

2

Statisk likevekt

K. Bell: «Konstruksjonsmekanikk – Likevektslære» :

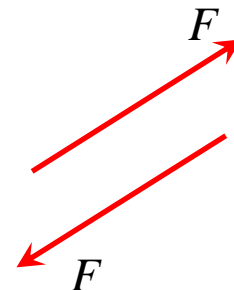
- Kapittel 3
 - Avsnitt 3.1 – 3.2
 - Avsnitt 3.4 – 3.6

Likevektsligningene i 2D

Newtons 1. lov på komponentform: $\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_z = 0$

Newtons 1. lov gjelder for en massepartikkel. Når loven er oppfylt, vil massepartikkelen være i ro (eller ha konstant hastighet).

Problem: Newtons 1. lov tar ikke høyde for kraftpar. Hvis et legeme er påkjent av et kraftpar, er summen av kreftene lik null, men legemet vil ikke være i ro. Det vil rotere.



Løsning: Må i tillegg kreve at summen av momenter på legemet er lik null \Rightarrow Ingen rotasjonsbevegelse.

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_z = 0 \quad \Sigma M_A = 0$$

om et vilkårlig punkt

De tre likevektsligningene gjelder for legemet/konstruksjonen som helhet og for ethvert utsnitt/konstruksjonsdel

Likevektsligningene i 2D

Alternative sett med likevektsligninger:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_z = 0 \quad \Sigma M_A = 0$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma M_A = 0 \quad \Sigma M_B = 0$$

$$\Sigma F_z = 0 \quad \Sigma M_A = 0 \quad \Sigma M_C = 0$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad \Sigma M_B = 0 \quad \Sigma M_C = 0$$

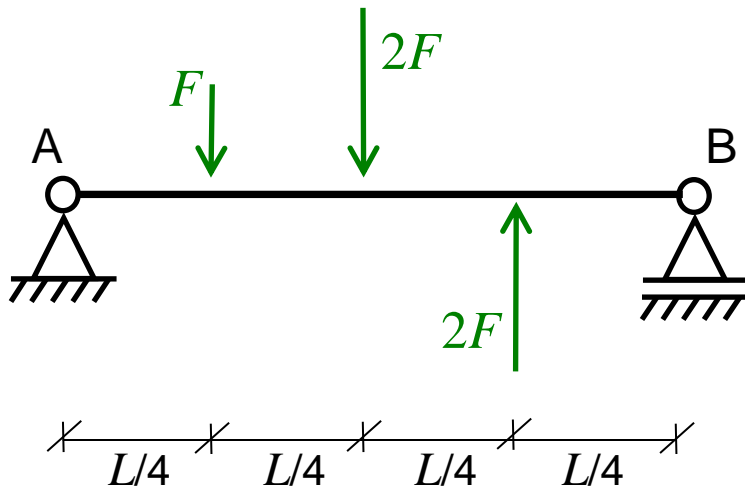
(Punktene A og B må ha ulik x -koordinat, dvs. linjen AB må ikke være parallell med z -aksen)

(Punktene A og C må ha ulik z -koordinat, dvs. linjen AC må ikke være parallell med x -aksen)

(Punktene A, B og C må ikke ligge på samme rette linje)

Man kan alltid kontrollere likevekten av en konstruksjon eller konstruksjonsdel ved hjelp av en hittil ubenyttet ligning, f.eks ved å benytte en ekstra momentlikevekt

Eksempel: Likevektsligninger



En fritt opplagt bjelke er påkjent av tre punktlaster som vist på figuren til venstre.

Bestem opplagerkreftene i A og B.

Kontroller svaret.

Reaksjonskrefter

Alle legemer, konstruksjoner og komponenter (konstruksjonsdeler) må være tilstrekkelig fastholdt. Dette ivaretas av **reaksjonskrefter**:

- Fastholdning mot **underlag** (lagerreaksjoner)
- Forbindelser mellom **nabokomponenter**

Vi har fem hovedtyper av opplagere eller forbindelser:

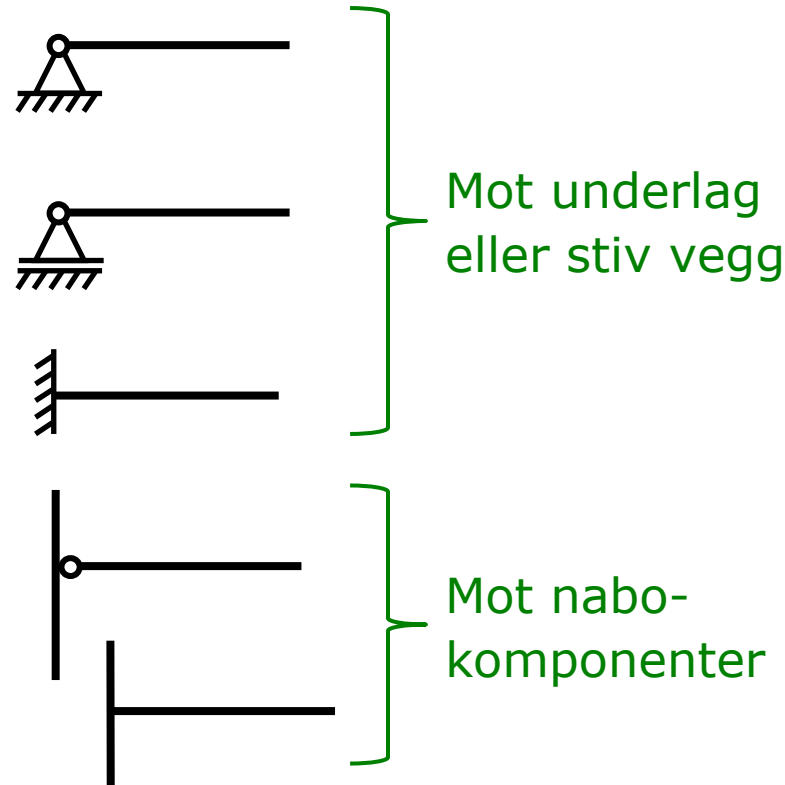
Uforskyvelig leddlager (fastlager)

Forskyvelig leddlager (glidelager)

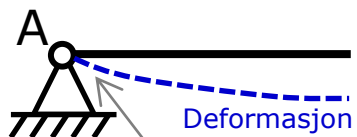
Fast innspenning

Leddforbindelse (ledd)

Stiv forbindelse



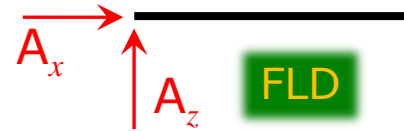
Uforskyvelig leddlager (fastlager)



eller



Dreining (vinkel), men ingen
forskyvning (translasjon)

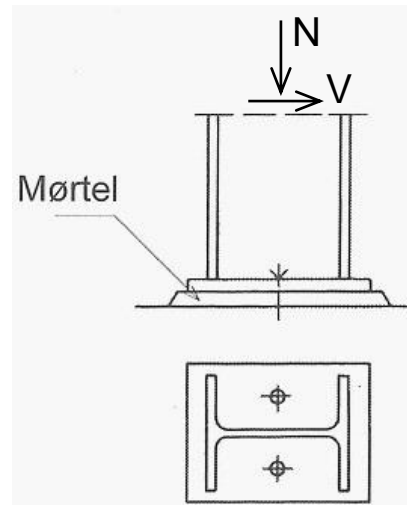


Ukjente:

A_x og A_z

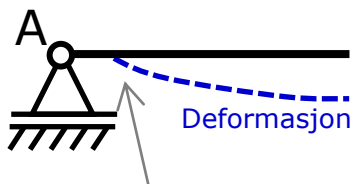


≈ Perfekt fastlager
Komponenten kan
gjærne stå på skrå!



Leddlagret søyle (fastlager) i en
stålkonstruksjon. Kan ikke over-
føre momenter av betydning

Forskyvelig leddlager (glidelager)



eller



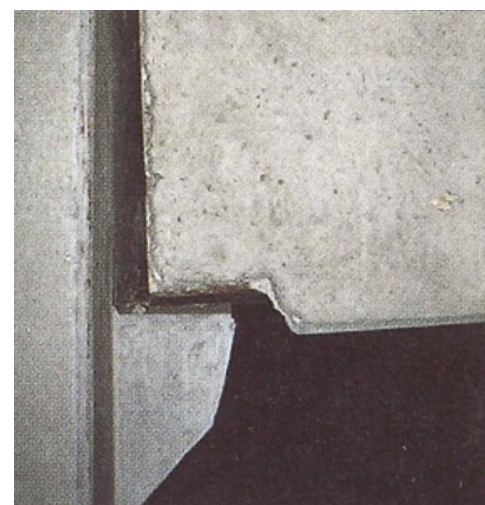
Ingen translasjon i z -retning, men dreining (vinkel) og translasjon i x -retning (fordi ingen kraft A_x holder fast)



Ovalt hull

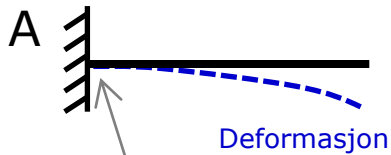


Neoprenlager

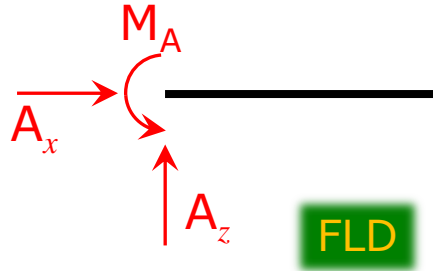


Betongbjelke på konsoll

(Fast) innspenning



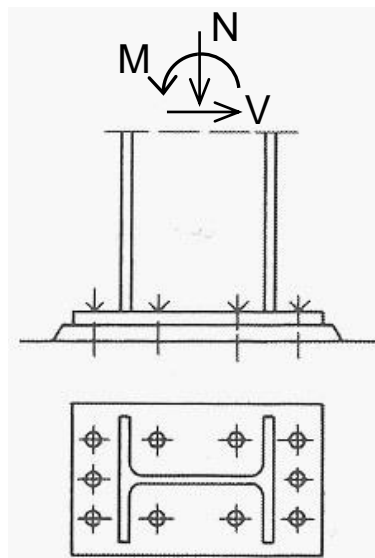
Momentet M_A sørger for at det ikke oppstår rotasjon (dreining) i innspenningen



Ukjente:
 A_x , A_z og M_A

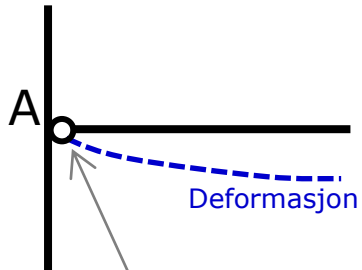


Innstøpt søyle \Rightarrow Innspenning
Her står komponenten vertikalt

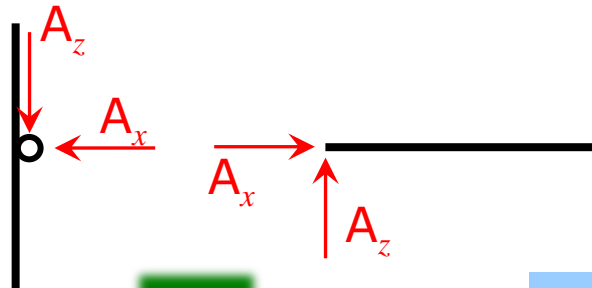


Innspent søyle i en stålkonstruksjon.
Kan overføre momenter takket være
alle skruene (mange kraftpar!)

Leddforbindelse (ledd)



Kraftkomponentene A_x og A_z sørger for at det ikke er noen translasjon i knutepunktet, men bjelken kan dreie relativt til søylen



FLD

Ukjente:
 A_x og A_z

Husk Newtons 3. lov i leddet: Kraft = Motkraft



≈ Perfekt ledd
Komponentene kan gjerne være skråstilt!

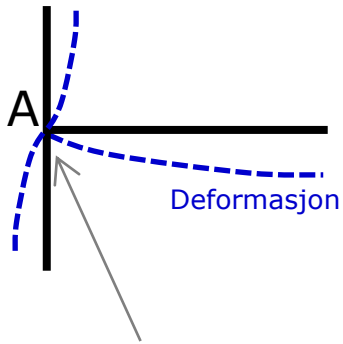


Leddets forbindelse mellom søyle og bjelke i en stålkonstruksjon. Kan ikke overføre momenter av betydning

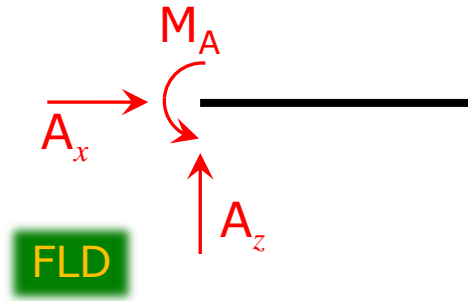
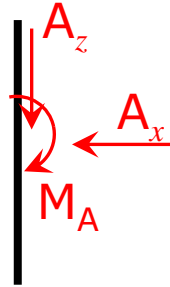


≈ Perfekt ledd

Stiv forbindelse



Momentet M_A sørger for at det blir samme dreining (vinkel) av bjelke og søyle (opprettholder 90° vinkel mellom komponentene)

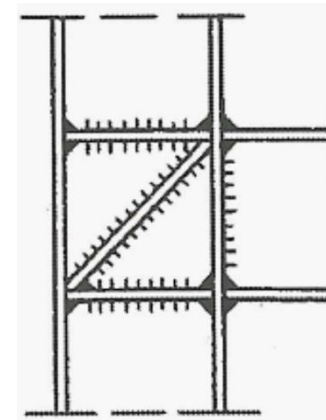


Ukjente:
 A_x , A_z og M_A

Legg merke til
Newtons 3. lov !

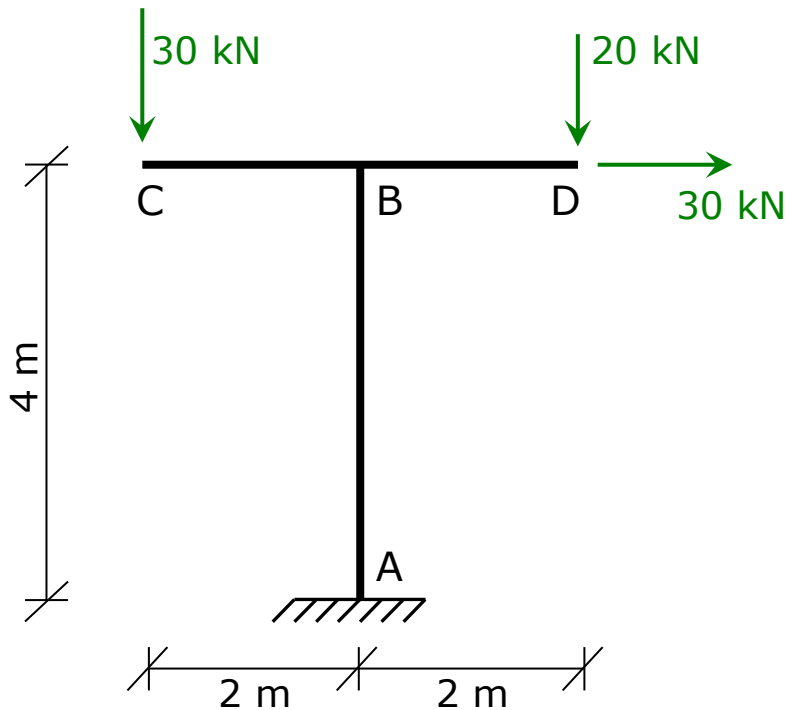


Sveiste knutepunkt er svært stive



Stiv forbindelse mellom søyle og bjelke i en stålkonstruksjon. Kan overføre store momenter

Eksempel: Fast innspenning mast

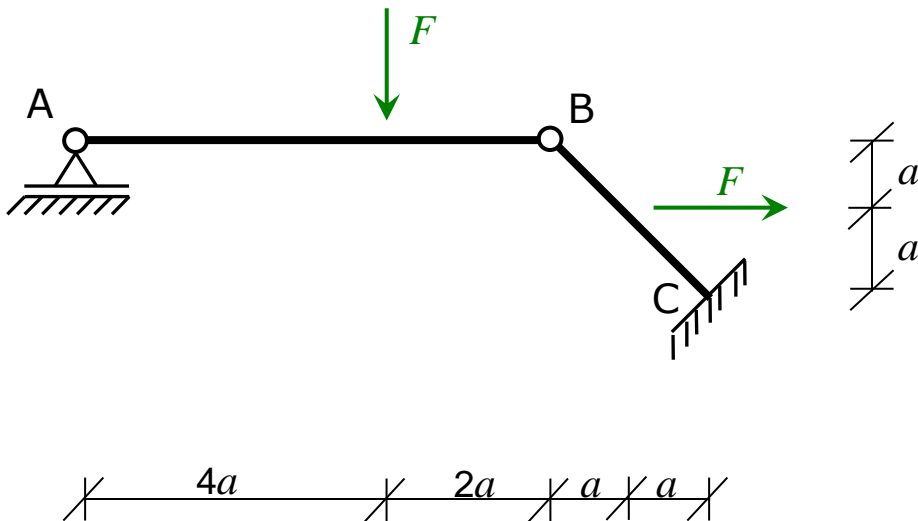


Figuren viser en T-formet kraftledningsmast ABCD. Masten er påkjent av tre punktlaster.

Bestem opplagerreaksjonene i innspenningen A.

Hvordan kan man kontrollere svaret?

Eksempel: Ramme med skrå søyle



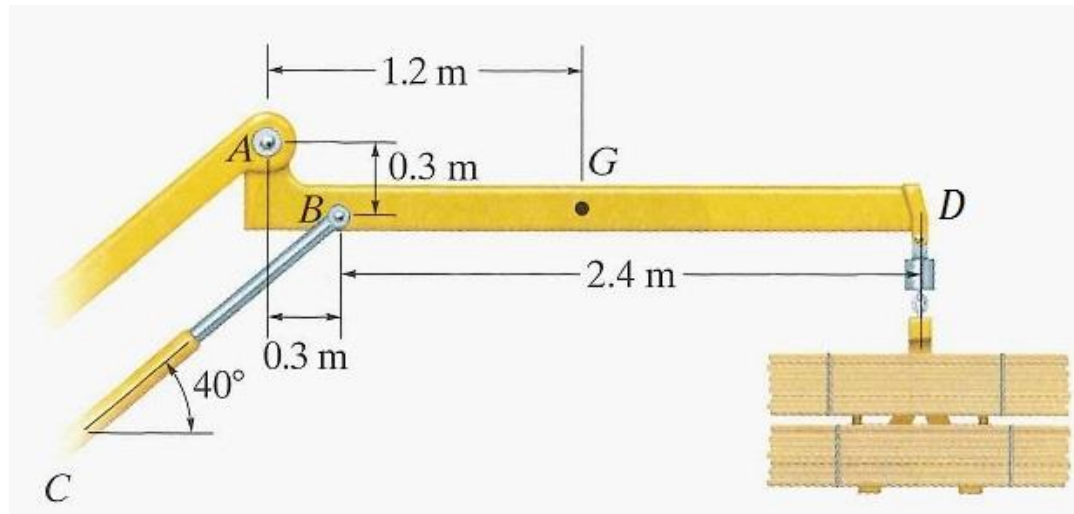
En ramme ABC består av en horizontal bjelke AB og en skrå søyle BC. Rammen er fast innspent i C, mens det er et glidelager i A. Bjelken og søylen er forbundet med et ledd i B. Rammen er påkjent av to punktlaster som vist i figuren.

Tegn fritt-legeme – diagram for hele rammen og for hver komponent (bjelken og søylen).

Bestem reaksjonskreftene i A og C samt leddkraften i B.

Kontroller resultatet.

Eksempel: Kranbom



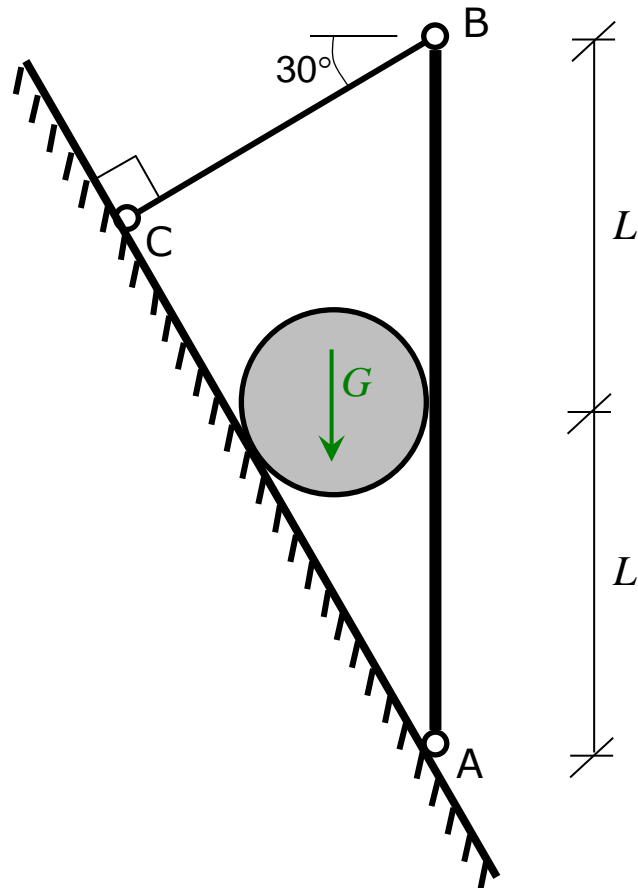
Figuren viser en kranbom ABD . Bommen holdes i horisontal posisjon takket være kraften fra den servohydrauliske sylindringen BC . Lasten i punkt D har tyngde 6000 N. Selve bommen har masse 120 kg. Massesenteret til bommen ligger i punkt G .

Tegn fritt-legeme – diagram for:

- Kranbommen ABD
- Den servohydrauliske sylindringen BC

Beregn kraften i sylindringen BC . Sett $g = 9,82 \text{ m/s}^2$.

Eksempel: FLD og likevektsligninger



En sylinder med tyngde G ligger mellom en vertikal stolpe AB og en stiv, skråstilt vegg. Komponenten AB har ledd i begge ender. Stolpens øvre ende er festet til vegg med en kabel BC. Vinkelen mellom kablen og horisontalplanet er 30° .

Det er ingen friksjon i kontaktflatene mellom sylindren og vegg/stolpen.

Bestem kraften i kablen BC.

Statisk bestemthet

Statisk likevekt av et system/legeme krever

- 1 Likevektsligningene er oppfylt. For plane (2D) konstruksjoner og komponenter står 3 uavhengige likevektsligninger (**LVL**) til disposisjon. F.eks:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_z = 0 \quad \Sigma M_A = 0$$

- 2 Konstruksjonen må være tilstrekkelig fastholdt/forankret. Disse fastholdningskreftene (og -momentene) er ukjente størrelser (**UKJ**).

Tre tilfeller:

- **Statisk bestemt** **LVL = UKJ**
Antallet ukjente er lik antall uavhengige ligninger
- **Statisk ubestemt** **LVL < UKJ**
Antallet ukjente er større enn antall uavhengige ligninger
- **Statisk underbestemt** **LVL > UKJ**
Antallet ukjente er mindre enn antall uavhengige ligninger

Mekanikk 1
(kurant!)

Mekanikk 2

Ustabil
system !!

Superposisjonsprinsippet

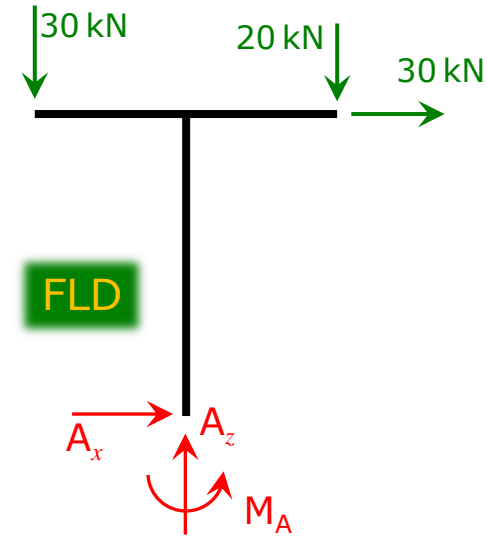
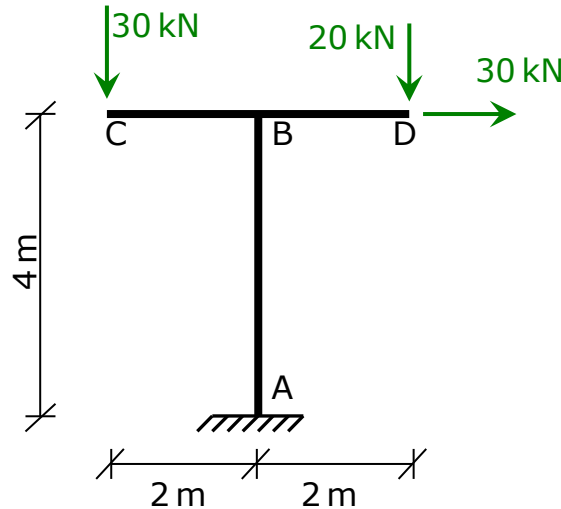
I et sammensatt belastningstilfelle kan responsen (lagerreaksjoner, indre krefter, spenninger, deformasjoner, ...) bestemmes ved å summere bidragene fra hver enkelt last

Superposisjonsprinsippet forutsetter **lineær (1. ordens) teori**. To krav:

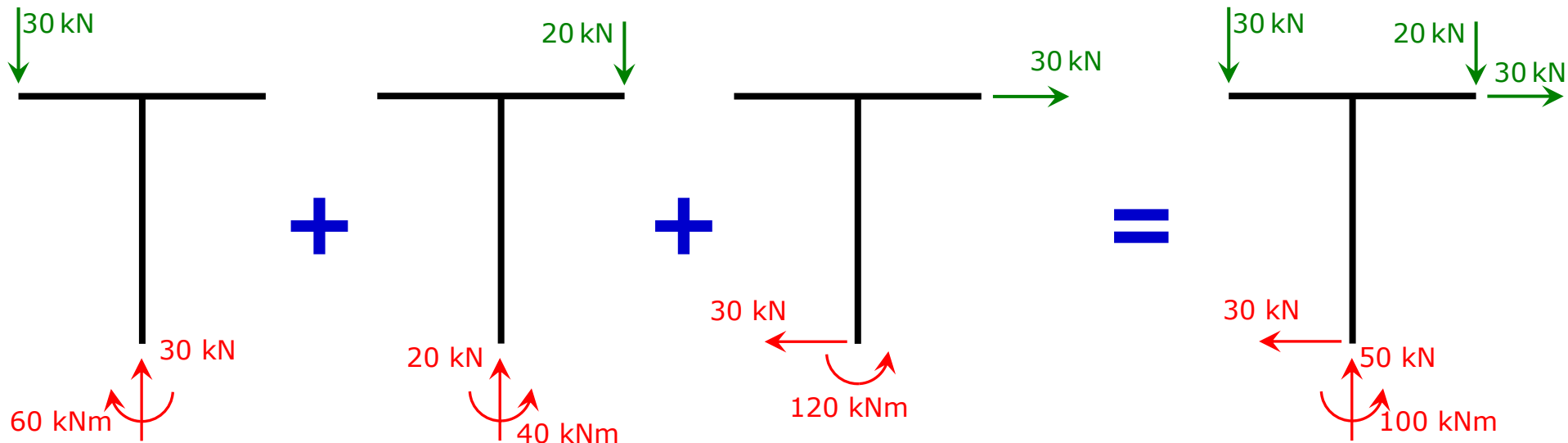
- Alle likevekstligninger refererer til opprinnelig (udeformert) geometri (Deformasjonene må mao. være så små at kreftenes retninger og momentarmer ikke endres i nevneverdig grad)
- Lineært elastisk materialoppførsel (Lineær og reversibel sammenheng mellom belastning og deformasjon)

Superposisjonsprinsippet

Kraftledningsmast:

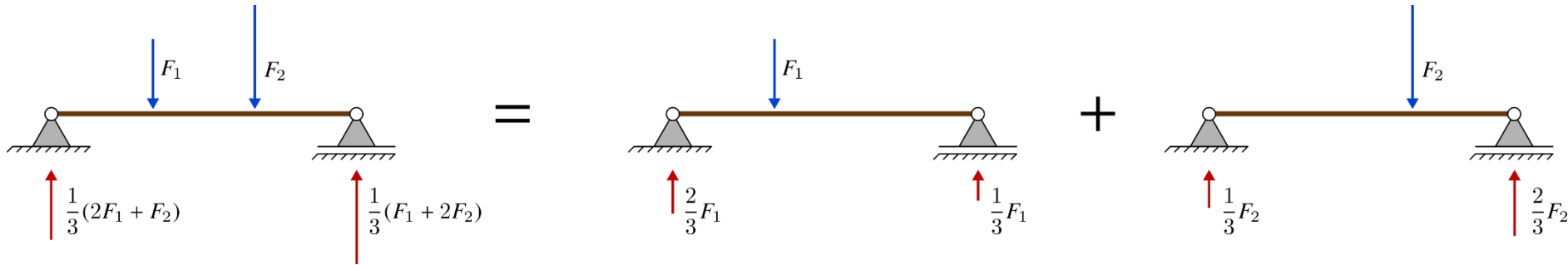


Superposisjon:

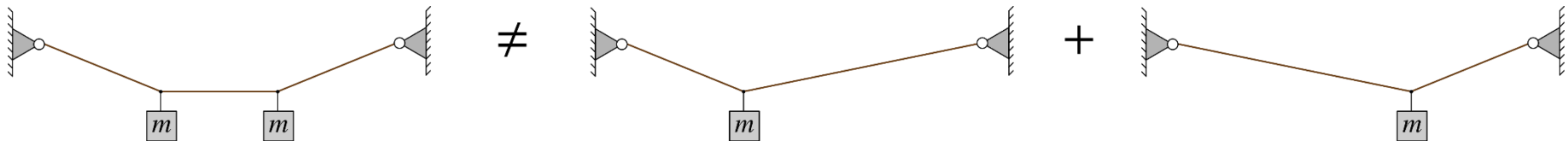


Superposisjonsprinsippet

Eksempel: Superposisjonsprinsippet gjelder



Eksempel: Superposisjonsprinsippet gjelder ikke



Problem: De to massene m henger i en fleksibel kabel hvor deformasjonene endres betydelig med massenes plassering. Forutsetningen om at alle likevektslikninger refererer til udeformert geometri er ikke gyldig.

Kraftresultant

Kraftresultant R = Summen av et sett med krefter F_1, F_2, \dots, F_n

Kraftresultanten R må være **statisk ekvivalent** med F' ene. To krav:

① $\mathbf{R} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$ (Vektorligning)

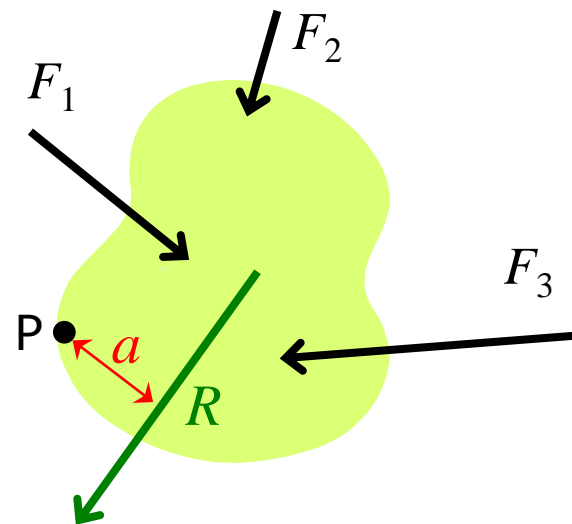
Alternativt: $R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}$ og $R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz}$ (Komponentvis)

Krav ① gir størrelsen og retningen til R

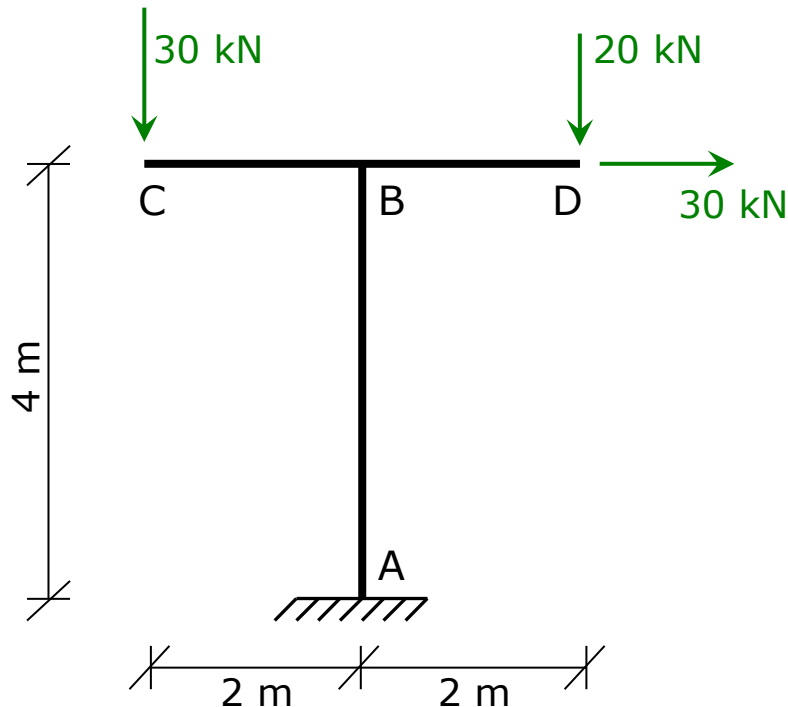
② $R \cdot a = \sum_{i=1}^n F_i \cdot a_i$

Resultanten R og alle F' ene gir samme moment om et vilkårlig momentpunkt P

Krav ② gir angrepslinjen til R



Eksempel: Kraftresultant



Figuren viser den samme kraftledningsmasten ABCD som er behandlet i et tidligere eksempel.

Oppgaven denne gangen er å bestemme størrelsen og angrepslinjen til resultanten av de tre punktlastene

Hvordan kan man kontrollere svaret?