

## Actividad N° 1

**Estudiante:** Brigitte Jhosselyn Vilca Chambilla

**Código:** 230307

**Docente:** Ing. Fred Torres Cruz

**Curso:** Estadística Computacional

**Fecha:** Octubre 2025

### Tema: Análisis de Heterogeneidad en Meta-Análisis

#### Introducción

En la síntesis cuantitativa de estudios mediante meta-análisis, la heterogeneidad se refiere a la variabilidad entre los resultados de diferentes estudios más allá de lo esperado por el azar. Este caso práctico implementa tres estadísticas fundamentales para su evaluación: Q de Cochran,  $I^2$  de Higgins y Tau-cuadrado <sup>(2)</sup>.

#### Marco Teórico

**Q de Cochran:** Prueba la hipótesis nula de que todos los estudios comparten un tamaño del efecto común. Se calcula como:

$$Q = \sum_{k=1}^K w_k (\theta_k - \hat{\theta})^2 \quad (1)$$

**$I^2$  de Higgins:** Cuantifica el porcentaje de variabilidad total atribuible a heterogeneidad:

$$I^2 = \left( \frac{Q - (K - 1)}{Q} \right) \times 100 \% \quad (2)$$

**Tau-cuadrado <sup>(2)</sup>:** Representa la varianza de los efectos verdaderos entre estudios (método DerSimonian-Laird):

$$\tau^2 = \frac{Q - (K - 1)}{C}, \quad \text{donde } C = \sum w_k - \frac{\sum w_k^2}{\sum w_k} \quad (3)$$

#### Descripción de Variables

- **efectos** (yi): Vector numérico con los tamaños de efecto estimados de cada estudio (diferencias de medias estandarizadas o log-odds ratios)
- **varianzas** (vi): Vector numérico con las varianzas muestrales de cada tamaño de efecto
- **pesos** (w): Calculados como el inverso de las varianzas (1/vi), representan la precisión de cada estudio
- **efecto\_global**: Media ponderada de los tamaños de efecto individuales
- **Q**: Estadístico de Cochran, sigue distribución <sup>2</sup> con K-1 grados de libertad
- **I2**: Proporción de heterogeneidad, expresada en porcentaje (0-100 %)
- **tau2**: Varianza entre estudios, en las mismas unidades que el tamaño del efecto al cuadrado

#### Código en R

**Función personalizada para calcular heterogeneidad:**

```
1 # Funcion para calcular medidas de heterogeneidad
2 calcular_heterogeneidad <- function(efectos, varianzas) {
3   # Numero de estudios
4   k <- length(efectos)
5 }
```

```

6 # Pesos (inverso de varianzas)
7 pesos <- 1 / varianzas
8
9 # Efecto global ponderado
10 efecto_global <- sum(pesos * efectos) / sum(pesos)
11
12 # Estadístico Q de Cochran
13 Q <- sum(pesos * (efectos - efecto_global)^2)
14
15 # I-cuadrado de Higgins
16 I2 <- ifelse(Q > (k-1),
17             ((Q - (k-1)) / Q) * 100, 0)
18
19 # Constante C para tau-cuadrado
20 C <- sum(pesos) - (sum(pesos^2) / sum(pesos))
21
22 # Tau-cuadrado (DerSimonian-Laird)
23 tau2 <- ifelse(Q > (k-1),
24               (Q - (k-1)) / C, 0)
25
26 # Valor p de Q (chi-cuadrado con k-1 gl)
27 p_valor <- pchisq(Q, df = k-1, lower.tail = FALSE)
28
29 # Retornar resultados
30 return(list(
31   efecto_global = efecto_global,
32   Q = Q,
33   gl = k-1,
34   p_valor = p_valor,
35   I2 = I2,
36   tau2 = tau2
37 ))
38 }
39
40 # Ejemplo practico: Meta-analisis de efectividad de terapia
41 efectos <- c(0.8, 1.2, 0.5, 1.4)
42 varianzas <- c(0.1, 0.125, 0.083, 0.111)
43
44 resultados <- calcular_heterogeneidad(efectos, varianzas)
45
46 # Imprimir resultados
47 cat("\n=== RESULTADOS DEL ANALISIS DE HETEROGENEIDAD ===\n")
48 cat("Efecto global ponderado:", round(resultados$efecto_global, 3), "\n")
49 cat("Q de Cochran:", round(resultados$Q, 3), "\n")
50 cat("Grados de libertad:", resultados$gl, "\n")
51 cat("Valor p:", round(resultados$p_valor, 4), "\n")
52 cat("I-cuadrado:", round(resultados$I2, 1), "%\n")
53 cat("Tau-cuadrado:", round(resultados$tau2, 4), "\n")

```

#### Meta-análisis con paquete metafor:

```

1 # Instalar y cargar paquete metafor
2 install.packages("metafor")
3 library(metafor)
4
5 # Crear conjunto de datos
6 datos_estudios <- data.frame(
7   estudio = paste("Estudio", LETTERS[1:6]),
8   yi = c(0.45, 0.68, 0.29, 0.55, 0.12, 0.78),
9   vi = c(0.05, 0.08, 0.03, 0.06, 0.04, 0.07)
10 )
11
12 # Meta-analisis de efectos aleatorios (metodo DerSimonian-Laird)
13 resultado <- rma(yi = yi, vi = vi,

```

```
14         data = datos_estudios,
15         method = "DL")
16
17 # Imprimir resultados completos
18 print(resultado)
19
20 # Crear forest plot
21 forest(resultado,
22         main = "Forest Plot - Meta-Analisis de Efectos Aleatorios",
23         xlab = "Tamano del Efecto",
24         slab = datos_estudios$estudio)
```

### Justificación de la Obtención de Variables

Las variables utilizadas fueron seleccionadas siguiendo los estándares metodológicos del meta-análisis. Los **tamaños de efecto** ( $y_i$ ) representan la magnitud de la diferencia entre grupos en cada estudio, mientras que las **varianzas** ( $v_i$ ) cuantifican la precisión de estas estimaciones. Los **pesos** se calculan como el inverso de las varianzas porque estudios más precisos (menor varianza) deben tener mayor influencia en el efecto combinado. El **estadístico Q** se obtiene sumando las desviaciones cuadradas ponderadas de cada estudio respecto al efecto global, siguiendo la metodología de Cochran (1954). El **I<sup>2</sup>** transforma Q en una métrica interpretable (0-100 %) que indica la proporción de variabilidad no atribuible al error de muestreo. Finalmente,  **$\tau^2$**  estima la varianza entre los efectos verdaderos de los estudios mediante el método de DerSimonian-Laird (1986), esencial para el modelo de efectos aleatorios.

### Resultados

Con los datos del ejemplo práctico (4 estudios sobre efectividad de terapia), se obtuvieron los siguientes resultados:

- Efecto global ponderado: 0.928
- Q de Cochran: 4.959 ( $gl = 3$ ,  $p = 0.175$ )
- I<sup>2</sup>: 39.5 %
- $\tau^2$ : 0.0675

### Interpretación y Decisión

Los resultados del análisis de heterogeneidad revelan que, si bien el estadístico Q de Cochran no alcanzó significancia estadística ( $Q = 4.959$ ,  $p = 0.175$ ), indicando que no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis de homogeneidad entre estudios, el coeficiente I<sup>2</sup> de Higgins mostró un valor de 39.5 %, situándose en el límite superior de heterogeneidad posiblemente no importante según las directrices de la Colaboración Cochrane. La varianza entre efectos verdaderos estimada ( $\tau^2 = 0.0675$ ) sugiere cierta variabilidad real en los tamaños de efecto más allá del error de muestreo. Técnicamente, dado que I<sup>2</sup> se aproxima al 40 % y considerando que el estadístico Q tiene baja potencia con pocos estudios ( $K = 4$ ), se recomienda aplicar un modelo de efectos aleatorios en lugar del modelo de efectos fijos. Esta decisión es conservadora y apropiada, ya que permite incorporar la incertidumbre adicional derivada de la heterogeneidad observada, proporcionando intervalos de confianza más amplios y conclusiones más robustas. El efecto global ponderado de 0.928 debe interpretarse considerando esta variabilidad entre estudios, y sería prudente investigar posibles moderadores mediante análisis de subgrupos o meta-regresión en futuros análisis con mayor número de estudios.

### Referencias

- Cochran, W. G. (1954). The combination of estimates from different experiments. *Biometrics*, 10(1), 101-129.
- DerSimonian, R., & Laird, N. (1986). Meta-analysis in clinical trials. *Controlled Clinical Trials*, 7(3), 177-188.

- Higgins, J. P., & Thompson, S. G. (2002). Quantifying heterogeneity in a meta-analysis. *Statistics in Medicine*, 21(11), 1539-1558.
- Viechtbauer, W. (2010). Conducting meta-analyses in R with the metafor package. *Journal of Statistical Software*, 36(3), 1-48.