# Estimación de la fuerza de fricción en una servilleta

#### Jorge Alfredo Jaimes Teherán Juliana Paola Andrade Rodriguez Kevin Jesus Llanos Jerez

25 - Agosto - 2021

# Índice

1.	Resumen	2
2.	Introducción	2
	Metodología 3.1. Práctica	2 2 3
4.	El experimento y los resultados	4
5.	Conclusiones y recomendaciones	8
6.	Referencias	9

### 1. Resumen

Nuestro principal objetivo haciendo esto es cuanto afecta la fricción del aire en la caída de un objeto para esto hacemos uso de una servilleta, para encontrarla necesitamos encontrar una forma en la cual la fricción afecte lo mínimo posible y otra en la cual el efecto de la fricción sea significativo, haciendo uso de la tecnología la cual nos ayude a tomar la medida como es el caso del software Tracker mediante videos en los cuales se podía ver como caía una servilleta en los dos casos y después mediante el uso de Python simularlo y ver las diferencias y los márgenes de errores que nos da y la comparación e los dos casos y de cómo nos da el software Tracker y la simulación.

Terminando se nota como la servilleta cae de forma muy diferente en los dos casos y cunado la fricción es significativa se tiene que hallar la aceleración en cada instante de tiempo para ver como cae al final.

### 2. Introducción

En el presente, se realizára una explicación detallada, de un experimento con el fin de comprender como funciona lo que nos rodea, en este caso investigaremos sobre la fuerza de fricción de un objeto en caída libre, te preguntaras ¿para qué nos sirve saber la fricción a la que un cuerpo es sometido cuando está en caida libre? bueno esto tiene mucha importancia en el avance de la humanidad en muchos sentidos, como para realizar instrumentos que nos permitan practicar deportes aeroespaciales, pero antes de comenzar veamos un poco más sobre los antecedentes y los trabajos que se han hecho sobre este tema.

Se hace una revisión desde la antigua Grecia cuando el filósofo Lucrecio dijo que la caída de los objetos se reduce por la resistencia aerodinámica y que este es el motivo del cual los objetos livianos caigan más lentos, pero que todos en el vacío caían a la misma velocidad.

Pero Aristóteles dijo que los cuerpos pesados caían más rápido que los livianos ya que en el agua los objetos pesados se hunden y los livianos flotan eso quedo así hasta que en 1554 Giovanni Battista Benedetti refuto la idea de Aristóteles cuando mostro que dos esferas conectadas entre si caen a la misma velocidad.

En el siglo XVII con Galileo Galilei cuando realizo su teoría del movimiento, Galileo decía que dos objetos sin importar su peso caen con la misma aceleración cuando no hay aire, pero cuando se tiene en cuenta el aire ocurre otra cosa por ejemplo si tenemos en cuenta una piedra y una pluma ¿Cuál cae primero?, la respuesta de cualquiera será la piedra, ¿pero este cambio de caer al mismo tiempo a caer una primera porque ocurre?, esto sucede por la fuerza de fricción la cual modifica la aceleración de la pluma haciendo que caiga más lento y esto es lo que veremos con el experimento que realizaremos ya que mediante la caída de la servilleta hecha bolita y con la servilleta estirada evidenciaremos como la fricción modifica la caída de un objeto dependiendo de su forma.

# 3. Metodología

Como primera medida para el estudio de caida libre de un cuerpo en dos casos totalmente diferentes con fricción y en ausencia de esta, se planteó dos formas de aborar el experimento de manera practica y teorica. Al termido los resultados poder encontrar correlaciones entre estas dos metodologias.

#### 3.1. Práctica

El primer paso para realizar el experimento fue establecer un valor fijo para la altura desde donde se soltará el objeto a experimentar, en este caso se dejó caer la servilleta a 150 cm de altura desde el suelo, el experimento tuvo 3 casos de desarrollo, en el cual las condicioens geograficas variaron, cada caso fue llevado acabo con 10 repeticiones.

Se usaron recursos tecnologicos para grabar la escena experimental, y poder importarla en el software tracker, este software fue de preferencia por su simplicidad en la interacción con el usuario y la extracción de los datos según la escena que hayamos usado.

Tiempo	Distancia(x)	Velocidad	Aceleración
1	6	87837	787
2	7	78	5415
3	545	778	7507
4	545	18744	7560
5	88	788	6344

#### 3.2. Teórica

Caída sin fuerza de fricción En esta sección para abordar valores teoricos del experimento partimos del primer modelo donde la fuerza de fricción es despreciable.

$$ma = \sum_{i} F_{ext} \to ma = mg \to a = g$$
 (1)

Si la aceleración es constante entonces

$$v_f = v_0 + gt \tag{2}$$

$$d = v_0 t + g \frac{t^2}{2} \tag{3}$$

#### Caída con fuerza de fricción

En este caso se usa la siguiente ecuación para describir la acelareción donde g corresponde a la fuerza de gravedad, k a una constante, m a la masa de la servilleta y v a la velocidad en ese instante.

$$a = g - \frac{k}{m}v\tag{4}$$

El problema es que la aceleración no es constante y al no serlo tenemos que idear otra forma para conseguir lo que necesitamos, lo que nosotros ideamos fue que mediante los resultados que nos daba el software tracker, conseguir lo que vale k en cada instante de tiempo en cada video de la bola estirada ya con eso le sacamos el promedio a cada una de los videos para por ultimo volver al sacar el promedio del promedio de los videos, para poder remplazar la k en la formula.

Ya encontrada k y por lo tanto teniendo la aceleración en cada instante de tiempo usamos el programa Python para poder encontrar la velocidad y la distancia que ha caído el objeto en cada instante de tiempo usamos la siguiente "formula":

$$| (t_{N-1}, t_N) | : \begin{cases} v(t_{N-1}) = v_{N-1} \\ x(t_{N-1}) = x_{N-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_N = v_{N-1} + a(x_{N-1}, v_{N-1}, t_{N-1}) [t_N - t_{N-1}] \\ x_N = x_{N-1} + v_{N-1} [t_N - t_{N-1}] + a(x_{N-1}, v_{N-1}, t_{N-1}) \frac{[t_N - t_{N-1}]^2}{2} . \end{cases}$$

## 4. El experimento y los resultados

Para realizar el experimento lo primero que hicimos fue buscar una pared blanca en la cual tomamos las medidias respectivas en centímetros, para proceder a grabar lo videos, como en los videos de la hoja extendida normalmente hay momentos en los que la hoja se mueve de lado y sube haciendo que no se pueda medir bien lo que queremos, recortamos los videos y escogimos las partes en la cuales caía de forma optima para el experimento. Pasamos los videos por el software tracker y nos daba los datos que necesitabamos, aqui es donde el procedimiento se parte en 2 uno para la servilleta comprimida y otro para la extendida.

Para la servilleta comprimida con los resultados que nos dió en el software tracker lo pasamos a phyton para relalizar mediante los datos una gráfica y la comparamos con la gráfica que nos daba las según una análisis a profundida mendiante.

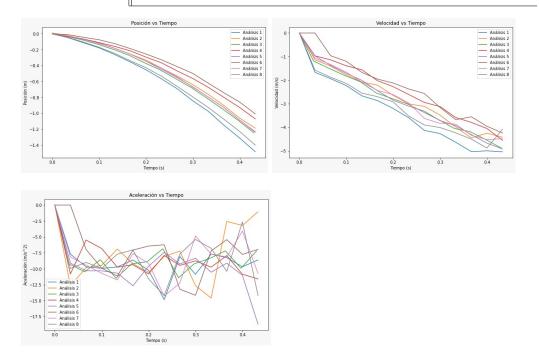
Tabla Promedio de tracker:

<sup>\*</sup>Tener encuenta que realizamos el ejercico con 8 videos diferentes.

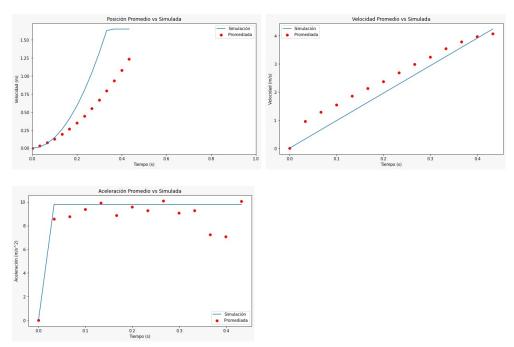
Tiempo(s)	$\rm Velocidad(mt/s)$	distancia(mt)	$aceleracion(mt/s^2)$
0.00	0.00	0.00	0.00
0.03	-0.95	-0.03	-8.57
0.07	-1.28	-0.08	-8.79
0.10	-1.55	-0.13	-9.40
0.13	-1.85	-0.19	-9.92
0.17	-2.13	-0.27	-8.89
0.20	-2.38	-0.35	-9.59
0.23	-2.69	-0.45	-9.28
0.27	-2.99	-0.55	-10.08
0.30	-3.25	-0.67	-9.06
0.33	-3.55	-0.80	-9.26
0.37	-3.80	-0.94	-7.26
0.40	-3.98	-1.08	-5.31
0.43	-4.07	-1.23	-9.92

Tabla y Gráfica simulada:

Tiempo(s)	$\rm Velocidad(mt/s)$	distancia(mt)	$aceleracion(mt/s^2)$
0.00	0.00	0.00	-9.80
0.03	-0.33	-0,05	-9.80
0.07	-0.65	-0,11	-9.80
0.10	-0.98	-0,18	-9.80
0.13	-1.31	-0,26	-9.80
0.17	-1.63	-0,35	-9.80
0.20	-1.96	-0,45	-9.80
0.23	-2.28	-0,57	-9.80
0.27	-2.61	-0,69	-9.80
0.30	-2.94	-0,84	-9.80
0.33	-3.26	-0,98	-9.80
0.37	-3.59	-1,15	-9.80
0.40	-3.82	-1,31	-9.80
0.43	-4.24	-1,48	-9.80



Comparación:



Se puede ver que el promedio y la simulada nos dan parecidas pero aun existe margen de error minimos pero se nota sobre todo en la aceleración. Teniendo margen de error entre la posición promedio y simulada de 0.18, la velocidad de 0.17 y aceleración de 1.3 estos datos fueron obtenidos por medio de python.

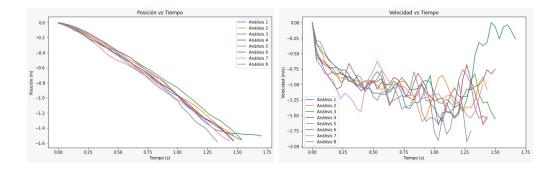
Para la servilleta extendida realizamos el procedimiento en la caída con fuerza de fricción, ya despues de haber obtenido eso y usado la fórmula en pyhton lo graficamos y nos da lo siguiente.

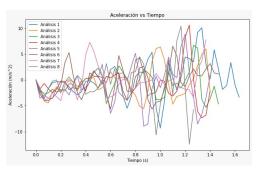
Cuadro 1: Promedio.

Tiempo(s)	m Velocidad(mt/s)	Distancia(mt)	$oxed{Aceleracion(mt/s^2)}$
0,00	0.00	-0,01	0,00
0,03	-0,45	-0,02	-2,20
0,07	-0,54	-0,04	-3,17
0,10	-0,66	-0,05	-2,91
0,13	-0,75	-0,08	-2,14
0,17	-0,79	-0,10	-1,66
0,20	-0,86	-0,13	-1,84
0,23	-0,92	-0,16	-0,43
0,27	-0,89	-0,19	-0,14
0,30	-0,90	-0,22	-0,83
0,33	-0,97	-0,25	-1,60
0,37	-1,00	-0,29	-1,38
0,40	-1,06	-0,32	-0,40
0,43	-1,04	-0,36	0,84
0,47	-0,98	-0,39	1,07
0,50	-0,98	-0,42	0,23
		(	Continued on next page

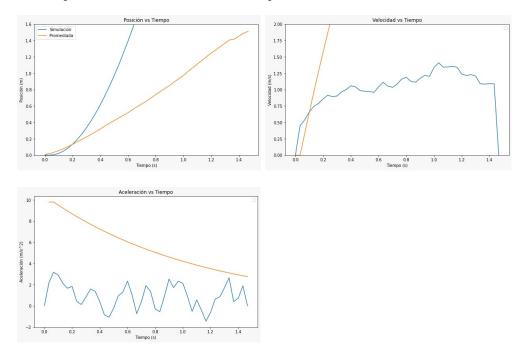
Cuadro 1 – continued from previous page

Tiempo(s)	$oxed{Velocidad(mt/s)}$	Distancia(mt)	$oxed{f Aceleracion(mt/s^2)}$
0,53	-0,97	-0,45	0,28
0,57	-0,96	-0,49	-1,30
0,60	-1,04	-0,52	-1,85
0,63	-1,11	-0,56	-0,39
0,67	-1,05	-0,59	1,00
0,70	-1,04	-0,63	-0,38
0,73	-1,08	-0,66	-1,91
0,77	-1,16	-0,70	-1,36
0,80	-1,19	-0,74	0,44
0,83	-1,13	-0,78	0,93
0,87	-1,11	-0,81	-0,56
0,90	-1,17	-0,85	-1,54
0,93	-1,22	-0,89	-0,39
0,97	-1,20	-0,93	-2,33
1,00	-1,34	-0,97	-2,12
1,03	-1,41	-1,02	-0,90
1,07	-1,35	-1,07	1,36
1,10	-1,36	-1,11	-0,45
1,13	-1,34	-1,16	0,39
1,17	-1,24	-1,20	1,56
1,20	-1,22	-1,25	1,72
1,23	-1,23	-1,28	0,39
1,27	-1,21	-1,33	0,03
1,30	-1,09	-1,37	0,91
1,33	-1,08	-1,41	0,23
1,37	-1,09	-1,42	0,48
1,40	-1,09	-1,45	-0,68
1,43	-1,09	-1,49	1,98
1,47	0,00	-1,51	0,00





Ya con esa gráfica obtenida la comparamos con la de la servilleta comprimida y nos da la siguiente, ya con eso podemos sacar la conclusión de lo que afecta la fricción del aire en a caída de una hoja extendida.



Se puede evidenciar que la simulada y el promedio nos dan con mas margen de error que en la comprimida, el margen de error en la posición es de 12.71, la velocidad 46.23 y la aceleración 68.63 teniendo en cuenta que estos datos tuvieron mayor variabilidad a la hora de ser obtenidos.

## 5. Conclusiones y recomendaciones

La servilleta comprimida tiene menor área de contacto con el aire generando un menor rozamiento en su caída, analizando el movimiento de caída libre del objeto se calculan datos que son comparados con los de la simulación, así logrando el objetivo principal de este experimento que fue hallar el mínimo margen de error en cada instante de tiempo para ambas situaciones, la simulada y los datos promedio.

La servilleta plana al tener mayor área de contacto con el aire genera más rozamiento con el aire en su

caída haciendo que la servilleta caiga más lenta y esto ocurre gracias a que su aceleración cambia constante mente disminuyendo o aumentando en cada instante de tiempo, haciendo que para hallar la aceleración sea más complicada, necesitando de un mecanismo más complejo que las fórmulas que nos enseñaron en la escuela y para poder hallarla necesitamos encontrar por lo tanto la aceleración en cada instante de tiempo y por lo tanto para ayudarnos utilizamos la tecnología y programación.

### 6. Referencias

- https://education.lego.com/v3/assets/blt293eea581807678a/bltc134a5eeb93b2e07/5ec6402a59651863385522 es-ev3science-accelerationgravity-additionalinfo.pdf
- https://www.medigraphic.com/pdfs/conapeme/pm-2010/pm101h.pdf
- https://www.physicsclassroom.com/class/newtlaws/Lesson-3/Free-Fall-and-Air-Resistance