

6

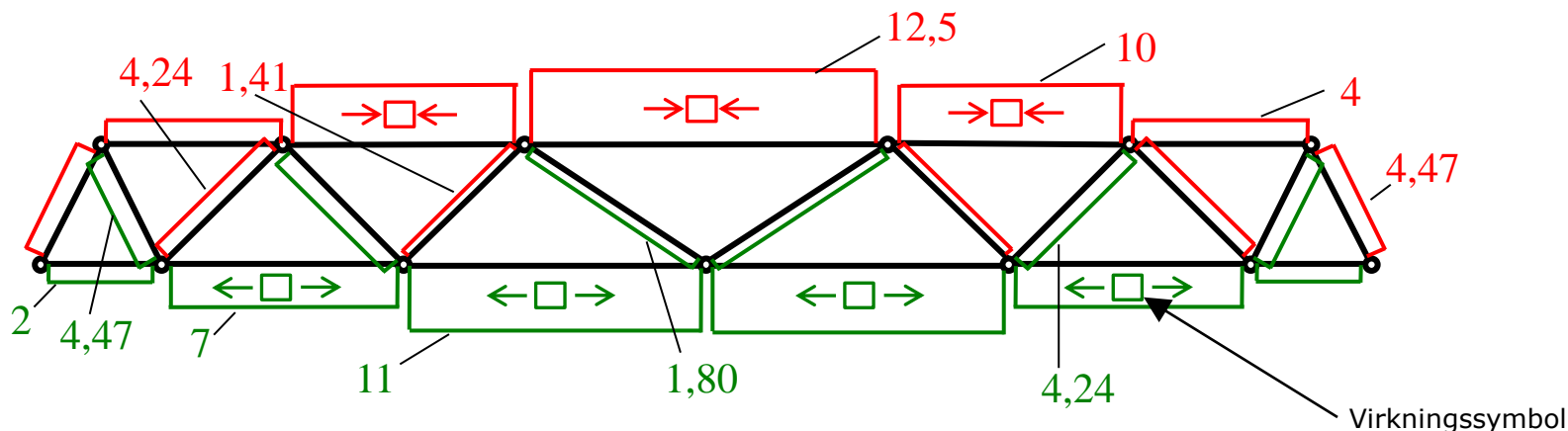
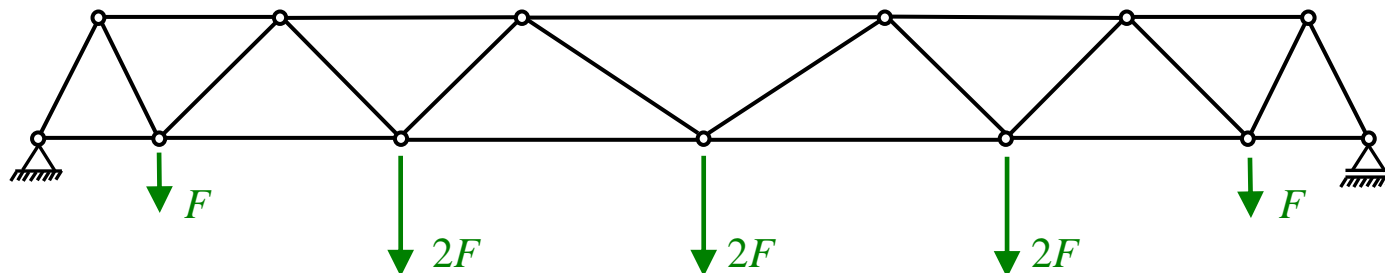
Lastvirkningsdiagram

K. Bell: «Konstruksjonsmekanikk – Likevektslære» :

- Kapittel 3
Avsnitt 3.3
- Kapittel 6
Avsnitt 6.1 – 6.3
(Avsnitt 6.4 – 6.6 er også pensum!)

Aksialkraftdiagram for fagverk

Eksempel fra
lysark 5-15
til 5-19

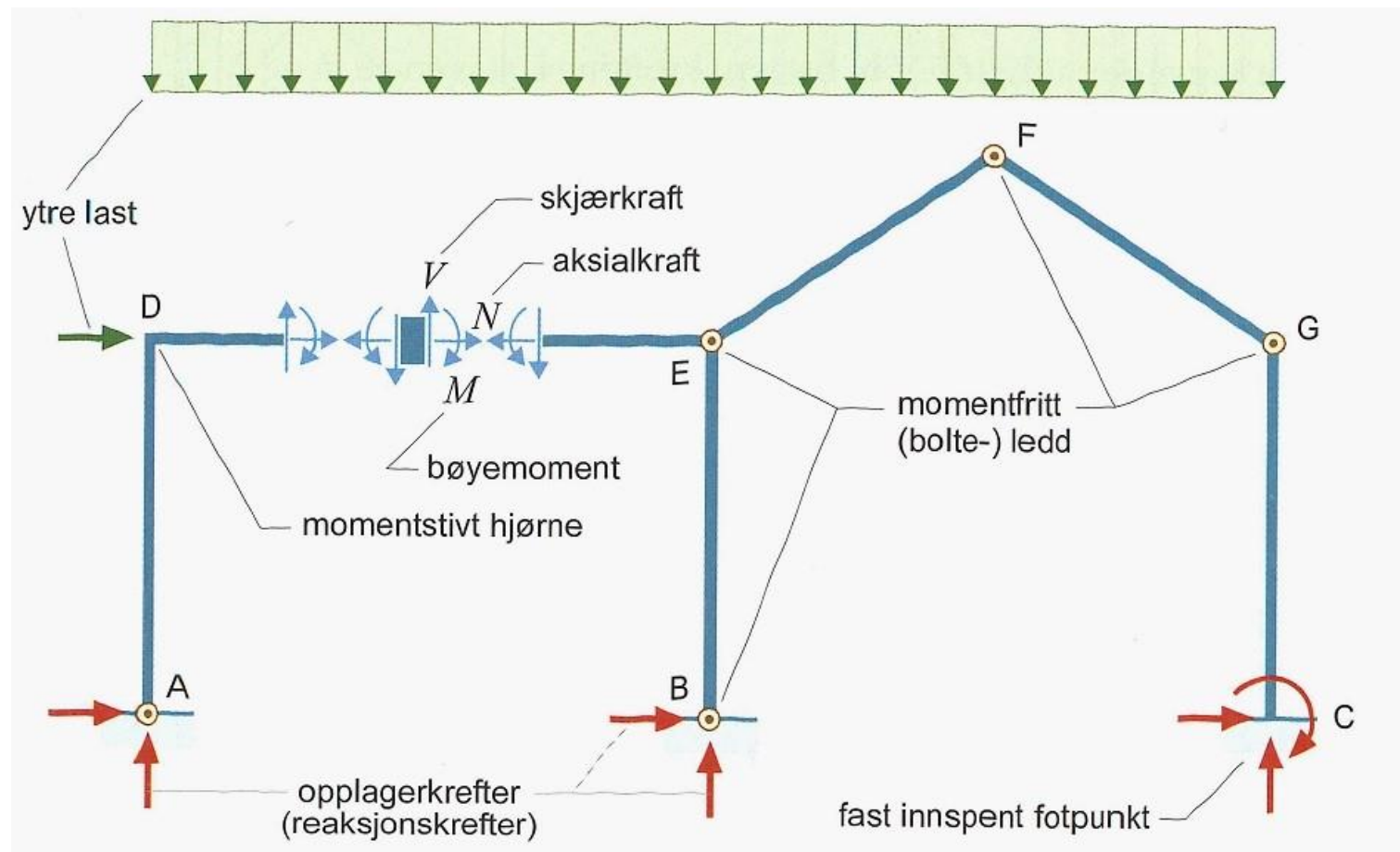


N [F]

Aksialkraftdiagrammet (N-diagrammet) gir en visualisering av **kraftflyten** gjennom fagverket for den aktuelle belastningen. Husk: Staver \Rightarrow Kun strekk- eller trykkraft!

Ønsker: Tilsvarende visualisering for rammer og andre konstruksjoner med bjelker.

Lastvirkninger (Snittkrefter)

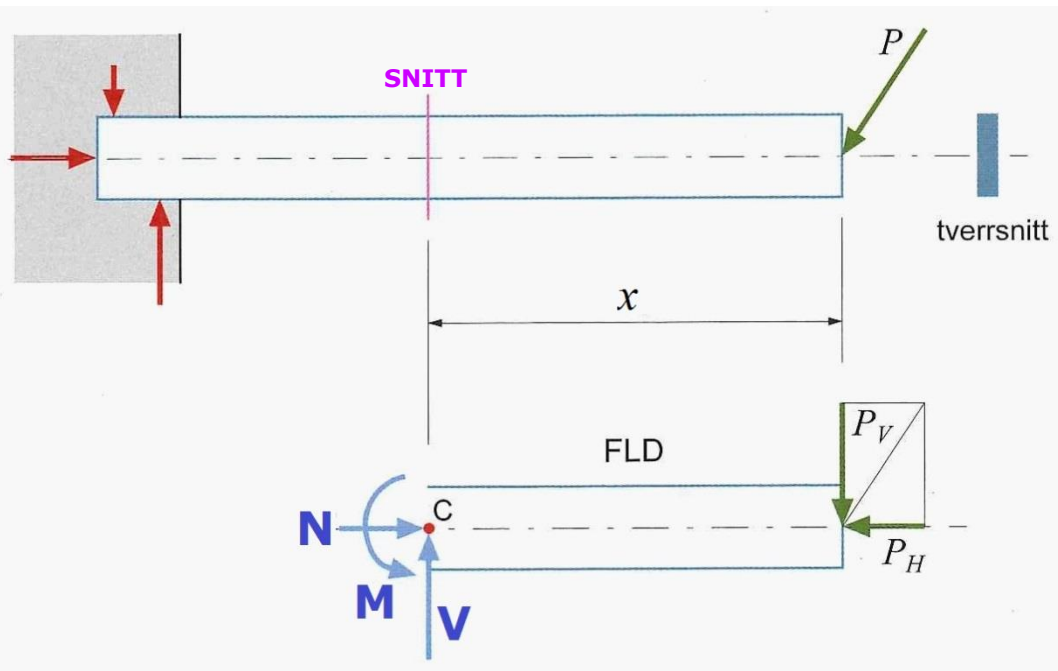


Krefter og momenter overføres gjennom en konstruksjonen i form av snittkrefter:

Aksialkraft **N**
Skjærkraft **V**
(Bøye)moment **M**

N, **V** og **M**
varierer fra
punkt til punkt i
konstruksjonen

Lastvirkninger (Snittkrefter)



Fra før: **Likevektslikningene gjelder for hele konstruksjonen og ethvert utsnitt**

Et FLD til høyre for et vilkårlig (funksjon av x) **SNITT** i bjelken må ha med tre lastvirkninger (snittkrefter) **N**, **V** og **M** i snittflaten for å ivareta likevekt.

Lastvirkningene **N**, **V** og **M** er funksjon av plasseringen x til snittet.

Plott av funksjonene **N**(x), **V**(x) og **M**(x) kalles **lastvirkningsdiagram**. **N**-, **V**- og **M**-diagram viser hvordan krefter og momenter overføres gjennom konstruksjonen.

Lastvirkningsdiagram er et uunnværlig verktøy for dimensjonering:

- Styrkeberegninger
- Deformasjonsberegninger

N = Aksialkraft. Virker parallelt med (\parallel) komponentens lengdeakse. Er ofte konstant eller tilnærmet konstant i en komponent

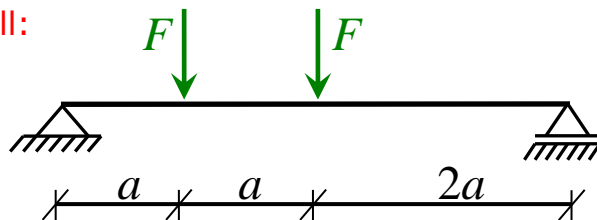
V = Skjærkraft. Virker normalt på (\perp) komponentens lengdeakse. Er som regel funksjon av x

M = (Bøye)moment. Gir strekk på den ene siden av komponenten og trykk på den andre. Er nesten alltid funksjon av x

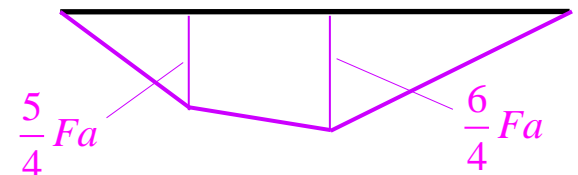
Lastvirkningsdiagram – illustrasjon



Statisk modell:
(Idealisert)



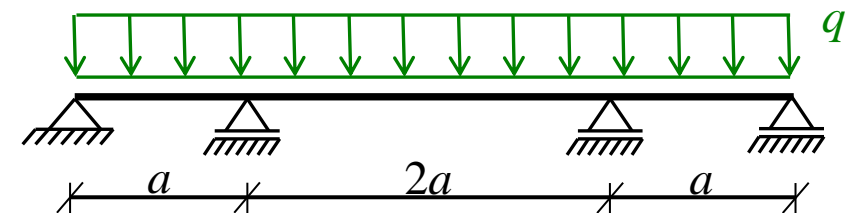
Momentdiagram:



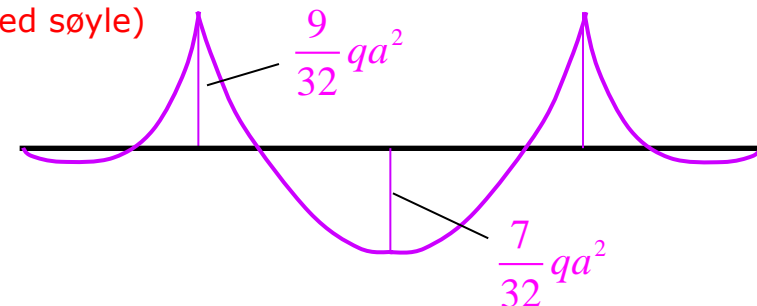
Lastvirkningsdiagram – illustrasjon



Idealisert statisk modell:
(2 ganger statisk ubestemt)

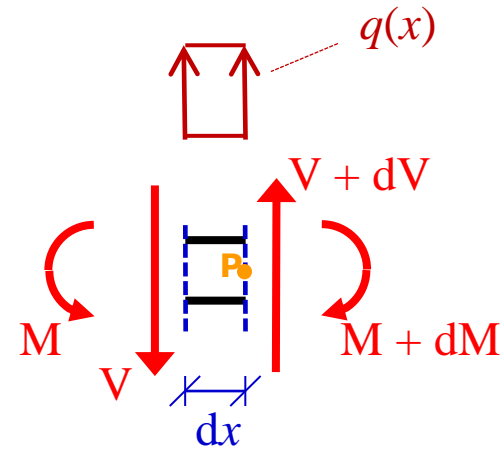
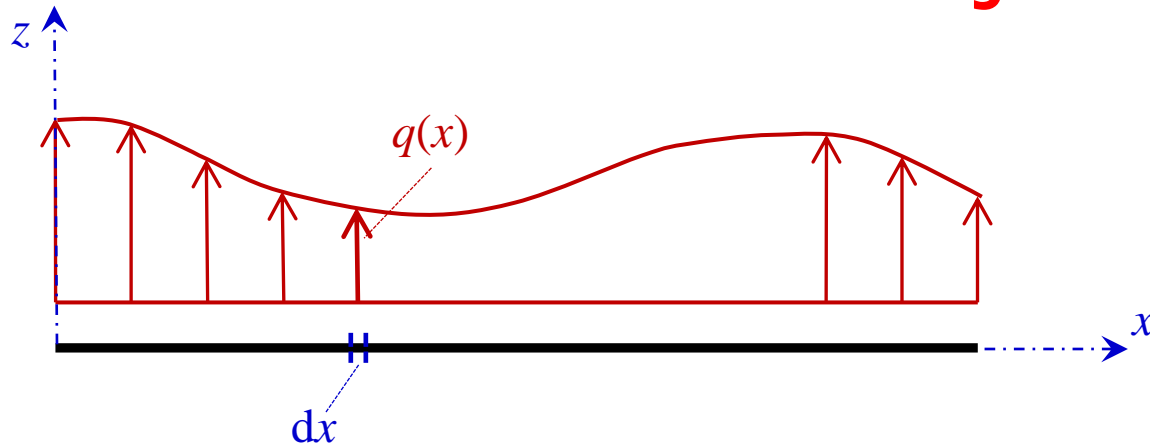


Momentdiagram:
(M_{\max} ved søyle)



NB: Hvis den fordelte lasten kun virker over de to venstre av de tre feltene, blir støttemomentet over venstre søyle større enn $(9/32)qa^2$!

Likevekt av et bjelkeelement



Vertikal kraftlikevekt av bjelkeelementet:

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow -V + q(x) \cdot dx + (V + dV) = 0 \Rightarrow$$

Resultanten av $q(x)$ på dx

$$\frac{dV}{dx} = -q(x)$$

Momentlikevekt av bjelkeelementet om punkt P:

$$\sum M_P = 0 \Rightarrow -M - V \cdot dx + q(x) \cdot dx \cdot \frac{dx}{2} + (M + dM) = 0 \Rightarrow$$



Neglisjeres fordi $(dx)^2 \ll 0$

Momentarmen til resultanten $q(x) \cdot dx$

$$\frac{dM}{dx} = V(x)$$

Lastvirkningsdiagram

1. Regn ut alle opplagerreaksjoner og leddkrefter

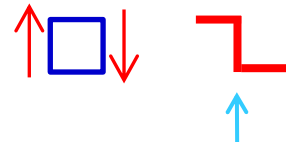
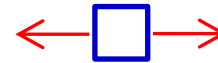
2. Regn ut $N(x)$, $V(x)$ og $M(x)$ i aktuelle snitt. Må ha nytt snitt etter:

- Punktlast (ytre last eller opplagerkraft)
- Hjørne (konstruksjonselementet endrer orientering) eller knutepunkt

Viktig: Tegn FLD, og sørg for at det er veldefinert krafttilstand i $x = 0$

3. Tegn N-, V- og M-diagram. Retningslinjer:

- N- og V-diagram tegnes med virkningssymbol
- M-diagram tegnes på strekksiden



Lærebok

4. Kontroll. Retningslinjer:

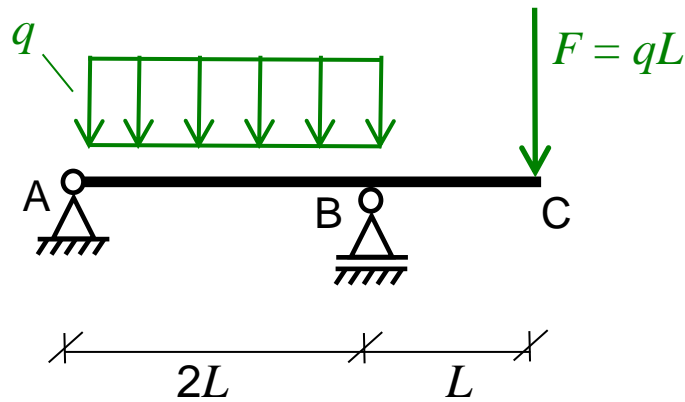
- V er helningen til M
- Maksimal M når $V = 0$
- Ingen fordelt last ($q = 0$) \Rightarrow konstant V-diagram og lineært M-diagram
- Jevnt fordelt last ($q = \text{konstant}$) \Rightarrow lineært V-diagram og 2.grads M-diagram
- Punktlast (ytre last eller opplagerkraft): Kraft = Sprang i V
- Kontinuerlig M-diagram (unntak: konsentrerte momenter gir sprang i M)
- $M = 0$ i alle ledd (indre ledd og leddlager)
- Finner igjen opplagerreaksjoner i diagrammene

$$V(x) = \frac{dM}{dx}$$

$$q(x) = -\frac{dV}{dx}$$

Se også side 151
i læreboka!

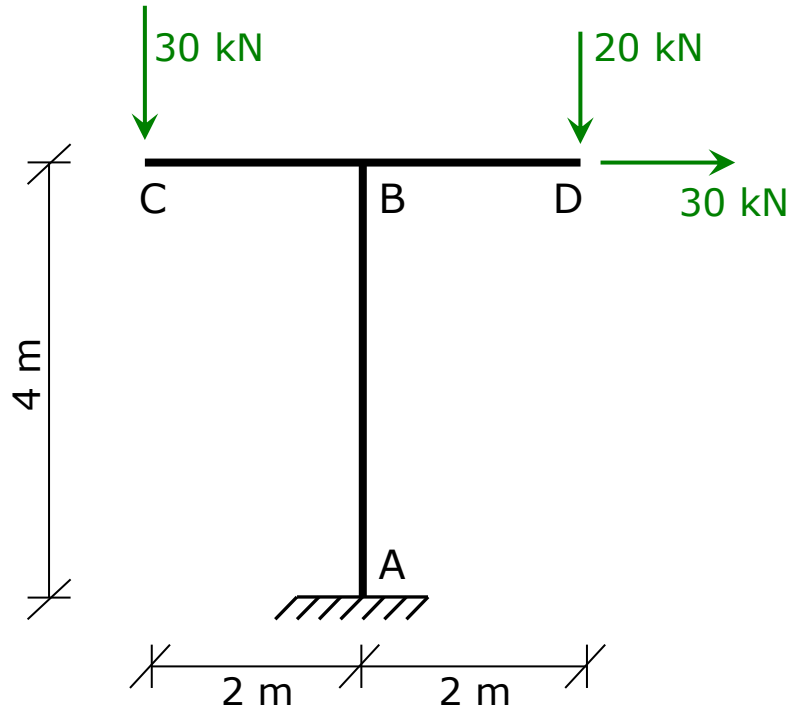
Eksempel: Bjelke med overheng



En bjelke ABC er understøttet av et ufor-skyvelig leddlager i punkt A og et glidelager i punkt B. Geometri og belastning framgår av figuren.

- Bestem lagerreaksjonene.
- Bestem funksjonsuttrykkene for skjærkraft $V(x)$ og moment $M(x)$.
- Tegn V- og M-diagram.
V-diagram tegnes med virkningssymbol.
M-diagram tegnes på strekksiden.
- Skisser deformasjonsforløpet til bjelken.

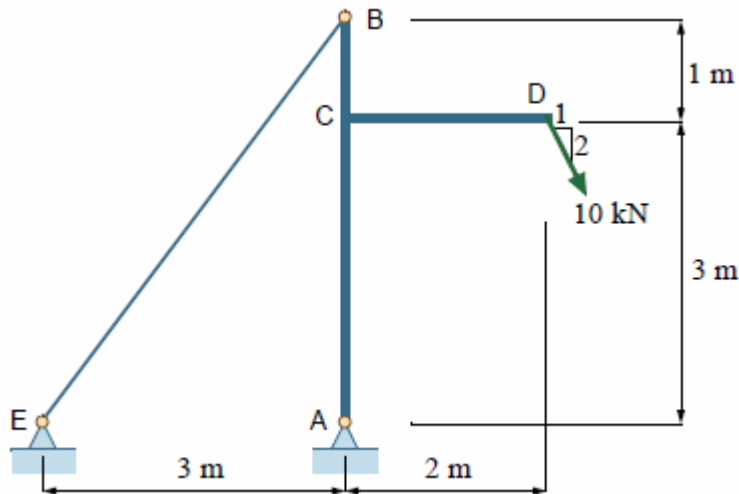
Eksempel: Kraftledningsmast



Figuren viser en T-formet kraftledningsmast ABCD. Masten er påkjent av tre punktlaster.

- Bestem funksjonsuttrykkene for aksialkraft $N(x)$, skjærkraft $V(x)$ og moment $M(x)$.
- Tegn N-, V- og M-diagram. N- og V-diagram tegnes med virkningssymbol. M-diagram tegnes på strekksiden.
- Kontroller likevekt i knutepunkt B.
- Skisser mastens deformasjoner.

Eksempel: Lastvirkningsdiagram



(Eksempel 2-2 fra Konstruksjonsmekanikk Del II)

Observasjoner:

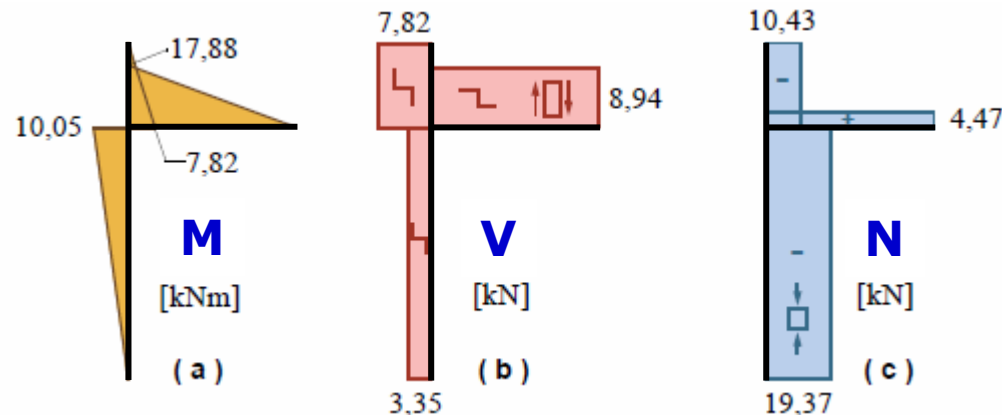
Har ingen fordelte laster (kun punktlast) \Rightarrow Lineær **M** og stykkevis konstant **V**

Har stor verdi av momentet **M** rett til høyre for knutepunkt C. Bjelken CD må dimensjoneres slik at den tåler $M = 17,88$ kNm

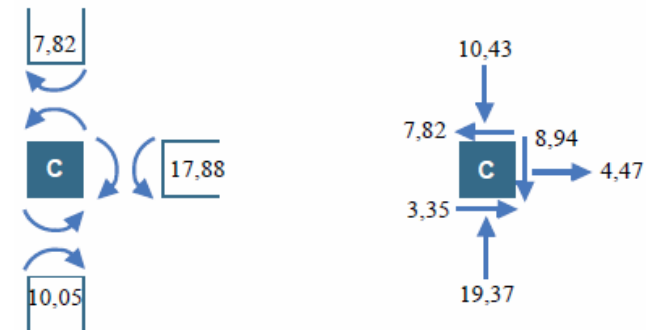
Har stor verdi av aksialkraften **N** i nedre del AC av søylen. Knekkingsfare!

Lagerreaksjoner: $A_x = 3,35$ kN \rightarrow
 $A_z = 19,37$ kN \uparrow

Har moment- og kraftlikevekt i knutepunkt C

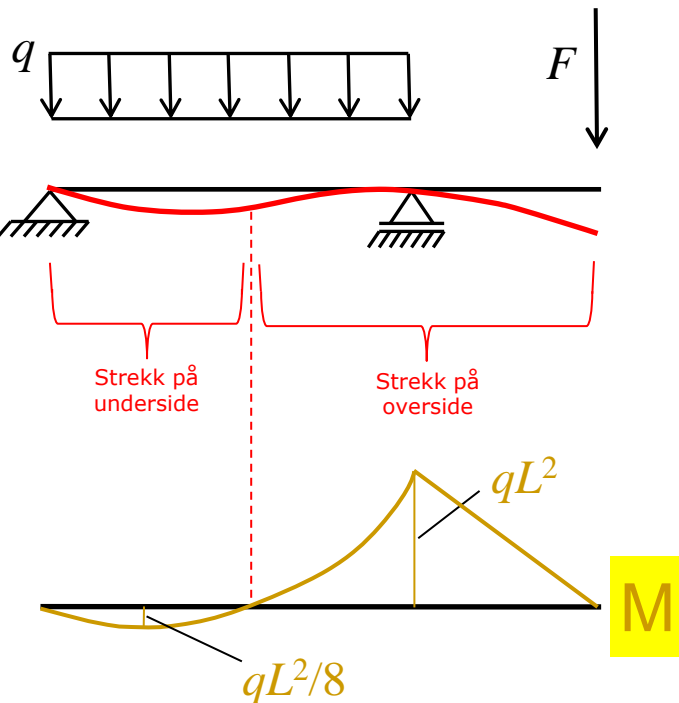


(Stav BE er utelatt fra N-diagrammet)

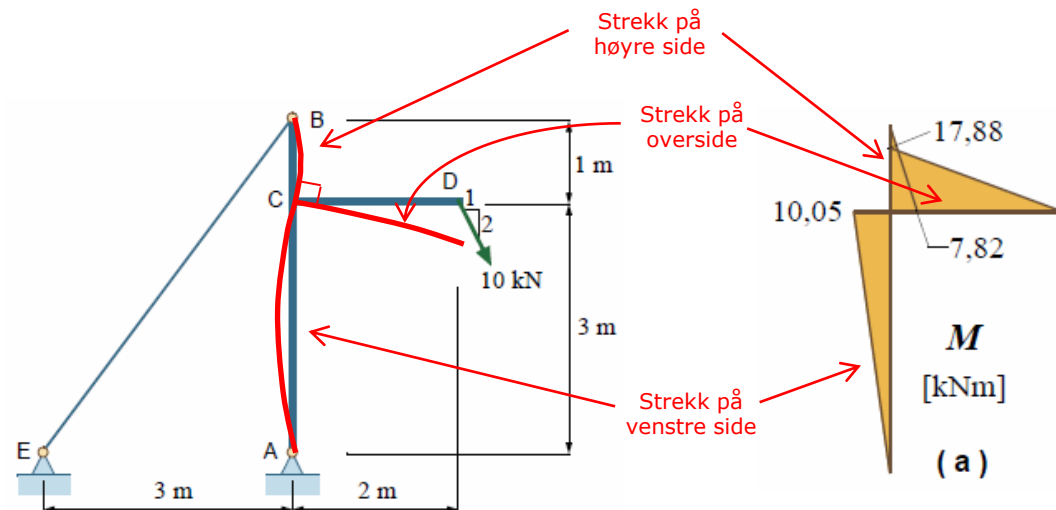


M-diagram og deformasjoner

Eksempel fra forelesning



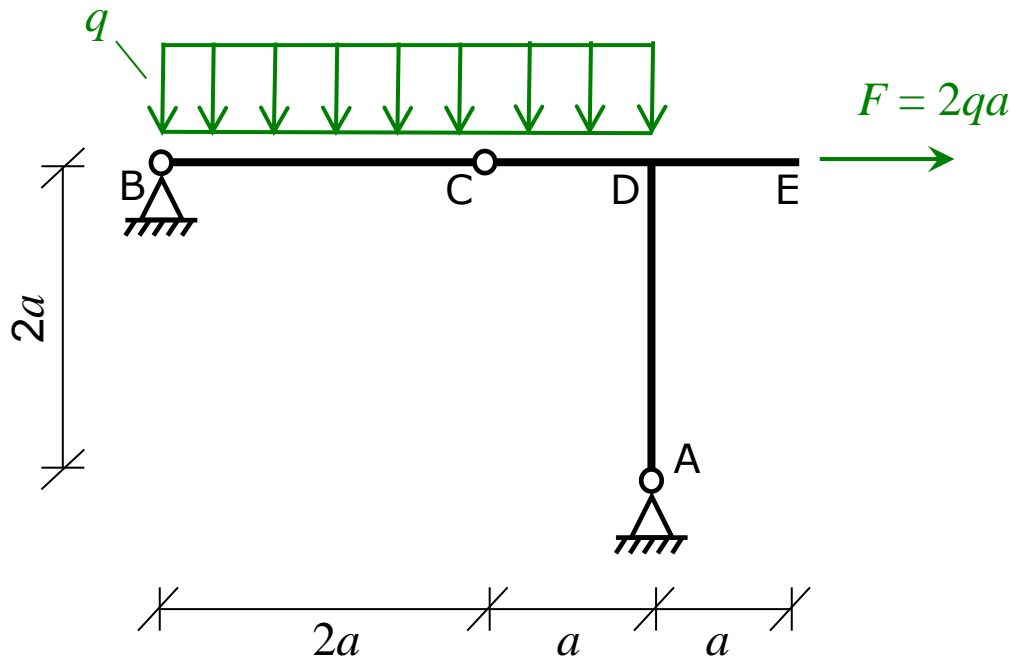
Eksempel fra forrige lysark



Moment M gir strekk på den ene siden og trykk på den andre siden av komponentene. Dette resulterer i en krumning av konstruksjonsdelene

M-diagrammet er utgangspunktet for deformasjonsberegninger

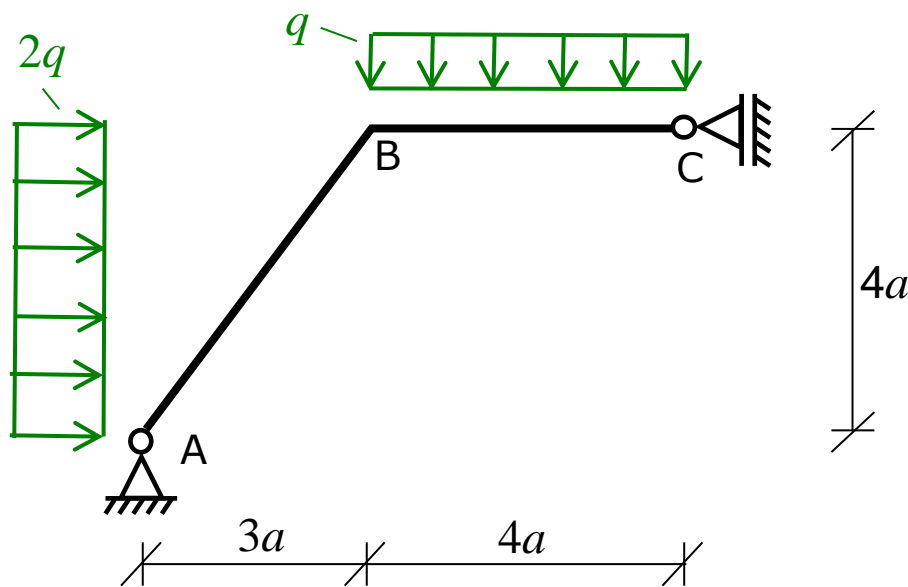
Eksempel: Ramme



Figuren viser en ramme ABCDE. Rammen er påkjent av en jevnt fordelt last q i felt BCD og en horisontal punktlast $F = 2qa$ i punkt E. Geometri og opplagerbetingelser framgår av figuren.

- Bestem funksjonsuttrykkene for aksialkraft $N(x)$, skjærkraft $V(x)$ og moment $M(x)$.
- Tegn N-, V- og M-diagram.
N- og V-diagram tegnes med virkningssymbol.
M-diagram tegnes på strekksiden.
- Kontroller likevekt i knutepunkt D.

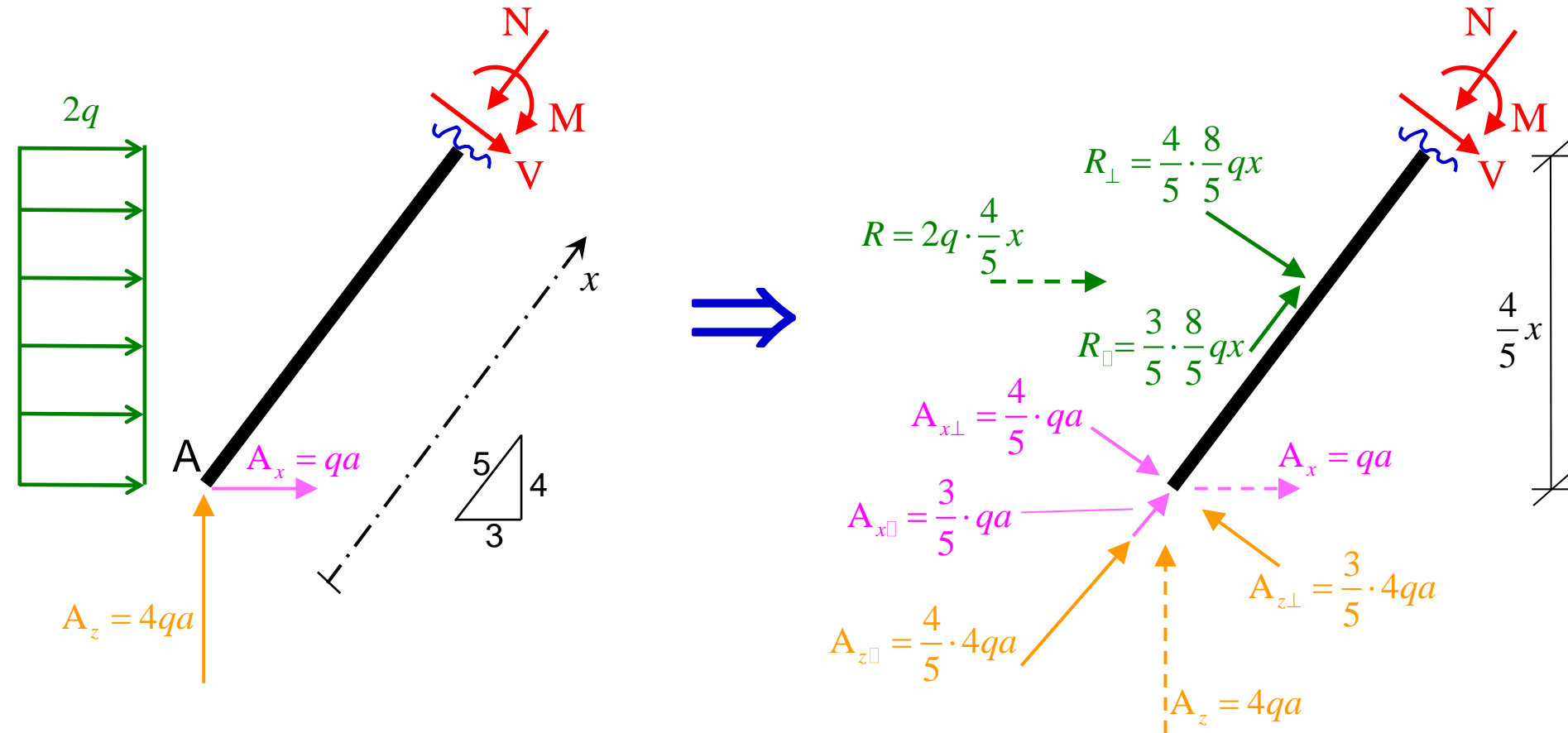
Eksempel: Ramme med skrå søyle



En ramme ABC består av en skrå søyle AB og en horisontal bjelke BC. Det er et uforskyvelig leddlager i A og et vertikalt glidelager i C. Rammen er påkjent av en vertikal jevnt fordelt last q på bjelke BC og en horisontal jevnt fordelt last $2q$ på søyle AB. Geometri og opplagerbetingelser framgår av figuren.

- Bestem funksjonsuttrykkene for aksialkraft $N(x)$, skjærkraft $V(x)$ og moment $M(x)$.
- Tegn N-, V- og M-diagram.
N- og V-diagram tegnes med virkningssymbol.
M-diagram tegnes på strekksiden.
- Kontroller likevekt i knutepunkt B.

Komponenter på skrå (eksempel)



$$\sum F_{\parallel} = 0$$

$$\Rightarrow N(x) = \frac{24}{25}qx + \frac{19}{5}qa$$

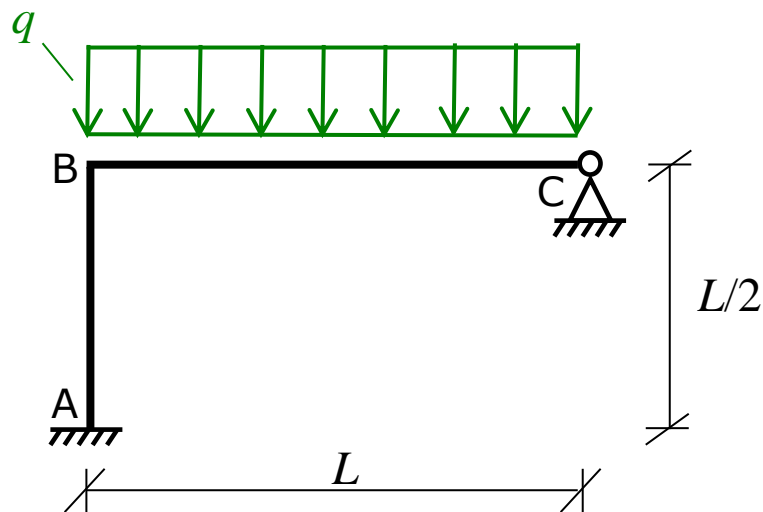
$$\sum F_{\perp} = 0$$

$$\Rightarrow V(x) = -\frac{32}{25}qx + \frac{8}{5}qa$$

$$\sum M = 0$$

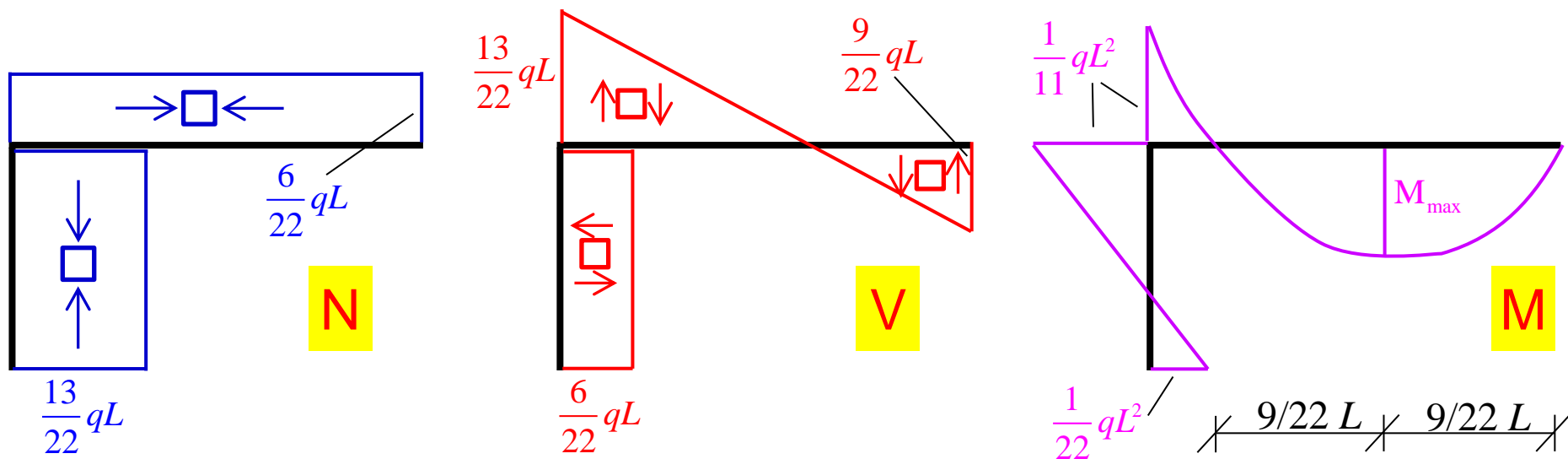
$$\Rightarrow M(x) = \frac{16}{25}qx^2 - \frac{8}{5}qax$$

Eksempel: Statisk ubestemt ramme

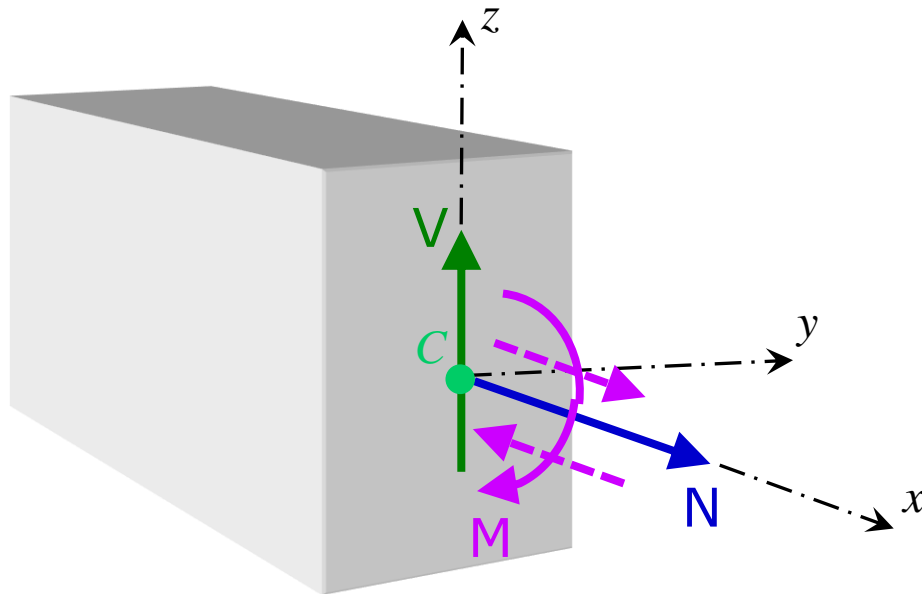


Figuren viser en ramme ABC som er to ganger statisk ubestemt. Lastvirkningsdiagrammene til rammen er vist nedenfor.

- Er diagrammene rimelige?
- Bestem lagerreaksjonene
- Kontroller likevekt
- Bestem største feltmoment i BC



Snittkrefter som spenningsresultanter



Koordinatsystem:

- Origo i tverrsnittets arealsenter C
- x -aksen langs bjelkens lengdeakse
- z -aksen vertikalt (oppover)
- y -aksen i horisontalplanet (høyrehåndssystem)

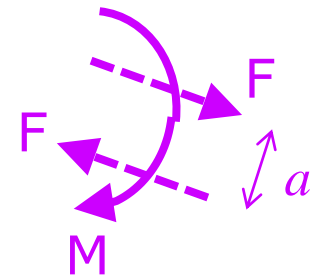
Lastvirkninger (snittkrefter):

Aksialkraften (normalkraften) N

angriper gjennom arealsenteret C i lengderetningen til komponenten

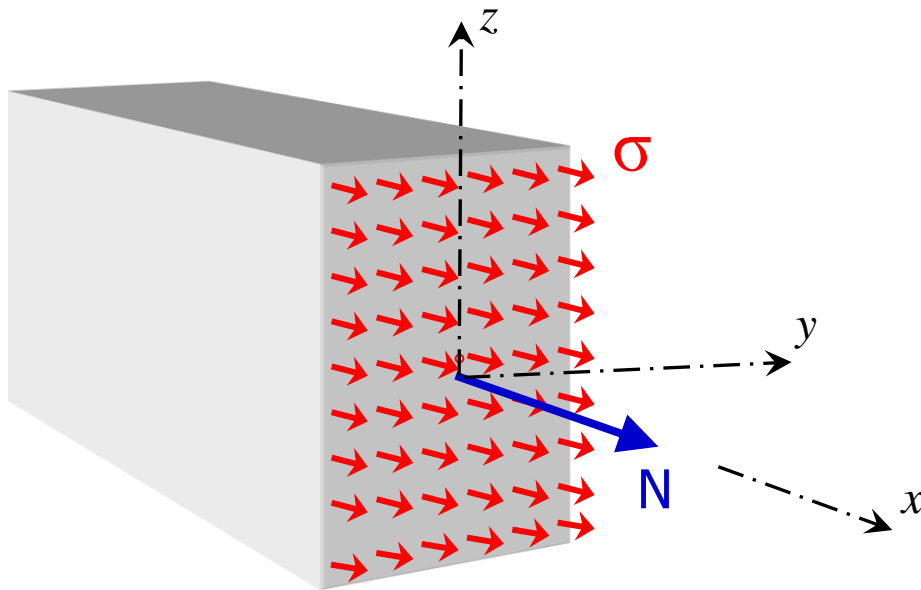
Skjærkraften V angriper gjennom arealsenteret C i vertikalretning

Bøyemomentet (momentet) M er ekvivalent med et kraftpar $F \cdot a$ hvor kreftene F angriper parallelt med lengdeaksen



Snittkreftene overføres som fordelte krefter (kraft/areal) i tverrsnittet. Disse kalles **spenninger**.

Aksialkraft N og normalspenning σ



Aksialkraften (normalkraften) N
gir normalspenning σ :

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Enhet til spenning: $\text{N/mm}^2 = \text{MPa}$

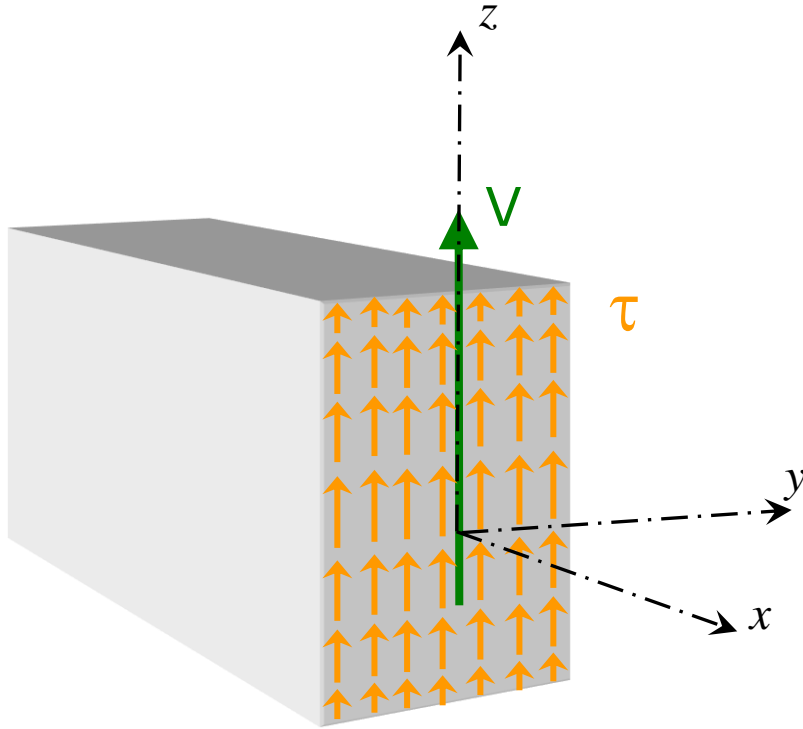
Normalspenningen σ virker i samme retning som N , dvs. i x -retning

Normalspenningen σ virker normalt på snittflaten til tverrsnittet (yz -planet)

Normalspenningene pga. N er konstant over tverrsnittet

Mer senere i Mekanikk 1 !

Skjærkraft V og skjærspenning τ



Skjærkraften V gir skjærspenning τ

Enhet til spenning: $\text{N/mm}^2 = \text{MPa}$

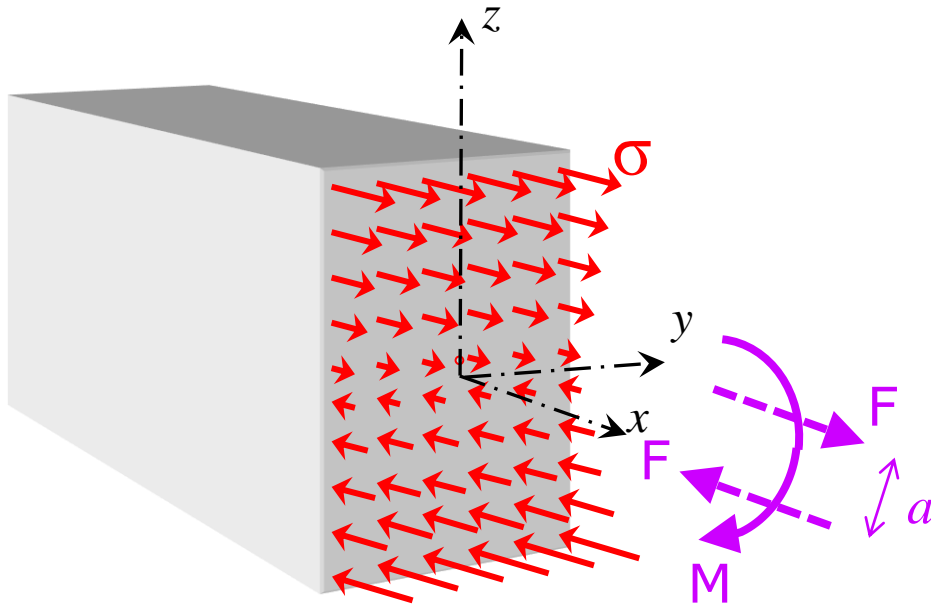
Skjærspenningen τ virker i samme retning som V (z -retning på figuren)

Skjærspenningen τ virker i snittflaten til tverrsnittet (yz -planet)

Skjærspenningene pga. V varierer over tverrsnittshøyden: τ har størst verdi nær arealsenteret (y -aksen), og avtar mot overkant og underkant

Mer i Mekanikk 2 !

Moment M og normalspenning σ



(Bøye)momentet M er ekvivalent med et kraftpar $F \cdot a$ hvor kreftene F angriper parallelt med lengdeaksen

Momentet M gir normalspenning σ i x -retning fordi kreftene F i det ekvivalente kraftparet med arm a virker i x -retning

Siden de to kreftene F er et kraftpar, virker normalspenningene σ i strekk og trykk normalt på snittflaten i hver sin del av tverrsnittet

Normalspenningene σ pga. M er størst i overkant og underkant av tverrsnittet, og lik null langs y -aksen, dvs. når $z = 0$

Mer senere i Mekanikk 1 !