

北上广深购房限购限贷政策对楼市的影响

摘要

房价一直以来都是人们十分关注的民生问题，而北上广深的房价更是代表着全国地方城市的发展趋势。解决住房价格相关的数学问题，对于社会经济发展和人民生活有着重要意义。

对于第一题，是一个通过分析现有的数据的主要趋势来预测未来的值变化的问题。由于房价变化是一个涉及到许多影响因素的经济问题，因而如何通过单一的数据建立一个可靠的数学模型对于更精准的预测未来趋势非常重要。通过查找文献资料和分析相关经济因素，我们最后决定使用灰色预测模型来解决这道题目。建立模型之后，借助 matlab 数学软件计算得到预测值并进行数据检验，最后经检验成功后得到一个合理的模型。

对于第二题，由于影响房价的因素非常复杂，并且包含许多定性因素，如何量化这些因素是我们要解决的首要问题。因此我们通过查阅资料选择了 5 个相关性可能较大，并且可量化的因素。要寻找多个自变量与因变量之间的关系时，我们选用了多元回归分析方法，在分析过程中发现逐步分析方法更为便捷，最后便使用逐步回归分析方法求得相关因素与房价的回归方程。

对于第三题，要解释“住房价格上涨，是北上广深核心城市对其他偏远地区赤裸裸的经济掠夺”的舆论问题。由于数据不足难以建立直接的资金流动关系，因而我们采取间接的方式，假设北京房价的上涨与偏远地区的人才、劳动力流失存在一定的相关关系，一线城市是通过流入三四线城市的人才来间接的实现经济掠夺的。因为人才的流失会影响到城市的经济发展。

对于第四题，第一小题，是通过分析某政策刺激下相关因素的变化；第二小题也类似的要直接通过北上广深房价的正在相应政策刺激下的反应来具体分析问题。

如果在数据足够的情况下，第三题还可以分析北京流入人口来源以及在北京购房的人来源等因素，来建立更加直接的关系。第一题可以建立灰色马尔科夫模型来更优化的处理问题。

关键词： 灰色预测 逐步分析 相关性分析 相关系数 房价预测 限购限贷政策分析

一、问题重述

1.1 问题背景

中国城市住房价格一直牵动大众的神经，北上广深住房价格更是主导全国城市住房价格的发展趋势。许多在一线城市工作的年轻人，可能花了半辈子的努力才有机会在大城市当中贷款买到一套房。随着年龄的稳定增长和工资不定期的增长，有了家庭有了二胎就继续贷款换了套大房子。孩子长大了，要出国，要结婚，又要为他准备买房……这样一代又一代，如此循环往复，不断有怀揣梦想的年轻人在大城市中打拼，想要成为大城市的一员，房子对中国人来说已经是个执念了。但现在不断攀升的房价似乎对他们想要落地生根的想法产生越来越大的阻力。甚至还存在不少年轻人为了在一线城市结婚而买房，而耗尽双方父母一生积蓄的现象。

房地产业在我国经济社会格局中占据十分重要的地位，是国民经济的基础产业和先导产业。由房地产行业带动的产业不下 60 个，有色金属产业、建材产业、水泥产业、玻璃产业，家具产业等都与房地产的发展保持着同步性。国家从经济发展的大局出发，不会使房地产行业有大起大落的风波，政府多次出台调控楼市的政策就是为了维持房地产业的可持续发展。

如何合理分析未来城市住房价格走势，不仅是大家关心的热点问题，也是住房政策制定的基础。

1.2 问题提出

(1) 请设计城市住房价格指数，根据你设计的价格指数和前 10 年城市房价资料，预测未来 3 年该城市住房价格。

(2) 影响城市住房价格的因素十分复杂，请选择几个量化因素，用数学模型分析，住房价格上涨的主要因素是什么？主要风险是什么？

(3) 有舆论说住房价格上涨，是北上广深核心城市对其他偏远地区赤裸裸的经济掠夺，怎么用模型分析这个结论。

(4) 目前，购房限购限贷是政府调控房地产市场过快上涨的政策。请用模型分析住房限购和限贷对政府、开发商和个人购房的影响。北上广深一线重点城市的限购限贷政策不同，模型比较不同政策的影响。

二、问题分析

2.1 问题 1 的分析

房地产价格的高低涉及社会生活中多方面的经济利益,是目前百姓生活中关注比较重要的问题之一。较为准确地预测未来房地产的销售价格,对社会经济发展和人民生活极其重要,可以为经济决策提供参考,故其研究意义相当重大。针对本问,我们一定要具备的资料就是历年房价的真实数据,从而做到真正意义上的通过建立模型、求解,拟算出下一阶段该城市的房价走势。然而,由于房价的变化是比较复杂的经济问题,房价指数和影响其变化的各经济变量之间的定量关系还难以给出精确的数学描述。

在本题中,我们需要预测未来三年的房价变化,实际上就是要对已知的历年房价数据进行整合分析,建立模型并分析其可靠度,若不能通过检验则应该对模型进行改进或者选择更为合适的模型。

经分析所提供的数据,时间序列分析是一个比较可行的方法,但数据局部的波动性比较大,另外该房价系统由于导致其变化的因素有很多,而我们已知的有限。因而我们决定选用灰色模型,据大量学者的经验表明^[1],该预测模型的算法可以提高预测的精度。

灰色模型的定义如下:如果一个系统具有层次、结构关系的模糊性,动态变化的随机性,指标数据的不完备或不确定性,则称这些特为灰色性。具有灰色性的系统称为灰色系统。在灰色系统理论中,利用较少的或不确切的表示灰色系统行为特征的原始数据序列作生成变换后建立的,用以描述灰色系统内部事物连续变化过程的模型,称为灰色模型,简称 GM 模型。灰色预测方法的特点表现在:首先是它把离散数据视为连续变量在其变化过程中所取的离散值,从而可利用微分方程式处理数据,而不直接使用原始数据而是由它产生累加生成数,对生成数列使用微分方程模型。这样,可以抵消大部分随机误差,显示出规律性。

2.2 问题 2 的分析

影响房价上涨的因素非常复杂,比如消费者收入水平、土地因素、人为因素、国家税收、楼价调控政策、劳动力转移、货币政策等定性因素。如何通过建立数学模型对这些因素进行定量分析,从切切实实的数据中找到对房价影响较大的因素是我们要解决的问题。其中我们选择了北京的楼市情况作为分析对象,以北京 08~16 年的地区生产总值

GDP，居民消费价格指数 CPI，北京住宅用途地价，（5 年以上） 贷款基准利率，以及北京常住人口 5 个因素来分析对北京房价影响。

本题属于寻找多个自变量（5 个因素）和因变量（北京房价）的相关关系的数学问题。参考了应用多元回归分析处理类似的问题的论文^[2]后，再考虑到使用 matlab 软件对数学分析计算的便捷性（经实战发现两种方法的结果是一样的，而逐步分析法更为便捷），我们决定选择逐步回归分析法来对本题建模。

逐步分析步骤：首先要建立因变量 y 与自变量 x 之间的总回归方程，再对总的方程及每一个自变量进行假设检验。当总的方程不显著时，表明该多元回归方程线性关系不成立；而当某一个自变量对 y 影响不显著时，应该把它剔除，重新建立不包含该因子的多元回归方程。筛选出有显著影响的因子作为自变量，并建立“最优”回归方程。其中系数最大的自变量就是对房价上涨影响最大的因素。

2.3 问题 3 的分析

2.3.1 数据背景

舆论说住房价格上涨,是北上广深核心城市对其他偏远地区赤裸裸的经济掠夺。

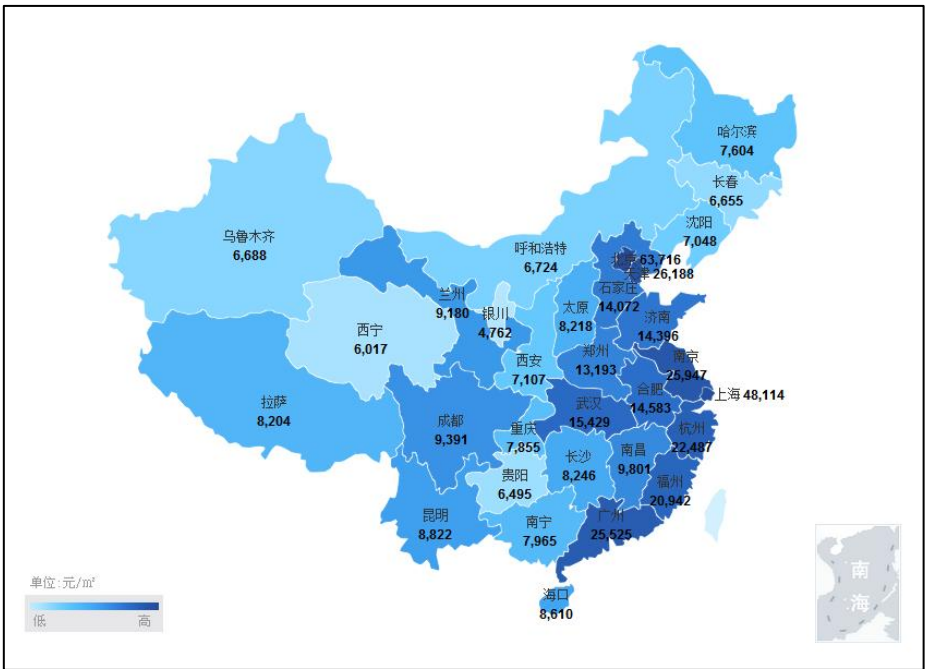


图 2.3 全国各城市房价分布[2017 年 3 月]

来源 中国房价行情 <http://www.creprice.cn/>

由上图可以明显的看到，北上广深的房价在全国来说是非常高的，基本占据了房价排行

的前五名。

而我们从国家数据网(<http://data.stats.gov.cn/index.htm>)上找到近十年来北上广深的房价(住宅商品房平均销售价格)相关数据:

表 2.3.1

北上广深 一线城市近十年房价表

地区	深圳	广州	北京	上海
2015	33661	14083	22300	21501
2014	24040	14739	18499	16415
2013	23427	13954	17854	16192
2012	18995.92	12000.88	16553.48	13869.88
2011	21037.05	10925.84	15517.9	13565.83
2010	18954	10615	17151	14290
2009	14389	8988	13224	12364
2008	12823	8781	11648	8115
2007	13369.63	8439.06	10661.24	8253
2006	8848.04	6152.17	7375.41	7039

(单位: 元/平方米)

表 2.3.2

贵阳、呼和浩特、西宁、银川 三线城市近十年房价表

地区	贵阳	呼和浩特	西宁	银川
2015 年	4967	4946	4602	4498
2014 年	4904	5153	4807	4111
2013 年	4488	4631	4380	4524
2012 年	4472.69	4798.17	4304.29	4187.26
2011 年	4587.98	4073.32	3438.6	3979.62
2010 年	4233	3650	3196	3610
2009 年	3496	3248	2811	3219
2008 年	2866	2511	2817	2592

2007 年	2619.41	2458.82	2313.05	2229.53
2006 年	2137.57	2175.71	1940.32	2184.99

(单位: 元/平方米)

并用 matlab 数学软件作出相关曲线图

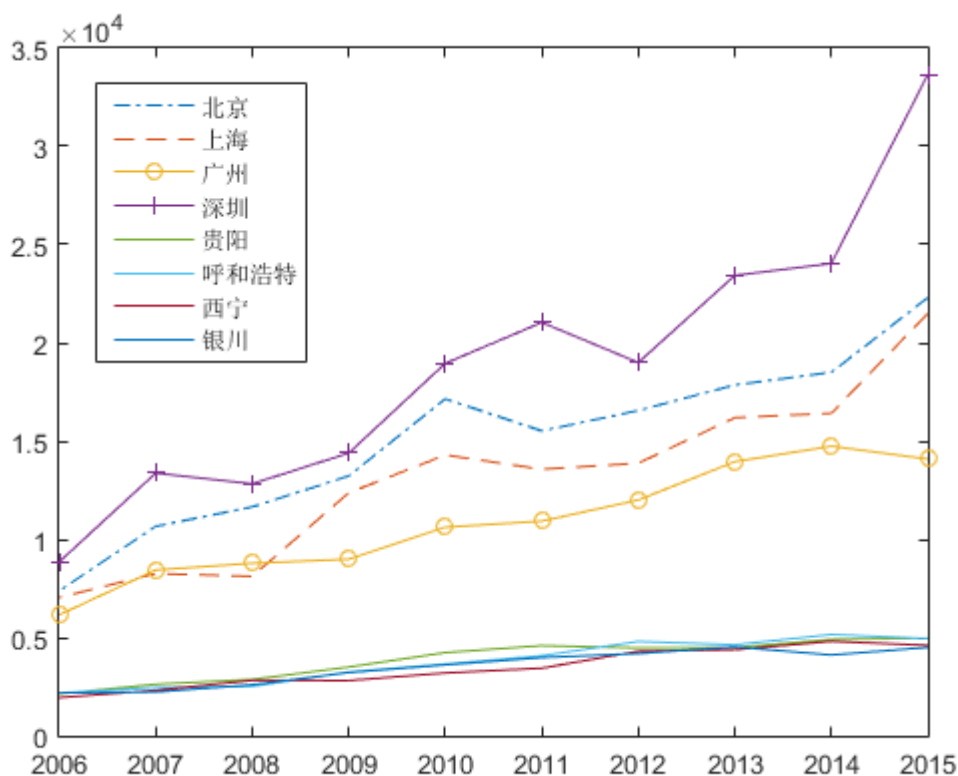


图 2.3 8 个城市的房价曲线图

由上图可见北上广深的房价总体上一一直都在攀升, 而且居高不下。相对于贵阳、呼和浩特、西宁等三线城市的房价, 在 2015 年与一线城市相比, 它们的差距最大竟达到了五六倍之多。

中国房地产的预测上, 许多相关专家都一致认为, 在未来 10 年里一线城市的房价再涨一倍, 三四线依旧涨不动(就如同上图的趋势所示)。也就是说, 房地产业内人士认为, 一二线大城市未来房价会继续上涨, 而中小城市的房价难以再涨, 甚至以任志强为代表的部分业内人士认为要采取措施解决一部分库存, 然后才能刺激中小三四线城市房价的上涨。

2.3.2 围绕问题对数据分析

对于舆论: 大城市房价的上涨是对中小城市和农村的财富掠夺; 从原则上看, 之所

以一线城市北上广深等的放假持续上涨，主要原因是因为一线城市就业机会多，工资收入高，每年吸引了几十万毕业生、各类人才、农民工等，所以每年新增住宅需求巨大，由此造成了房地产需求的旺盛，从此推动房价上涨。^[3]

因而可以看出，一线城市的房价是以吸收中小城市与农村的人才与资源为依托的，一线城市大量的好的就业机会掏空了农村劳动力和中小城市的本来就缺乏的人才资源，由此造成了中国城市之间的发展差距。

同时，随着一轮一轮的大城市房价上涨，新市民和打工者都在为高房价和高房租买单，等于是变相征收了大城市新移民的移民税，用这些资金武装起来了一线城市的资源优势，进而更大程度的引发房价上涨和财富抓取。理论上，人口向城镇的流向呈现梯度趋势，即人口先由乡村流向集镇和县城，再流向省会城市，最后流向发达城市，这才是良性的发展道路。但在实际上，受制于就业机会、生活环境等因素，农村人口尤其年轻人大都不会选择就近发展，去邻近的县城或其他三、四、五线城市，而会不约而同直奔一线城市，这些人口的购买与租房需求托起了一线城市的不断高涨的房价。

再人才、劳动力流入城市的同时，也带来了资金的流入，因为除去日常生活的消费，购房、贷款、租房等硬性消费占据了支出的相当大的一部分。同时许多二三四线的人在大城市买房基本都需要老家亲人出部分钱来交付首期，这也导致了资金流入了一线城市，而一线城市的房价对三四线城市的人来说绝对不是一笔小的费用，这也反映了为什么有年轻人为了在一线城市结婚而买房，而耗尽双方父母一生积蓄的现象。

而房价的上升也会促进房地产业的发展，增加就业机会，吸引更多的人流入一线城市。通过建立相关模型分析流动的就业人口和一线城市的房价的相关性，可以发现其中十分明显的相关性。

2.4 问题 4 的分析

要找出限购限贷政策对个人、政府、开发商的影响就必须分析政策出台时间相关因素所收到的影响。同时要对比北上广深房价在不同限购限贷政策下的不同反应，同样要绘图分析政策出台时间对房价后续的影响。而限购限贷的相关政策基本上起到的作用的都是降低房价的增长速度。这是由于限购限贷政策一方面通过户籍限制在短期内主要抑制了当期决定购房的居民以及投机性购买者，从而立即将一部分房屋需求者清除出了市场，这会造成房屋需求的萎缩，在其他条件不变的情况下，短期内房价会下跌。另外，

满足购房要求的购买者也可能会因为该政策的出台而暂时延迟购买，这在短期内也会造成成交量的下跌，从而也会带来房价的下跌。另一方面，限贷将二套房认定严格话，认房又认贷，因此很多投资以及拥有多套房产的人再次购房，首付将拿出更多的资金，假如资金力足，只能被限贷拒之门外。这无疑对真正买房用于自住的刚需客是有利的，购房机会也增加了。但实际上由于固有的高价，大部分房客都依旧是存有观望态度，最终导致房价的下跌。

通过绘图分析我们可以很明显的看出，每次限购之后往往房价会有一小波的回调，但是在一段时间之后，往往会继续抬头疯涨，限购措施并没有得到预想的效果，究其原因，一线城市拥有庞大的人口基础，而众多的人口推高了住房需求，虽然限购政策在短期内压制了需求，但随着时间的推移，被压制的需求将在一定时间内大量入市，所以需求的爆发，必将再次推高房价。

三、模型假设

1. 假设题目所给的数据以及国家官方统计数据真实可靠；
2. 假设某年的房价为全年各月房价的平均值；
3. 假设第二题未考虑到影响房价的因素对房价影响很小；
4. 假设第三题中各省省会的地区生产总值和每年房地产投资数额比本省的其他地区表现更好；
5. 假设第四题中相关房价调控政策的出台时间在年初时，对房价的影响从本月开始体现，月中或月底时对房价的影响从下一个月才开始体现；

四、定义与符号说明（4 号黑体）

序号	符号	名称
1-1	a	待估参数向量
1-2	X^0	原始数据序列
1-3	X^1	X^0 的生成数据序列
1-4	Z^1	X^1 的紧邻均值生成序列

1-5	\hat{X}^1	X^1 的模拟值序列
1-6	\hat{X}^0	X^0 的模拟值序列
1-7	r	关联度
2-1	X_1	北京 CPI
2-2	X_2	北京 PGDP
2-3	X_3	5 年以上贷款利率
2-4	X_4	北京住宅地价
2-5	X_5	北京常住人口
2-6	Y	北京房价

五、模型的建立与求解（4 号黑体）

5.1 模型一

按照对问题一的分析使用灰色预测进行建立数学模型。

2007-2016 年国家房产均价数据如下表：

表 5.1.1 国家房产均价数据

年份	房价（元/平方米）	年份	房价（元/平方米）
2007	9861.0	2012	26612.5
2008	12498.14	2013	35857.25
2009	13295.27	2014	37416.33
2010	21118.08	2015	36735.58
2011	25459.42	2016	47312

建立 GM（1，1）模型步骤如下：

5.1.1 GM(1,1)模型求解

为了弱化原始时间序列的随机性，为建立灰色模型提供信息，在建立灰色预测模型之前，先要对数据进行处理，做累加生成序列。

记原始数据序列 X^0 为：

$$\begin{aligned}
X^0 &= \{x^0(1), x^0(2), x^0(3), \dots, x^0(10)\} \\
&= (9861.0, \quad 12498.14, \quad 13295.27, \quad 21118.08, \quad 25459.42, \quad 26612.5, \\
&35857.25, \quad 37416.33, \quad 36735.58, \quad 47132)
\end{aligned}$$

相应的生成数据序列为：

$$\begin{aligned}
X^1 &= \{x^1(1), x^1(2), x^1(3), \dots, x^1(10)\} \\
&= (9861, \quad 22359.14, \quad 35654.41, \quad 56772.49, \quad 82231.91, \quad 108844.41, \quad 144701.66, \\
&182117.99, \quad 218853.57, \quad 266165.57)
\end{aligned}$$

接着对生成序列建立如下微分方程 $\partial x^1 / \partial t + ax^1 = b$ （其中 a , b 分别称为发展灰度和内生控制灰度）微元离散化后微分方程参数估计的矩阵形式为：

$$\begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

$$\begin{aligned}
B = B_{(n-1) \times 2} &= \begin{bmatrix} -z^1(2) & 1 \\ -z^1(3) & 1 \\ -z^1(4) & 1 \\ -z^1(5) & 1 \\ -z^1(6) & 1 \\ -z^1(7) & 1 \\ -z^1(8) & 1 \\ -z^1(9) & 1 \\ -z^1(10) & 1 \end{bmatrix} & Y = Y_{(n-1) \times 1} &= \begin{bmatrix} x^0(2) \\ x^0(3) \\ x^0(4) \\ x^0(5) \\ x^0(6) \\ x^0(7) \\ x^0(8) \\ x^0(9) \\ x^0(10) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

其中

Z^1 为 X^1 的紧邻均值生成序列：

$$Z^1 = \{z^1(1), z^1(2), \dots, z^1(n)\},$$

其中：
$$Z^1(k) = 0.5x^1(k) + 0.5x^1(k-1), k = 1, 2, \dots, n$$

$$Z^1 = (16110.07, \quad 29006.775, \quad 46213.45, \quad 69502.2, \quad 95538.16, \quad 126773.035,$$

163409.825, 200485.78, 242509.57)

得到

$$B = \begin{bmatrix} -16110.07 & 1 \\ -29006.775 & 1 \\ -46213.45 & 1 \\ -69502.2 & 1 \\ -95538.16 & 1 \\ -126773 & 1 \\ -163409.825 & 1 \\ -200485.78 & 1 \\ -242509.7 & 1 \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} 12498.14 \\ 13295.27 \\ 21118.08 \\ 25459.42 \\ 26612.5 \\ 35857.25 \\ 37416.33 \\ 36735.58 \\ 47312 \end{bmatrix} B^T B = \begin{bmatrix} 158974318966.669 & -989548.865 \\ -989548.865 & 9 \end{bmatrix}$$

$$a = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} -0.143358025959834 \\ 12716.0886803118 \end{bmatrix}$$

由此得到微分方程: $\partial x^1 / \partial t - 0.143x^1 = 12716.1$

$$\text{时间响应式: } x^1(k+1) = (x^0(1) - b/a)e^{-ak} + b/a = 98562.6167750147e^{0.143k} - 88701.6167750147$$

由此计算 x^1 的模拟值:

$$x^1 = (9861, 25053.73, 42588.32, 62825.73, 86182.60, 113139.77, 144252.20, 180160.38, 221603.56, 269434.91)$$

$$\text{还原 } X^0 \text{ 的模拟值, 由 } x^0(k+1) = x^1(k+1) - x^1(k) = (9861, 15192.73, 17534.58, 20237.42, 23356.87, 26957.17, 31112.43, 35908.19, 41443.18, 47831.36)$$

5.1.2 进行模型检验 (关联度检验)

(令 $\Delta^{(0)} = |x^{(0)} - \hat{x}^{(0)}|$ 为灰色模型的绝对误差)

绝对残差序列: $\Delta^{(0)} = \{0, 2694.59, 4239.31, 880.67, 2102.55, 344.67, 4744.82, 1508.14, 4707.60, 519.35\}$

相对残差序列: $\varphi = \{0, 0.2156, 0.3189, 0.04170, 0.08258, 0.01295, 0.13233, 0.0403, 0.1281, 0.0109\}$

根据关联系数公式 $\eta(k) = \frac{\min\{\Delta(k)\} + P \max\{\Delta(k)\}}{\Delta(k) + P \max\{\Delta(k)\}} (k=1, \dots, n, P=0.5)$

和灰色关联度公式 $r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i(k)$

因为 $\min(\Delta^{(0)}(k)) = 0$ $\max(\Delta^{(0)}(k)) = 4744.82$

求得相关系数序列 $\eta(k) = \{1, 0.468208, 0.358819, 0.729283, 0.530153, 0.873158, 0.333333, 0.611359, 0.335086, 0.820403\}$

计算关联度得 $r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i(k) = 0.6173$

根据经验当 $P=0.5$ 时, 关联度大于 0.6 可以通过检验, 显然 $r=0.6173$ 满足检验准则即可以使用响应式

$\hat{X}^1(k+1) = 98562.6167750147e^{0.143k} - 88701.6167750147$ 进行预测

对应有

$\hat{x}^0(k+1) = \hat{x}^1(k+1) - \hat{x}^1(k) = 98562.6167750147(e^{0.143k} - e^{0.143(k-1)})$

模型建立完成, 根据模型进行下列预测 (接下来三年的房价数据对应 $K=10, 11, 12$)

当 $K=10$ 时, $\hat{X}^1(k+1) = 55204.22$

当 $K=11$ 时, $\hat{X}^{(1)}(k+1)=63713.56$

当 $K=12$ 时, $\hat{X}^{(1)}(k+1)=73534.56$

预测结果如下表:

	房价 (元/平方米)
2017 年	55204.22
2018 年	63713.56
2019 年	73534.56

(计算结果的源程序为附录中的 Q1_GM.m)

本题应用灰色模型,对房价进行了数据整合,最后通过检验认证了该模型的预测精度是可靠的,从而可以选择使用建立的模型进行对未来三年的房价进行预测。得到 17, 18, 19 年的房价分别约为 55204, 63713, 73534 元/平方米。

根据建立的模型及其过程不难看出,这几年即便出台了许多政策,但国家房价的上升趋势依然未减,中国社会的高速发展,导致房价上升是必然趋势,另外,早些年国家由于提出了各种鼓励投资和消费政策,亦促使了资金流向房地产业。另外,中国房价飙涨,始作俑者未必仅仅只是社会财富的上升,因为房子已经不单是其简单的居住属性,而是融入了金融工具的功能。

中国经济增长缺乏内在动力,政府实行货币扩张政策,但经济下行、产能过剩,实体经济无法吸收流动性,资金就只有滞留在金融经济中,而中国金融经济中的股市低迷,资金便开始炒房地产。

资金进入楼市,房价上涨形成势头,房价和地价交互刺激,房地产就形成自我推动的牛市。并且,此时银行也卷入了这场金融潮,银行的新增贷款几乎全部发生在按揭领域,房价、地价、银行贷款,相互推涨,不断盘旋上升。

显然,由以上分析,房价继续上升是必然趋势,或许会因为政策减缓,但涨幅却永远大于跌幅,可见我们根据近年的数据所建立的灰色模型是合理的,对接下来的三年房价做出的预测可信度高。

5.2 模型二

文章选取了 2008 到 2016 年最近几年的数据进行分析，主要考察这些年各项经济指标的变化和房价变化的相关程度。在收集的数据中，对数据进行同比分析，以本年数据和上年数据的比再乘以 100，得到相应指数：

$$\text{某年指数} = (\text{该年数值} / \text{上一年数值}) * 100$$

现选取北京 08~16 年的居民消费价格指数 CPI (X1)，地区人均生产总值 PGDP (X2)，（5 年以上）贷款基准利率指数 (X3)，北京住宅用途地价指数 (X4)，以及北京常住人口指数 (X5) 5 个因素。

表 5.2.1 近十年影响北京房价因素的量化指数以及房价指数的数据

	X1 (CPI)	X2 (PGDP)	X3 (贷款利率)	X4 (住宅地价)	X5 (常住人口)	Y (房价)
2008	105.06	107.32	95.23	113.78	105.67	113.78
2009	98.46	103.72	84.98	104.15	105.03	104.15
2010	102.40	110.46	105.56	123.92	105.48	123.92
2011	105.64	110.55	108.77	100.80	102.91	100.80
2012	103.26	107.10	97.95	100.80	102.48	100.80
2013	103.30	108.11	98.05	107.92	102.22	107.92
2014	101.62	105.71	93.89	106.85	101.75	106.85
2015	101.85	106.50	89.92	105.03	100.88	105.03
2016	103.28	107.70	88.61	120.48	100.09	120.48

其中 5 个自变量和因变量的点线图如下所示：

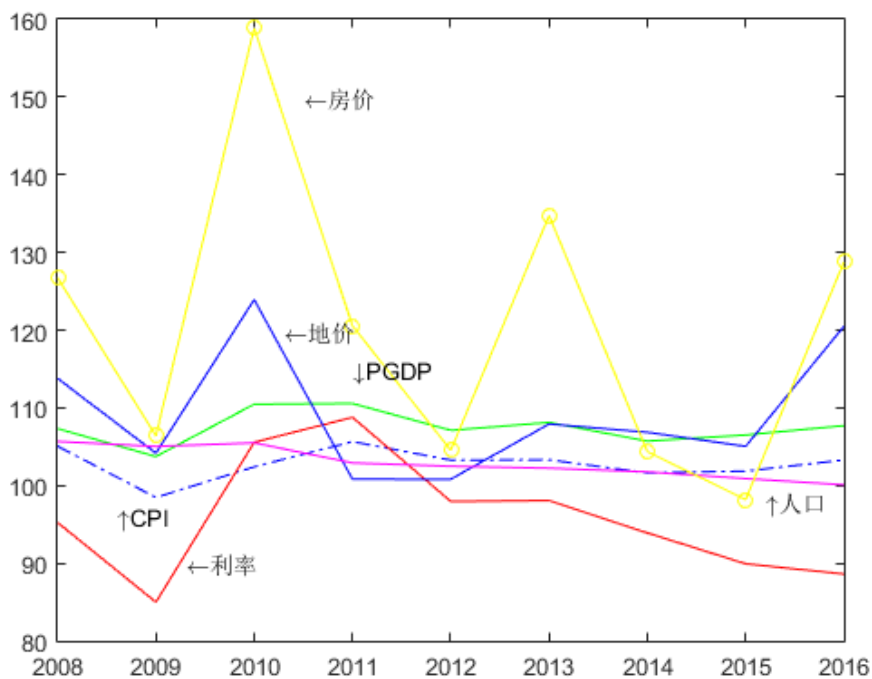


图 5.2.1 北京房价与 5 个因素的指数变化图

由图可见，地价和利率的变化形式与房价的图形比较相似，接下来我们使用 matlab 数学软件对上述数据进行逐步分析，运行代码 xxx.m 后得到逐步分析的图形操作界面，按 All Steps 可以直接得到想要的结果，省去了一个个因素排除的繁琐。最后结果如下：

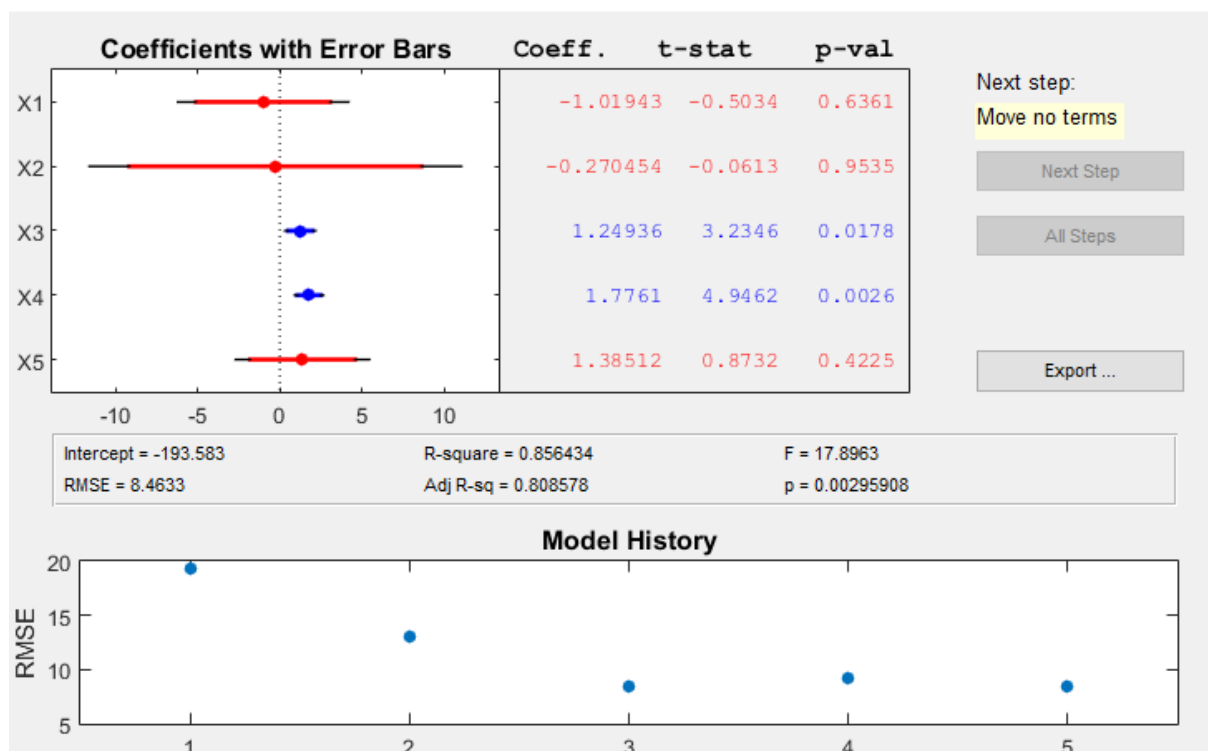


图 5.2.2 逐步分析结果图

表 5.2.2 逐步分析结果参数表

	Coeff	t-stat	p-val	Intercep t	-193.583
X1	-1.01943	-0.5034	0.6361	R-square	0.856434
X2	-0.270454	-0.0613	0.9535	F	17.8963
X3	1.24936	3.2346	0.0178	RMSE	8.4633
X4	1.7761	4.9462	0.0026	Adj R-sq	0.808578
X5	1.38512	0.8732	0.4225	p	0.00295908

决定系数 R-square:说明列入模型的所有解释变量对因变量的联合的影响程度。

显著性水平 α :是估计总体参数落在某一区间内,可能犯错误的概率,用 α 表示。显著性是对差异的程度而言的,程度不同说明引起变动的的原因也有不同:一类是条件差异,一类是随机差异。它是在进行假设检验时事先确定一个可允许的作为判断界限的小概率标准。

剩余标准差 RMSE:也称均方差,统计学概念,在线性回归分析中,真实值和估计值之间的差称为残差(或者剩余量),所有预测值的残差平方和(或者剩余平方和),剩余标准差就是剩余平方和的开平方。RMSE 越小越好。

由上图可知:

1. 决定系数 $R\text{-square}=0.856434 > 0.8$, 表示因变量的变化中由自变量的变化所引起的那部分所占的比例,越接近 1 越好;
2. 取显著性水平为 0.05, 伴随概率 $p=0.00295908 < 0.05$, 回归模型有效; X3, X4 的系数(Coeff)的 p 值 p-value: 0.0178, 0.0026 均小于 0.05 可知该系数是显著的。而 X1, X2, X5 的 p 值太大,且当他们列入方程时会使得剩余标准差变大,因而选择抛弃。
3. 由下面点图区域的建模过程(Model History), 可以看出剩余标准差 RMSE 已经达到最小。

然后选取自变量 X3, X4 与因变量 y 用 regress 函数进行多元线性回归(xxx.m)得到回归方程:

$$y = -193.5832 + 1.2494 \cdot X_3 + 1.7761 \cdot X_4$$

因此得到结论，与北京房价上涨的相关因素为(5 年以上)贷款利率以及北京住宅用地价，其中地价指数 X_4 的系数更大，说明它对房价影响更大，即地价为影响房价的主要因素。

由房地产相关知识可知，房价越涨越高，社会贫富差距越大，就越会加大楼市风险，因为房价被投机者炒上去后，一旦跌下来，高房价会使自住型购房者无力承接，房地产有崩盘风险。而给普通民众肆意加高杠杆购置房产，一旦房价出现调整，跌幅超出预期，普通民众就会选择“断供弃房”。所以，房价波动要与当地居民消费水平增长相同步，并不是越高越好，如果房价一直走独立行情，那么房地产金融风险就会急骤上升，从而引发经济问题。

5.3 模型三

5.3.1 房价上升，投机机会大，吸引投资。

虽然北上广深的房价不断上涨，可能导致很大一部分人的经济能力难以支持买房。然而房价的上涨正是良好的投资前景以及投资的潜力的表现，很多外地的投资商瞄准了这块潜力十足的市场纷纷前来投资。相反，偏远地区的房价相对偏低，这就导致其利润也很少，因而难以获得投机者的青睐。毫无疑问，外来投资的引入，给了北上广深更多的发展机遇，相反，偏远地区发展将会非常缓慢。

我们挑选了银川、宁波等 10 个二三线城市的房地产投资额与北上广深比较，结果如下：

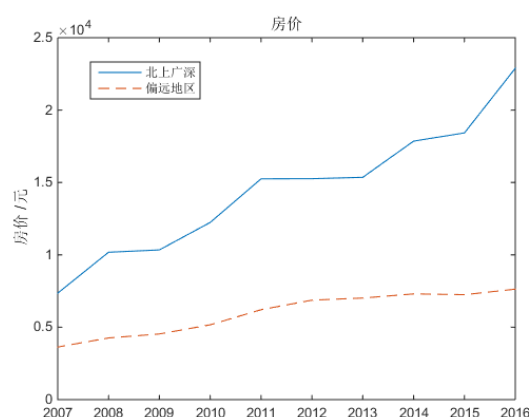


图 5.3.1.1 一线城市与三线城市房价比较

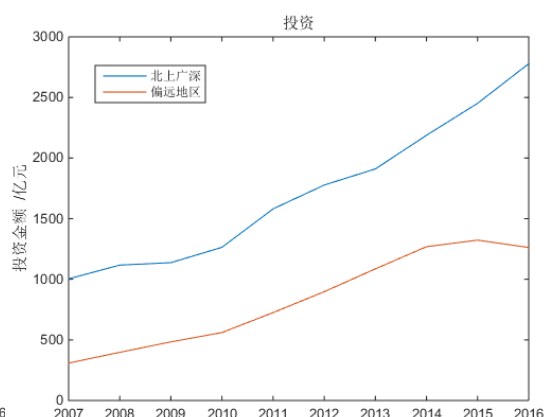


图 5.3.1.2 一线城市与三线城市房产投资额比较

通过上述表格中的数据我们使用 matlab(xxx.m)分别算得两种地区房价和投资额的相关系数：

北上广深：0.9713， 偏远地区：0.9618

两个相关系数都非常接近 1，可见，房地产投资额与房价确为正相关，且相关性非常高。

下面给出投资额增长率的变化图：

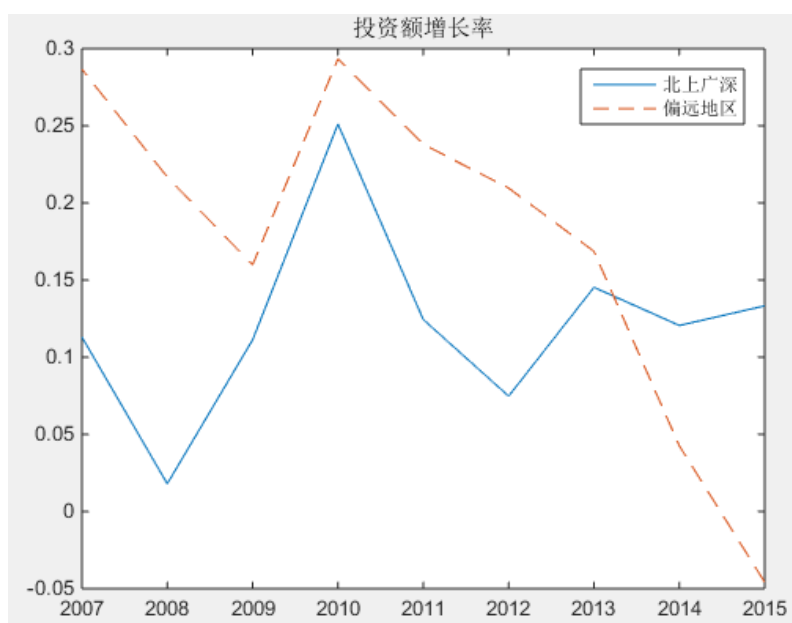


图 5.3.1.3 投资额增长率的变化图

从图中可以看出，北上广深的投资额增长率是波动缓慢上升的，而偏远地区则是渐渐下降。甚至到了 2015 年，偏远地区的投资增长率达到了负值，即负增长。可见，当北上广深房价不断上升时，投资商更看好北上广深房地产的市场前景，而这些投资额将进一步推动房地产及其相关产业的发展，带动经济发展。与之对比的是，缺乏投资的偏远地区，失去的不仅是房地产的发展，而是由房地产带动的一大块经济的发展。

5.3.2 房价上升，吸引更多人选择房地产相关工作

房价不断上涨，除了投机商人，很多就业者也看到了其中的机遇：房价越高，提成自然也高，因而越来越多的劳动力从农村走向房地产行业。这对于北上广深来说，更多的劳动力走进来，为房地产及其相关行业的稳步持续发展提供坚实的人力资源保障；相反，对于偏远地区，劳动人口的外流，不但使得行业人才流失，更重要的是失去了外流人员

买房青睐，房地产受到人力资源、潜在买家流失的双重影响。下面我们将通过乡村就业人员数量、城镇房地产就业人员数量与房地产的关系进行分析。

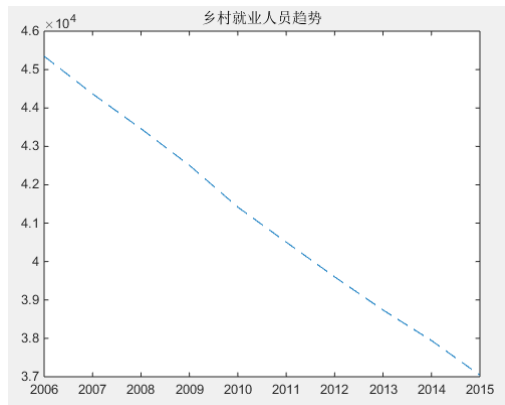


图 5.3.2.1 乡村就业人员数量

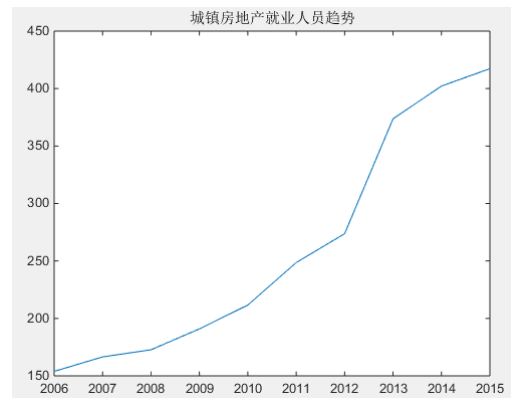


图 5.3.2.2 城镇房地产就业人员数量

由图可见，乡村就业人员是直线下降的，而城镇房地产就业人员则是不断上升，尽管乡村就业人员的衰减并不全是房地产导致的，但我们还是可以得出结论:由于房价上涨吸引很大一部分乡村人口转向城镇房地产就业。

再来看下三者之间的相关系数：

s1	0.959426929108922
s2	0.870445451916441
s3	-0.951708133681549

s1：房价和乡村就业人员数量的相关系数

s2：房价与城镇就业人员数量的相关系数

s3：乡村就业人员数量和城镇房地产就业人员数量的相关系数

可以看到，乡村就业人员和房地产就业人员是相关系数为-0.9517,印证了“由于房价上涨吸引很大一部分乡村人口转向城镇房地产就业”的结论。

其次，房价与房地产就业人员的相关系数达到 $0.87 > 0.7$ ，二者是高度相关的，说明由于房价的上升，确实吸引更多的人转向房地产相关事业。

(计算使用到的源程序为附录中 Q3_plunder_analyse.m)

5.4 模型四

5.4.1 限购限贷对个人开发商政府的影响

(1) 限购限贷对个人买房的影响：

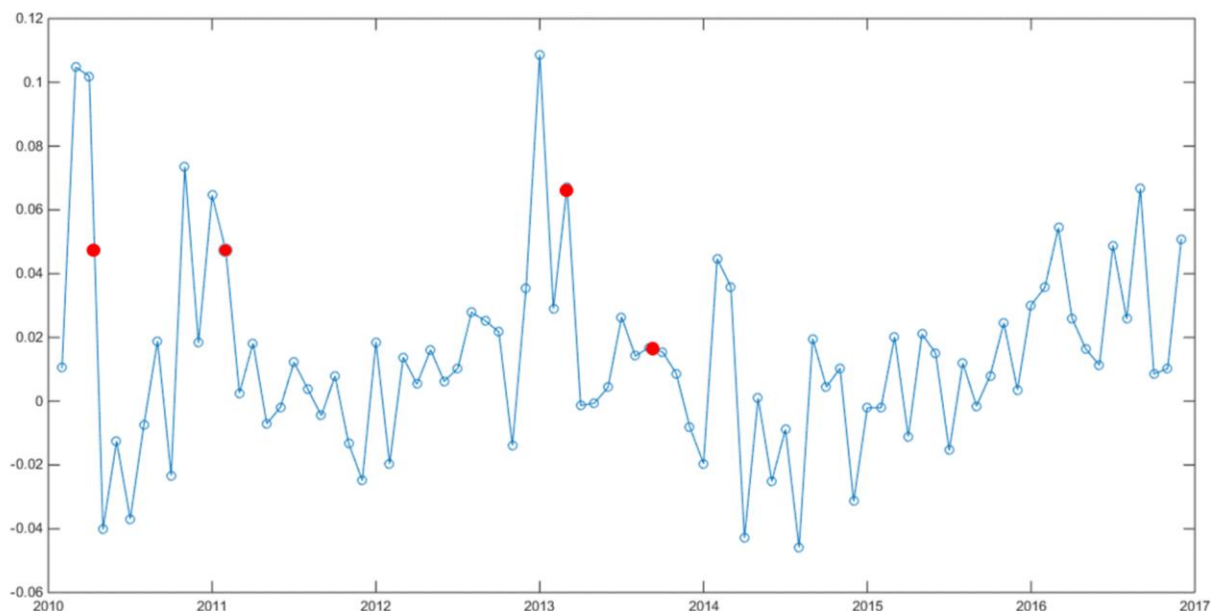


图 5.4.1 北京房价本月较上一月增长率

图中四个红点依次近似代表下列政策的出台时间：

- 1) 2010 年 4.17 新国十条 4.30 京十二条 限购
- 2) 2011 年 1.26 新国八条 提高首付 2.9 京八条 限购
- 3) 2013 年 2.20 新国五条 限购限贷 3.1 京十九条 调控二手房 收税，限购，提高首付
- 4) 2013 年 10.23 京七条 增加供地

依据图中的曲线，我们可以看出，限购限贷政策均是在房价上涨速度过快时出台的，产生的直接结果是使得房价下降或者增长速率降低。北京房价之所以在近几年急剧上涨，很大原因在于越来越多的投机者发现房地产市场的巨大升值潜力，疯狂砸钱去购买房宅，这使得原本商品房供应不足的北京房市更加严峻。而在刚需客与投机者的购房竞争中，往往是投机者利用自身强大的资金支持，故意炒高楼价，造成“真正

需要房子的人也买不起，房子是要卖给有房子的人”的局面。房地产自从投资属性占了上风甚至主导房地产时，投机就时刻不停的尾随在投资的背后，自此房地产的问题也就越来越严重。而此时政府出台的限购限贷政策极大地限制投机者炒高楼市，缓和了楼市的供求关系，从而使得房价小波回调，有利于刚需客购买商品房。虽然限购限贷政策的实施可能导致商品房购买量短期内下滑，但这下滑的部分大多数都是投机买房者。

(2) 限购限贷对开发商的影响：

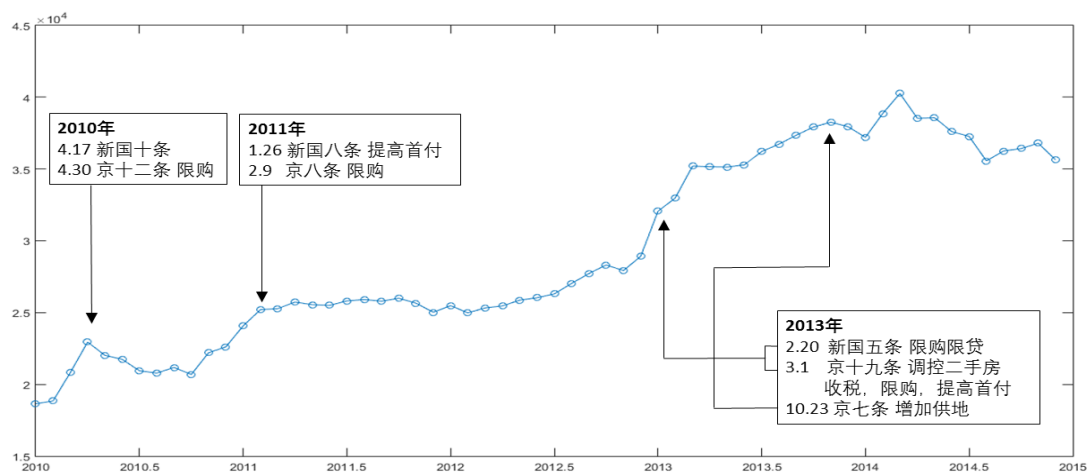
由第二小题的分析中，我们得出了房价的上涨会带动地价的上涨。伴随着地价的上涨，毫无疑问，开发商的成本加重，这将直接影响到房地产行业的利润。为了保证自身的利益，开发商最简单直接的方式就是抬高楼价，然而政府出台的限购限贷政策使得投机者无法加入炒房的队伍中来，市场上更多的是刚需客，而他们往往又是看到政策出台而对房地产持观望态度，显然对于政策出台时的房价上涨不认可，这使得房地产既失去了投机者的投资，同时又难以在刚需客中谋取暴利。为了回笼资金支持下一阶段的发展，房地产开发商不得不回调楼价。伴随着利润的减少以及日益增长的地价，开发商们不得不对楼市重新评估，短期内缩减建房面积以拉高供求关系，希望供求关系的紧张可以促进房价的上升，提高自己的利润。

(3) 限购限贷政策对政府的影响：

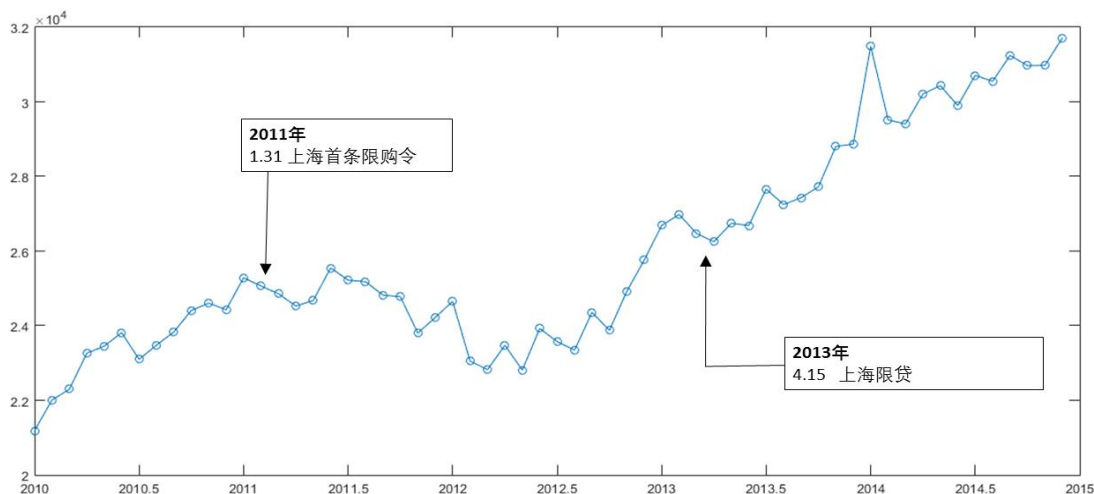
对于政府而言，限购限贷政策确实限制了房价，然而同时限制了政府在房地产相关行业的税收收入，不仅如此，原本由房地产带动的建材、家具等相关行业也受到一定冲击，一定程度上导致社会经济发展出现回落。此外，大多数投机者在大城市达不到目的后，很可能转而跑向二三线城市投资，这对于一线城市而言，损失了一大笔本应流进本地市场的投资资金。

5.4.2 北上广深不同限购限贷政策的影响

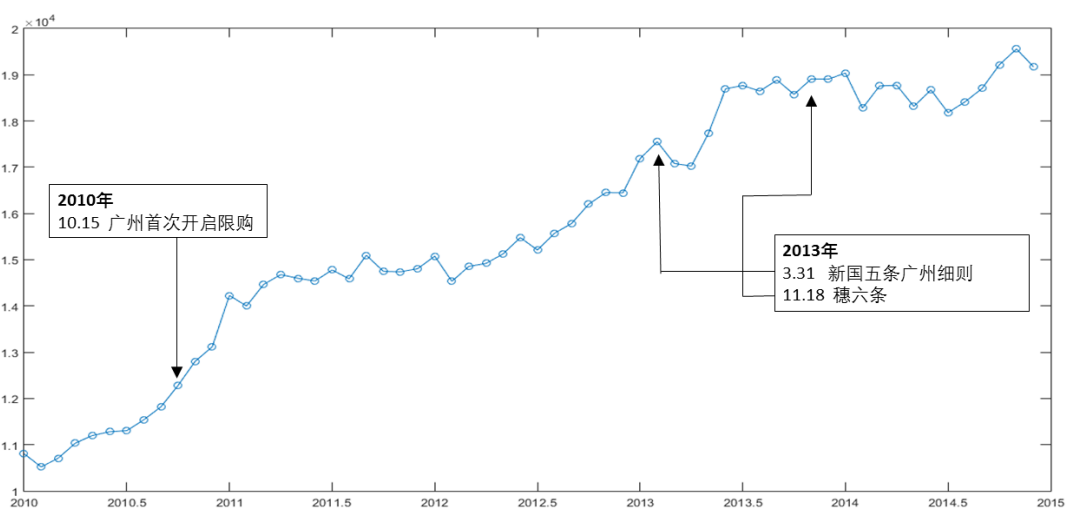
下列是北上广深房价变化和政策出台时间的比较：



北京住宅商品房平均销售价格
随年份变化图



上海住宅商品房平均销售价格
随年份变化图



广州住宅商品房平均销售价格
随年份变化图

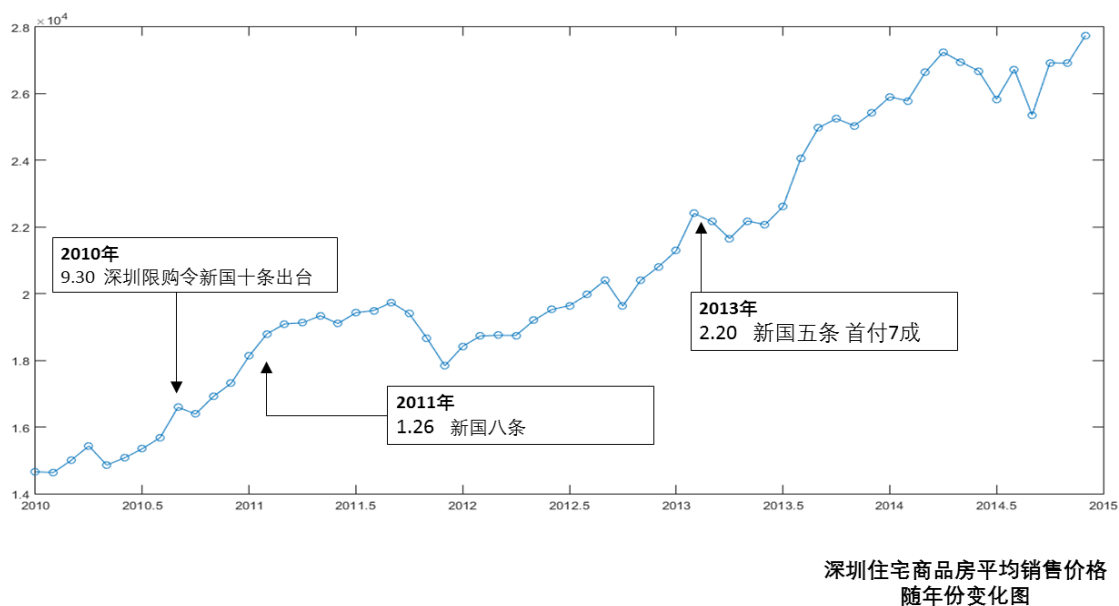


图 5. 4. 2. 1 北上广深房价变化和政策出台时间曲线图

以上为总体上限购限贷的分析，接下来我们单独分析不同城市之间政策不同所造成对房价的不同影响。对比北京 2010 年 4 月 30 日的京十二条以及上海 2011 年 1 月 31 日、广州 2010 年 10 月 15 日、深圳 2010 年 9 月 30 日的首次限购相关政策，从图上可以看出，京十二条和深圳的政策对房价上升的打击力度更为激烈，出现了明显的下降趋势，并且京十二条的下降时间持续更长，由此可见在当时京十二条为最为严厉的政策之一，明确要求商业银行根据风险状况，对第 3 套及以上住房和不能提供 1 年以上北京市纳税证明或社会保险缴纳证明的非北京市居民暂停发放购房贷款，且自政策发布之日起，同一购房家庭只能新购买一套商品住房，直接而有效的抑制了炒房因素。

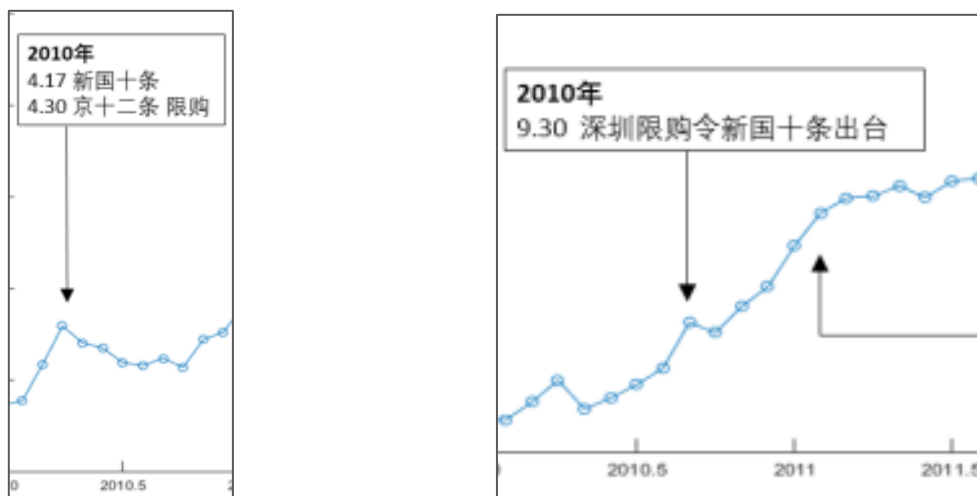


图 5. 4. 2. 2 北京和深圳某政策出台时间截取图

而深圳当时的政策为：对于本市户籍居民家庭（含部分家庭成员为本市户籍居民的家庭），限购 2 套住房；对于能够提供在本市 1 年以上纳税证明或社会保险缴纳证明的非本市户籍居民家庭，限购 1 套住房。暂停在本市拥有 2 套以上（含 2 套）住房的本市户籍居民家庭、拥有 1 套以上（含 1 套）住房的非本市户籍居民家庭、无法提供在本市 1 年以上纳税证明或社会保险缴纳证明的非本市户籍居民在本市购房。虽然起到了限购作用，但主要面向的是普通购房者，对比京十二条，对炒房客的打击力度显得更为时效弱，限购后不久房价迅速回温的趋势是显然的。

同理上海政策，和广州“上海版”的房价政策，对于房价的改变并不是特别明显，当时上海在政策出台之前就已经是处于下降趋势，出台限购政策，无异于同“预防针”，而图上的趋势也表明，这支“预防针”是有效的，相比同时期其他城市的上升幅度和持续性，上海的房价在之后一段时间内都能控制在一定范围内，由此可见，政策相应的出台时间对于房价的控制也是一个值得商讨的因素。

综上所述，由于不同地区有不同的政策和出台时间的不同，地区的政策对房价调控是否起作用，不仅取决于当地政策本身的实际条文规定，同时也取决于当时房价所位于的升降状态点以及当地的经济结构和供需结构。地方房产政策能在短期取得一定成效，但价格本身由市场决定，政策可以起到减缓或者短暂的抑制效果，但是房价本身的发展方向却不能从根本上改变，房地产价格长期趋势必然是向上的，而且是螺旋上升的过程。

六、模型评价与推广

模型评价：

模型中使用到的灰色模型，其不需要大量样本，并且样本不需要有规律性分布，简单易懂，计算工作量小，定量分析结果与定性分析结果不会不一致，算法简单、速度快，最显著的特点是在历史数据较少的情况下，对呈增长或下降趋势的一类数据，其预测结果均能达到很好的精度。但是由此凸显的缺点也很明显，由于使用的数据是年均房价，并且忽略了诸如政策等的人为因素影响，数据的波动情况也视为了在合理范围内，可以看出模型忽略的个别局部重要的因素，展现的仅仅只是总体上的走势，部分样本点会因为其内在原因而与模型差别较大。

另外要求找寻自变量与因变量的关系时，使用逐步回顾分析，相对于多元回归分析，

使用 matlab 软件更加便捷，可以直接得到结果，快捷明了。

模型的改进和推广：

对于预测房价的灰色模型，由于数据序列局部常会出现一定的波动性，有强有弱，因此可以进一步建立灰色马尔科夫模型，关键是确定状态空间中和估计转移概率。由于房价上涨或下跌导致政策等人为因素或更为深层的因素影响，单纯的灰色模型不得不忽略这些因素，进行总体上的整合，而马尔科夫链正是可以刻画这些不确定性的波动（难量化或难统计的影响）进行概率预测，从而达到模型局部和总体上的一致性。通过有机的结合灰色系统和马尔柯夫链的特点，既考虑了从时间序列中挖掘数据的演变规律，又可通过状态转移概率矩阵反映数据的随机特性，相比单纯的灰色模型，该改进后的模型具有更为严密的科学性和可信度，更有说服力。

七、参考文献（4 号黑体）

- [1] 杨楠, 邢力聪. 灰色马尔可夫在房价指数预测中的应用; [J]; 统计与信息论坛; 2006 年, 第 21 卷第 5 期
- [2] 龙涛, 李章宁, 白宛昀, 韩大涛. 房价指数影响因素的多元回归分析; [J]; 市场论坛, 2011 年, 7 期: 49-51
- [3] 周强. 行政政策在房价调控中的作用; [J]; 社会观点; 2013 年第 1 期
- [4] 姜启源, 谢金星, 叶俊; 数学建模 (第三版); [M]; 北京: 高等教育出版社, 2003. 8

八、附件（4 号黑体）

使用 matlab 数学软件，下列是源代码：

程序编号	Q1	文件名称	Q1_GM.m	说明	第一题的灰色模型
<pre>clear,clc; x0 = [9861 12498.14 13295.27 21118.08 25459.42 26612.5 35857.25 37416.33 36735.58 47312]'</pre> <p>n = length(x0) %x0 为前十年房价</p> <p>x1 = cumsum(x0) %对数列 x0 累加求和</p> <p>B = [-0.5*(x1(1:n-1)+x1(2:n)),ones(n-1,1)]</p> <p>Y = x0(2:n)</p> <p>u = B\Y</p>					

```

x = dsolve('Dx + a*x=b','x(0) = x0')
x = subs(x,{ 'a','b','x0'},{u(1),u(2),x0(1)})           %得出预测模型函数
yucel = subs(x,'t',[0:n+3])                               %进行预测
yucel = double(yucel)
ycue = [x0(1),diff(yucel)]                                %ycue 为模型对 2007-2016 房价的预
测
epsilon = x0'-ycue(1:n)                                    %计算残差
delta = abs(epsilon./(x0(1:n)))                            %计算相对误差
t = abs(epsilon)                                            %t 为绝对残差
connection = (min(t)+0.5*max(t))./(t+0.5*max(t))          %connection 为相关系数
mean(connection)                                           %求灰色关联度
price_2017 = ycue(n+1)                                     %对未来三年进行预测
price_2018 = ycue(n+2)
price_2019 = ycue(n+3)

```

程序编号	Q3	文件名称	Q3_plunder_analyse.m	说明	第三题的相关性分析
<pre> %此程序用于验证房价上升导致偏远地区劳动力流失 %先导入 plunder_analyse.mat 文件 load('Q3_plunder_analyse.mat') %房地产就业人数: estate_engagement,商品房价格:house_price, 乡村就业人数:rural_population,房地产开发投资: invest s1 = corrcoef(rural_population, house_price) %求乡村就业人口与房价的相关性 s2 = corrcoef(estate_employment, house_price) % s3 = corrcoef(rural_population, estate_employment) %导入数据 %北上广深房价: price_develop,偏远地区房价:price_remote %北上广深房地产投资资金:tz_develop,偏远地区房地产投资资金 tz_remote %北上广深房地产投资增长率: v22,偏远地区房地产投资增长率:v33 load('data.mat') </pre>					

```

x = [10:-1:1]
plot(x,price_develop,'- ',x,price_remote,'--') %制作房价图
plot(x,tz_develop,'- ',x,tz_remote,'--')      %制作投资额增长图
x = [9:-1:1]
plot(x,v22,'- ',x,v33,'--')                  %制作房地产投资增长率图
corr(price_develop',tz_develop')              %求北上广深的房价和房地产投资的相关性
corr(price_remote',tz_remote')               %求偏远地区房价与房地产投资的相关性

```