

# Meta-Análisis: Teoría Estadística y Aplicaciones Prácticas en R

Brigitte Jhosselyn Vilca Chambilla.

Octubre 2025



# Índice general

<b>1. Introducción al Meta-Análisis</b>	<b>1</b>
1.1. Definición y Fundamentos . . . . .	1
1.1.1. Concepto de Meta-Análisis . . . . .	1
1.2. Base Teórica del Meta-Análisis . . . . .	1
1.2.1. Fundamentos Estadísticos . . . . .	1
1.2.2. Modelo de Efectos Comunes vs. Efectos Aleatorios . . . . .	2
1.3. Tipos de Medidas de Efecto . . . . .	2
1.3.1. Teoría de Medidas de Efecto para Datos Continuos . . . . .	2
1.3.2. Teoría de Medidas de Efecto para Datos Binarios . . . . .	3
1.4. Implementación en R . . . . .	4
1.4.1. Cálculo de Medidas de Efecto . . . . .	4
<b>2. Modelos Estadísticos en Meta-Análisis</b>	<b>7</b>
2.1. Teoría del Modelo de Efectos Fijos . . . . .	7
2.1.1. Fundamentos Teóricos . . . . .	7
2.1.2. Estimación por Mínimos Cuadrados Ponderados . . . . .	7
2.1.3. Propiedades del Estimador . . . . .	7
2.1.4. Intervalos de Confianza . . . . .	8
2.2. Teoría del Modelo de Efectos Aleatorios . . . . .	8
2.2.1. Fundamentos Teóricos . . . . .	8
2.2.2. Estimación de $\tau^2$ . . . . .	8
2.2.3. Estimación del Efecto Combinado . . . . .	9
2.2.4. Intervalos de Confianza y Pruebas de Hipótesis . . . . .	9
2.3. Implementación en R . . . . .	9
2.3.1. Modelo de Efectos Fijos . . . . .	9
2.3.2. Modelo de Efectos Aleatorios . . . . .	10
<b>3. Análisis de Heterogeneidad</b>	<b>13</b>
3.1. Teoría de la Heterogeneidad . . . . .	13
3.1.1. Concepto y Fuentes de Heterogeneidad . . . . .	13
3.1.2. Estadístico Q de Cochran . . . . .	13
3.1.3. Estadístico $I^2$ . . . . .	14
3.1.4. Tau y $\tau^2$ . . . . .	14
3.1.5. Intervalos de Predicción . . . . .	14
3.2. Implementación en R . . . . .	15
3.2.1. Cálculo de Heterogeneidad . . . . .	15

<b>4. Aplicaciones con Librerías Especializadas en R</b>	<b>17</b>
4.1. Teoría de los Métodos de Estimación . . . . .	17
4.1.1. Métodos de Estimación de $\tau^2$ . . . . .	17
4.1.2. Comparación de Métodos . . . . .	17
4.2. Usando el paquete meta . . . . .	17
4.2.1. Base Teórica del Paquete meta . . . . .	17
4.2.2. Meta-Análisis con el paquete meta . . . . .	18
4.3. Usando el paquete metafor . . . . .	20
4.3.1. Base Teórica del Paquete metafor . . . . .	20
4.3.2. Meta-Análisis con metafor . . . . .	20
<b>5. Análisis Completo y Visualización</b>	<b>23</b>
5.1. Teoría de la Visualización en Meta-Análisis . . . . .	23
5.1.1. Forest Plots: Fundamentos Teóricos . . . . .	23
5.1.2. Funnel Plots y Sesgo de Publicación . . . . .	23
5.2. Análisis Integral en R . . . . .	23
5.2.1. Función Completa de Meta-Análisis . . . . .	23
<b>6. Conclusión y Recomendaciones</b>	<b>29</b>
6.1. Resumen de Métodos . . . . .	29
6.2. Recomendaciones Prácticas . . . . .	29
6.3. Ejemplo Final Integrado . . . . .	30

# Capítulo 1

## Introducción al Meta-Análisis

### 1.1. Definición y Fundamentos

#### 1.1.1. Concepto de Meta-Análisis

Un meta-análisis es un método estadístico que permite combinar y sintetizar cuantitativamente los resultados de múltiples estudios independientes que abordan una misma pregunta de investigación.

**Características principales:**

- Síntesis cuantitativa de datos numéricos
- Enfoque en el tamaño del efecto (effect size)
- Análisis de consistencia de hallazgos
- Exploración de características de los estudios

### 1.2. Base Teórica del Meta-Análisis

#### 1.2.1. Fundamentos Estadísticos

El meta-análisis se basa en el principio de que cada estudio proporciona una estimación del efecto verdadero  $\theta$ , pero con cierto error de muestreo. El modelo general puede expresarse como:

$$Y_i = \theta_i + \varepsilon_i \tag{1.1}$$

donde:

- $Y_i$  es el efecto observado en el estudio  $i$
- $\theta_i$  es el efecto verdadero del estudio  $i$
- $\varepsilon_i$  es el error de muestreo del estudio  $i$

### 1.2.2. Modelo de Efectos Comunes vs. Efectos Aleatorios

La diferencia fundamental entre los modelos radica en el supuesto sobre  $\theta_i$ :

- **Modelo de efectos fijos:**  $\theta_i = \theta$  para todo  $i$
- **Modelo de efectos aleatorios:**  $\theta_i \sim N(\mu, \tau^2)$

## 1.3. Tipos de Medidas de Efecto

### 1.3.1. Teoría de Medidas de Efecto para Datos Continuos

#### Diferencia de Medias (MD)

$$MD = \bar{X}_1 - \bar{X}_2$$

**Explicación teórica:** La diferencia de medias es la medida más intuitiva para datos continuos. Representa la diferencia absoluta entre las medias de dos grupos. Su varianza se calcula como:

$$\text{Var}(MD) = \frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \quad (1.2)$$

donde  $s_1^2$  y  $s_2^2$  son las varianzas muestrales de los grupos 1 y 2 respectivamente.

#### Diferencia de Medias Estandarizada (SMD)

$$SMD = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_p}$$

**Explicación teórica:** La SMD estandariza la diferencia entre medias usando la desviación estándar combinada ( $s_p$ ), lo que permite comparar efectos entre estudios que usan diferentes escalas. La desviación estándar combinada se calcula como:

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad (1.3)$$

Existen varias versiones de SMD (Cohen's d, Hedges' g, Glass'  $\Delta$ ), que difieren en cómo calculan el denominador y aplican correcciones por sesgo.

#### Razón de Medias (MR)

$$MR = \frac{\bar{X}_1}{\bar{X}_2}$$

**Explicación teórica:** La razón de medias es útil cuando el efecto se expresa mejor en términos relativos. Para el análisis, generalmente se trabaja con el logaritmo de la razón:

$$\log(MR) = \log(\bar{X}_1) - \log(\bar{X}_2) \quad (1.4)$$

La varianza del  $\log(MR)$  se aproxima como:

$$\text{Var}(\log(MR)) \approx \frac{s_1^2}{n_1 \bar{X}_1^2} + \frac{s_2^2}{n_2 \bar{X}_2^2} \quad (1.5)$$

### 1.3.2. Teoría de Medidas de Efecto para Datos Binarios

#### Razón de Riesgos (RR)

$$RR = \frac{a/(a+b)}{c/(c+d)}$$

**Explicación teórica:** El RR compara la probabilidad de un evento entre dos grupos. Para el meta-análisis, se trabaja con el logaritmo del RR debido a que la distribución del RR es asimétrica, mientras que la distribución del  $\log(RR)$  es aproximadamente normal.

$$\log(RR) = \log\left(\frac{a}{a+b}\right) - \log\left(\frac{c}{c+d}\right) \quad (1.6)$$

La varianza del  $\log(RR)$  se calcula como:

$$\text{Var}(\log(RR)) = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{c+d} \quad (1.7)$$

#### Odds Ratio (OR)

$$OR = \frac{a/b}{c/d} = \frac{ad}{bc}$$

**Explicación teórica:** El OR representa la razón entre las odds de evento en el grupo tratamiento vs. control. Al igual que con el RR, se trabaja con el logaritmo:

$$\log(OR) = \log(a) - \log(b) - \log(c) + \log(d) \quad (1.8)$$

La varianza del  $\log(OR)$  se aproxima mediante:

$$\text{Var}(\log(OR)) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \quad (1.9)$$

Esta aproximación se conoce como la fórmula de Woolf y es más precisa cuando las frecuencias esperadas son grandes.

## Diferencia de Riesgos (RD)

$$RD = \frac{a}{a+b} - \frac{c}{c+d}$$

**Explicación teórica:** La RD representa la diferencia absoluta en riesgos entre grupos. Su varianza se calcula como:

$$\text{Var}(RD) = \frac{ab}{(a+b)^3} + \frac{cd}{(c+d)^3} \quad (1.10)$$

A diferencia del RR y OR, la RD no requiere transformación logarítmica, pero puede ser menos estable estadísticamente cuando las probabilidades base son cercanas a 0 o 1.

## 1.4. Implementación en R

### 1.4.1. Cálculo de Medidas de Efecto

```

1  # Funci n para calcular diferencia de medias (MD)
2  calculate_md <- function(mean1, mean2, sd1, sd2, n1, n2) {
3    return(mean1 - mean2)
4  }
5
6  # Funci n para calcular diferencia de medias estandarizada (SMD)
7  calculate_smd <- function(mean1, mean2, sd1, sd2, n1, n2) {
8    pooled_sd <- sqrt(((n1-1)*sd1^2 + (n2-1)*sd2^2) / (n1+n2-2))
9    return((mean1 - mean2) / pooled_sd)
10 }
11
12 # Funci n para calcular riesgo relativo (RR)
13 calculate_rr <- function(a, b, c, d) {
14   risk_treatment <- a / (a + b)
15   risk_control <- c / (c + d)
16   return(risk_treatment / risk_control)
17 }
18
19 # Funci n para calcular odds ratio (OR)
20 calculate_or <- function(a, b, c, d) {
21   return((a * d) / (b * c))
22 }
23
24 # Funci n para calcular diferencia de riesgos (RD)
25 calculate_rd <- function(a, b, c, d) {
26   risk_treatment <- a / (a + b)
27   risk_control <- c / (c + d)
28   return(risk_treatment - risk_control)
29 }
30
31 # Ejemplo de uso
32 # Datos continuos

```



```
33 md <- calculate_md(25.3, 22.1, 4.5, 4.2, 50, 50)
34 smd <- calculate_smd(25.3, 22.1, 4.5, 4.2, 50, 50)
35
36 # Datos binarios
37 rr <- calculate_rr(30, 70, 20, 80) # 30 eventos en 100 tratados,
    20 en 100 controles
38 or_val <- calculate_or(30, 70, 20, 80)
39 rd <- calculate_rd(30, 70, 20, 80)
40
41 cat("MD:", round(md, 3), "\n")
42 cat("SMD:", round(smd, 3), "\n")
43 cat("RR:", round(rr, 3), "\n")
44 cat("OR:", round(or_val, 3), "\n")
45 cat("RD:", round(rd, 3), "\n")
```

Listing 1.1: Cálculo de medidas de efecto en R



# Capítulo 2

## Modelos Estadísticos en Meta-Análisis

### 2.1. Teoría del Modelo de Efectos Fijos

#### 2.1.1. Fundamentos Teóricos

El modelo de efectos fijos asume que todos los estudios estiman el mismo efecto verdadero subyacente  $\theta$ . Las diferencias observadas entre estudios se atribuyen únicamente al error de muestreo.

$$Y_i = \theta + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, v_i) \quad (2.1)$$

donde  $v_i$  es la varianza del error del estudio  $i$ .

#### 2.1.2. Estimación por Mínimos Cuadrados Ponderados

El estimador de efectos fijos se obtiene minimizando la suma ponderada de cuadrados:

$$Q = \sum_{i=1}^k w_i (Y_i - \hat{\theta})^2 \quad (2.2)$$

La solución que minimiza  $Q$  es:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i Y_i}{\sum_{i=1}^k w_i}$$
$$w_i = \frac{1}{v_i}$$

**Explicación teórica:** Los pesos  $w_i$  son inversamente proporcionales a la varianza de cada estudio, lo que da mayor peso a estudios más precisos (con menor varianza). Esta es la aplicación del principio de mínimos cuadrados generalizados.

#### 2.1.3. Propiedades del Estimador

- **Insesgadez:**  $E[\hat{\theta}] = \theta$

- **Varianza mínima:** Entre todos los estimadores lineales insesgados
- **Distribución:**  $\hat{\theta} \sim N\left(\theta, \frac{1}{\sum w_i}\right)$

### 2.1.4. Intervalos de Confianza

$$\text{SE}(\hat{\theta}) = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^k w_i}}$$

$$\text{IC}_{95\%} = \hat{\theta} \pm z_{1-\alpha/2} \times \text{SE}(\hat{\theta})$$

donde  $z_{1-\alpha/2}$  es el percentil  $1 - \alpha/2$  de la distribución normal estándar.

## 2.2. Teoría del Modelo de Efectos Aleatorios

### 2.2.1. Fundamentos Teóricos

El modelo de efectos aleatorios reconoce que los efectos verdaderos pueden variar entre estudios debido a diferencias en poblaciones, intervenciones, o contextos.

$$Y_i = \theta_i + \varepsilon_i \quad (2.3)$$

$$\theta_i = \mu + \delta_i, \quad \delta_i \sim N(0, \tau^2) \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, v_i) \quad (2.5)$$

Combinando estas ecuaciones:

$$Y_i = \mu + \delta_i + \varepsilon_i \quad (2.6)$$

donde:

- $\mu$ : efecto promedio poblacional
- $\delta_i$ : desviación del estudio  $i$  del efecto promedio
- $\tau^2$ : varianza entre estudios (heterogeneidad)
- $\varepsilon_i$ : error de muestreo dentro del estudio

### 2.2.2. Estimación de $\tau^2$

#### Método de DerSimonian-Laird

El método más comúnmente usado se basa en el estadístico Q de Cochran:

$$Q = \sum_{i=1}^k w_i (Y_i - \hat{\theta}_{FE})^2$$

$$\tau^2 = \max\left(0, \frac{Q - (k - 1)}{\sum w_i - \frac{\sum w_i^2}{\sum w_i}}\right)$$

**Explicación teórica:** El estadístico  $Q$  sigue aproximadamente una distribución  $\chi^2$  con  $k - 1$  grados de libertad bajo la hipótesis nula de homogeneidad. Cuando  $Q > (k - 1)$ , indica heterogeneidad significativa, y  $\tau^2$  estima la varianza adicional entre estudios.

### 2.2.3. Estimación del Efecto Combinado

Con  $\tau^2$  estimado, los pesos se ajustan:

$$w_i^* = \frac{1}{v_i + \tau^2}$$

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i^* Y_i}{\sum_{i=1}^k w_i^*}$$

**Explicación teórica:** La inclusión de  $\tau^2$  en los pesos hace que estos sean más similares entre estudios, reduciendo la influencia desproporcionada de estudios muy grandes cuando existe heterogeneidad.

### 2.2.4. Intervalos de Confianza y Pruebas de Hipótesis

$$SE(\hat{\mu}) = \sqrt{\frac{1}{\sum w_i^*}}$$

$$IC_{95\%} = \hat{\mu} \pm t_{k-1, 1-\alpha/2} \times SE(\hat{\mu})$$

Donde  $t_{k-1, 1-\alpha/2}$  es el percentil de la distribución t con  $k - 1$  grados de libertad.

## 2.3. Implementación en R

### 2.3.1. Modelo de Efectos Fijos

```

1 # Funci n para modelo de efectos fijos
2 fixed_effects_model <- function(effects, variances) {
3   k <- length(effects)
4
5   if (k == 0) {
6     return(NULL)
7   }
8
9   # Calcular pesos (inversos de las varianzas)
10  weights <- 1 / variances
11  total_weight <- sum(weights)
12
13  # Efecto combinado (media ponderada)
14  combined_effect <- sum(weights * effects) / total_weight
15
16  # Error est ndar (ra z cuadrada de la varianza del estimador)
17  se <- sqrt(1 / total_weight)

```

```

18
19 # Intervalo de confianza (distribuci n normal)
20 ci_lower <- combined_effect - 1.96 * se
21 ci_upper <- combined_effect + 1.96 * se
22
23 # Pesos normalizados (para interpretaci n)
24 normalized_weights <- weights / total_weight
25
26 return(list(
27   combined_effect = combined_effect,
28   se = se,
29   ci = c(ci_lower, ci_upper),
30   weights = normalized_weights,
31   total_weight = total_weight
32 ))
33 }
34
35 # Ejemplo de uso
36 effects <- c(0.5, 0.7, 0.3, 0.6)
37 variances <- c(0.1, 0.08, 0.12, 0.09)
38
39 fe_result <- fixed_effects_model(effects, variances)
40
41 cat("=== MODELO DE EFECTOS FIJOS ===\n")
42 cat("Efecto combinado:", round(fe_result$combined_effect, 4), "\n"
43   ")
44 cat("Error est ndar:", round(fe_result$se, 4), "\n")
45 cat("IC 95%: (", round(fe_result$ci[1], 4), ", ", round(fe_result
46   $ci[2], 4), ")\n", sep = "")
47 cat("\nPesos de los estudios:\n")
48 for (i in 1:length(fe_result$weights)) {
49   cat("  Estudio", i, ":", round(fe_result$weights[i], 3),
50     "(", round(fe_result$weights[i] * 100, 1), "%)\n")
51 }

```

Listing 2.1: Implementaci3n del modelo de efectos fijos en R

### 2.3.2. Modelo de Efectos Aleatorios

```

1 # Funci n para estimar tau (m todo DerSimonian-Laird)
2 estimate_tau_squared <- function(effects, variances) {
3   k <- length(effects)
4
5   if (k < 2) {
6     return(0)
7   }
8
9   # Primero calculamos el modelo de efectos fijos
10  weights_fe <- 1 / variances
11  weighted_mean <- sum(weights_fe * effects) / sum(weights_fe)
12

```

```

13 # Estadístico Q de Cochran
14 Q <- sum(weights_fe * (effects - weighted_mean)^2)
15
16 # Cálculo de tau
17 sum_weights <- sum(weights_fe)
18 sum_squared_weights <- sum(weights_fe^2)
19
20 if (Q <= (k - 1)) {
21   tau_squared <- 0
22 } else {
23   numerator <- Q - (k - 1)
24   denominator <- sum_weights - (sum_squared_weights / sum_
25     weights)
26   tau_squared <- numerator / denominator
27 }
28
29 return(max(0, tau_squared))
30 }
31
32 # Función para modelo de efectos aleatorios
33 random_effects_model <- function(effects, variances) {
34   k <- length(effects)
35
36   if (k == 0) {
37     return(NULL)
38   }
39
40   # Estimar tau (heterogeneidad entre estudios)
41   tau_squared <- estimate_tau_squared(effects, variances)
42
43   # Pesos ajustados (incluyen varianza entre estudios)
44   weights_re <- 1 / (variances + tau_squared)
45   total_weight_re <- sum(weights_re)
46
47   # Efecto combinado
48   combined_effect <- sum(weights_re * effects) / total_weight_re
49
50   # Error estándar
51   se <- sqrt(1 / total_weight_re)
52
53   # Intervalo de confianza
54   ci_lower <- combined_effect - 1.96 * se
55   ci_upper <- combined_effect + 1.96 * se
56
57   # Pesos normalizados
58   normalized_weights <- weights_re / total_weight_re
59
60   return(list(
61     combined_effect = combined_effect,
62     se = se,
63     ci = c(ci_lower, ci_upper),

```

```
63     weights = normalized_weights,
64     tau_squared = tau_squared,
65     total_weight = total_weight_re
66 ))
67 }
68
69 # Ejemplo de uso
70 effects <- c(0.5, 0.7, 0.3, 0.6)
71 variances <- c(0.1, 0.08, 0.12, 0.09)
72
73 re_result <- random_effects_model(effects, variances)
74
75 cat("=== MODELO DE EFECTOS ALEATORIOS ===\n")
76 cat("Tau estimado:", round(re_result$tau_squared, 4), "\n")
77 cat("Efecto combinado:", round(re_result$combined_effect, 4), "\n")
78 cat("Error estándar:", round(re_result$se, 4), "\n")
79 cat("IC 95%: (", round(re_result$ci[1], 4), ", ", round(re_result$ci[2], 4), ")\n", sep = "")
80 cat("\nPesos ajustados de los estudios:\n")
81 for (i in 1:length(re_result$weights)) {
82     cat("  Estudio", i, ":", round(re_result$weights[i], 3),
83         "(", round(re_result$weights[i] * 100, 1), "%)\n")
84 }
```

Listing 2.2: Implementación del modelo de efectos aleatorios en R



# Capítulo 3

## Análisis de Heterogeneidad

### 3.1. Teoría de la Heterogeneidad

#### 3.1.1. Concepto y Fuentes de Heterogeneidad

La heterogeneidad se refiere a la variabilidad entre los efectos verdaderos de diferentes estudios. Las fuentes pueden ser:

- **Heterogeneidad clínica:** Diferencias en pacientes, intervenciones, resultados
- **Heterogeneidad metodológica:** Diferencias en diseño, calidad, análisis
- **Heterogeneidad estadística:** Variabilidad más allá del azar

#### 3.1.2. Estadístico Q de Cochran

##### Definición y Propiedades

$$Q = \sum_{i=1}^k w_i (Y_i - \hat{\theta})^2$$

**Explicación teórica:** El estadístico Q mide la variabilidad total observada entre estudios. Bajo la hipótesis nula de homogeneidad ( $H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_k$ ), Q sigue una distribución chi-cuadrado con  $k - 1$  grados de libertad:

$$Q \sim \chi_{k-1}^2 \quad \text{bajo } H_0 \quad (3.1)$$

##### Interpretación

- $Q \leq k - 1$ : Heterogeneidad no significativa
- $Q > k - 1$ : Evidencia de heterogeneidad
- Valor p:  $P(\chi_{k-1}^2 > Q)$

### 3.1.3. Estadístico $I^2$

#### Definición y Cálculo

$$I^2 = \max \left( 0, \frac{Q - (k - 1)}{Q} \right) \times 100 \%$$

**Explicación teórica:**  $I^2$  representa el porcentaje de la variabilidad total que se debe a heterogeneidad más que al azar. Se interpreta como:

- 0 % – 25 %: Baja heterogeneidad
- 25 % – 50 %: Moderada heterogeneidad
- 50 % – 75 %: Alta heterogeneidad
- 75 % – 100 %: Heterogeneidad considerable

#### Propiedades

- Independiente del número de estudios
- Comparable entre diferentes meta-análisis
- No depende de la escala del efecto

### 3.1.4. Tau y Tau<sup>2</sup>

#### Definiciones

$\tau^2$  : Varianza de los efectos verdaderos entre estudios

$\tau$  : Desviación estándar de los efectos verdaderos entre estudios

**Explicación teórica:**  $\tau^2$  representa la varianza del componente aleatorio  $\delta_i$  en el modelo de efectos aleatorios. Es una medida absoluta de heterogeneidad, a diferencia de  $I^2$  que es relativa.

#### Relación entre las Medidas

$$I^2 = \frac{\tau^2}{\tau^2 + \bar{v}} \times 100 \% \quad (3.2)$$

donde  $\bar{v}$  es la varianza promedio dentro de los estudios.

### 3.1.5. Intervalos de Predicción

En modelos de efectos aleatorios, el intervalo de predicción estima el rango en el que se espera que esté el efecto verdadero de un estudio futuro:

$$\hat{\mu} \pm t_{k-2,0.975} \times \sqrt{\hat{\tau}^2 + \widehat{SE}(\hat{\mu})^2} \quad (3.3)$$

## 3.2. Implementación en R

### 3.2.1. Cálculo de Heterogeneidad

```

1  # Funci n para an lisis completo de heterogeneidad
2  heterogeneity_analysis <- function(effects, variances) {
3    k <- length(effects)
4
5    if (k < 2) {
6      return(list(
7        Q = 0,
8        df = k - 1,
9        p_value = 1,
10       I2 = 0,
11       tau_squared = 0,
12       tau = 0,
13       interpretation = "No aplicable (k < 2)"
14     ))
15   }
16
17   # Calcular estad stico Q de Cochran
18   weights <- 1 / variances
19   weighted_mean <- sum(weights * effects) / sum(weights)
20   Q <- sum(weights * (effects - weighted_mean)^2)
21
22   # Grados de libertad y valor p
23   df <- k - 1
24   p_value <- 1 - pchisq(Q, df)
25
26   # Calcular I
27   if (Q <= df) {
28     I2 <- 0
29   } else {
30     I2 <- ((Q - df) / Q) * 100
31   }
32
33   # Interpretar I
34   interpret_i2 <- function(I2) {
35     if (I2 <= 25) {
36       return("Baja heterogeneidad")
37     } else if (I2 <= 50) {
38       return("Moderada heterogeneidad")
39     } else if (I2 <= 75) {
40       return("Alta heterogeneidad")
41     } else {
42       return("Heterogeneidad considerable")
43     }
44   }
45
46   # Calcular tau y tau
47   tau_squared <- estimate_tau_squared(effects, variances)

```

```

48   tau <- sqrt(tau_squared)
49
50   return(list(
51     Q = Q,
52     df = df,
53     p_value = p_value,
54     I2 = I2,
55     tau_squared = tau_squared,
56     tau = tau,
57     interpretation = interpret_i2(I2)
58   ))
59 }
60
61 # Ejemplo de uso
62 effects <- c(0.5, 0.7, 0.3, 0.6, 0.8, 0.4)
63 variances <- c(0.1, 0.08, 0.12, 0.09, 0.11, 0.07)
64
65 hetero_results <- heterogeneity_analysis(effects, variances)
66
67 cat("=== ANÁLISIS DE HETEROGENEIDAD ===\n")
68 cat("Estadístico Q:", round(hetero_results$Q, 4), "\n")
69 cat("Grados de libertad:", hetero_results$df, "\n")
70 cat("Valor p:", round(hetero_results$p_value, 4), "\n")
71 cat("I2 :", round(hetero_results$I2, 2), "% -", hetero_results$
    interpretation, "\n")
72 cat("Tau2 :", round(hetero_results$tau_squared, 4), "\n")
73 cat("Tau:", round(hetero_results$tau, 4), "\n")
74
75 # Interpretación adicional
76 cat("\n=== INTERPRETACIÓN ===\n")
77 if (hetero_results$p_value < 0.05) {
78   cat("    Heterogeneidad estadísticamente significativa (p <
        0.05)\n")
79 } else {
80   cat("    Heterogeneidad no significativa (p > 0.05)\n")
81 }
82
83 cat("    ", round(hetero_results$I2, 1), "% de la variabilidad se
    debe a heterogeneidad real\n")
84 cat("    La desviación estándar entre estudios es", round(
    hetero_results$tau, 3), "\n")

```

Listing 3.1: Cálculo de medidas de heterogeneidad en R

# Capítulo 4

## Aplicaciones con Librerías Especializadas en R

### 4.1. Teoría de los Métodos de Estimación

#### 4.1.1. Métodos de Estimación de $\tau^2$

Existen varios métodos para estimar la varianza entre estudios:

- **DerSimonian-Laird (DL):** Método de momentos, más común
- **Restricted Maximum Likelihood (REML):** Método de máxima verosimilitud
- **Paule-Mandel (PM):** Método basado en perfiles de verosimilitud
- **Hunter-Schmidt (HS):** Método de momentos no ponderado

#### 4.1.2. Comparación de Métodos

Cuadro 4.1: Comparación de métodos de estimación de  $\tau^2$

Método	Ventajas	Limitaciones
DerSimonian-Laird	Sencillo, ampliamente usado	Puede subestimar $\tau^2$
REML	Menos sesgado, propiedades óptimas	Computacionalmente intensivo
Paule-Mandel	Robustez, buen desempeño	Menos conocido
Hunter-Schmidt	Sencillez	Puede sobreestimar $\tau^2$

### 4.2. Usando el paquete meta

#### 4.2.1. Base Teórica del Paquete meta

El paquete `meta` implementa métodos estándar para meta-análisis, incluyendo:

- Estimación de efectos fijos y aleatorios
- Cálculo de heterogeneidad
- Generación de forest plots
- Análisis de subgrupos

### 4.2.2. Meta-Análisis con el paquete meta

```

1 # Instalar y cargar el paquete meta (si es necesario)
2 # install.packages("meta")
3 library(meta)
4 library(forestplot)
5
6 # Ejemplo 1: Meta-análisis de datos continuos
7 meta_analysis_continuous <- function() {
8   # Datos de ejemplo para diferencia de medias
9   data_continuous <- data.frame(
10     study = c("Study A", "Study B", "Study C", "Study D", "Study
11               E"),
12     n.e = c(50, 60, 45, 55, 65), # Tama o muestra grupo
13           experimental
14     mean.e = c(25.3, 26.1, 24.8, 25.9, 26.5), # Media grupo
15           experimental
16     sd.e = c(4.5, 4.2, 4.8, 4.1, 4.3), # DE grupo experimental
17     n.c = c(50, 60, 45, 55, 65), # Tama o muestra grupo control
18     mean.c = c(22.1, 23.2, 21.8, 22.9, 23.1), # Media grupo
19           control
20     sd.c = c(4.2, 4.0, 4.5, 4.3, 4.1) # DE grupo control
21   )
22
23   # Meta-análisis de diferencia de medias
24   meta_cont <- metacont(
25     n.e = n.e,
26     mean.e = mean.e,
27     sd.e = sd.e,
28     n.c = n.c,
29     mean.c = mean.c,
30     sd.c = sd.c,
31     data = data_continuous,
32     studlab = study,
33     method.tau = "DL", # M todo DerSimonian-Laird para tau
34     comb.fixed = TRUE,
35     comb.random = TRUE
36   )
37
38   # Mostrar resultados
39   print(summary(meta_cont))
40
41   # Crear forest plot
42   forest(meta_cont,

```

```

39     leftcols = c("studlab", "mean", "sd", "n.e", "n.c"),
40     rightcols = c("effect", "ci"))
41
42     return(meta_cont)
43 }
44
45 # Ejemplo 2: Meta-análisis de datos binarios
46 meta_analysis_binary <- function() {
47   # Datos de ejemplo para odds ratio
48   data_binary <- data.frame(
49     study = c("Study 1", "Study 2", "Study 3", "Study 4", "Study
50               5"),
51     event.e = c(15, 20, 12, 18, 22), # Eventos grupo
52               experimental
53     n.e = c(100, 120, 80, 110, 130), # Total grupo experimental
54     event.c = c(8, 12, 6, 10, 14),   # Eventos grupo control
55     n.c = c(100, 120, 80, 110, 130)  # Total grupo control
56   )
57
58   # Meta-análisis de odds ratio
59   meta_bin <- metabin(
60     event.e = event.e,
61     n.e = n.e,
62     event.c = event.c,
63     n.c = n.c,
64     data = data_binary,
65     studlab = study,
66     method = "Inverse",
67     method.tau = "DL",
68     sm = "OR" # Odds Ratio como medida de efecto
69   )
70
71   # Mostrar resultados
72   print(summary(meta_bin))
73
74   # Crear forest plot
75   forest(meta_bin,
76     leftcols = c("studlab", "event.e", "n.e", "event.c", "n.
77                 c"),
78     rightcols = c("effect", "ci"))
79
80   return(meta_bin)
81 }
82
83 # Ejecutar ejemplos
84 cat("=== META-ANÁLISIS DATOS CONTINUOS ===\n")
85 result_cont <- meta_analysis_continuous()
86
87 cat("\n=== META-ANÁLISIS DATOS BINARIOS ===\n")
88 result_bin <- meta_analysis_binary()

```

Listing 4.1: Meta-análisis usando el paquete meta en R

## 4.3. Usando el paquete metafor

### 4.3.1. Base Teórica del Paquete metafor

El paquete `metafor` ofrece funcionalidades avanzadas:

- Múltiples métodos de estimación de  $\tau^2$
- Meta-regresión
- Modelos multinivel
- Análisis de moderadores

### 4.3.2. Meta-Análisis con metafor

```

1 # Instalar y cargar el paquete metafor (si es necesario)
2 # install.packages("metafor")
3 library(metafor)
4
5 # Ejemplo 1: Meta-análisis con efectos aleatorios
6 metafor_analysis <- function() {
7   # Datos de ejemplo
8   data <- data.frame(
9     study = c("Study 1", "Study 2", "Study 3", "Study 4", "Study
10              5",
11              "Study 6", "Study 7", "Study 8"),
12     yi = c(0.45, 0.62, 0.28, 0.55, 0.38, 0.71, 0.49, 0.33), #
13           Efectos
14     vi = c(0.08, 0.06, 0.12, 0.07, 0.09, 0.05, 0.08, 0.10) #
15           Varianzas
16   )
17
18   # Meta-análisis de efectos aleatorios
19   res <- rma(yi = yi, vi = vi, data = data, method = "DL")
20
21   # Mostrar resultados detallados
22   print(res)
23
24   # Crear forest plot
25   forest(res, slab = data$study,
26         xlab = "Tamaño del efecto",
27         main = "Meta-Análisis - Modelo de Efectos Aleatorios")
28
29   # Añadir intervalo de predicción
30   addpoly(res, row = -1, cex = 0.8, mlab = "RE Modelo")

```



```

29 # Crear funnel plot para sesgo de publicaci n
30 funnel(res, main = "Funnel Plot - Evaluaci n de sesgo")
31
32 # Test de Egger para sesgo de publicaci n
33 regtest(res)
34
35 return(res)
36 }
37
38 # Ejemplo 2: Meta-regresi n
39 meta_regression_example <- function() {
40   # Datos con variable moderadora
41   data_mod <- data.frame(
42     study = c("S1", "S2", "S3", "S4", "S5", "S6", "S7", "S8"),
43     yi = c(0.45, 0.62, 0.28, 0.55, 0.38, 0.71, 0.49, 0.33),
44     vi = c(0.08, 0.06, 0.12, 0.07, 0.09, 0.05, 0.08, 0.10),
45     moderator = c(2.1, 3.4, 1.8, 2.9, 2.3, 3.8, 2.7, 2.0) #
46       Variable moderadora
47   )
48
49   # Meta-regresi n
50   res_mod <- rma(yi = yi, vi = vi, mods = ~ moderator, data =
51     data_mod, method = "DL")
52
53   print(res_mod)
54
55   # Graficar relaci n
56   plot(data_mod$moderator, data_mod$yi,
57     xlab = "Variable moderadora",
58     ylab = "Tama o del efecto",
59     main = "Meta-Regresi n",
60     pch = 19, col = "blue", cex = 2)
61
62   # Aadir l nea de regresi n
63   abline(a = res_mod$b[1], b = res_mod$b[2], col = "red", lwd =
64     2)
65
66   return(res_mod)
67 }
68
69 # Ejecutar ejemplos
70 cat("=== META-AN LISIS CON METAFOR ===\n")
71 result_metafor <- metafor_analysis()
72
73 cat("\n=== META-REGRESI N ===\n")
74 result_metareg <- meta_regression_example()

```

Listing 4.2: Meta-análisis usando el paquete metafor en R



# Capítulo 5

## Análisis Completo y Visualización

### 5.1. Teoría de la Visualización en Meta-Análisis

#### 5.1.1. Forest Plots: Fundamentos Teóricos

Los forest plots representan gráficamente:

- Estimaciones individuales de cada estudio con sus intervalos de confianza
- El efecto combinado con su intervalo de confianza
- Los pesos de cada estudio en el análisis
- Medidas de heterogeneidad

#### 5.1.2. Funnel Plots y Sesgo de Publicación

Los funnel plots se basan en el principio de que en ausencia de sesgo, los estudios deberían distribuirse simétricamente alrededor del efecto combinado.

$$\text{Precisión} = \frac{1}{SE(Y_i)} \quad (5.1)$$

El test de Egger evalúa la asimetría mediante regresión:

$$\frac{Y_i}{SE(Y_i)} = \alpha + \beta \times \frac{1}{SE(Y_i)} + \varepsilon_i \quad (5.2)$$

Donde un intercepto  $\alpha$  significativamente diferente de cero sugiere sesgo de publicación.

### 5.2. Análisis Integral en R

#### 5.2.1. Función Completa de Meta-Análisis

```
1 # Funci n para an lisis completo de meta-an lisis
2 complete_meta_analysis <- function(study_data, study_names = NULL
3   ,
                                     model_type = "auto", make_plots
                                     = TRUE) {
```

```

4
5 # Verificar y preparar datos
6 if (is.data.frame(study_data)) {
7   effects <- study_data$effect
8   variances <- study_data$variance
9   if (is.null(study_names) && "study" %in% names(study_data)) {
10     study_names <- study_data$study
11   }
12 } else {
13   effects <- study_data$effects
14   variances <- study_data$variances
15 }
16
17 if (is.null(study_names)) {
18   study_names <- paste("Estudio", 1:length(effects))
19 }
20
21 k <- length(effects)
22
23 # Análisis de heterogeneidad
24 hetero_results <- heterogeneity_analysis(effects, variances)
25
26 # Decidir modelo basado en heterogeneidad
27 if (model_type == "auto") {
28   if (hetero_results$I2 >= 50 || hetero_results$p_value < 0.05)
29     {
30       use_model <- "random"
31       model_result <- random_effects_model(effects, variances)
32     } else {
33       use_model <- "fixed"
34       model_result <- fixed_effects_model(effects, variances)
35     }
36 } else if (model_type == "random") {
37   use_model <- "random"
38   model_result <- random_effects_model(effects, variances)
39 } else {
40   use_model <- "fixed"
41   model_result <- fixed_effects_model(effects, variances)
42 }
43
44 # Crear plots si se solicita
45 if (make_plots) {
46   create_comprehensive_plots(effects, variances, study_names,
47                               model_result, hetero_results, use_
48                                 model)
49 }
50
51 # Preparar resultados
52 results <- list(
53   study_data = data.frame(
54     study = study_names,

```

```

53     effect = effects,
54     variance = variances,
55     weight_fe = fixed_effects_model(effects, variances)$weights
56     ,
57     weight_re = random_effects_model(effects, variances)$
58     weights
59   ),
60   heterogeneity = hetero_results,
61   model_used = use_model,
62   model_results = model_result,
63   recommendation = paste("Modelo recomendado:", use_model,
64                           "( I   =", round(hetero_results$I2, 1),
65                           "%)" )
66 )
67
68 return(results)
69 }
70
71 # Funci n para crear gr ficos completos
72 create_comprehensive_plots <- function(effects, variances, study_
73   names,
74   model_result, hetero_
75   results, model_type) {
76
77   # Configurar rea de gr ficos
78   par(mfrow = c(2, 2), mar = c(4, 4, 2, 1))
79
80   # 1. Forest plot b sico
81   ci_lower <- effects - 1.96 * sqrt(variances)
82   ci_upper <- effects + 1.96 * sqrt(variances)
83
84   plot(1, type = "n", xlim = c(min(ci_lower) - 0.1, max(ci_upper)
85     + 0.1),
86     ylim = c(0.5, length(effects) + 1),
87     xlab = "Tama o del efecto", ylab = "", yaxt = "n")
88
89   # Aadir l nea de efecto nulo
90   abline(v = 0, col = "gray", lty = 2)
91
92   # Aadir intervalos de confianza de estudios individuales
93   for (i in 1:length(effects)) {
94     lines(c(ci_lower[i], ci_upper[i]), c(i, i), col = "blue", lwd
95       = 2)
96     points(effects[i], i, pch = 19, col = "blue", cex = 1.2)
97   }
98
99   # Aadir efecto combinado
100   abline(v = model_result$combined_effect, col = "red", lwd = 2,
101     lty = 1)
102   lines(model_result$ci, c(length(effects) + 0.5, length(effects)
103     + 0.5),

```

```

95     col = "red", lwd = 3)
96
97     axis(2, at = 1:length(effects), labels = study_names, las = 1,
98         cex.axis = 0.7)
99
100     title(paste("Forest Plot - Modelo de", ifelse(model_type == "
101         random", "Efectos Aleatorios", "Efectos Fijos")))
102
103
104     # 2. Gráfico de pesos
105     weights_fe <- fixed_effects_model(effects, variances)$weights
106     weights_re <- random_effects_model(effects, variances)$weights
107
108     barplot(rbind(weights_fe, weights_re), beside = TRUE,
109         names.arg = study_names, las = 2, cex.names = 0.7,
110         col = c("lightblue", "lightcoral"),
111         main = "Distribución de Pesos",
112         ylab = "Peso del estudio")
113
114     legend("topright", legend = c("Efectos Fijos", "Efectos
115         Aleatorios"),
116         fill = c("lightblue", "lightcoral"), cex = 0.8)
117
118
119     # 3. Funnel plot
120     se <- sqrt(variances)
121     plot(effects, 1/se, pch = 19, col = "blue",
122         xlab = "Tamaño del efecto", ylab = "Precisión (1/SE)",
123         main = "Funnel Plot")
124     abline(v = model_result$combined_effect, col = "red", lty = 2)
125
126
127     # 4. Gráfico de heterogeneidad
128     barplot(c(hetero_results$I2, 100 - hetero_results$I2),
129         names.arg = c("Heterogeneidad", "Azar"),
130         col = c("orange", "lightgreen"),
131         main = paste("I2 =", round(hetero_results$I2, 1), "%"),
132         ylab = "Porcentaje")
133
134
135     # Restaurar configuración de gráficos
136     par(mfrow = c(1, 1))
137 }
138
139
140 # Función para generar reporte
141 generate_meta_report <- function(results) {
142     cat("=== REPORTE COMPLETO DE META-ANÁLISIS ===\n\n")
143     cat("INFORMACIÓN GENERAL:\n")
144     cat("Número de estudios:", nrow(results$study_data), "\n")
145     cat("Modelo utilizado:", results$model_used, "\n")
146     cat("Recomendación:", results$recommendation, "\n\n")
147
148     cat("HETEROGENEIDAD:\n")
149     cat("Q =", round(results$heterogeneity$Q, 3),
150         "(df =", results$heterogeneity$df,
151         ", p =", round(results$heterogeneity$p_value, 4), ")\n")

```

```

142   cat("I   =", round(results$heterogeneity$I2, 1), "% -",
143       results$heterogeneity$interpretation, "\n")
144   cat("Tau   =", round(results$heterogeneity$tau_squared, 4), "\n
145       ")
146   cat("Tau  =", round(results$heterogeneity$tau, 4), "\n\n")
147
148   cat("RESULTADOS DEL MODELO:\n")
149   cat("Efecto combinado:", round(results$model_results$combined_
150       effect, 4), "\n")
151   cat("Error est ndar:", round(results$model_results$se, 4), "\n
152       ")
153   cat("IC 95%: (", round(results$model_results$ci[1], 4), ", ",
154       round(results$model_results$ci[2], 4), ")\n\n", sep = "")
155
156   cat("DISTRIBUCI N DE PESOS:\n")
157   weights_df <- data.frame(
158     Estudio = results$study_data$study,
159     Efecto = round(results$study_data$effect, 3),
160     'Peso FE' = paste0(round(results$study_data$weight_fe * 100,
161         1), "%"),
162     'Peso RE' = paste0(round(results$study_data$weight_re * 100,
163         1), "%")
164   )
165   print(weights_df, row.names = FALSE)
166 }
167
168 # Ejemplo de uso completo
169 # Crear datos de ejemplo
170 example_data <- data.frame(
171   study = c("A", "B", "C", "D", "E", "F", "G"),
172   effect = c(0.45, 0.62, 0.28, 0.55, 0.38, 0.71, 0.49),
173   variance = c(0.08, 0.06, 0.12, 0.07, 0.09, 0.05, 0.08)
174 )
175
176 # Ejecutar an lisis completo
177 results <- complete_meta_analysis(example_data)
178
179 # Generar reporte
180 generate_meta_report(results)

```

Listing 5.1: Función completa para análisis de meta-análisis en R





# Capítulo 6

## Conclusión y Recomendaciones

### 6.1. Resumen de Métodos

Cuadro 6.1: Resumen de métodos de meta-análisis en R

Método	Cuándo usar	Función R
Efectos Fijos	Heterogeneidad baja ( $I^2 \leq 50\%$ )	<code>metacont()</code> , <code>metabin()</code>
Efectos Aleatorios	Heterogeneidad alta ( $I^2 > 50\%$ )	<code>rma()</code>
Meta-Regresión	Analizar moderadores	<code>rma(yi, vi, mods = x)</code>
Análisis de Subgrupos	Estudios con características diferentes	<code>update.meta()</code>

### 6.2. Recomendaciones Prácticas

#### ■ Selección del modelo:

- Usar efectos fijos cuando  $I^2 \leq 50\%$  y no hay heterogeneidad significativa
- Usar efectos aleatorios cuando  $I^2 > 50\%$  o hay heterogeneidad significativa

#### ■ Paquetes recomendados:

- **meta**: Para análisis básicos y forest plots
- **metafor**: Para análisis avanzados y meta-regresión
- **forestplot**: Para gráficos de alta calidad

#### ■ Análisis de sensibilidad:

- Evaluar influencia de estudios individuales
- Analizar sesgo de publicación (funnel plot, test de Egger)
- Realizar análisis de subgrupos

### 6.3. Ejemplo Final Integrado

```

1 # AN LISIS COMPLETO DE META-AN LISIS EN R
2 # Este script integra todas las funciones anteriores
3
4 # 1. Cargar librerías
5 required_packages <- c("meta", "metafor", "forestplot")
6 for (pkg in required_packages) {
7   if (!require(pkg, character.only = TRUE)) {
8     install.packages(pkg)
9     library(pkg, character.only = TRUE)
10  }
11 }
12
13 # 2. Datos de ejemplo
14 study_data <- data.frame(
15   study = c("Smith et al.", "Johnson et al.", "Williams et al.",
16             "Brown et al.", "Davis et al.", "Miller et al."),
17   effect = c(0.45, 0.62, 0.28, 0.55, 0.38, 0.71),
18   variance = c(0.08, 0.06, 0.12, 0.07, 0.09, 0.05),
19   sample_size = c(100, 150, 80, 120, 90, 200),
20   quality_score = c(8, 9, 7, 8, 6, 9) # Puntuación de calidad
21 )
22
23 # 3. Análisis completo
24 final_results <- complete_meta_analysis(study_data)
25
26 # 4. Reporte detallado
27 generate_meta_report(final_results)
28
29 # 5. Análisis adicional con metafor
30 cat("\n=== AN LISIS AVANZADO CON METAFOR ===\n")
31 metafor_result <- rma(yi = effect, vi = variance, data = study_
32   data, method = "DL")
33 print(metafor_result)
34
35 # 6. Meta-regresión con calidad del estudio
36 cat("\n=== META-REGRESIÓN CON CALIDAD ===\n")
37 meta_reg <- rma(yi = effect, vi = variance, mods = ~ quality_
38   score,
39   data = study_data, method = "DL")
40 print(meta_reg)
41
42 # 7. Análisis de influencia
43 cat("\n=== AN LISIS DE INFLUENCIA ===\n")
44 influence_analysis <- influence(metafor_result)
45 print(influence_analysis)
46
47 # 8. Guardar resultados
48 output <- list(
49   data = study_data,

```

```
48   basic_analysis = final_results,
49   metafor_analysis = metafor_result,
50   meta_regression = meta_reg,
51   influence_analysis = influence_analysis
52 )
53
54 # Guardar en archivo RData
55 save(output, file = "meta_analysis_results.RData")
56
57 cat("\n=== AN LISIS COMPLETADO ===\n")
58 cat("Resultados guardados en 'meta_analysis_results.RData'\n")
```

Listing 6.1: Ejemplo final integrado con todos los análisis