13-2 Voltaje inducido e inducción

1. Si el flujo que enlaza una bobina de 75 vueltas (figura 13-29) cambia a la tasa de 3 Wb/s, ¿Cuál es el voltaje en la bobina?

Vueltas

$$N = 75$$

Tasa de cambio de flujo

$$\frac{d\emptyset}{dt} = 3Wb/s$$

Voltaje a través de la bobina

$$e = N x \frac{d\emptyset}{dt}$$

$$e = 75(3)$$

$$e = 225 V$$

3. El flujo que cambia a una tasa uniforme por 1ms induce 60V en una bobina. ¿Cuál es el voltaje inducido si el mismo cambio de flujo ocurre en 0.01s?

Voltaje Inducido

$$e = 60V$$

Cambio en el tiempo

$$dt = 1ms$$

Voltaje a través de la bobina

$$e = N x \frac{d\emptyset}{dt}$$

$$60 = N \frac{d\emptyset}{1 \times 10^{-3}}$$

$$Nd\emptyset = 60 \times 10^{-3}$$

Ahora en el nuevo cambio de tiempo

$$dt_1 = 0.01s$$

Voltaje a través de la bobina

$$e = N x \frac{d\emptyset}{dt}$$

$$e = \frac{60 \times 10^{-3}}{0.01}$$

$$e = 6V$$

5. La corriente en un inductor de 75 mH (figura 13-30) cambia uniformemente por 200 μA en 0.1 ms. ¿Cuál es el voltaje en él?

Valor de la inductancia

$$L = 75mh$$

Tasa de cambio de la corriente

$$\frac{di}{dt}$$

$$di = 200\mu A$$

$$dt = 0.1ms$$

Entonces

$$\frac{di}{dt} = \frac{200\mu A}{0.1ms}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{200 \times 10^{-6} A}{0.1 \times 10^{-3} s}$$

$$\frac{di}{dt} = 2\frac{A}{s}$$

Voltaje a través de un inductor

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

$$V_L = 75(2)$$

$$V_L = 150mV$$

7. El voltaje inducido cuando la corriente cambia de forma uniforme de 3 a 5 amperes en un inductor de 10H es de 180 volts. ¿Cuánto tiempo pasará para que la corriente cambie de 3 a 5 amperes?

Cambio de corriente

$$di = 5A - 3A$$
$$di = 2A$$

Inductancia

$$L = 10H$$

Voltaje inducido

$$e = 180V$$

Entonces

$$e = L\frac{di}{dt}$$

$$180 = 10H x \frac{2A}{dt}$$

$$dt = \frac{10H \times 2A}{180V}$$

$$dt = 0.11s$$

9. Calcule la inductancia de la bobina de núcleo de aire de la figura 13-31, si l = 20 cm, N = 200 vueltas, y d = 2 cm.

$$I = 20cm => 0.2m$$

$$d = 2cm = > 0.20m$$

N = 200 vueltas

Área

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi (0.02m)^2}{4}$$

$$A = 3.14 \times 10^{-4} m^2$$

Permeabilidad

$$\mu = \mu_0$$

$$\mu = 4\pi \ x \ 10^{-7}$$

Inductancia

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{I}$$

$$L = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(200)^2 (3.14 \times 10^{-4})}{0.2}$$

$$L = 78.91 \mu H$$

11. El inductor de núcleo de hierro de la figura 13-32 tiene un núcleo de alta permeabilidad. Por ello, por medio de la ley de Ampere, NI = HgLg. Debido a que el espacio de aire predomina, no ocurre la saturación y el flujo del núcleo es

proporcional a la corriente, es decir, el enlace de flujo es igual a LI Adicionalmente, ya que todo el flujo pasa a través de la bobina, el enlace de flujo es igual a N Φ . Al igualar los dos valores del enlace de flujo y con las ideas del capítulo 12, demuestre que la inductancia de la bobina es:

Ley de Ampere

$$NI \cong H_g l_g$$

$$H_g = \frac{NI}{l_g}$$

Debido a que el espacio de aire domina, la saturación no ocurre y el flujo del núcleo a la corriente

$$B_a \infty I$$

Enlace de flujo = NI

Además, dado que todo el flujo pasa a través de la bobina, el enlace de flujo es igual al NØ

Enlace de flujo = $N\emptyset$

Al igualar dos valores de enlace de flujo

$$LI = N\emptyset$$

La inductancia de la bobina es

$$L = \frac{N\emptyset}{I}$$

$$L = \frac{N(B_g A_g)}{I} \qquad [\emptyset = B_g A_g]$$

$$L = \frac{N(\mu_0 H_g) A_g}{I} \qquad [B_g = \mu_0 H_g]$$

$$L = \frac{N\mu_0 \left(\frac{NI}{l_g}\right) A_g}{I} \qquad \left[H_g = \frac{NI}{l_g}\right]$$

$$L = N\mu_0 \left(\frac{NI}{l_g}\right) A_g$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A_g}{l_a}$$

13. La figura 13-34 muestra la corriente en una bobina. Si el voltaje de 0 a 2 meses de 100 volts, ¿Qué valor tiene L?

El voltaje dado $V_L = 100V$ está en medio de t = 0 a 2ms

Cambio de tiempo $\Delta t = 2ms$

Del gráfico dado Δi por el tiempo 0 a 2ms es:

$$\Delta i = 50mA - 0mA$$

$$\Delta i = 50mA$$

Entonces

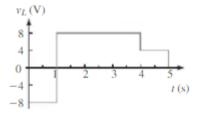
$$V_L = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

$$V_L = L \frac{50 \times 10^{-3} A}{2 \times 10^{-3} s}$$

$$L = \frac{100}{25}$$

$$L = 4H$$

15. La figura 13-36 muestra la gráfica del voltaje en una inductancia. Los cambios en la corriente de 4 a 5 A durante el intervalo de tiempo de 4 a 5 s.



A. ¿Qué valor tiene L?

La corriente cambia de 4A a 5A durante el intervalo de 4s a 5s

Voltaje a través del inductor

$$V_{L} = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

$$V_{L} = L \frac{(5-4)A}{(5-4)s}$$

$$V_{L} = L$$

De la forma de onda dada, el voltaje a través del inductor en el intervalo de 4s a 5s es 4V, sustituyendo esto en la ecuación, obtenemos

$$L = 4H$$

B. Determine la forma de onda de la corriente y grafíquela.

La corriente que fluye a través del inductor está dado por

$$i_L = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} V_L(t) dt$$

A partir de la forma de onda dada, el voltaje a través del inductor se define como

$$V_{L} = \begin{cases} -8V & 0s \le t \le 1s \\ 8V & 1s \le t \le 4s \\ 4V & 4s \le t \le 5s \\ 0V & t > 5s \end{cases}$$

• La corriente que fluye del inductor en el intervalo 0s a 1s es

$$i_L = \frac{1}{4} \int_0^t (-8)dt$$

$$i_L = -\frac{8}{4} \int_0^t dt$$

$$i_L = -2t$$

La corriente que fluye a través del inductor en t=1s está dada por

$$i_L(1) = -2(1)$$

$$i_L(1) = -2A$$

• La corriente que fluye del inductor en el intervalo 1s a 4s es

$$i_{L} = i_{L}(1) + \frac{1}{L} \int_{1}^{t} (8) dt$$

$$i_{L} = -2 + \frac{1}{4} \int_{1}^{t} (8) dt$$

$$i_{L} = -2 + \frac{8}{4} \int_{1}^{t} dt$$

$$i_{L} = -2 + 2[t - 1]$$

$$i_{L} = 2[t - 2]$$

La corriente que fluye a través del inductor en t=4s está dada por

$$i_L(4) = 2[4-2]$$

 $i_L(4) = 4A$

• La corriente que fluye del inductor en el intervalo 4s a 5s es

$$i_{L} = i_{L}(4) + \frac{1}{L} \int_{4}^{t} (8) dt$$

$$i_{L} = 4 + \frac{1}{4} \int_{4}^{t} (4) dt$$

$$i_{L} = 4 + \frac{4}{4} \int_{4}^{t} dt$$

$$i_{L} = 4 + [t - 4]$$

$$i_{L} = t$$

La corriente que fluye a través del inductor en t=5s está dada por

$$i_L(5) = 5A$$

• La corriente que fluye del inductor en el intervalo t > 5 es

$$i_L = i_L(5) + \frac{1}{L} \int_5^t (8) dt$$

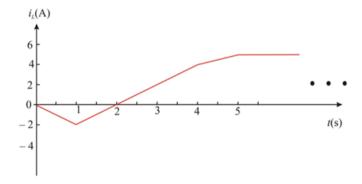
$$i_L = 5 + \frac{1}{4} \int_4^t (0) dt$$

$$i_L = 5A$$

Por lo tanto la corriente que fluye en el inductor está dada por:

$$V_{L} = \begin{cases} -2tA & 0s \le t \le 1s \\ 2(t-2)A & 1s \le t \le 4s \\ tA & 4s \le t \le 5s \\ 5A & t > 5s \end{cases}$$

El gráfico de la forma de onda actual se muestra a continuación



C. ¿Cuál es la corriente en t = 10 s?

La corriente que fluye en el inductor está dada por:

$$V_{L} = \begin{cases} -2tA & 0s \le t \le 1s \\ 2(t-2)A & 1s \le t \le 4s \\ tA & 4s \le t \le 5s \\ 5A & t > 5s \end{cases}$$

De la expresión anterior podemos decir que la corriente que fluye a través del inductor durante t > 5s es 5A. Por lo tanto, la corriente en t=10s es

$$i_L(10) = 5A$$

13-5 Inductancias en serie y en paralelo

17. ¿Cuál es la inductancia equivalente de 12, 14, 22 y 36 mH conectados enserie?

$$L_1 = 12mH$$

$$L_2 = 14mH$$

$$L_3 = 22mH$$

$$L_4 = 36mH$$

La inductancia equivalente cuando se conecta en serie es

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + L_4$$

$$L_T = (12 + 14 + 22 + 36)mH$$

$$L_T = 84mH$$

19. Repita el problema 17 si las inductancias están conectadas en paralelo.

$$L_1 = 12mH$$
 => $L_1 = 12 \times 10^{-3} H$

$$L_2 = 14mH$$
 => $L_2 = 14 \times 10^{-3} H$

$$L_3 = 22mH$$
 => $L_3 = 22 \times 10^{-3} H$

$$L_4 = 36mH$$
 => $L_4 = 36 \times 10^{-3} H$

La inductancia equivalente cuando se conecta en paralelo es

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_4}$$

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{12 \, x \, 10^{-3}} + \frac{1}{14 \, x \, 10^{-3}} + \frac{1}{22 \, x \, 10^{-3}} + \frac{1}{36 \, x \, 10^{-3}}$$

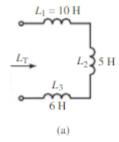
$$\frac{1}{L_T} = 83.33 + 71.43 + 45.45 + 27.78$$

$$\frac{1}{L_T} = 227.99$$

$$L_T = 4.39 x 10^{-3} H$$

$$L_T = 4.39 mH$$

21. Determine LT para los circuitos de la figura 13-37.

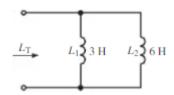


L₁, L₂ y L₃ están en serie por lo tanto la inductancia equivalente es

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3$$

$$L_T = 10 + 5 + 6$$

$$L_T = 21H$$

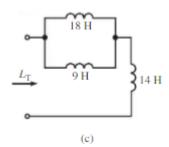


L₁ y L₂ están en paralelo por lo tanto la inductancia equivalente es

$$L_T = \frac{L_1 \, x \, L_2}{L_1 + L_2}$$

$$L_T = \frac{3 \times 6}{3+6}$$

$$L_T = 2H$$



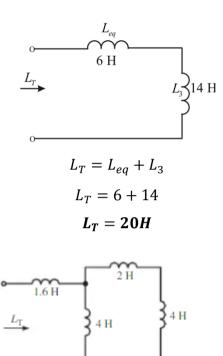
L₁ y L₂ están en paralelo por lo tanto la inductancia equivalente es

$$L_{eq} = \frac{L_1 x L_2}{L_1 + L_2}$$

$$L_{eq} = \frac{18 x 9}{18 + 9}$$

$$L_{eq} = 6H$$

El circuito se reduce a



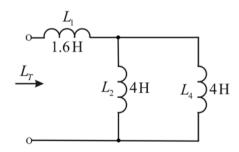
L₃ y L₄ están en serie por lo tanto la inductancia equivalente es

$$L_{eq1} = L_3 + L_4$$

$$L_{eq1} = 2 + 4$$

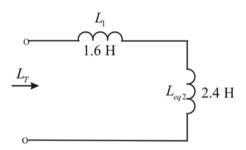
$$L_{eq1} = 6H$$

(d)



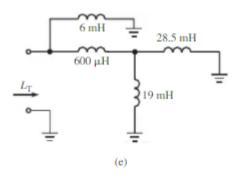
Leq1 y L2 están en paralelo por lo tanto la inductancia equivalente es

$$L_{eq2} = rac{L_2 x L_{eq1}}{L_2 + L_{eq1}}$$
 $L_{eq2} = rac{6 x 4}{6 + 4}$
 $L_{eq2} = 2.4H$

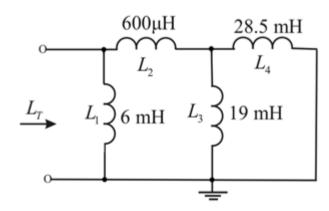


L₁ y L_{eq2} están en serie por lo tanto la inductancia equivalente es

$$L_T = L_1 + L_{eq2}$$
$$L_T = 1.6 + 2.4$$
$$L_T = 4H$$



El circuito se reduce a



L₃ y L₄ están en paralelo por lo tanto la inductancia equivalente es

$$L_{eq1} = \frac{L_3 x L_4}{L_3 + L_4}$$

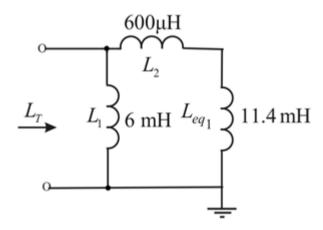
$$L_{eq1} = \frac{(19 x 10^{-3}) x (28.5 x 10^{-3})}{(19 x 10^{-3}) + (28.5 x 10^{-3})}$$

$$L_{eq1} = \frac{541.5 x 10^{-6}}{47.5 x 10^{-3}}$$

$$L_{eq1} = 11.4 x 10^{-3}$$

$$L_{eq1} = 11.4 mH$$

El circuito se reduce a



L₂ y L_{eq1} están en serie por lo tanto la inductancia equivalente es

$$L_{eq2} = L_2 + L_{eq1}$$

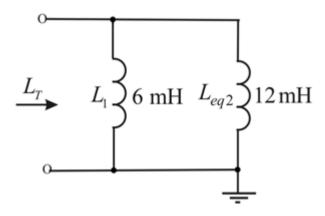
$$L_{eq2} = (600 \ x \ 10^{-6}) + (11.4 \ x \ 10^{-3})$$

$$L_{eq2} = (0.6 \ x \ 10^{-3}) + (11.4 \ x \ 10^{-3})$$

$$L_{eq2} = 12 \ x \ 10^{-3} \ H$$

 $L_{eq2} = 12mH$

El circuito se reduce a



L₁ y L_{eq2} están en paralelo por lo tanto la inductancia equivalente es

$$L_T = \frac{L_1 x L_{eq2}}{L_1 + L_{eq2}}$$

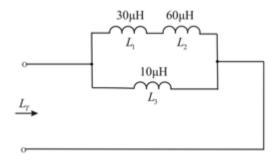
$$L_T = \frac{(6 x 10^{-3}) x (12 x 10^{-3})}{(6 x 10^{-3}) + (12 x 10^{-3})}$$

$$L_T = \frac{72 x 10^{-6}}{18 x 10^{-3}}$$

$$L_T = 4 x 10^{-3} H$$

$$L_T = 4mH$$

23. Una inductancia de 30 H está conectada en serie con una inductancia de 60 H, y una inductancia de 10 H está conectada en paralelo con la combinación en serie. ¿Qué valor tiene LT?



L₂ y L_{eq1} están en serie por lo tanto la inductancia equivalente es

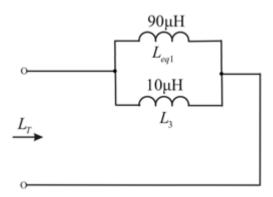
$$L_{eq1} = L_1 + L_2$$

$$L_{eq1} = (30 \ x \ 10^{-6}) + (60 \ x \ 10^{-6})$$

$$L_{eq1} = 12 \ x \ 10^{-6}$$

$$L_{eq1}=90\mu H$$

Simplificamos el circuito



L_{eq1} y L₃ están en paralelo por lo tanto la inductancia equivalente es

$$L_T = \frac{L_{eq1} x L_3}{L_{eq1} + L_3}$$

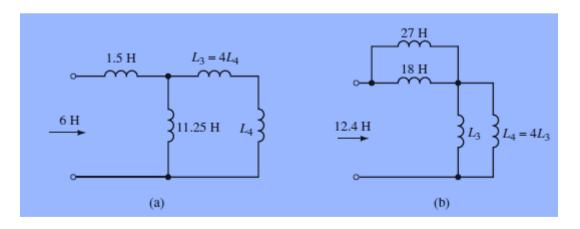
$$L_T = \frac{(90 x 10^{-6}) x (10 x 10^{-6})}{(90 x 10^{-6}) + (10 x 10^{-6})}$$

$$L_T = \frac{900 x 10^{-12}}{100 x 10^{-6}}$$

$$L_T = 9 x 10^{-6}$$

$$L_T = 9 \mu H$$

25. Para lo



$$Leq1 = Leq1 = 4L4 + L$$
 $Leq1 = 5L4H$

$$Leq = \frac{L2 \times Leq1}{L2 + Leq1}$$

$$Leq = \frac{11.25 \times 5L4}{11.25 + 5L4}$$

$$Leq = \frac{56.25l4}{11.25 + 5L4}$$

$$LT = L1 + Leq2$$

$$6 = \frac{1.5(11.25 + 5L4) + 56.25L4}{11.25 + 5L4}$$

$$6(11.25 + 5L4) = 1.5(11.25 + 5L4) + 56.25L4$$

$$67.5 + 30L4 = 16.875 + 7.5L4 + 56.25L4$$

$$67.5 - 16.875 = 63.75L4 - 30L4$$

$$\mathbf{L4} = \frac{50.625}{33.75} = 1.5H$$

$$L3 = 4L4 = 4 * 1.5 = 6H$$

$$Leq1 = \frac{27 * 18}{27 + 18} = 10.8H$$

$$Leq2 = \frac{L3 * 4L3}{L3 * 4L3} = 0.8L3$$

$$L3 = 10.8 * 0.8L3$$

$$L3 = \frac{12.4 - 10,.8}{0.8} = 2H$$

$$L3 = 10.8 * 0.8L3$$

$$L3 = 4l3 = 4 * 2 = 8H$$

27. Dos inductancias de 6 y 4 H están en conectadas en paralelo. Después de que se agrega una tercera inductancia, L_T = 4 H. ¿Cuál es el valor de la tercera inductancia y cómo está conectada?

$$Leq = \frac{6*4}{6+4} = \frac{6*4}{10} = \frac{12}{5} = 2.4H$$

$$LT = Leq + L3$$

$$L3 = LT - Leq$$

$$L3 = 4 - 2.4 = 1.6H$$

29. Inductancias de 8, 12 y 1.2 H están conectadas en un circuito. Si $L_T = 6$ H, ¿cómo están conectados los inductores?

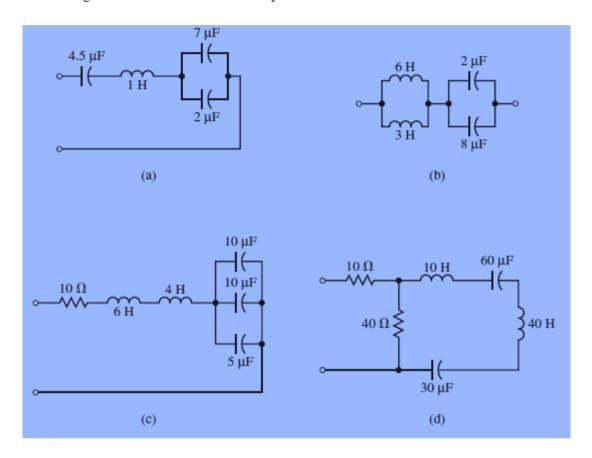
$$Leq = \frac{8*12}{8+12} = \frac{96}{20} = 4.8H$$

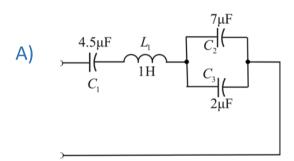
$$LT = Leq + L3$$

$$6H = 4.8 + 1.2$$

$$6H = 6H$$

 Por medio de la combinación de elementos, reduzca cada uno de los circuitos de la figura 13-42 a su forma más simple.

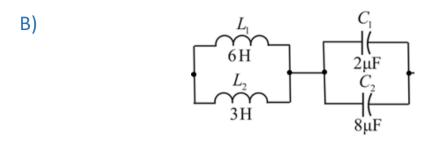




$$Ceq = C2 + C3 = 9 * 10^{-6}F$$
 $Ceq = 9F$

$$Leq = \frac{C1 * Ceq1}{C1 + Ceq1} = \frac{4.5 * 10^{-6} * 9 * 10^{-6}}{4.5 * 10^{-6} + 9 * 10^{-6}} = 3 * 10^{-6}F$$

$$Leq = 3F$$

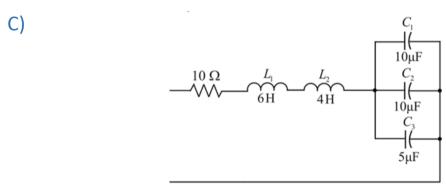


$$Leq = \frac{6*3}{6+3}$$

$$Leq = 2H$$

$$Ceq = C1 + C2 = 2*10^{-6}F$$

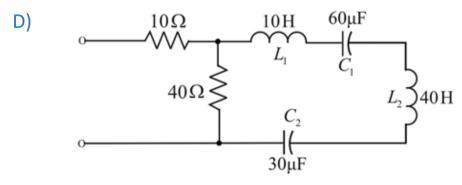
$$Ceq = 10F$$



$$Leq = L1 + L2 = 6 + 4 = 10H$$

$$Ceq = C1 + C2 + C3 = 25 * 10^{-6}F$$

Ceq = 25vF

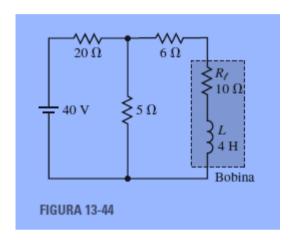


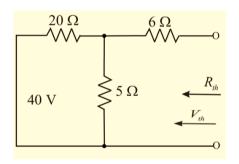
$$Leq = L1 + L2 = 10 + 40 = 50H$$

$$Ceq = \frac{C1 * C2}{C1 + C2} = \frac{60 * 10^{-6} * 30 * 10^{-6}}{4.5 * 10^{-6} + 30 * 10^{-6}} = 20 * 10^{-6}F$$

$$Ceq = \frac{20vF}{4.5 * 10^{-6} + 30 * 10^{-6}} = \frac{100 * 10^{-6}}{100 * 100^{-6}} = \frac{100 * 10^{-6}}{100^{-6}} = \frac{100 * 100^{-6}}{100^{-6}} = \frac{100 * 100^{-6}}{100^{-6}} = \frac{1000 * 100^{-6}}{100^{-6}} = \frac{1000 * 100^{-6}}{100^{-6}} = \frac{1000 * 100^{-6}}{1$$

33. Encuentre la energía almacenada en el inductor de la figura 13-44.





$$Rth = 6 \frac{20*5}{20+5} = 6 + \frac{100}{25} = 10\Omega$$

$$V = 40 * \frac{5}{20+5} = 8V$$

$$I = \frac{8}{10 + 10} = 0.4A$$

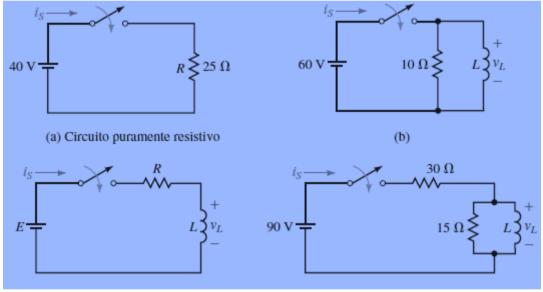
$$W = \frac{1}{2}x4x0.4 = 0.32J$$

35. En la figura 13-46, un medidor de inductancia mide 7 H. ¿Cuál es la falla probable?

Es probable que la falla se encuentre que es un circuito abierto en la bobina L, entonces solo las bobinas L y L estarán en conexión en serie claramente como en la figura lo que da una inductancia equivalente de 7H.

Capítulo 14

- a. ¿A qué se parece un inductor que no conduce corriente en el instante que se acciona el interruptor?
 - b. Para cada circuito de la figura 14-37, determine i_S y v_L inmediatamente después de que el interruptor se cierra.



A)
$$\begin{array}{c} i_s \longrightarrow \\ 40 \text{ V} & R \geqslant 25 \Omega \end{array}$$

$$i_S = \frac{E}{R}$$

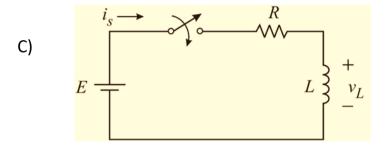
$$i_S = \frac{40 \text{ V}}{25 \Omega}$$

$$\therefore [i_S = 1.6 \text{ A}]$$

$$Is = \frac{40}{25} = 1.4A$$

$$Is = \frac{60}{10} = 6A$$

$$V = E = 60V$$



$$Is = 0A$$

$$V = E$$

D)
$$i_{s} \longrightarrow 30 \Omega$$

$$00 V \longrightarrow 15 \Omega \stackrel{}{\rightleftharpoons} L \stackrel{}{\rightleftharpoons} v_{L}$$

$$Is = \frac{90}{45} = 2A$$

$$V = (2a)(15) = 30V$$

3. Repita el problema 2 si L_1 se reemplaza con un capacitor descargado.

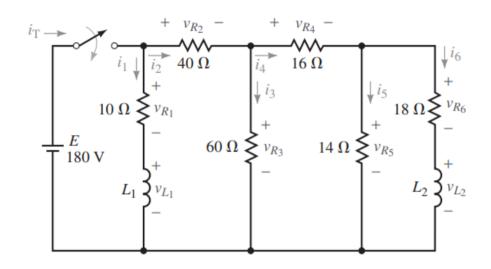
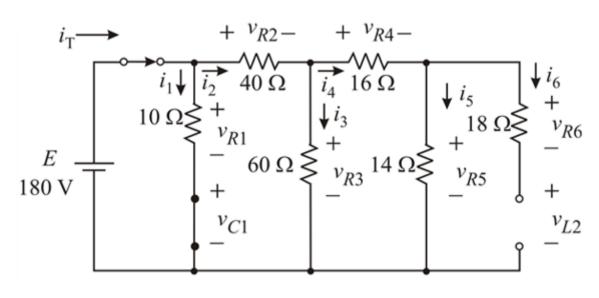


FIGURA 14-38



$$v_{R6} = i_6 R_6$$

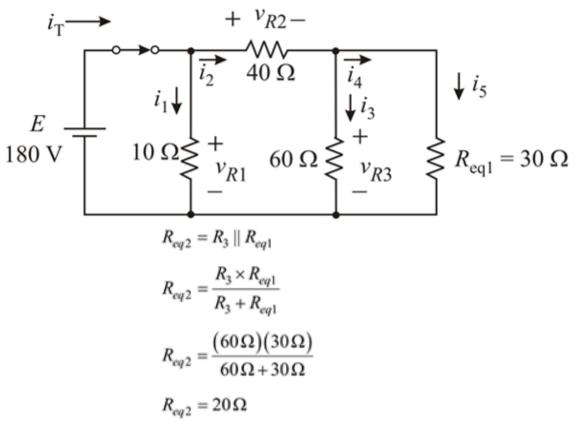
$$v_{C1} = 0 \text{ V}$$

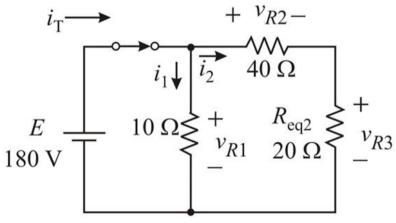
$$R_{eq1} = R_4 + R_5$$

$$R_{eq1} = 16 \Omega + 14 \Omega$$

$$\therefore \boxed{v_{R6} = 0 \text{ V}}$$

$$R_{eq1} = 30 \Omega$$

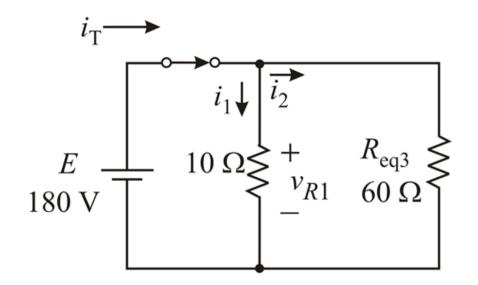




$$R_{eq3} = R_2 + R_{eq2}$$

$$R_{eq3} = 40\,\Omega + 20\,\Omega$$

$$R_{eq3} = 60\,\Omega$$



$$\begin{split} R_{eq4} &= R_1 \mid\mid R_{eq3} \\ R_{eq4} &= \frac{R_1 \times R_{eq3}}{R_1 + R_{eq3}} \\ R_{eq4} &= \frac{(10\,\Omega)(60\,\Omega)}{10\,\Omega + 60\,\Omega} \\ I_T &= \frac{E}{R_{eq4}} \\ i_T &= \frac{180\,\mathrm{V}}{\frac{60}{7}\Omega} \\ R_{eq4} &= \frac{60}{7}\Omega \\ \therefore \boxed{i_T = 21\,\mathrm{A}} \end{split}$$

$$i_1 = \frac{v_{R1}}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{E}{R_{eq3}} \quad [\because E = v_{R1} = 18$$

$$i_1 = \frac{180 \text{ V}}{10 \Omega}$$

$$i_2 = \frac{180 \text{ V}}{60 \Omega}$$

$$\therefore [i_1 = 18 \text{ A}]$$

$$\therefore [i_2 = 3 \text{ A}]$$

$$i_{3} = \frac{v_{R3}}{R_{3}}$$

$$i_{3} = \frac{60 \text{ V}}{60 \Omega}$$

$$v_{R2} = i_{2}R_{2}$$

$$v_{R2} = (3\text{A})(40 \Omega)$$

$$\vdots v_{R2} = 120 \text{ V}$$

$$i_{4} = i_{5} = \frac{v_{R3}}{R_{eq1}}$$

$$i_{4} = i_{5} = \frac{60 \text{ V}}{30 \Omega}$$

$$v_{R3} = i_{3}R_{3}$$

$$i_{4} = i_{5} = \frac{60 \text{ V}}{30 \Omega}$$

$$\vdots v_{R3} = 60 \text{ V}$$

$$\vdots v_{R3} = 60 \text{ V}$$

$$\vdots v_{R3} = 2\text{ A}$$

$$v_{R4} = i_4 R_4$$

$$v_{R4} = (2A)(16\Omega)$$

$$\therefore v_{R4} = 32 V$$

$$v_{R5} = i_5 R_5$$

$$v_{R5} = (2A)(14\Omega)$$

$$\therefore v_{R5} = 28 V$$

- 5. El interruptor de la figura 14-39 está cerrado en t = 0 s.
 - a. ¿Cuál es la constante de tiempo del circuito?
 - b. ¿Cuánto tiempo pasa hasta que la corriente alcanza su valor estable?
 - c. Determine las ecuaciones para i_L y v_L .
 - d. Calcule los valores para i_L y v_L a intervalos de una constante de tiempo desde t=0 hasta 5 τ .
 - e. Grafique i_L y v_L . Marque los ejes en τ y en segundos.

$$E = 60 \Omega$$

$$i_L \downarrow$$

$$-v_L \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

$$\tau = \frac{3H}{60\Omega}$$

$$\therefore \tau = 50 \text{ ms}$$

FIGURA 14-39

$$-E + i_L R + v_L = 0$$

$$t = 5\tau$$

$$t = 5 \times 50 \text{ ms}$$

$$\therefore \boxed{t = 250 \text{ ms}}$$

$$i_L = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

$$i_L = \frac{180 \text{ V}}{60 \Omega} \left(1 - e^{-\frac{60\Omega}{3 \text{H}}t} \right)$$

$$\therefore \boxed{i_L = 3 \left(1 - e^{-20t} \right) \text{A}}$$

$$v_{L} = L \frac{di_{L}}{dt}$$

$$v_{L} = L \frac{d}{dt} \left[\frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \right]$$

$$v_{L} = L \left(\frac{E}{R} \right) \left[\left(-\frac{R}{L} \right) \left(-e^{-\frac{R}{L}t} \right) \right]$$

$$v_{L} = Ee^{-\frac{R}{L}t}$$

$$v_{L} = 180 \text{ Ve}^{-\frac{60\Omega}{3H}t}$$

$$\therefore v_{L} = 180e^{-20t} \text{ V}$$

$$t = 0 s$$

 $t = \tau = 50 \text{ ms}$

$$i_{L} = 3(1 - e^{-20 \times 6})$$

$$i_{L} = 3(1 - 1)$$

$$i_{L} = 1.9 \text{ A}$$

$$v_{L} = 180e^{-20 \times 50 \times 10^{-3}}$$

$$v_{L} = 180(1)$$

$$v_{L} = 180(1)$$

$$v_{L} = 180(1)$$

$$v_{L} = 66.2 \text{ V}$$

$$t = 3\tau$$
 $\tau = 50 \,\mathrm{ms}$

 $v_L = 24.36 \,\mathrm{V}$

$$t = 3(50 \text{ ms})$$

 $t = 0.15 \text{ s}$
 $i_L = 3(1 - e^{-20 \times 0.15})$
 $i_L = 3(1 - e^{-3})$
 $i_L = 2.85 \text{ A}$

$$v_L = 180e^{-20 \times 0.15}$$

$$v_L = 180(e^{-3})$$

$$v_L = 8.96 \,\mathrm{V}$$

$$t = 4\tau$$
 $\tau = 50 \,\mathrm{ms}$

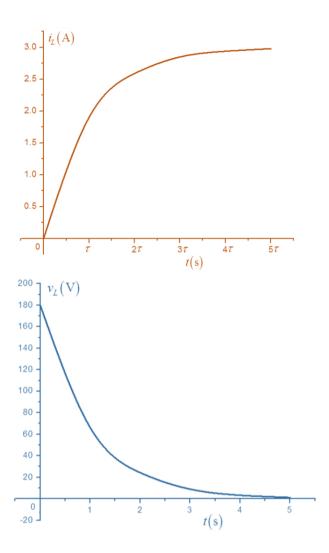
$$t = 4(50 \text{ ms})$$
 $i_L = 3(1 - e^{-20 \times 0.2})$ $i_L = 3(1 - e^{-4})$ $i_L = 2.94 \text{ A}$

$$v_L = 180e^{-20 \times 0.2}$$

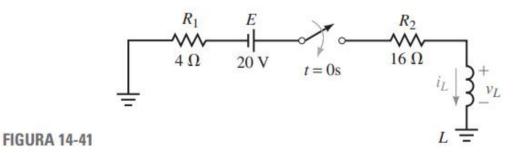
 $v_L = 180(e^{-4})$
 $v_L = 3.3 \text{ V}$

$$t = 5\tau$$
 $\tau = 50 \,\text{ms}$ $i_L = 3 \left(1 - e^{-20 \times 0.25} \right)$ $i_L = 3 \left(1 - e^{-5} \right)$ $i_L = 2.98 \,\text{A}$

$$v_L = 180e^{-20 \times 0.25}$$
 $v_L = 180(e^{-5})$
 $v_L = 1.21V$



7. Repita el problema 5 para el circuito de la figura 14-41 con $L=4~\mathrm{H}.$



$$\tau = \frac{L}{R_T}$$

$$t = 5\tau$$

$$t = 5 \times 0.2$$

$$\tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

$$\tau = \frac{4H}{4\Omega + 16\Omega}$$

$$\tau = \frac{4H}{20\Omega}$$

$$i_L = \frac{E}{R_1 + R_2} \left(1 - e^{-\left(\frac{R_1 + R_2}{L}\right)t}\right)$$

$$\therefore \boxed{\tau = 0.2 \text{ s}}$$

$$i_L = \frac{20 \text{ V}}{4\Omega + 16\Omega} \left(1 - e^{-\left(\frac{4\Omega + 16\Omega}{4H}\right)t}\right)$$

$$i_L = 1\left(1 - e^{-5t}\right)$$

$$\therefore \boxed{i_L = \left(1 - e^{-5t}\right) \text{ A}}$$

 $-E + i_L R_2 + v_L + i_L R_1 = 0$

 $\frac{di_L}{dt} + \left(\frac{R_1 + R_2}{L}\right)i_L = \frac{E}{L}$

 $-E + i_L \left(R_1 + R_2 \right) + L \frac{di_L}{dt} = 0$

$$v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$v_L = L \frac{d}{dt} \left[1 - e^{-5t} \right]$$

$$v_L = (4H) \left[(-5) \left(-e^{-5t} \right) \right]$$

$$\therefore \left[v_L = 20e^{-5t} V \right]$$

t = 0s

$$i_{L} = (1 - e^{-5 \times 0})$$

$$i_{L} = (1 - 1)$$

$$v_{L} = 20e^{-5 \times 0}$$

$$v_{L} = 20(1)$$

$$v_{L} = 20 \text{ V}$$

 $t = \tau = 0.2 \text{ s}$

$$i_L = (1 - e^{-5 \times 0.2})$$
 $v_L = 20e^{-5 \times 0.2}$ $v_L = 20(e^{-1})$ $v_L = 20(e^{-1})$ $v_L = 7.36 \text{ V}$

$$t = 2\tau$$
 $\tau = 0.2 \,\mathrm{s}$

$$i_L = (1 - e^{-5 \times 0.4})$$

$$i_L = \left(1 - e^{-2}\right)$$

 $i_L = 0.865 \,\mathrm{A}$

$$t = 0.4 \, \text{s}$$

$$t = 0.4 \, \text{s}$$

 $t = 2(0.2\,\mathrm{s})$

$$v_L = 20e^{-5 \times 0.4}$$

$$v_L = 20 \left(e^{-2}\right)$$

$$v_L = 2.71 \text{ V}$$

 $t = 3\tau$ $\tau = 0.2 \,\mathrm{s}$

$$i_L = (1 - e^{-5 \times 0.6})$$

$$i_L = \left(1 - e^{-3}\right) \qquad v_L =$$

$$t = 3(0.2\,\mathrm{s})$$

$$t = 0.6 \, \text{s}$$

$$i_L = 0.95 \,\mathrm{A}$$

$$v_L = 0.996 \,\mathrm{V}$$

$$t = 4\tau$$
 $\tau = 0.2 \,\mathrm{s}$

$$i_L = (1 - e^{-5 \times 0.8})$$

$$t = 4(0.2\,\mathrm{s})$$

$$i_L = \left(1 - e^{-4}\right)$$
$$i_L = 0.982 \,\mathrm{A}$$

$$t = 0.8 \,\mathrm{s}$$

$$v_L = 20e^{-5 \times 0.8}$$

$$v_L = 20 \left(e^{-4} \right)$$

$$v_L = 0.366 \,\mathrm{V}$$

$$v_L = 20e^{-5 \times 0.6}$$

$$v_L = 20(e^{-3})$$

$$t = 5\tau$$
 $\tau = 0.2 \,\mathrm{s}$

$$i_{L} = (1 - e^{-5 \times 1})$$

$$i_{L} = (1 - e^{-5 \times 1})$$

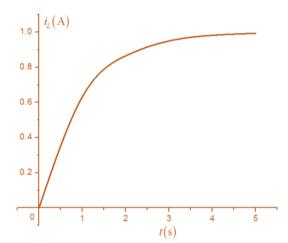
$$i_{L} = (1 - e^{-5})$$

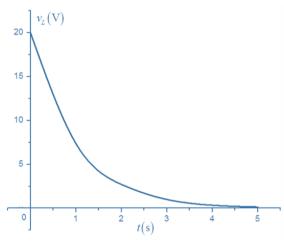
$$i_{L} = 0.993 \text{ A}$$

$$i_{L} = 0.993 \text{ A}$$

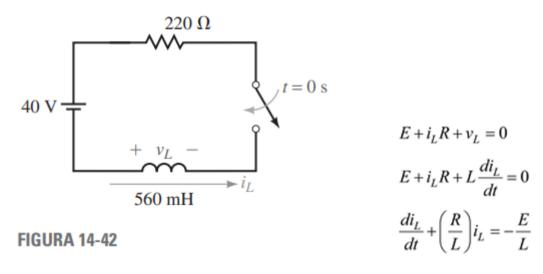
$$v_L = 20(e^{-5})$$

$$v_L = 0.135 \,\mathrm{V}$$





9. Cierre el interruptor en t = 0 s y determine las ecuaciones para i_L y v_L para el circuito de la figura 14-42. Calcule i_L y v_L en t = 3.4 ms.

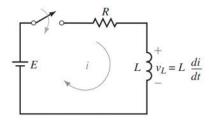


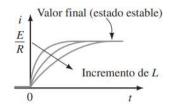
$$\begin{split} i_L &= -\frac{E}{R} \bigg(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \bigg) \\ i_L &= -\frac{40 \, \text{V}}{220 \, \Omega} \bigg(1 - e^{-\left(\frac{220 \, \Omega}{560 \, \text{mH}}\right)t} \bigg) \\ i_L &= -0.182 \Big(1 - e^{-392.86t} \Big) \\ i_L &= -0.182 \Big(1 - e^{-392.86t} \Big) \\ \vdots \\ i_L &= -182 \Big(1 - e^{-392.86t} \Big) \text{mA} \end{split} \qquad v_L = \Big(560 \, \text{mH} \Big) \frac{d}{dt} \bigg[-182 \Big(1 - e^{-392.86t} \Big) \times 10^{-3} \bigg] \\ \vdots \\ v_L &= \Big(560 \, \text{mH} \Big) \Big(-182 \times 10^{-3} \Big) \bigg[- \Big(-392.86t \Big) \bigg] \\ \vdots \\ v_L &= -40 e^{-392.86t} \, \text{V} \end{split}$$

 $t = 3.4 \, \text{ms}$

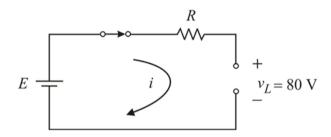
$$i_L = -182 \left(1 - e^{-392.86(3.4 \,\mathrm{ms})} \right) \times 10^{-3}$$
 $v_L = -40 e^{-392.86(3.4 \,\mathrm{ms})}$ $i_L = -182 \left(1 - e^{-1.336} \right) \times 10^{-3}$ $v_L = -40 e^{-1.336}$ $\therefore i_L = -134.14 \,\mathrm{mA}$ $\therefore v_L = -10.5 \,\mathrm{V}$

11. Para el circuito de la figura 14-1(b), el voltaje en la inductancia en el instante en que el interruptor se cierra es 80 V, la corriente final de estado estable es 4 A, y el transitorio dura 0.5 s. Determine *E*, *R* y *L*.





(b) La adición de la inductancia causa que ocurra un transitorio. Aquí *R* se mantiene constante.



$$E = \begin{bmatrix} R \\ W \end{bmatrix}$$
80 V

$$t = 5\tau$$
 $t = 0.5 s$

$$0.5 s = 5\tau$$

$$0.5 = 5\frac{L}{R} \left(\because \tau = \frac{L}{R} \right)$$

$$0.5 = 5 \frac{L}{20\Omega}$$

1 \therefore L = 2H , si $v_L = 40 e^{-2000t}$ V y la corriente de estado estable es 10 mA, ¿cuaies son ios valores de E, R y L?

 $E = v_L$

 $R = \frac{E}{i}$

 $\therefore E = 80 \text{ V}$

 $\therefore R = 20 \Omega$

$$v_L = 40e^{-2000t} \text{ V}$$
 $v_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}} \text{ V}$ $i_L = 10 \text{ mA}$

$$i_{L} = \frac{E}{R}$$

$$\tau = \frac{1}{2000}$$

$$\tau = 500 \,\mu\text{s}$$

$$i_{L} = \frac{E}{R}$$

$$10 \,\text{mA} = \frac{40 \,\text{V}}{R}$$

$$R = \frac{40 \,\text{V}}{10 \,\text{mA}}$$

$$\therefore R = 4 \,\text{k}\Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$500 \,\mu \text{s} = \frac{L}{4 \,\text{k}\Omega}$$

$$\therefore L = 2 \,\text{H}$$

- 15. Para la figura 14-43, $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 230 \Omega$ y L = 0.5 H y la corriente del inductor ha alcanzado un valor estable de 5 A con el interruptor cerrado. En t = 0 s, el interruptor se abre.
 - a. ¿Cuál es la constante de tiempo en la fase de disminución?
 - b. Determine las ecuaciones para i_L y v_L .
 - c. Calcule los valores para i_L y v_L a intervalos de una constante de tiempo desde t=0 hasta 5 τ .
 - d. Grafique i_L y v_L . Marque el eje en τ y en segundos.

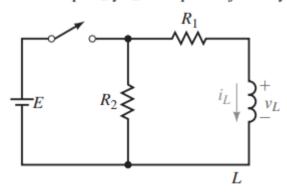
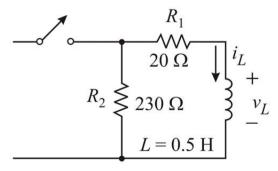


FIGURA 14-43



$$\tau' = \frac{L}{R_T}$$

$$\tau' = \frac{0.5 \,\mathrm{H}}{R_1 + R_2}$$

$$\tau' = \frac{0.5 \,\mathrm{H}}{20 \,\Omega + 230 \,\Omega}$$

$$\therefore \boxed{\tau' = 2 \,\mathrm{ms}}$$

$$i_L R_1 + v_L + i_L R_2 = 0$$

$$i_L \left(R_1 + R_2\right) + L \frac{di_L}{dt} = 0 \quad \left(\because v_L = L \frac{di_L}{dt}\right)$$

$$\frac{di_L}{dt} + \frac{\left(R_1 + R_2\right)}{L} i_L = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + Py = 0$$

$$\begin{split} i_{L} &= I_{o}e^{-\int \left(\frac{R_{1} + R_{2}}{L}\right) dt} \\ i_{L} &= I_{o}e^{-\left(\frac{R_{1} + R_{2}}{L}\right) t} \quad \text{[Given } I_{0} = 5 \,\text{A} \text{]} \\ i_{L} &= 5e^{-\left(\frac{20\Omega + 230\Omega}{0.5 \,\text{H}}\right) t} \\ \vdots \\ i_{L} &= 5e^{-500t} \,\text{A} \end{split} \qquad \qquad v_{L} = \left(0.5\right) \frac{d}{dt} \left(5e^{-500t}\right) \\ \vdots \\ v_{L} &= (0.5)(5)(-500) \left(e^{-500t}\right) \end{split}$$

$$i_L = 5e^{-500(0)}$$
 $v_L = -1250e^{-500(0)}$ $v_L = -1250 \text{ V}$ $v_L = -1250 \text{ V}$

 $t = \tau$ t = 2 ms

$$i_L = 5e^{-500(2 \times 10^{-3})}$$
 $v_L = -1250e^{-500(2 \times 10^{-3})}$ $i_L = 5e^{-1}$ $v_L = -1250e^{-1}$ $v_L = -459.85 \text{ V}$

$$t = 2\tau$$

$$t = 4 \text{ ms}$$

$$i_L = 5e^{-500(4 \times 10^{-3})}$$

$$i_L = 5e^{-2}$$

$$v_L = -1250e^{-500(4 \times 10^{-3})}$$

$$v_L = -1250e^{-2}$$

$$v_L = -1250e^{-2}$$

$$v_L = -169.17 \text{ V}$$

$$t = 3(2 \text{ ms})$$

$$t = 6 \text{ ms}$$

$$i_L = 5e^{-500(6 \times 10^{-3})}$$

$$i_L = 5e^{-3}$$

$$v_L = -1250e^{-500(6 \times 10^{-3})}$$

$$v_L = -1250e^{-3}$$

$$v_L = -62.2 \text{ V}$$

$$t = 4(2 \text{ ms})$$

$$t = 4 \text{ ms}$$

$$i_{L} = 5e^{-500(8\times10^{-3})}$$

$$i_{L} = 5e^{-4}$$

$$v_{L} = -1250e^{-500(8\times10^{-3})}$$

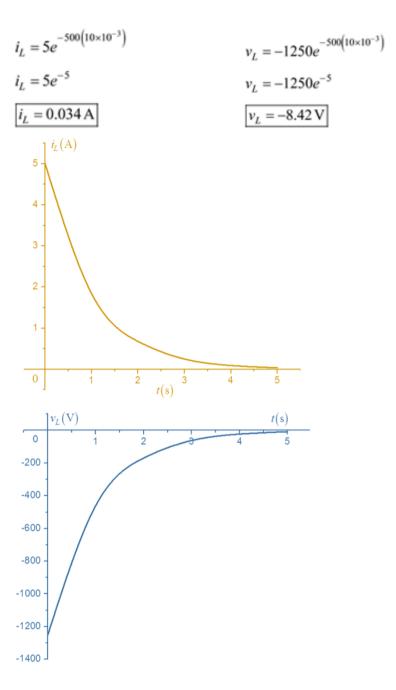
$$v_{L} = -1250e^{-4}$$

$$v_{L} = -22.9 \text{ V}$$

$$t = 5(2 \text{ ms})$$

 $t = 10 \,\mathrm{ms}$

 $t = 5\tau$



17. Dado $v_L = -2700 \text{ V}e^{-100t}$. Use la curva universal de la constante de tiempo para determinar v_L en t = 20 ms.

Dato:
$$v_L = -2700 e^{-100t} V$$

$$\tau = \frac{1}{100} s$$

$$\tau = 10 ms$$
Dato: $t = 20 ms$

$$t = 2\tau$$

$$v_L = -2700 V (0.135)$$

$$v_L = -365 V$$

19. Para la figura 14-43, $L=20\,\mathrm{H}$. La corriente durante la fase de crecimiento y disminución se muestra en la figura 14-44. Determine $R_1\,\mathrm{y}\,R_2$.

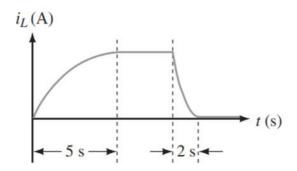
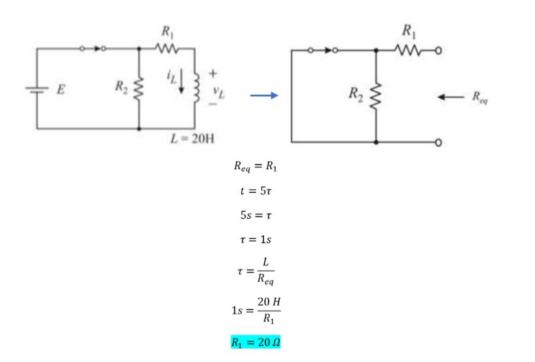
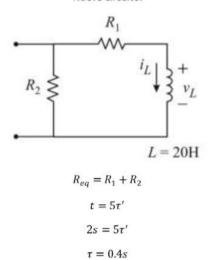


FIGURA 14-44



Nuevo circuito:



 $\tau' = \frac{L}{R_{eq}}$

$$0.4 s = \frac{20 H}{R_1 + R_2}$$

$$R_1 + R_2 = \frac{20}{0.4}$$

$$20 + R_2 = 50$$

$$R_2 = 50 - 20$$

$$R_2 = 30 \,\Omega$$

14-5 Circuitos más complejos

21. Para la bobina de la figura 14-45 $R_{\ell} = 1.7~\Omega$ y L = 150 mH. Determine la corriente de la bobina en t = 18.4 ms.

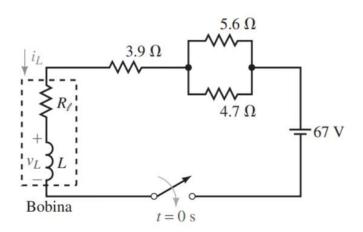


FIGURA 14-45

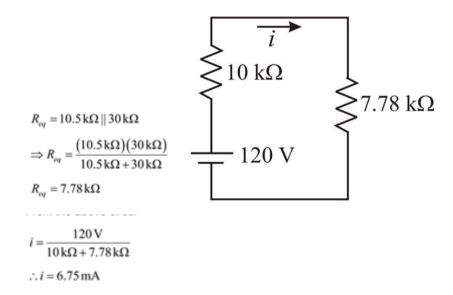
$$R_{eq} = R_1 + (R_2 \parallel R_3)$$
 $\tau = \frac{L}{R_{eq}}$
 $R_{eq} = 3.9 \Omega + \frac{(5.6 \Omega)(4.7 \Omega)}{5.6 \Omega + 4.7 \Omega}$ $\tau = \frac{L}{R_{Th} + R_I}$
 $R_{eq} = 3.9 \Omega + 2.56 \Omega$ $\tau = \frac{150 \text{ mH}}{6.46 \Omega + 1.7 \Omega}$
 $\therefore R_{eq} = 6.46 \Omega$ $\therefore \tau = 0.0184 \text{ s}$

$$\begin{split} i_L &= \frac{E_{Th}}{R_{eq}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \\ i_L &= \frac{67 \,\mathrm{V}}{6.46 \,\Omega + 1.7 \,\Omega} \left(1 - e^{-\frac{t}{0.0184}} \right) \\ i_L &= 8.21 \left(1 - e^{-\frac{t}{0.0184}} \right) \mathrm{A} \end{split}$$

Now current at $t = 18.4 \,\mathrm{ms}$ is

$$\begin{split} i_L &= 8.21 \Biggl(1 - e^{-\frac{18.4 \, \text{ms}}{0.0184}} \Biggr) \\ i_L &= 8.21 \Bigl(1 - e^{-1} \Bigr) \\ i_L &= 8.21 \Bigl(0.632 \Bigr) \ \ \therefore \boxed{i_L = 5.19 \, \text{A}} \end{split}$$

- 23. Para la figura 14-46, el circuito ha alcanzado el estado estable con el interruptor cerrado. Ahora se abre el interruptor.
 - a. Determine la constante de tiempo del circuito desenergizado.
 - b. Determine las ecuaciones para i_L y v_L .
 - c. Encuentre el voltaje en el inductor y la corriente a través de él en t = 17.8 µs, use las ecuaciones que se determinaron antes.



$$\begin{split} v_L &= L \frac{di_L}{dt} \\ I_0 &= i \times \frac{30 \, \mathrm{k}\Omega}{10.5 \, \mathrm{k}\Omega + 30 \, \mathrm{k}\Omega} \\ \Rightarrow I_0 &= (6.75 \, \mathrm{mA}) \times \frac{30 \, \mathrm{k}\Omega}{10.5 \, \mathrm{k}\Omega + 30 \, \mathrm{k}\Omega} \\ \Rightarrow I_0 &= (6.75 \, \mathrm{mA}) \times \frac{30 \, \mathrm{k}\Omega}{10.5 \, \mathrm{k}\Omega + 30 \, \mathrm{k}\Omega} \\ \Rightarrow V_L &= (0.36 \, \mathrm{H}) \frac{d}{dt} \left[5 \times 10^{-3} e^{-\frac{t}{8.89 \, \mathrm{\mu s}}} \right] \\ \Rightarrow V_L &= (0.36 \, \mathrm{H}) \left(5 \times 10^{-3} \right) \left[e^{-\frac{t}{8.89 \, \mathrm{\mu s}}} \right] \left[-\frac{1}{8.89 \, \mathrm{\mu s}} \right] \\ \Rightarrow I_0 &= 6.75 \, \mathrm{mA} \times \frac{30 \, \mathrm{k}\Omega}{40.5 \, \mathrm{k}\Omega} \\ \therefore I_0 &= 5 \, \mathrm{mA} \\ \Rightarrow I_L &= 5 e^{-\frac{17.8 \, \mathrm{\mu s}}{8.89 \, \mathrm{\mu s}}} \, \mathrm{mA} \\ \Rightarrow I_L &= 5 e^{-2} \, \mathrm{mA} \\ \therefore I_L &= 0.677 \, \mathrm{mA} \end{split}$$

27. Un circuito desconocido que contiene fuentes cd y resistores tiene un voltaje a circuito abierto de 45 volts. Cuando sus terminales de salida se ponen en corto, la corriente de cortocircuito es 0.15 A. Un interruptor, resistor e inductancia están conectados (figura 14-48). Determine la corriente y el voltaje del inductor, 2.5 ms después que el interruptor se ha cerrado.

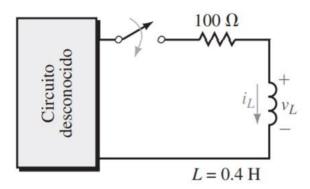


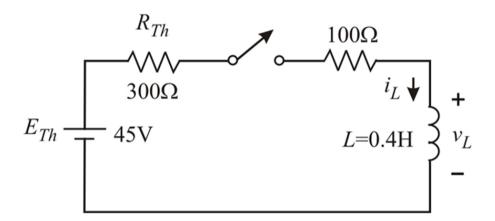
FIGURA 14-48

$$I_{SC} = \frac{E_{Th}}{R_{Th}}$$

$$0.15 A = \frac{45 V}{R_{Th}}$$

$$R_{Th} = \frac{45 V}{0.15 A}$$

$$R_{Th} = 300 \Omega$$



$$i_{L} = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R} \left(1 - e^{-\left(\frac{R_{Th} + R}{L}\right)t} \right)$$

$$i_{L} = \frac{45 \text{ V}}{300 \Omega + 100 \Omega} \left(1 - e^{-\left(\frac{300 \Omega + 1000 \Omega}{0.4 \text{ H}}\right)t} \right)$$

$$\therefore i_{L} = 0.1125 \left(1 - e^{-1000t} \right) \text{A}$$

$$v_{L} = L \frac{di_{L}}{dt}$$

$$v_{L} = \left(0.4 \text{ H} \right) \frac{d}{dt} \left[0.1125 \left(1 - e^{-1000t} \right) \right]$$

$$v_{L} = (0.4 \text{ H}) (0.1125) (-1000) \left(-e^{-1000t} \right)$$

$$\therefore v_{L} = 45e^{-1000t} \text{ V}$$

$$i_L = 0.1125 \left(1 - e^{-1000(2.5 \,\mathrm{ms})}\right)$$

 $i_L = 0.1125 \left(1 - e^{2.5}\right)$
 $v_L = 45 e^{-1000(2.5 \,\mathrm{ms})}$
 $v_L = 45 e^{-2.5}$
 $v_L = 45 e^{-2.5}$
 $v_L = 3.69 \mathrm{V}$