

• 周刻信
成替
• Important!
zm m
息
Chou
ail.co

信息论

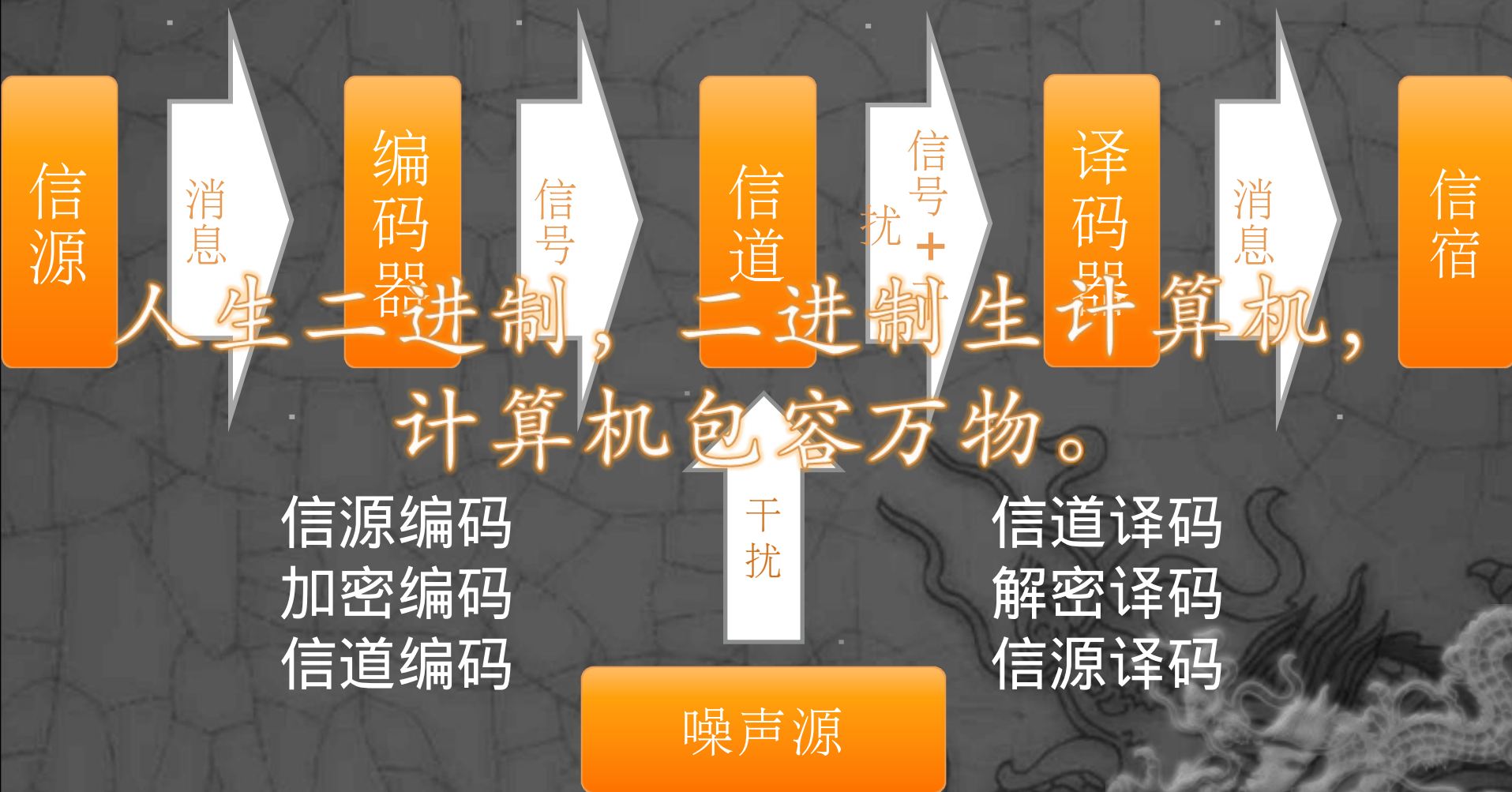
- 兔报不兔晒比特播、一邋控的雷麴.1....
- 都是信息的传输系统 *theory of*
- 信息论的研究对象
- 理邋檣酌数学通信系统模型

By Claude E. Shannon

(香农)

为信息论奠定了基础

通信系统模型



THE TAO OF CODING

码之道
道之真

浅谈信息学竞赛中的编码与译码问题



编码译码常用思想与方法

给出一个字符集 S ($|S|!$ 小于 2^{63})

- **【问题一】** 求 S 上的所有全排列中字典序第 k 小的排列。
- **【问题二】** 给出 S 的一个全排列，求它是字典序第几小的。

对 S 元素排序得出字典序最小排列



不断求出相邻较大排列

(可调用 STL 中的 next_permutation 算法)

k 可高达 |

S|!

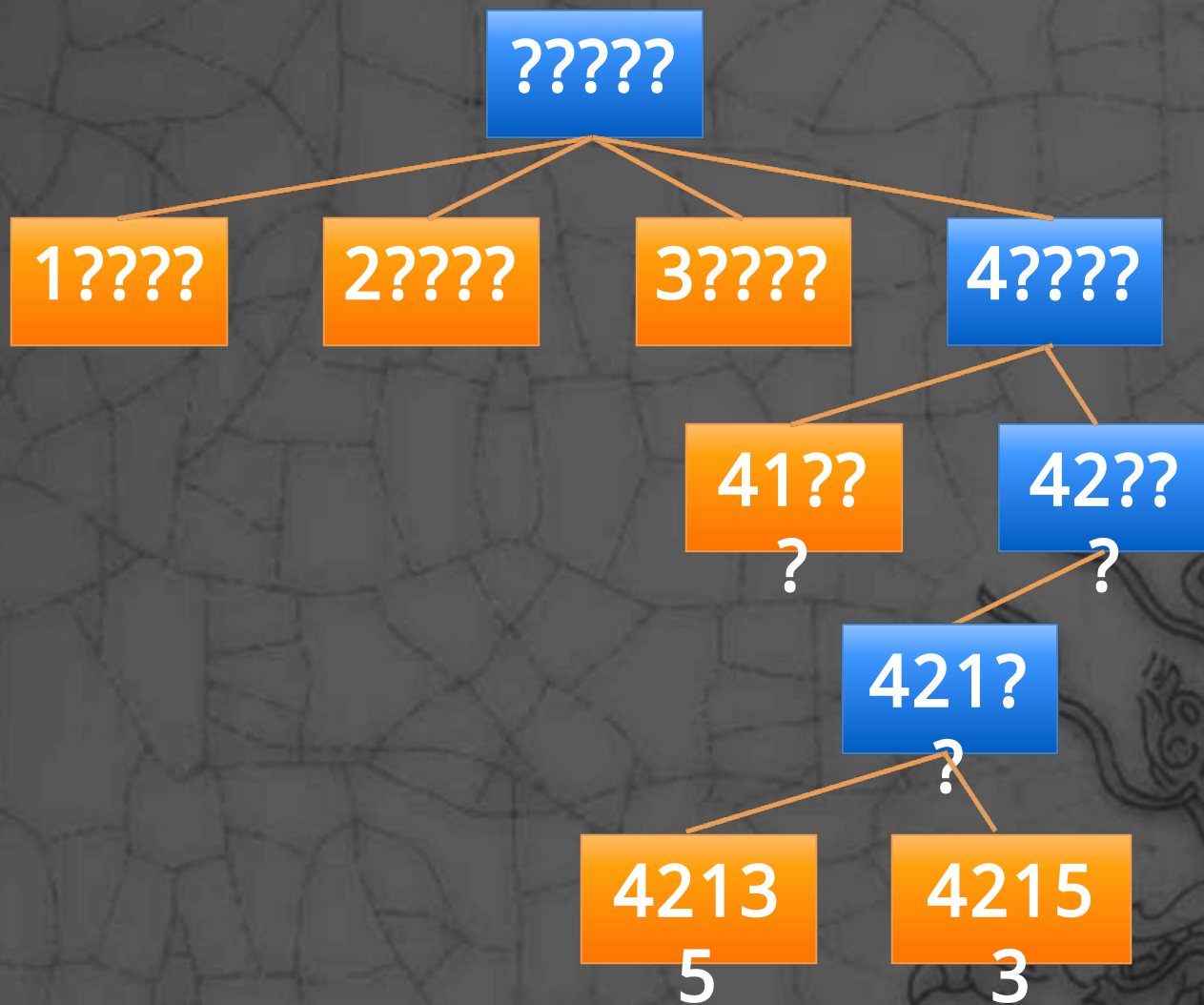
【问题二】——编码

需要不断调用并比较

更优算法

- 问题二：对字符串编码，既是求“**不大于 x 的物体有多少个**”，是一个计数问题。
- 字典序顺序的确定：由从前往后第一个不一样的位确定的。
- 我们可以考虑用**分类思想**，一位一位地**累加**出编码。

"42153" 的编码



$$4! * 3 = 72$$

$$3! * 1 = 6$$

$$0! * 2 = 2$$

$$\Sigma = 80$$

- 所求字符串长度为 n
- 字符集大小为 m

每处理一位字符需要累加最多 m

$O(nm^2)$

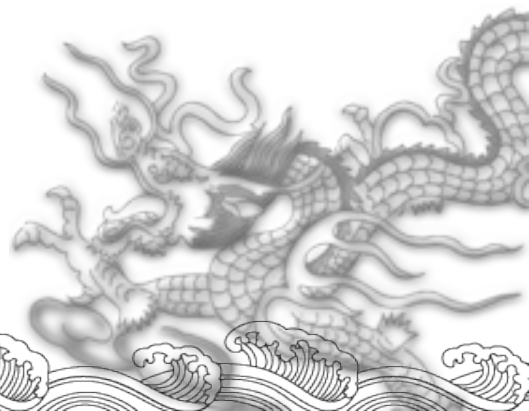
$O(n * n!)$

- 每处理一位字符需要 $O(m^2)$ 的时间
- 总复杂度为 $O(m^2n)$ 。



编码译码常用思想与方法

- 数论、组合计数几类数学思想
- [Twofive, IOI 2001][Hexadecimal Numbers, CEOI 1997]...
- 递推动态规划、枚举搜索、排序、贪心和构造
- [CUDAK, COCI 2007/2008 #3][Zip, Zhejiang OI 2001][A decorative fence, CEOI 2002]...
- 堆、树状数组等特殊的数据结构
- [Huffman][Prüfer]...



编码译码具体应用例举

- Huffman Code (哈夫曼编码)
- Gray Code (格雷码)
- Prüfer Code (普吕弗编码)
- Hash Function (哈希(散列)函数)

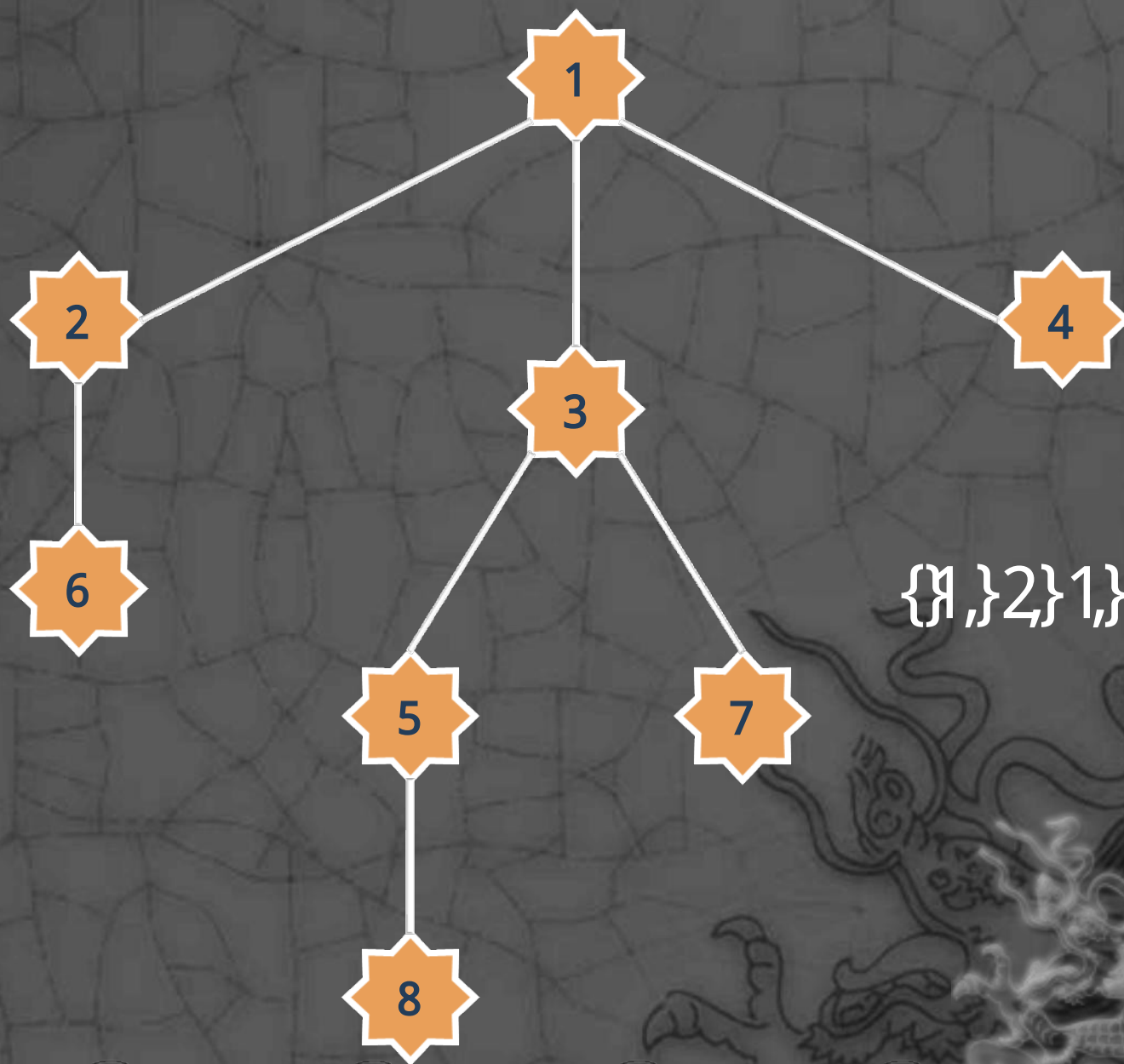
编码若字。字善容万物而不乱，
处万物之所源，故几于道。

Prüfer 编码

- **标号树**：顶点标号为 1 至 n 的有 n 个顶点的树
- **Cayley 定理**：不同的标号树的数量是 n^{n-2}
1889 "A Theorem on Trees."
- **Prüfer 编码**：德国数学家 Heinz Prüfer
1918 年另一个建设性的证明
Prüfer 序列（编码）。

编码过程

- n 个结点的标号树 T
- 不断从 T 中移除当前**标号最小**的叶子，直到 T 只剩下两个结点。
- 第 i 次移除叶子的**相邻点**的标号即为 Prüfer 序列的第 i 项。
- Prüfer 编码提供了 n 结点**标号树**与每个元素在 $[1, n]$ 内的长 $(n-2)$ 的**整数序列**的一个**双射**。



{1,2}1,3,3,5

Prüfer 编码应用

【树的计数, HNOI2004 Day2】

一个有 n 个结点的树, 设它的结点分别为 V_1, V_2, \dots, V_n , 已知第 i 个结点 V_i 的度数为 d_i , 问满足这样的条件的不同的树有多少棵。

Prüfer 编码应用

- 注意到一棵标号树的 Prüfer 编码中标号 i 会出现 $(d_i - 1)$ 次，于是每个点度数已知的 n 结点生成标号树的个数为：

$$\frac{(n - 2)!}{(d_1 - 1)!(d_2 - 1)! \dots (d_n - 1)!}$$

循环冗余校验(CRC)码

安全通信 错误控制

网络信息传输

MD5 SHA

游程编码

MH 编码

RSA 公钥加密系统

JPEG 图像压缩标准

LZW 编码

Zip Code

ISBN

电话手机号码

总结

编码译码就如同水一样：水是生命之源，编码译码是信息之源；水亦柔亦刚，编码译码也同样灵动。

道可道，非常道。



感谢父母对我无私的关爱

感谢张君亮老师的认真辅导

感谢各位教练和我的朋友们给我的帮助

感谢CCF给我这次机会上台讲演

Thank You!

欢迎提问

?

80译码

?

通信系
统模型

?

Prüfer译
码过程

?

Next_pe
rmutati
on

?