



# 长方体的体积并

---

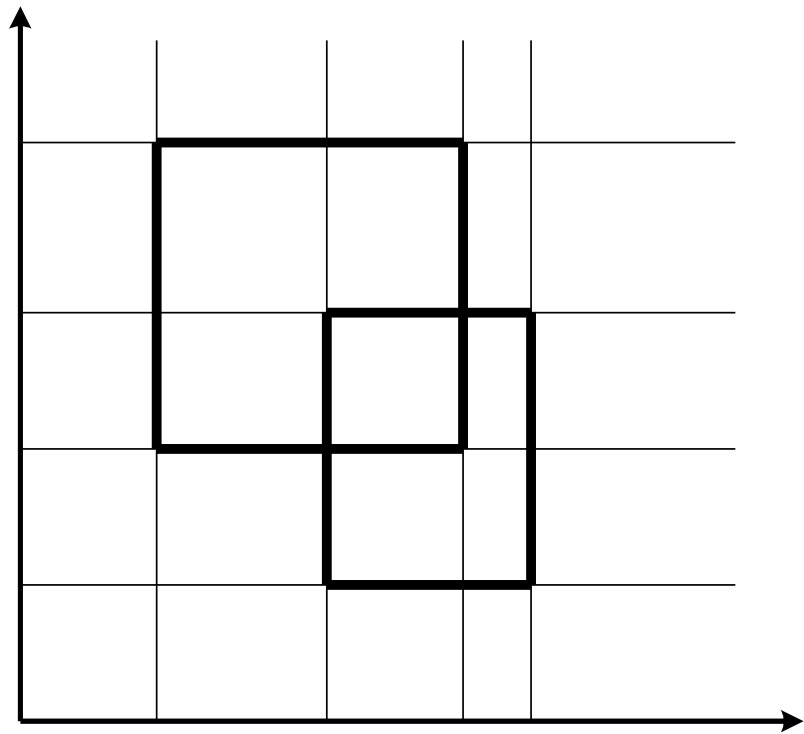
金陵中学 陆可昱



# 矩形

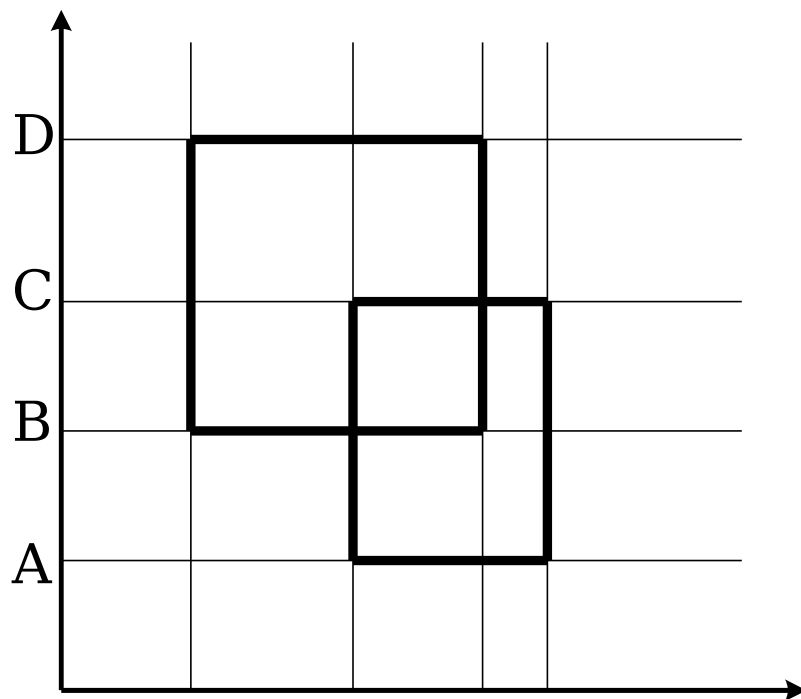
---

- 平面中  $n$  个矩形的面积并的计算
- 方法:
  - 离散
  - 扫描法
  - 线段树



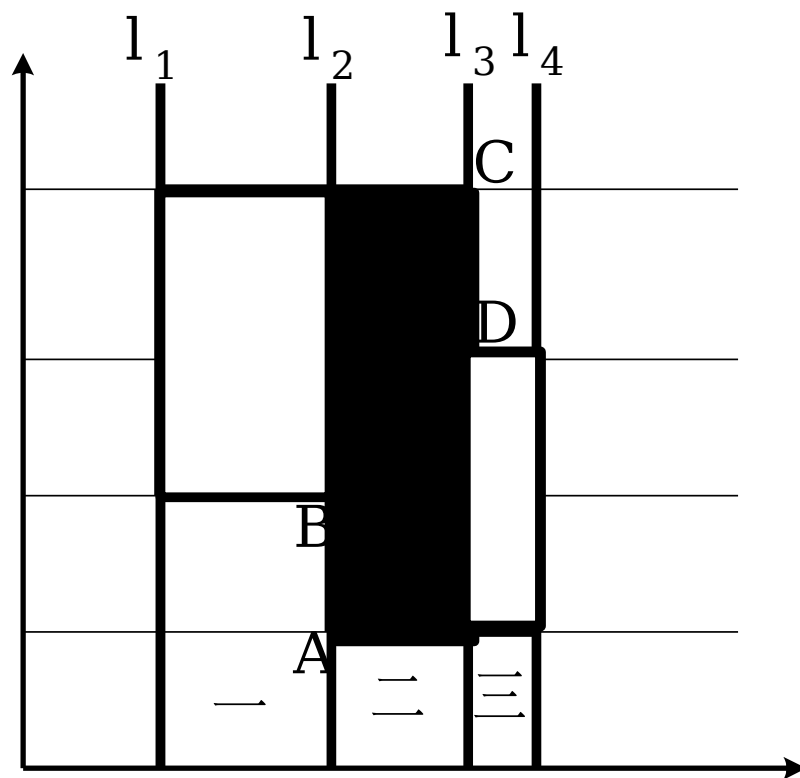
# 离散

- 离散点
  - 矩形各边（或其延长线）与坐标轴的交点
- 离散单位段
  - 离散点有序化后相邻两个离散点之间的距离



# 扫描法

- 把平面分割成条，在每个条中环境变成一维的
- 每一个给定的条的截面都可表现为其相邻两个条截面中任意一个小的修改

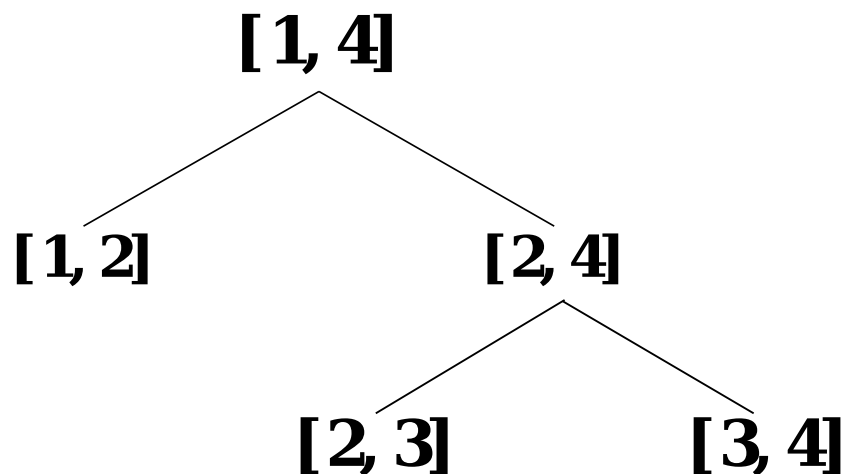




# 线段树

---

- 二叉树
- 每个结点表示一区间  
 $[a, b]$ 
  - $b - a > 1$ :
    - $c = (a + b) \text{ div } 2$
    - $[a, c]$  及  $[c, b]$

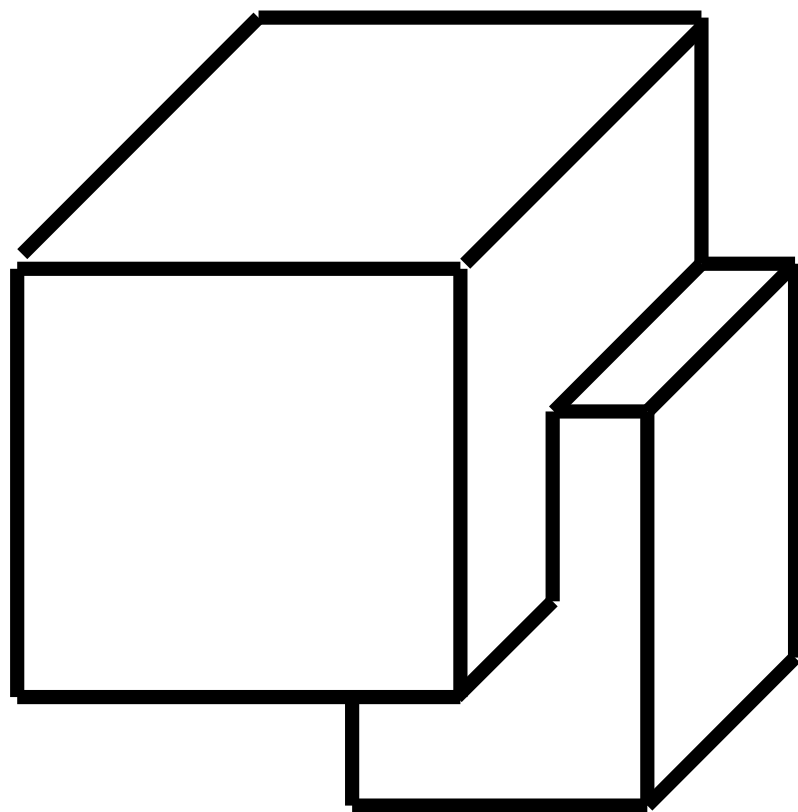




# 长方体

---

- 三维空间中  $n$  个长方体的体积并的计算
- 方法:
  - 离散
  - 扫描法
  - 存储平面

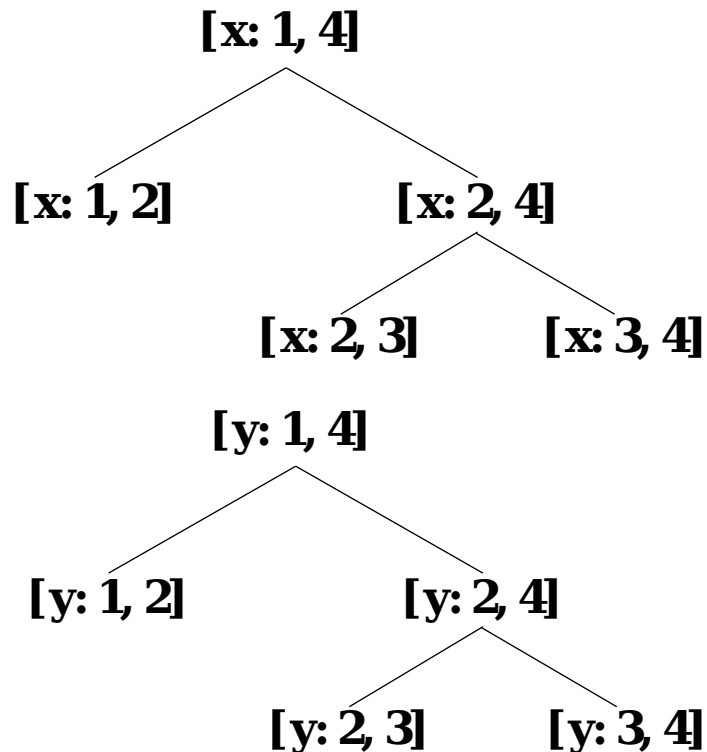




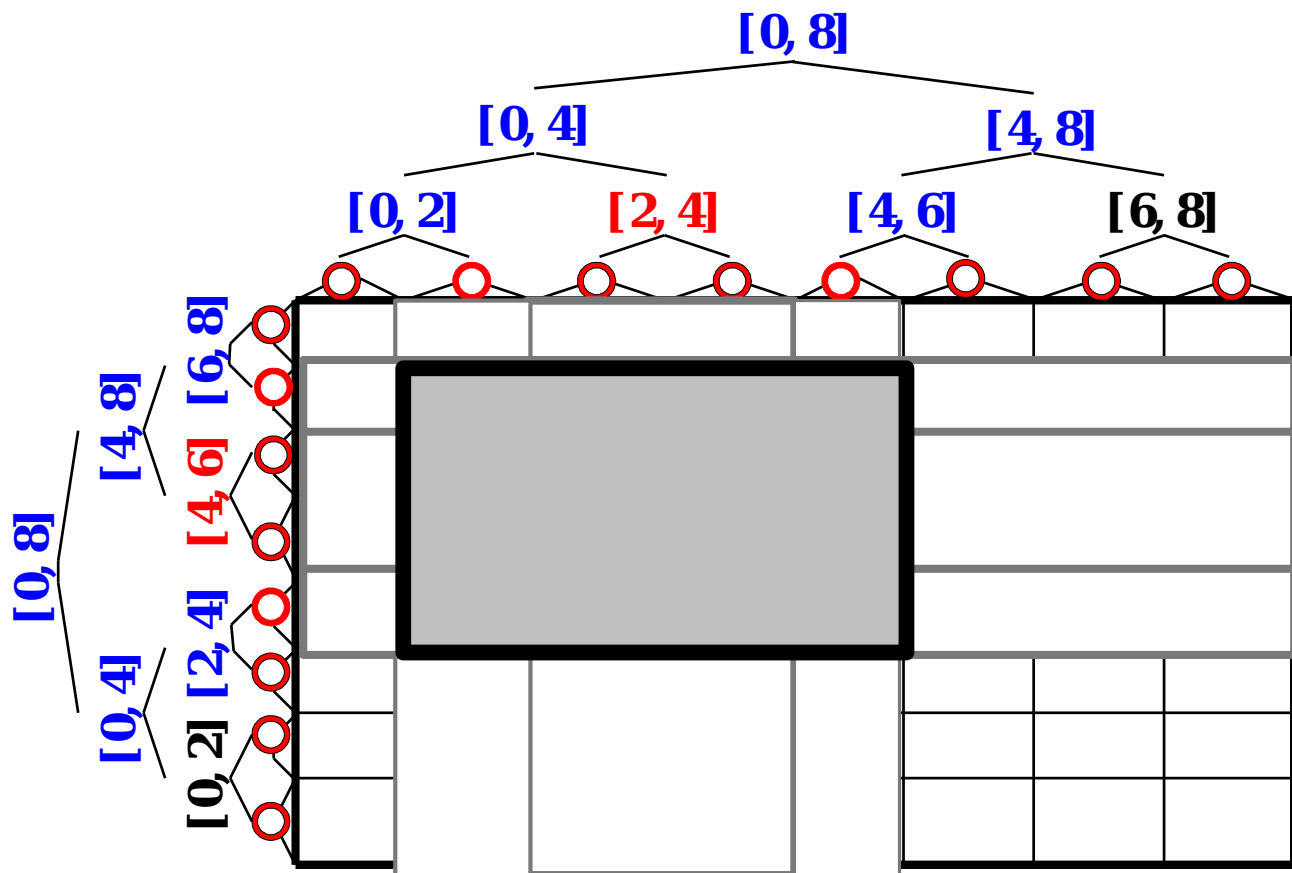
# 二重二叉树

---

- 存储平面
- $x$  轴二叉树
- $y$  轴二叉树



# 矩形的示意



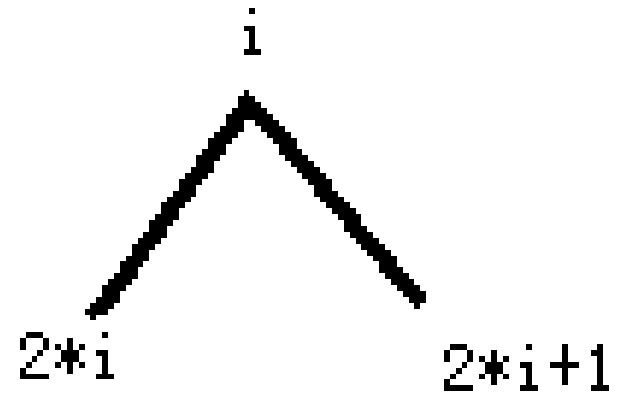


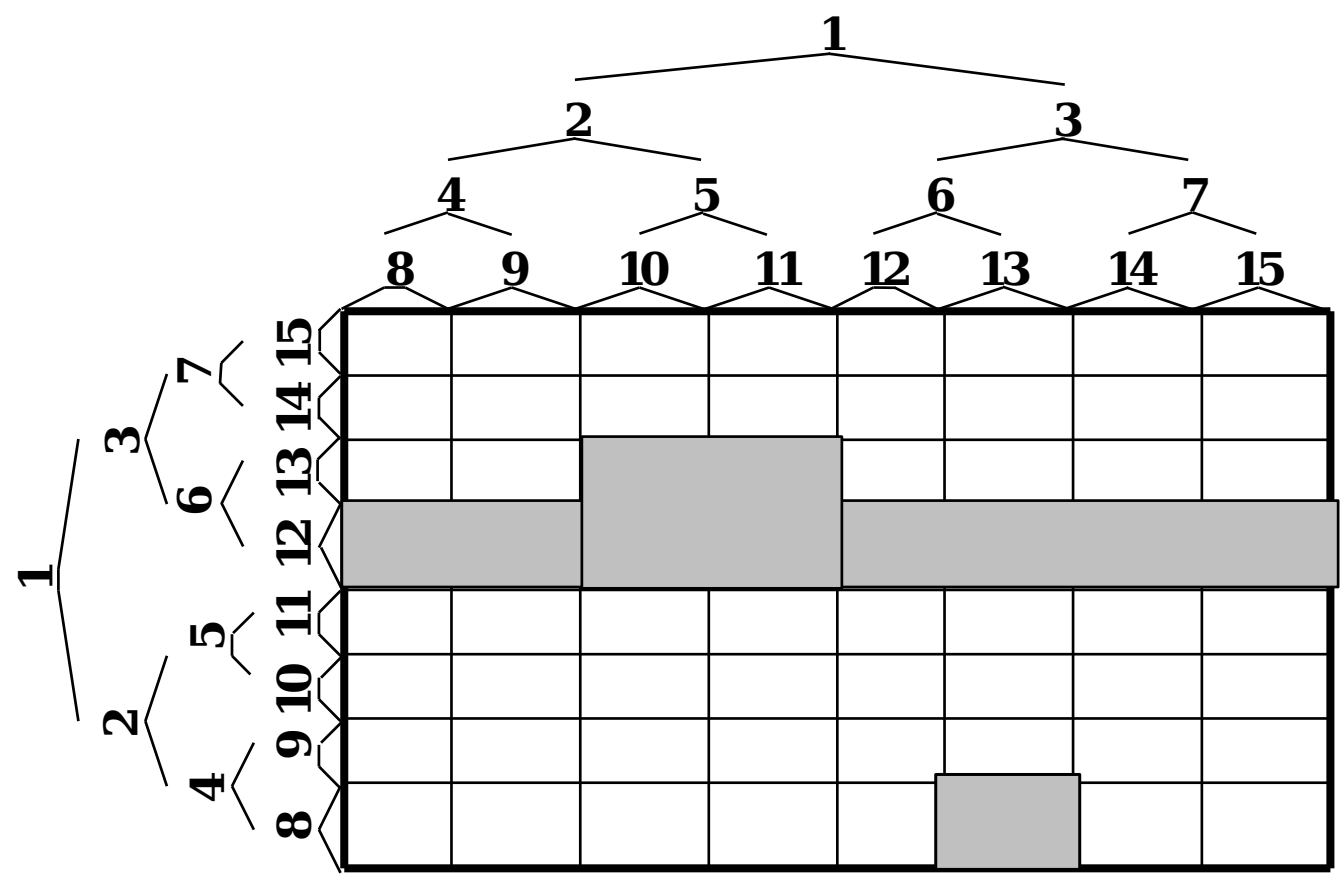
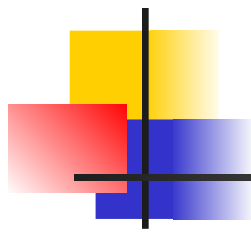


# 标号

---

- 根结点为 1
- 非叶子结点  $i$ 
  - 左子结点:  $2*i$
  - 右子结点:  $2*i+1$
- $T[x1][y1]$  表示一个平面区间
  - $x1$ :  $x$  轴二叉树
  - $y1$ :  $y$  轴二叉树



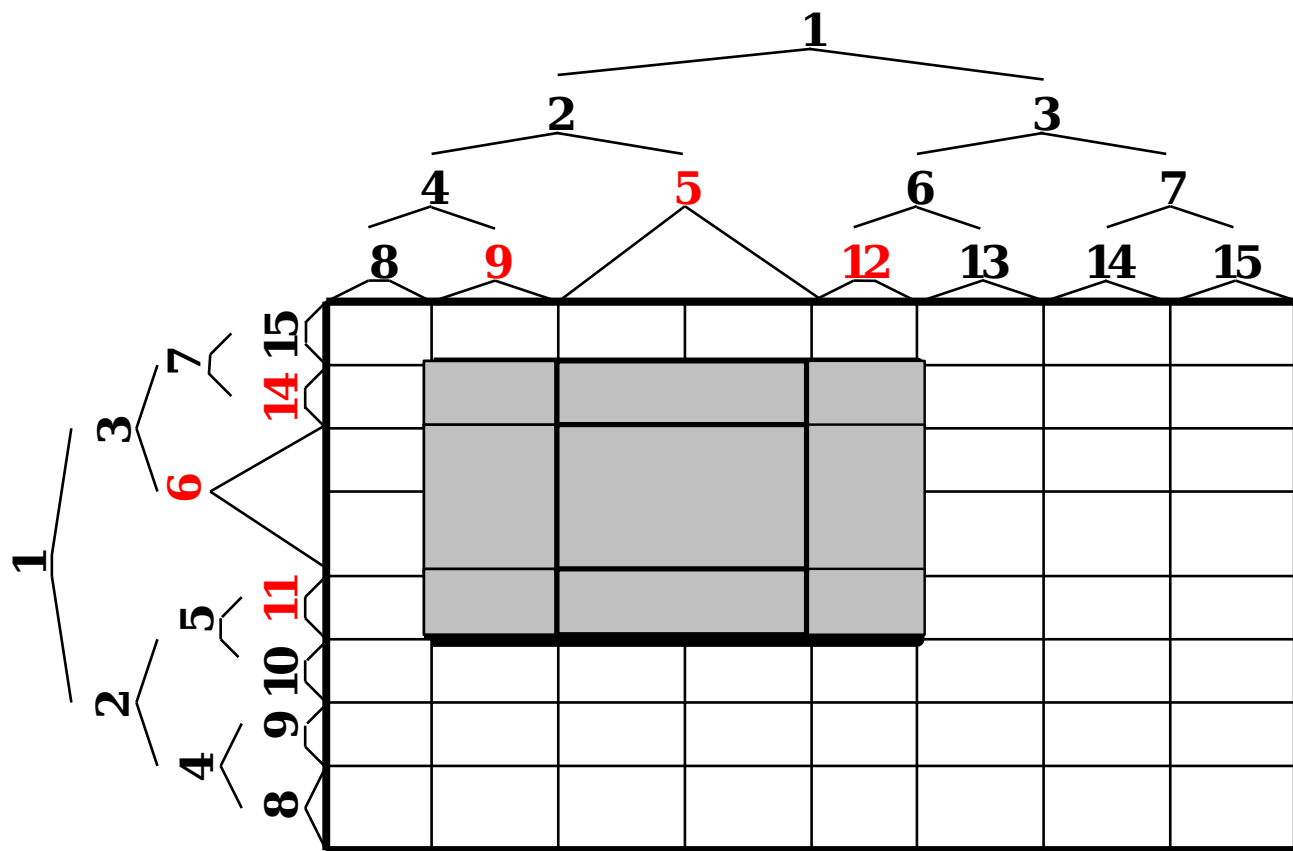
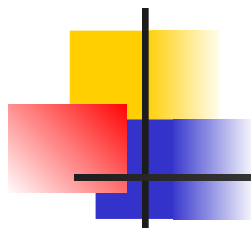




# 插入及删除

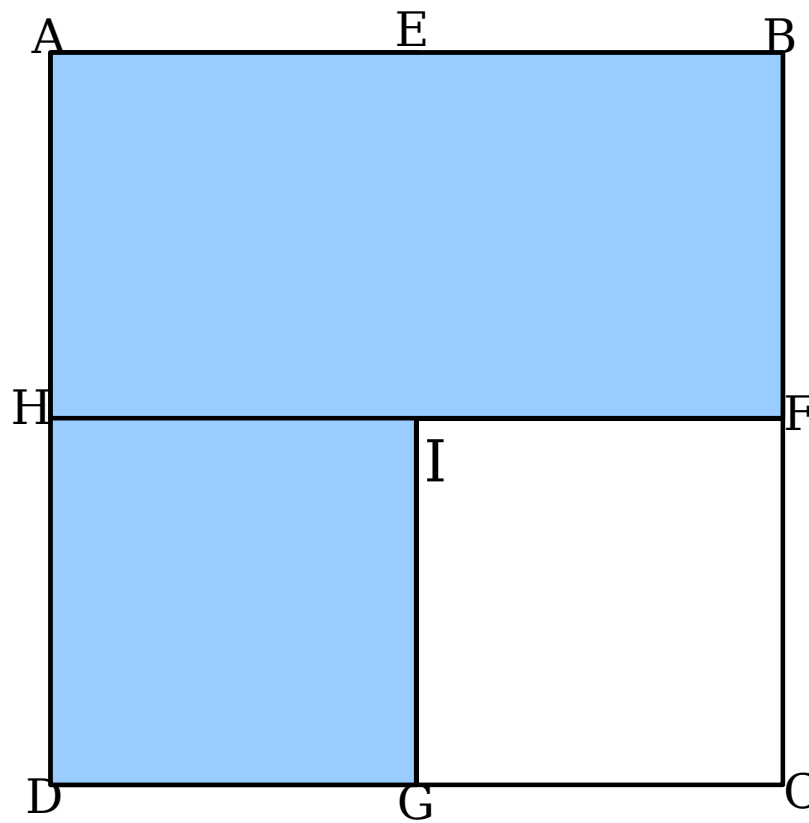
---

- $C$  : 记录  $T[x1][y1]$  的覆盖次数
- 最终达到的结点:
  - 水平分量:  $Ax$
  - 垂直分量:  $Ay$
- $p \in Ax, q \in Ay$  : 修改  $T[p][q].C$



# 面积计算

- M : 记录  $T[x1][y1]$  中矩形的面积并
- $T[x1][y1].C > 0$
- $T[x1][y1].C = 0$ 
  - $AEIH + EBFH + IFCG + HIGD$
  - $AEIH$ 
    - $AEIH$
    - $ABFH$
    - $AEGD$

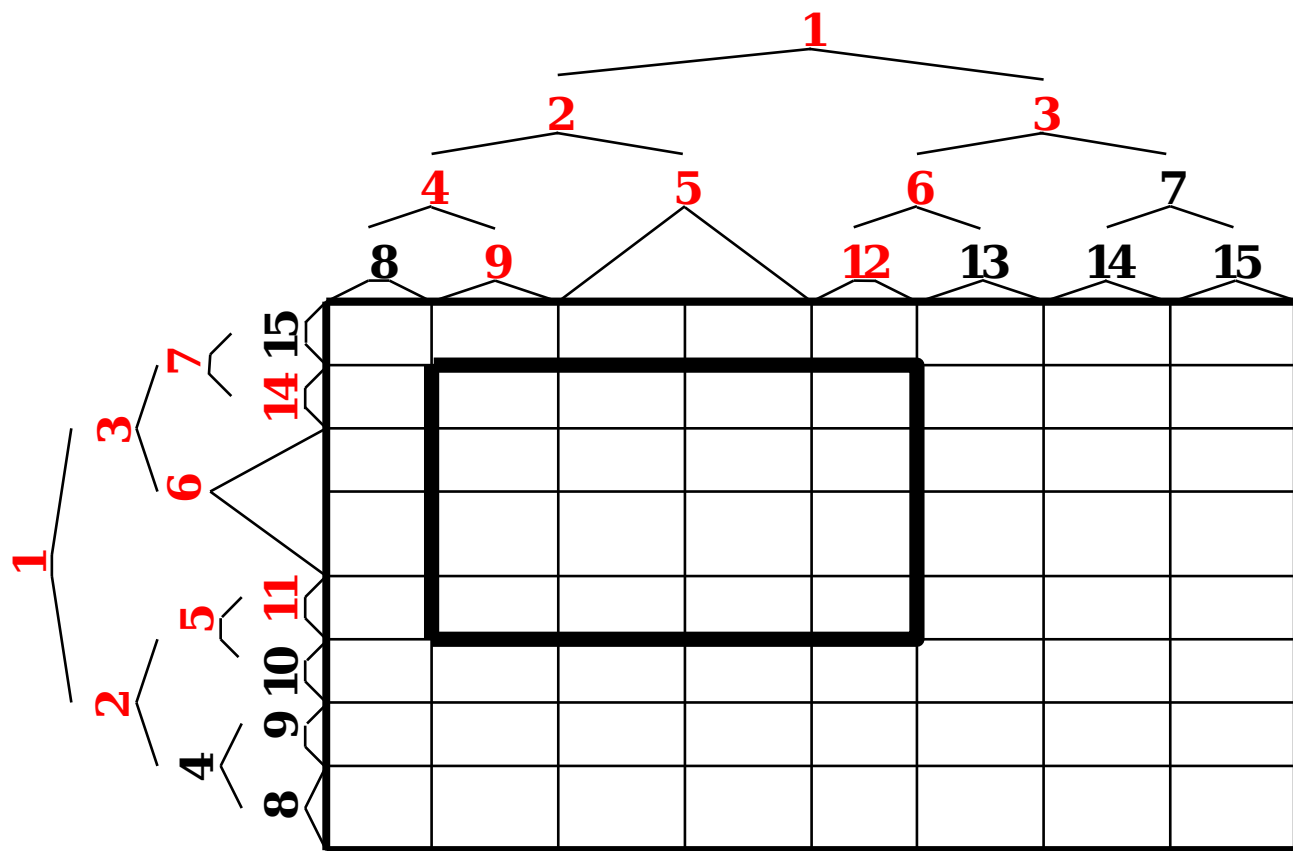
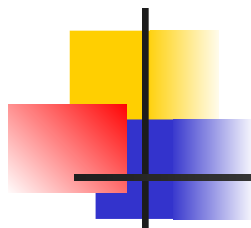


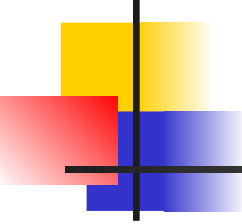


# 修改面积

---

- 遇到的结点的标号：
  - 水平分量:  $S_x$
  - 垂直分量:  $S_y$



- 
- 
- $p \in S_x, q \in S_y$  : 修改  $T[p][q].M$
  - 深度较深的结点
    - 标号大





# 时间复杂度

---

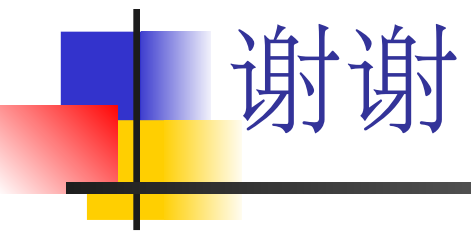
- 修改 C :  $O(\lg^2 n)$
- 修改 M :  $O(\lg^2 n)$
- 总的复杂度:  $O(n * \lg^2 n)$



# 拓展

---

- 方法:
  - 离散
  - 扫描法
  - 存储块
- d 重二叉树



谢谢

---