 8} - \sqrt{\sqrt{x} - 12} = M \end{array} \quad \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \times$$

$$\left[ \sqrt{\sqrt{x} + 8} \right]^2 - \left[ \sqrt{\sqrt{x} - 12} \right]^2 = 5M$$

$$[\sqrt{x} + 8] - [\sqrt{x} - 12] = 5M$$

$$\Rightarrow 20 = 5M \quad \therefore M = 4$$

**PROBLEMA 34**

Calcula el valor de

$$E = \sqrt[3]{\frac{(1025 \times 1023 + 1) \times 9 \times 111}{32^4 \times 37}}$$

**Solución:**

Veamos lo siguiente:

$$\begin{array}{ccc} & -1 & +1 \\ & \nwarrow & \nearrow \\ 1023 & \boxed{1024} & 1025 \end{array}$$

$$E = \sqrt[3]{\frac{[(1024 + 1)(1024 - 1) + 1] \times 9 \times 111}{32^4 \times 37}}$$

$$E = \sqrt[3]{\frac{[(1024)^2 - 1^2 + 1] \times 9 \times 111}{32^4 \times 37}}$$

$$E = \sqrt[3]{\frac{(1024)^2 \times 9 \times 111}{32^4 \times 37}} = \sqrt[3]{\frac{(2^{10})^2 \times 9 \times 111}{(2^5)^4 \times 37}}$$

$$E = \sqrt[3]{9 \times \frac{111}{37}} = \sqrt[3]{9 \times 3} = 3$$

PROBLEMA 35

Si  $\frac{1}{4}n^{\frac{1}{4}n} = 4$ , calcula  $\sqrt[16]{n}^n$

Solución:

Recuerda que no es lo mismo  $\frac{1}{4}n^{\frac{1}{4}n}$  (aquí el

exponente sólo afecta a n) que  $\left[\frac{1}{4}n\right]^{\frac{1}{4}n}$  (aquí el exponente afecta todo)

Luego,  $\frac{1}{4}n^{\frac{1}{4}n} = 4$

$\Rightarrow n^{\frac{n}{4}} = 16 \Rightarrow \sqrt[4]{n}^n = 16$

Sacamos raíz cuarta a todo para obtener lo que se nos pide:

$\sqrt[4]{\sqrt[4]{n}^n} = \sqrt[4]{16} \quad \therefore \sqrt[16]{n}^n = 2$

PROBLEMA 36

Calcula el valor de

$A = \sqrt[16]{3 \times 5 \times 17 \times (2^8 + 1) (2^{16} + 1) + 1}$

Solución:

Vemos que en una parte del problema aparecen potencias de 2, así que a todo le damos la misma forma:

$$A = \sqrt[16]{\overset{\uparrow}{1} \times \overset{\uparrow}{3} \times \overset{\uparrow}{5} \times \overset{\uparrow}{17} \times (2^8 + 1) (2^{16} + 1) + 1}$$

$(2^0 - 1) \quad (2^1 + 1) \quad (2^2 + 1) \quad (2^4 + 1)$

$$\Rightarrow A = \sqrt[16]{\underbrace{(2-1)(2+1)}_{(2^2-1)(2^2+1)} \underbrace{(2^2+1)(2^4+1)}_{(2^4-1)(2^4+1)} \underbrace{(2^4+1)(2^8+1)}_{(2^8-1)(2^8+1)} \underbrace{(2^8+1)(2^{16}+1)}_{(2^{16}-1)(2^{16}+1)} + 1}$$

$(2^{32}-1)$

$\therefore A = \sqrt[16]{(2^{32} - 1) + 1} = \sqrt[16]{2^{32}} = 2^2 = 4$

PROBLEMA 37

Calcula la suma de cifras del resultado de:

$E = (7777778)^2 - (2222223)^2$

Solución:

diferencia de cuadrados

$E = \overbrace{(7777778)^2 - (2222223)^2}$

suma                      diferencia

$E = \left[ \overset{\text{suma}}{\overbrace{7777778 + 2222223}} + \overset{\text{diferencia}}{\overbrace{7777778 - 2222223}} \right]$

$E = (1000001) \times (555555)$

$E = (100000 + 1) \times 555555$

$\Rightarrow E = 555555000000 + 555555$

$E = 555555555555$

$\therefore \text{Suma}_{\text{cifras}} = \underbrace{5 + 5 + 5 + \dots + 5}_{12 \text{ cifras}} = 12(5) = 60$

PROBLEMA 38

Si:

$A = \frac{3}{1 \times 2} + \frac{7}{3 \times 4} + \frac{11}{5 \times 6} + \dots + \frac{39}{19 \times 20} + \frac{43}{21 \times 22}$

y

$B = \frac{5}{2 \times 3} + \frac{9}{4 \times 5} + \frac{13}{6 \times 7} + \dots + \frac{41}{20 \times 21} + \frac{45}{22 \times 23}$

halla A - B

Solución:

Sabemos que  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b+a}{a \times b}$

es decir, si vemos una fracción, donde su denominador es el producto de dos números y el numerador es la suma de ellos, entonces esa fracción se puede descomponer en la suma de dos fracciones cuyos denominadores son dichos números.

Ejemplo:

$\frac{7}{3 \times 4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \dots 3 + 4 = 7$

$\frac{11}{5 \times 6} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \dots 5 + 6 = 11$

Descomponemos cada sumando y restamos miembro a miembro:

$$A - B = \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{19} + \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} \right) - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} \right)$$

Restamos miembro a miembro:

$$\therefore A - B = \frac{1}{1} - \frac{1}{23} = \frac{23 - 1}{23} = \frac{22}{23}$$

PROBLEMA 39

¿Cuál es el menor número que se debe multiplicar por 360 para obtener un cubo perfecto?

Solución:

primero vamos a descomponer a 360:

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

Vemos que en 350 hay un cubo ( $2^3$ ). También está ( $3^2$ ) y (5) que no son cubos, pero que multiplicándolos por un cierto valor se pueden volver cubos.

Ejemplo:

$5 \xrightarrow[\text{le falta } (5^2)]{\text{para ser cubo}} 5^3 = 5 \times 5^2$

$3^2 \xrightarrow[\text{le falta } (3)]{\text{para ser cubo}} 3^3 = 3^2 \times 3$

Por lo tanto hay que multiplicarlo por lo que le falta es decir, por  $3 \times 5^2$ ; además para que siga siendo un cubo se le puede multiplicar adicionalmente por un cubo ( $1^3$ ;  $2^3$ ;  $3^3$ ; etc.); pero como se nos pide que sea mínimo, no lo haremos.

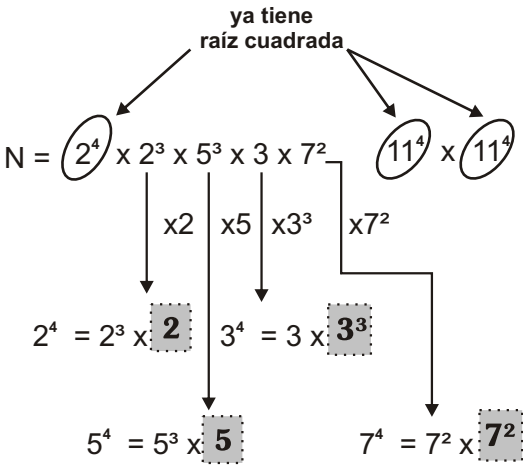
$\therefore$  Se le debe multiplicar por  $3 \times 5^2 = 75$

PROBLEMA 40

¿Por cuánto se le debe multiplicar a N para que tenga raíz cuarta exacta? (Da como respuesta el menor posible)

$N = 2^7 \times 5^3 \times 3 \times 7^2 \times 11^8$

Solución



$\therefore$  Se le debe multiplicar por  $2 \times 5 \times 3^3 \times 7^2$

$= 13230$

# PRACTICANDO 01

1. Se sabe que  $a - b = b - c = c - d = \sqrt[5]{5}$

Calcula el valor de:

$$A = \frac{(a - c)^{10} + (a - b)^{10} - (c - a)^{10} + (b - c)^5}{(c - a)^{10} - (a - c)^{10} + (b - c)^5}$$

- A) 1    B) 2    C) 4    D) 6    E)  $\sqrt{5}$

2. Halla:  $E = \left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1}$

si:  $16^{3^{2x}} = 8^{4^{2x}}$

- A) 1    B) 2    C)  $\frac{1}{2}$     D) 0    E) 4

3. Si  $a + b + c = 0$

Halla:

$$M = \frac{3(a+b)(a+c)(b+c) + 3abc}{a^5 + b^5 + c^5 + a^9 + b^9 + c^9}$$

- A) 1    B) 6    C) -2    D) 0    E)  $\frac{1}{2}$

4. Halla  $2x - 5$  si:

$$0,\underbrace{00 \dots 00}_{23 \text{ ceros}}1234 = 1234 \times 10^x$$

- A) 48    B) 30    C) -59    D) 43    E) -40

5. ¿A qué es igual  $3x + 2$ ? si:

$$\sqrt{x} \sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[9]{9}$$

- A) 9    B) 29    C) 30    D) 81    E) 25

6. Resuelve:  $\frac{2^{x+1} - 3^{x+1}}{3^x} = 1,5$

Indica el valor de  $E = -x^2 + 2x - 5$

- A) -8    B) 5    C) -13    D) -9    E) 13

7. Si:

$$\underbrace{b^{320} + b^{320} + b^{320} + \dots + b^{320}}_{81 \text{ veces}} = 81^{81}$$

Halla:  $E = (b - 1)^{(b-1)^{(b-1)}}$

- A) 8    B) 16    C) 32    D) 4    E) 3

8. Simplifica:

$$E = \underbrace{(3^n \times 3^n \times 3^n \times \dots \times 3^n)}_{n \text{ factores}} \times \underbrace{(2^n \times 2^n \times 2^n \times \dots \times 2^n)}_{n \text{ factores}}$$

- A)  $5^{2n}$     B)  $6n$     C)  $5n$     D)  $6^{n^2}$     E)  $6n^2$

9. Calcule x en:

$$\sqrt[33]{3} \cdot \sqrt[3]{33} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[33]{33} = \sqrt[11]{x^4}$$

- A) 3    B) 33    C) 99    D) 11    E) 39

10. Resuelve:

$$A = \left[ \frac{(1984(2016) + 256)}{(959)(1041) + 1681} \right]^5$$

- A) 32    B) 64    C) 128    D) 256    E) 1024

11. Si  $\overline{\text{KENAR}} \times 99999 = \overline{\dots 12345}$ ,

Halla:  $(K + A + R + E + N)$

- A) 28    B) 29    C) 30    D) 31    E) 40

12. Si:  $x(y - z) + y(z - x) + z(x - y) = 0$

Halla y

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) T.A.

13. Si:  $x^2 = 3x - 1$ ; halla  $x^3 + \frac{1}{x^3}$

- A) 27    B) 8    C) 18    D) 24    E) 21

14. Halla el valor de x para que verifique:

$$\sqrt[3]{14 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{14 - \sqrt{x}} = 4$$

- A) 4    B) 49    C) 81    D) 100    E) 169

15. Si  $x^2 + y^2 = 20$

Calcula  $K = (x + y)^2 + (x - y)^2$

- A) 20    B) 40    C) 30    D) 50    E)  $\sqrt{20}$

16. Un matemático tiene 3 números; luego los suma de 2 en 2 y obtiene otros tres números que son 13, 17 y 24. Halla la semisuma de los dos mayores.

- A) 20,5    B) 15    C) 12    D) 24    E) 30

17. Si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{a} = \frac{b}{c}$  y  $a \times b \times c = 27$

Calcula el valor de

$$K = a + b + c$$

- A) 3    B) 6    C) 9    D) 12    E) 18

18. Reduce  $E = \frac{(12345)^2 - (12343)^2}{10^4 + 2344}$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

19. Simplifica

$$S = \left[ \sqrt{a + \sqrt{b}} \times \sqrt{a - \sqrt{b}} \right] \times \left[ \sqrt{a^2 - b} \right] + b$$

- A) a    B)  $a^2$     C)  $a/2$     D) 2b    E) 2a

20. Si  $(+)(+) = (-)(-)$ ,  
calcular el valor de:

$$A = \left[ \frac{\text{ENERO}}{\text{ERA}} + \frac{\text{DINERO}}{\text{DIRA}} + \frac{\text{MASA}}{\text{AMENOS}} \right]^5$$

- A) 81    B) 64    C) 246    D) 0    E) 243

21. Si  $\sqrt{-1} = i$ , calcula el valor de

$$A = [(1-i)^{108} - (1+i)^{108}]^{1996}$$

- A) 1    B)  $2(2^{28})$     C) 0    D)  $2^{54}$     E)  $-2^{5994}$

22. Si  $\left(\frac{x}{y}\right)^a + \left(\frac{y}{x}\right)^a = 731$ ,

$$\text{Calcula } L = \sqrt[3]{\frac{x^a - y^a}{\sqrt{x^a y^a}}}$$

- A)  $\pm 2$     B)  $\pm 3$     C) 7    D)  $\pm 11$     E) 17

23. Halla K en:

$$\left[ \sqrt[k+1]{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \right] \left[ \sqrt[k-1]{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \right] = \sqrt[48]{(5 + \sqrt{24})^7}$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 5    E) 7

24. Halla la suma de cifras de R:

$$R = (10^{30} + 1)(10^{30} - 1)$$

- A) 630    B) 540    C) 360    D) 270    E) 300



25. Si  $3 = 1$ ,

calcula el valor de:

$$A = \frac{3 + 3 + 3 + \dots (8k + 10 \text{ veces})}{3 + 3 + 3 + \dots (18k + 1 \text{ veces})}$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

26. Si  $x^y = y^x$ ;  $x \neq y \in \mathbb{Z}^+$ ,  $x \neq y$ ,

Calcula:  $(y - x)^{(x+y)}$

- A) 2    B) 4    C) 16    D) 32    E) 64

27. Calcula la suma de cifras del resultado de E

$$E = \sqrt{1 \times 3 \times 5 \times 17 \times 257 + 1}$$

- A) 6    B) 12    C) 10    D) 16    E) 13

28. Calcula la suma de cifras del resultado de

$$A = \frac{13}{15} + \frac{1313}{1515} + \frac{131313}{151515} + \dots + \underbrace{\frac{1313\dots13}{1515\dots15}}_{60 \text{ cifras}}$$

- A) 6    B) 7    C) 9    D) 8    E) 10

29. Calcula el valor de  $x^2 + 1$  si:

$$2(5x^2 + 15) + \sqrt{5(6 + 2x^2)} = 420$$

- A) 35    B) 36    C) 37    D) 38    E) 39

30. Si  $x^{x^{x^7}} = 7$

Calcula el valor de:

$$A = x^7 + x^{x^7} + x^{x^{x^7}} + \dots + x^{x^{x^{x^{x^{x^{x^7}}}}}} \text{ n veces}$$

- A) n    B)  $n^7$     C) 7n    D) 49n    E) 14n

31. Si  $(x - 2)^2 + (x - 1)^2 + x^2 = (x + 1)^2 + (x + 2)^2$

Halla :  $\frac{x}{x - 4}$

- A) 0    B) 1    C) 3/2    D) 2    E) A ó C

32. Calcula la suma de las cifras de N, luego de efectuar:

$$N = 22 \times 202 \times 20002 \times 100000001$$

- A) 128    B) 140    C) 150    D) 138    E) 100

33. Halla la suma de cifras del resultado de:

$$M = (5555556)^2 - (4444445)^2$$

- A) 14    B) 12    C) 21    D) 20    E) 28

34. Calcula:

$$R = \sqrt{\frac{(323 \times 325 + 1) \times 9 \times 111}{18^4 \times 37}}$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

35. Halla el resultado de:

$$C = \frac{2,52(0,16)^2 + (0,16)^3 + (0,84)^2}{(0,48)+(0,84)^3} \times$$

- A) 5,25
- B) 1
- C) 3,87
- D) 1,03
- E) 2

36. Si  $2^x = 8^{y+1}$

$$9^y = 3^{x-9}$$

Halla  $x + y$

- A) 21
- B) 6
- C) 27
- D) 18
- E) 35

37. Si  $m - 3n = 4p$ , calcula  $E = \frac{p + n}{m - p}$

- A) 1
- B) 1/3
- C) 3
- D) 4
- E) 1/4

38. Si  $x - y = 3$ , además  $xy = -2$ , calcula

$$E = x^4 + y^4$$

- A) 10
- B) 15
- C) 23
- D) 13
- E) 17

39. Si  $3a + 2b + c = 0$ , halla

$$E = \left( \frac{a + c}{a + b} \right)^{\left( \frac{b - c}{a + b} \right)}$$

- A) 8
- B) 4
- C) -8
- D) -4
- E) 6

40. Si  $xy = z$   
 $yz = x$   
 $zx = y$

Calcula  $E = \frac{x^2 + 2y^2 + 3z^2}{xyz}$

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

CLAVES				
1. D	9. C	17. C	25. B	33. B
2. A	10. E	18. D	26. E	34. C
3. D	11. C	19. B	27. E	35. B
4. C	12. E	20. E	28. D	36. C
5. B	13. C	21. C	29. D	37. B
6. C	14. E	22. E	30. C	38. E
7. B	15. B	23. C	31. E	39. C
8. D	16. C	24. B	32. A	40. E

PRACTICANDO 02

1. Si:  $a + b = ab/a$ ;  $b \in N$  hallar:

$$\frac{a^{1920} - b^{1920}}{a + b}$$

- a) 1                      b) 2                      c) 1920  
d) 0                      e) 4

2. Reducir:

$$\frac{a^3 + b^3 - (a + b)(a^2 + b^2)}{a + b}; a \neq -b$$

- a) -ab                      b)  $\frac{1}{ab}$                       c)  $\frac{a}{b}$   
d) ab                      e)  $a^2 b^2$

3. Luego de simplificar:

$$\frac{2^{n+1} - 2^{3n}}{2^{-n+2} - 2^{n+1}}; \text{ se obtiene:}$$

- a) 1                      b) 2                      c)  $2^n$   
d)  $4^n$                       e)  $2^{2n-1}$

4. Resolver en "x"

$$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{ab}; ab \neq 0$$

Siendo:  $a + b \neq 0$

- a)  $a + b$                       b)  $a - b$                       c)  $ab$   
d)  $a/b$                       e)  $b - a$

5. Si se cumple:  $x^2 + 12y = (y + 6)^2$  indicar el valor de:

$$E = \sqrt[10]{(x^4 + y^4 - 2x^2 y^2)[(x + y)(x - y)]^3}$$

- a) 1                      b) 3                      c) 6  
d) 12                      e) 36

6. Si:  $x + y = 5$ ;  $xy = 2$

Calcular:

$$P = \frac{x^2 + y^2}{x^3 + y^3 + 10}$$

- a) 0,1                      b) 0,5                      c) 1  
d) 2                      e) 0,2

7. Si:  $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\text{Hallar: } x^3 + \frac{1}{x^3}$$

- a) 100                      b) 95                      c) 30  
d) 25                      e) 110

8. Calcular:

$$[(1001)(999) - (1002)(998)]^2$$

- a) 3                      b) 9                      c) 2  
d) 4                      e) 0

9. Efectuar:

$$(200)[300^2 + (300)(100) + 100^2] + 100^3$$

- a)  $300^2$                       b)  $30^2$                       c)  $300^3$   
d)  $400^3$                       e) 2008

10. Hallar:

$$E = \frac{1}{100} \left[ \frac{\sqrt{2(1000)(501)(1004)(1006) + (1 \times 2^2)} - 1}{\sqrt{1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1} - 1} \right]$$

11. Calcular la suma de cifras de:

$$M = (99995)^2 + (999995)^2 + (9999995)^2$$

- a) 36                      b) 48                      c) 45  
d) 32                      e) 50

12. Calcular la suma de cifras de:

$$\underbrace{(666 \dots 66)}_{23 \text{ cifras}}^2$$

- a) 385                      b) 392                      c) 189  
d) 467                      e) 546

13. En qué cifra termina:

$$(89462)^{278}$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 6                      e) 4

14. En qué cifra termina:

$$(654393)^{43375}$$

- a) 5                      b) 3                      c) 7  
d) 4                      e) 8

15. En qué cifra termina:

$$E = (\overline{\text{AFUL236}} + \overline{\text{INGRESO120}})^{\overline{\text{CORPORACIÓN}}}$$

- a) 5                      b) 2                      c) 3  
d) 6                      e) 8

16. Si:  $a^2 + b^2 + c^2 = 26$   
 $ab + ac + bc = 5$

Hallar:

$$\frac{a+b}{6-c} + \frac{a+c}{6-b} + \frac{b+c}{6-a}$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 9                      e) 36

17. Si:  $a + b + c = 20$ , calcular:

$$E = \sqrt[3]{(10-a)^3 + (10-b)^3 + (10-c)^3 + 3abc}$$

- a) 10                      b) 20                      c) 30  
d) 40                      e) 50

18. Evaluar:  $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2 - bc}$

Si:  $a; b; c$ ; verifican la relación:  $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = -1$

- a) 2                      b) 3                      c) 5  
d) 4                      e) 1

19.  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$  y  $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = 8100$

Calcular:  $E = ab + bc + cd$

- a) 10                      b) 90                      c) 80  
d) 30                      e) 19

20. Sea:  $a + b + c = a^2 + b^2 + c^2 = 1$

$\wedge \{a, b, c\} \subset R^+$  indique el valor de:

$$\frac{(ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2}{abc}$$

- a) 2                      b) -2                      c) 3  
d) 5                      e) -5

21. Si:  $(x+y)^2 = (1+x)(1+y) - 1$ ,  $y \neq -x$

Calcular el valor de la expresión:

$$\left( \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y} \right)^2$$

- a) 2                      b) -2                      c)  $\frac{1}{2}$   
d) 1                      e) -1

22. Si:

$x = \sqrt{5} - \sqrt{3} \quad y = \sqrt{2} - \sqrt{5} \quad z = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

El valor numérico de:

$$E = \left[ \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + zx} \right] - \left[ \frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} + \frac{z^2}{xy} \right]$$

- a)  $\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$

b) 1
- c) -5

d) 6

e) -6

23. Sabiendo que:  $(a + 2\sqrt{ab} + b)(a - 2\sqrt{ab} + b) = 0$

Hallar el valor de:

$$P = \frac{a + 2b}{a + b} + \frac{a^2 + 4b^2}{a^2 + b^2} + \frac{a^3 + 8b^3}{a^3 + b^3} + \frac{a^4 + 16b^4}{a^4 + b^4}$$

- a) 12

b) 17

c) 19
- d) 27

e)  $a^2 + b^2$

24. Calcular el resultado de:

$$[(10001)(9999) - (10002)(9998)]^2$$

- a) 3

b) 9

c) 2
- d) 4

e) 12

25. Calcular:

$$[600^2 + 300^2 + 2(300)(600)]^{1/2} + [400^3 + 100^3 + 3(500)(400)(100)]^{1/3}$$

- a) 1050000

b) 1060000

c) 103000
- d) 1070000

e) 4300000

26. Calcular:  $a + b$

$$(2376)^2 + (825)^4 + (23476)^6 + (12925)^8 = \overline{\dots ab}$$

- a) 2

b) 6

c) 7
- d) 8

e) 12
27. Hallar la suma de las cifras de:

$$(1111)^2 + (11111)^2 + (111111)^2$$

- a) 31

b) 32

c) 34
- d) 41

e) 48

28. En qué cifra termina:

$$E = (\overline{\text{TE } 132} + \overline{\text{QUIERO } 023} + \overline{\text{MUCHO}})^{\overline{\text{AMOR}}}$$

donde O = cero

- a) 1

b) 2

c) 3
- d) 4

e) 5

29. En qué cifra termina:

$$D = (\overline{\text{AMOR } 27} - \overline{\text{MIO } 24})^{1234}$$

- a) 3

b) 4

c) 8
- d) 2

e) 1

30. En qué cifra termina:

$$E = (\overline{\text{GIS } 17} + \overline{\text{JUN } 18})^{\overline{\text{UNIDAD}}}$$

- a) 2

b) 3

c) 4
- d) 5

e) 6



11. Si:  $a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = 0$

Hallar el valor de:

$$M = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b}$$

- a) -1                      b) 1                      c) 3  
d) -3                      e) 0

12. Efectuar:

$$(200)[300^2 + (300)(100) + 100^2] + 100^3$$

- a)  $300^2$                       b)  $30^2$                       c)  $300^3$   
d)  $400^3$                       e)  $100^3$

13. Hallar:

$$M = \sqrt{1 + \sqrt{a}} - \sqrt{1 + \sqrt{a}}$$

Para  $a = 0,75$

- a) 1,75                      b) 1,05                      c) 1  
d) 0,75                      e) 0,5

14. Si:  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 62$

Hallar:  $E = \sqrt[3]{\frac{x+y}{\sqrt{xy}}}$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d)  $\frac{1}{2}$                       e)  $\frac{1}{3}$

15. Hallar:

$$E = \frac{1}{100} \left[ \frac{\sqrt{2(1000)(501)(1004)(1006) + 4^2}}{\sqrt{2 \times 3 \times 4 + 1} - 1} - 1 \right]$$

- a) 2305                      b) 2420                      c) 2505  
d) 2515                      e) 2525

16. Hallar el valor de:

$$P = (y - a)(y - b)(y - c) \dots (y - z)$$

- a) 1574515                      b) 0                      c) 1  
d) 1447915                      e) F.D.

17. Calcular el valor de:

$$\left( \frac{y}{x} + 1 \right)^3 + \left( \frac{x}{y} + 1 \right)^3$$

Sabiendo que:  $x + y = 3\sqrt{xy}$

- a)  $3^3$                       b)  $3^5 + 3^5$                       c)  $3^4 + 3^4$   
d)  $3^4$                       e)  $3^4$

18. Calcular:

$$(135)^2 + (85)^2 + (65)^2 + (145)^2$$

- a) 50700                      b) 57000                      c) 70500  
d) 75000                      e) 70050

19. Hallar la última cifra luego de efectuarse el producto.

$$P = (2^{2000} + 1)(2^{1999} + 1)(2^{1998} + 1) \dots (2^2 + 1)$$

- a) 1                      b) 3                      c) 5  
d) 7                      e) 9

20. Calcular la suma de las cifras del resultado:

$$P = \underbrace{(333 \dots 33)^2}_{100 \text{ cifras}}$$

- a) 900                      b) 1000                      c) 1100  
d) 1200                      e) 1300

21. Calcular:

$$\sqrt[4]{3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) + 1}$$

- a) 16                      b) 18                      c) 9  
d) 8                      e) 1

22. Dada la expresión :

$$2^{2n+1} k^{3/8} = 2^{2n}$$

Hallar el valor de k, para  $n = \frac{3}{4}$

- a) 16
- b) 8
- c) 25
- d) 32
- e) 1/4

23. Si:  $(+)(+) = (-)(-)$

Hallar  $K = \frac{\text{SUMA}}{\text{SUMENO}} + \frac{\text{AMOR}}{\text{MORENO}}$

- a) 1/2
- b) 1
- c) 1,5
- d) 2
- e) 2,5

24. Hallar la suma de cifras del resultado de:

$$M = \sqrt{123456789 - 2468}$$

- a) 5
- b) 7
- c) 9
- d) 10
- e) 17

25. En que cifra termina:

$$1275^{75}$$

- a) 3
- b) 0
- c) 5
- d) 2
- e) 7

26. Hallar la suma de las dos últimas cifras del resultado de:

$$(176)^2 + (12476)^3 + (77776)^7$$

- a) 9
- b) 8
- c) 11
- d) 10
- e) 7

27. En que cifra termina:

$$(\overline{\text{AMORCITO 23}} + \overline{\text{CHIQUITO 76}})^{470}$$

- a) 0
- b) 1
- c) 9
- d) 7
- e) 2

28. En qué cifra termina:

$$(\overline{\text{AQUI32}} + \overline{\text{TOMAMOS91}} + \overline{\text{PILSEN74}})^{\overline{\text{SALUD44}}}$$

- a) 1
- b) 3
- c) 7
- d) 9
- e) 5

29. En qué cifra terminar:

$$(\overline{\text{JACINTA5555}} - \overline{\text{SIGIFREDO79}})^{\overline{\text{PIENSA}}}$$

- a) 4
- b) 6
- c) 8
- d) 0
- e) 2

30. En qué cifra termina:

$$(1981)^{1982^{1983^{2001}}}$$

- a) 7
- b) 5
- c) 3
- d) 1
- e) 0

31. En qué cifra terminar:

$$(\overline{\text{SABER47}} + \overline{\text{AFUL815}})^{\overline{\text{INGRESO2001}}}$$

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) 0

32. Si:  $p - q - r = 2$

$$pq + pr = qr$$

Hallar  $p^2 + q^2 + r^2$

- a) 4
- b) -4
- c) 2
- d) -2
- e) q