

论对题目中算法的选择

【关键词】

非最优算法，编程复杂度

【摘要】 本文介绍了对于一些信息学题目的次好或者差的算法，通过各种举例来说明做题目时并不要一味追求一个完全理想的算法，相对应比较差的算法在实际编程上对于那些好的算法有很大的优势。最后总结出在平常的练习之中，我们需要对一道题目进行多方面的思考，不能抱有知道算法就完事的一种心态，对一道题目，要多考虑新的算法，这样面对形式未见过的题型的时候，就会有更多的思路。

【正文】

一、引言

计算机竞赛是一项对选手计算机知识、编程能力的综合测试，在平时的训练之中，我们一般都会精益求精，设法想出最好的算法，但是在竞赛的时候，时间和心理状态都是不一样的，如何在竞赛中编出能得分尽量多的程序，是很重要的，所以在平常的练习之中，要有一题多解的概念，把各种算法尝试一下，就会在看似简单的做法中推想出更好的算法。在学习汇编语言的时候，老师这样说，汇编语言编译出的程序是运行速度最快的，为什么，对于一类题目，或者要实现一个目标，人编程用的算法所需要的语句得越多，则机器运行程序速度也就越快，反之人编程用的精力越少，机器运行速度也会越慢。若能找到一个编程难度较低的算法，使程序仍然能在时间限制内运行完成，这样即减轻了人的劳动，又能编写出正确的程序，而且编写的时候错误率也会降低，所以在竞赛中，次好或者差的算法也是可以考虑的。

二、算法的复杂度

我在这里所说的复杂度，包括编程复杂度，时间复杂度，空间复杂度，因为在竞赛几个小时的时间里，编程复杂度就不容忽视，知道算法但是程序没完成，这是最不理想的情况，对源程序的最基本的质量要求是正确性和可靠性，只要保证在这两点的情况下，各种算法都是好算法。但编程复杂度取决于程序的易理解性，易测试性和易修改性，程序不可能都是第一遍就能达到理想的状态，人总有失误的地方，如果有错，不易测试以至难以发现错误，或者知道错误而难以修改，就会浪费不必要的时间。或许，自己对知道的算法还不太熟悉，因为我们不可能对每种算法了解都很透彻，在这种情况下编程序是比较吃亏的，因要花许多时间去了解这种方法。所以在这三个复杂度都考虑的情况下，找到最适宜的算法是必要的。

三、对于一些题目的思路

在我们做题的时候，我们先想出的算法不一定是最好的算法，但不是说明它是不好的算法，所以，在我们想出一种算法的时候，要考虑一下它的可行性，如果可行的话，不如自己先把该算法编一编，可以锻炼自己编那些非标准算法的能力，这样对自己面对新颖题型的时候是会有好处的。

例1.

[问题描述]

输入：

一个正整数 n ，以及整数数列 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 。

一个正整数 m ，以及整数数列 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_m$ 。

其中 ($1 \leq n \leq 10^6, 1 \leq A_i \leq 10^6, 1 \leq m \leq 1000, 1 \leq B_i \leq 10^6$)

输出

一共 m 行，每行一个整数，第 i 行所输出的数表示数列 $\{A\}$ 中小于等于 B_i 的数的数目。

[算法分析]

该题是 IOI 中移动电话的退化。标准算法是利用线段树来解决，线段树的基本知识可以参阅相关书籍。

但我要说的做法是这样的，首先，我们便注意到了 n 与 m 的范围的差距。于是，我们采用这样的做法。

其中的记录数组如下。

$L[1..1000000]$ 记录直至当前，其中 A_i 中取值为 k 的数有 $L[k]$ 个

$V[1..1000]$ 记录直至当前，其中 A_i 中取值在 $(k-1)*1000+1$ 到 $k*1000$ 的数总共有 $V[k]$ 个。

程序流程如下：

对 L, V 数组进行清零。

(1) 读入 n ，依次读入 A_i 。对于每个 A_i ，设 $(k-1)*1000+1 \leq A_i \leq k*1000$ (k 为整数)

$L[A_i]++$, $V[k]++$

(2) 读入 m ，依次读入 B_i 。对于每个 B_i ，设 $(k-1)*1000+1 \leq B_i \leq k*1000$ (k 为整数)

$$\text{设 } \{A\} \text{ 中小于 } B_i \text{ 的数有 } S \text{ 个，易知 } S = \sum_{i=1}^{k-1} V[i] + \sum_{i=(k-1)*1000+1}^{B[i]} L[i]$$

输出 S

[复杂度分析]

易知计算每个 S 的值最多需要运算操作 $1000+1000=2000$ 次。

每次将一个 A_i 记录的操作有 2 次

利用数据分布的特点，实际上的运算次数小于 $2000*m$ 。

这是分治法，是一个过渡阶段的算法，是一个不完全的算法，本办法是分成 $1000*1000$ ，很容易联想到分成 $100*100*100$ ，既而逐渐推想到线段树的做法。

让我们看一下两种算法的复杂度比较

线段树

本算法

(最坏情况)

$(n+m)*\log_2 G$

$n*2+m*2000$

(其中 $G=10^6$)

所以，光凭借直觉，我们不能判断两算法时间效率的优越。虽然在大多数情况下，我们并不确定到 n 与 m 的大小，但是如果能确定两种算法都可行的情况下，用本算法就降低了编程复杂度，毕竟程序是人编的，以后要修改，理解起来也方便一点。

例2. 营业额统计(湖南选拔赛)

[问题描述]

公司的账本上记录了公司成立以来每天的营业额。分析营业情况是一项相当复杂的工作，营业额会出现一定的波动，当然一定的波动是能够接受的，但是在某些时候营业额突变得很高或是很低，这就证明公司此时的经营状况出现了问题。经济管理学上定义了一种最小波动值来衡量这种情况：

$$\text{该天的最小波动值} = \min \{ | \text{该天以前某一天的营业额} - \text{该天营业额} | \}$$

当最小波动值越大时，就说明营业情况越不稳定。

而分析整个公司的从成立到现在营业情况是否稳定，只需要把每一天的最小波动值加起来就可以了。你的任务就是编写一个程序来计算这一个值。第一天的最小波动值为第一天的营业额。

输入文件第一行为正整数 $n(n \leq 32767)$ ，表示该公司从成立一直到现在的天数，接下来的 n 行每行有一个正整数 a_i ($|a_i| \leq 100000000$)，表示第 i 天公司的营业额。

输出文件仅有一个正整数，即 \sum 每一天的最小波动值。结果小于 2^{31} 。

输入输出样例

6 5 1 2 5 4 6	12
---------------------------------	----

[算法分析]

本题题意明了，关键是读入一个数，找到前面已经输入的与此数相差最小的数。

题目的标准算法是通过平衡树来解决的，平衡树，就是一种能自己进行适应，使树的深度达到尽量小的一种检索树，详细的情况可以参考相关书籍。

(1) 预处理:

- 把全部数据读入，将{a}从小到大排序，这样得到一个序列 B_1, B_2, \dots, B_n 。
- 累加器 S 赋值为 0

(2) 主过程: 读入将要处理的数据，对每天的营业额进行处理，求出该天的最小波动值。(这里的 V, L 与例 1 中的定义一样。

但这次定义 $L[1..32767]$, $V[1..327]$ 也就是范围改了一改，以 100 为长度单位分隔区间)

- 读入当天的营业额 P
- 用二分查找法在数列 {B} 中找到 $B_q = P$
 - 设 $(k-1)*100+1 \leq q \leq k*100$ ，若 $V[k] > 0$ 即该区间内已经记录过数据，在该区间内找到大于等于 q 最小的数 ga, 且 $L[ga] > 0$ ，及小于等于 q 最大的数 gb, 且 $L[gb] > 0$
 - 若找不到 ga 或 gb，现在说一下找不到 gb 的情况 (ga 的情况相同)
 - 依次查询 $V[k-1], V[k-2]$ 直至 $V[1]$ 找到有 $V[t] > 0$
 - 若找到这样的 t, 则在区间 $((t-1)*100+1, t*100)$ 内找到最大的数 h, 使 $L[h] > 0$ ，即 $gb = h$
- 计算当天的最小波动值
 - 若找到这样的 ga 或 gb，则比较 P 与 Bga 的差或 P 与 Bgb 的差，取较小的值，即为当天的最小波动值。
 - 若同时找不到 ga 与 gb，证明这是第一天，最小波动值即为 P。
- 将当天的最小波动值加入累加器 S
- 将元素 q 加入数组，即 $L[q]++$, $V[k]++$

(3) 最后收尾: 输出 S

(这里的 V, L 与例 1 中的定义一样。

但这次定义 $L[1..32767]$, $V[1..327]$ 也就是范围改了一改，以 100 为长度单位分隔区间)

详细程序参见 myturn.pas (稍有一些改进)

标准程序参见 Turnover.pas

虽然，程序的长度大致相同，但是，本算法的测试与修改却比平衡树容易的多，因为它是分两步进行，可以分步进行测试而且每步的要求技术都不高。

四、总结

每个算法都是有它自己的优势，例如，我们对于排序，对于小数据我们就用冒泡，选择等时间复杂度高，但编程复杂度低的算法，反之，我们则会使用堆排序，快速排序，归并排序等，每种算法的效果在不同的场合是不一样的，在编程的过程中，在平常的练习之中，我们就需要对一道题目进行多方面的思考，不能抱有知道算法就完事的一种心态，对一到题目，要多考虑新的算法，这样便能发现每种算法使用的场合，这样面对形式未见过的题型的时候，就会有更多的思路。

【参考书目】

1. 算法与数据结构 傅清祥 王晓东 编著
电子工业出版社
2. 实用算法的分析与程序设计 吴文虎 王建德 编著
电子工业出版社