

Sobre la Severidad de Ruina en el Modelo Clásico de Poisson

Francisco Tajonar Sanabria, Yesenia E. Ortiz Martínez, Hugo Cruz Suárez*

Resumen

En varias situaciones la ruina de una compañía aseguradora no es definitiva y la compañía puede ser rescatada cuando la ruina no es demasiado severa. Esta posibilidad de recuperación depende del estado de la aseguradora en el tiempo de ruina, sino también de las reclamaciones que la asegurado pueda soportar después de ese tiempo.

Keywords: Riesgo, Probabilidad de Ruina, Severidad de Ruina.

1. Introducción

La forma empleada para calcular las primas de seguros se ha dado a través de métodos actuariales.

El proceso asegurador se caracteriza principalmente por la variable aleatoria “siniestralidad” la cual es ampliamente estudiada en la Teoría Clásica de Riesgo considerando las variables aleatorias básicas: número de siniestros y cuantía del siniestro; y la estabilidad del proceso asegurador, (véase [3]). Cuando los efectos de las variaciones de la siniestralidad son muy altas pueden llevar a la empresa aseguradora a la ruina. Uno de los mecanismos que se utilizan en esta situación es el reaseguro que tiene como objetivo distribuir el riesgo y eliminar parte de las pérdidas ocasionadas por la ocurrencia de siniestros con alto costo, pues la compañía aseguradora busca disminuir el riesgo de que las primas cobradas se vuelvan insuficientes.

Existen distintos tipos de reaseguros, por la relación legal que son contratados: Reaseguro automático y Reaseguro facultativo; y por la forma en que actúan en determinado siniestro: Reaseguro proporcional y Reaseguro no proporcional. Los contratos de reaseguro tienen una cantidad límite a partir de la cual paga el asegurado y a partir de la cual paga el reasegurador, las primas, en su mayoría, se suscriben por año, llegada esta fecha de vencimiento se puede renovar el contrato o bien negociar con otra empresa reaseguradora,

(véase [3,4]).

El objetivo de este trabajo es mostrar que en muchas circunstancias la ruina de una compañía aseguradora no es definitiva y esta compañía puede ser rescatada (pidiendo un préstamo) cuando la ruina no es demasiado severa. La posibilidad de recuperación no depende solo del estado de la compañía en el tiempo de ruina, sino también de las reclamaciones que esta compañía pueda soportar después de ese tiempo, puesto que las nuevas reclamaciones pueden conducir a un incremento de la severidad de ruina y el tiempo empleado con un superávit negativo. Además, se da un significado más preciso de esta posibilidad de recuperación y de la severidad de ruina.

De lo anterior podemos decir que los seguros se pueden utilizar para ampararse frente a un riesgo, esto es, un seguro es un mecanismo de cobertura.

Un seguro protege ante una adversidad, cubre los gastos cuando una situación inesperada ocurre. En este caso se paga una cuota por cubrir dicho suceso, (véase [2]).

2. Modelo Clásico de Poisson

La aproximación tradicional en la teoría de riesgo colectivo es considerar un modelo de riesgo de una compañía aseguradora, y estudiar la probabilidad de ruina, i.e., la probabilidad de que el superávit de la compañía este por abajo de algún valor especificado (negativo). Iniciamos formulando el modelo de riesgo, para lo cual consideramos el modelo clásico de Poisson de la teoría de riesgo, donde $(R_t)_{t \geq 0}$ es el proceso del superávit de una compañía aseguradora; los montos W_1, W_2, \dots de las reclamaciones sucesivas son variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas (v.a.i.i.d.) e independientes del proceso de Poisson homogéneo $(N_t)_{t \geq 0}$ con parámetro $\lambda > 0$ que se interpreta como el número de reclamaciones a la compañía durante el intervalo de tiempo $(0, t]$. En cada punto de N la compañía tiene que pagar un monto estocástico y la compañía recibe (determinísticamente) c unidades

*Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP
ftajonar@fcfm.buap.mx, hcs@fcfm.buap.mx

por unidad de tiempo. La constante c es la tasa con la cual de las primas son recibidas.

Suponga que $c > \lambda m$, $m = E(W)$, donde W es cualquiera de los W_i 's. Si fuese necesario suponga que $m_\alpha = E(W^\alpha)$, $\alpha \in \mathbb{N}$, existe para $\alpha \geq 2$.

El proces de riesgo esta dado por

$$R_t = u + ct - \sum_{i=1}^{N_t}, \quad (1)$$

donde $R_0 = u \geq 0$. Además, el tiempo de ruina se expresa como

$$T = \inf_{t \geq 0} R_t < 0,$$

un aspecto esencial es considerar a R_{T-0} , el superavit inmediatamente previo a la ruina, R_T (puesto que las trayectorias se consideran continuas a la derecha $R_T = R_{T+0}$), el deficit en el tiempo de ruina, y $R_{T-0} + |R_T|$, el monto de la reclamación causando la ruina. Algunos resultados sobre estas tres variables aleatorias se pueden encontrar en (Dufresne y Gerber, 1988; Dickson, 1992, 1993). De particular importancia es $|R_T|$, es el monto en que la compañía está por abajo del monto de la última reclamación $R_{T-0} + |R_T|$, es la responsable de la —ruina. Gerber et. al. (1987) llamo a esto la severidad de ruina [1,2]].

2.1. Severidad de Ruina

La severidad de ruina es una característica importante del proceso de superavit, ya que la compañía aseguradora se puede ir o no a la ruina. En realidad, cuando R_T es pequeño la ruina no es severa y decidir que la compañía debe parar sus actividades puede ser razonable, puesto que las posibilidades de recuperación tienen que ser exploradas en primer lugar. Así, en que caso la ruina significa técnicamente ruina en lugar de ruina definitiva y, puesto que la compañía puede seguir con sus actividades, el estudio del proceso $(R_t)_{t \geq 0}$ debe de continuarse después del tiempo T y al menos hasta el tiempo

$$T' = \inf_{t \geq T} R_t > 0,$$

y esperar hasta que la trayectoria del superavit cruce el nivel cero por primera vez y la compañía se encuentre en una situación roja (números rojos).

Referencias

- [1] D.C.M. Dickson, On the distribution of the surplus prior to ruin. Insurance: Mathematics and Economics 11, pp. 191-207, 1989.
- [2] F. Dufresne and H.U. Gerber, The surpluses immediately before and at ruin, and the amount of the claim causing ruin. Insurance: Mathematics and Economics, 7, pp. 193-199, 1988.
- [3] J. Grandel, Aspect of risk theory, Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [4] F. Picar, On some measures of severity of ruin in the classical Poisson model. Insurance: Mathematics and Economics, 14, pp. 107-115, 1994.