

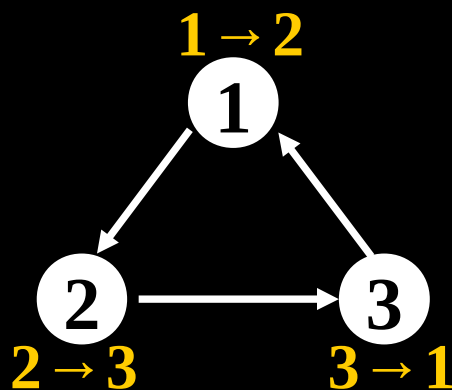
POI0110 跳舞蝇

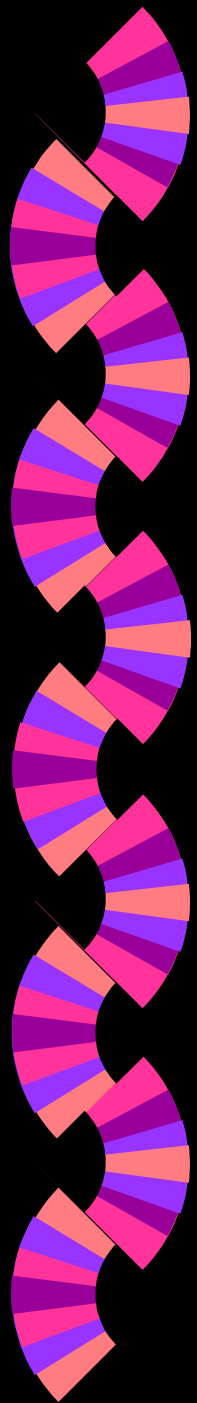
广西柳铁一中 黄芸

题目

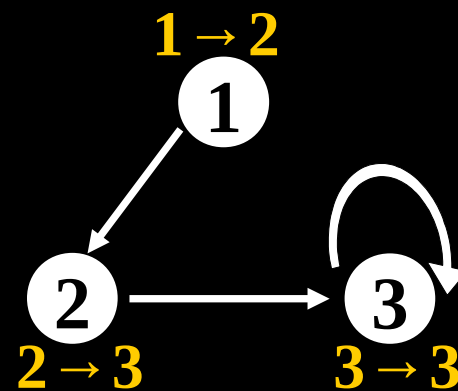
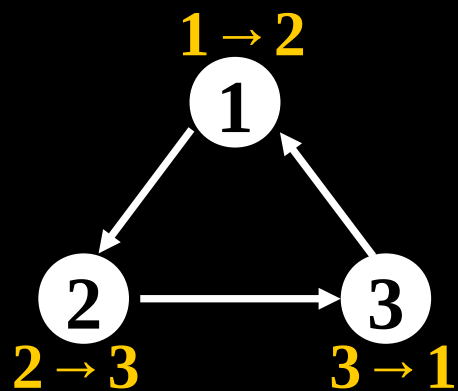
有一种奇妙的跳舞蝇。它们表演跳舞时，人们会先在桌上放 n 枚硬币。硬币从 1 至 n 编号。每枚硬币旁边都有一行题字： $i \rightarrow j$ ， i 是这枚硬币的编号， j 是站在硬币 i 上的舞蝇下一步应该飞往的硬币编号。人们在每个硬币上放一只舞蝇，然后舞蝇就按照题字开始跳舞。

可见，硬币的题字确定了跳舞蝇的表演。然而，对硬币不同的设置也可能导致相同的表演，只要适当调整硬币。





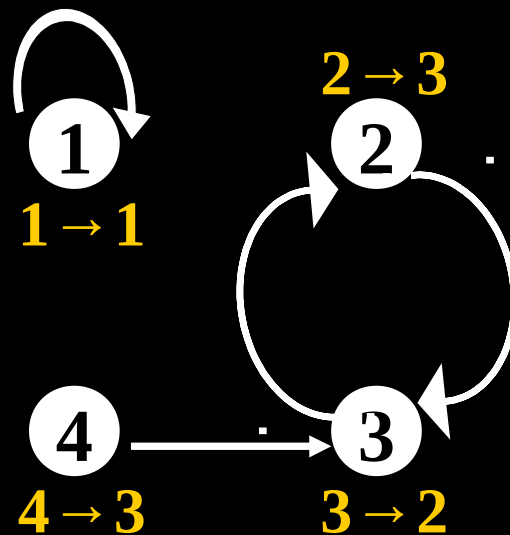
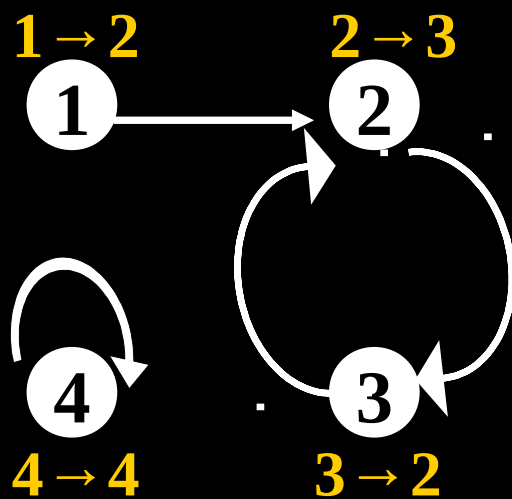
例一



表演不相同



例二



表演相同



任务

请编写一个程序

- 对给出的两组硬币设置，验证是否能适当调整硬币，使跳舞蝇给出相同的表演。

能够， 输出“T”；
不能， 输出“N”。



输入输出格式

Pch . in

2

3

2 3 1

2 3 3

4

2 3 2 4

1 3 2 3

任务数 d

硬币数

n

硬币数

n

Pch . out

N

T

表演不相同

表演相同



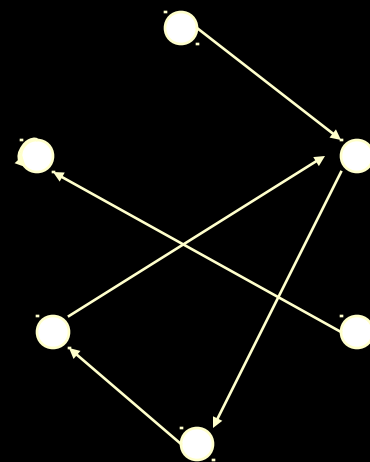
数据规模

$1 \leq d \leq 100$

$1 \leq n \leq 2000$

题意的抽象：

- I. N 枚硬币；
- II. 硬币的题字： $i \rightarrow j$ ；
- III. 硬币的设置决定表演；
- IV. 表演是否相同。



判断两个图是否同构。



同构

- 1) 定义：图 G_1 和 G_2 ，它们的顶点集和边集之间都分别建立了一一对应的关系，并且 G_1 的两顶点间的边对应 G_2 对应顶点间的边，则称图 G_1 和 G_2 互为同构。
- 2) 方法：
 - 枚举顶点集的对应关系；判断当前关系下的各条边是否一一对应。
 - 时间复杂度为 $O(n!)$ 。

对本题 $n \leq 2000$ ，该方法不可行。

同构

- “同”：相同，本质相同
判断数字矩阵的本质是否相同
 - ◆ 定义大小关系；
 - ◆ 求出本质相同的最小表示；

◆ 比较最小表示。

0 0
1 1

0011

0 1
0 1

0101

1 0
1 0

1010

1 1
0 0

1100



最小表示

0 0
1 1

0011

- “构”：图的构成
研究本题所指的图的特殊性，期望能应用最小表示的思想。

图的特殊性

a. 点的出度均为 1。

b. 点的类别：

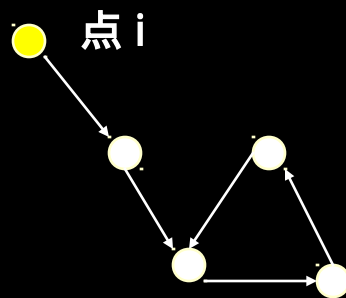
a). 圈上的点；

b). 圈外的点，
构成树形，与圈相连。

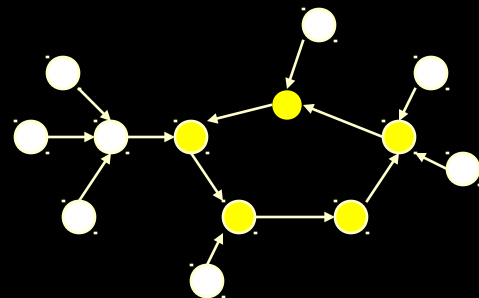
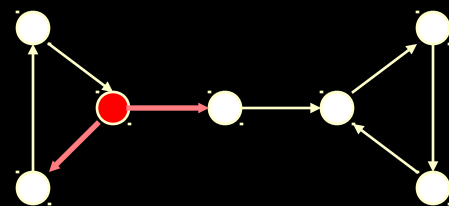
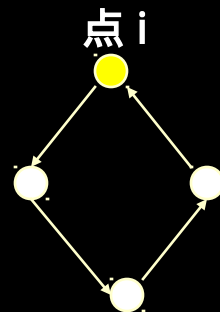
c. 圈与圈之间无边相连。

证明：若两圈相连，则必有一点出度为 2(如图)，与题意矛盾。

d. 这种图由若干个之间无边相连的子图组成，每个子图都是把若干棵树的根结点串成一个圈而构成的。



或者





算法的框架

图 \longrightarrow 子图 \longrightarrow 树

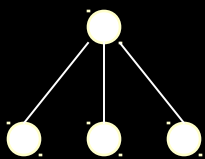
根据图的构成，从小做起，从简单到复杂：

1. 判断树的同构；
2. 判断子图的同构；
3. 判断整个图的同构。

一. 判断树的同构

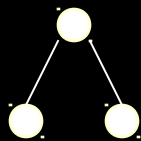
1. 定义树的大小：

- a. 若树 A 根结点的度数 $>$ 树 B 根结点的度数，
则树 A $>$ 树 B；
- b. 若树 A 根结点的度数 $<$ 树 B 根结点的度数，
则树 A $<$ 树 B；
- c. 若树 A 根结点的度数 = 树 B 根结点的度数，
则依次讨论 A 与 B 的子树，拥有较大子树的树较大
若当前子树相等，则讨论 A 与 B 的下一棵子树。

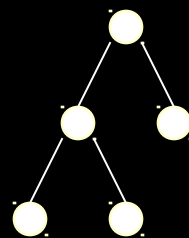


(a)

$>$

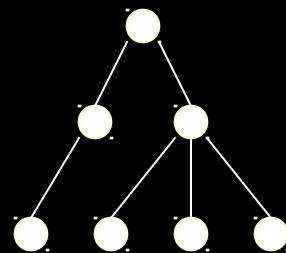


(b)



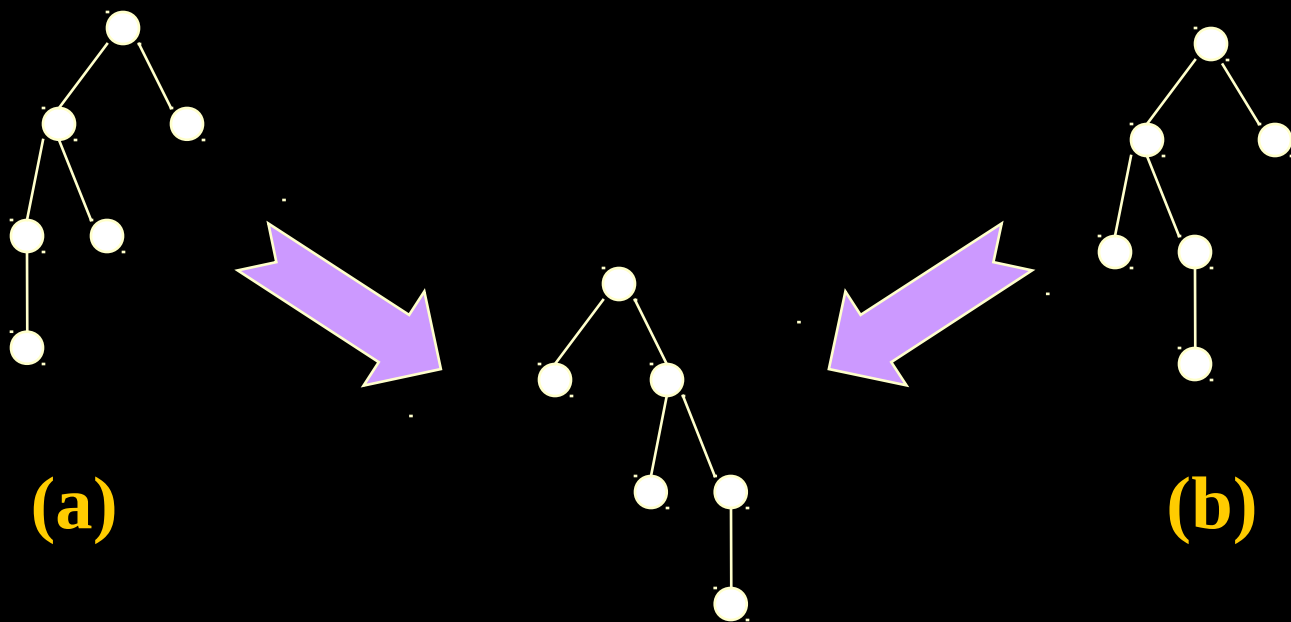
(a)

$>$



(b)

2 . 本质相同的树具有共同的最小表示



3 . 判断树 A 与树 B 是否同构：

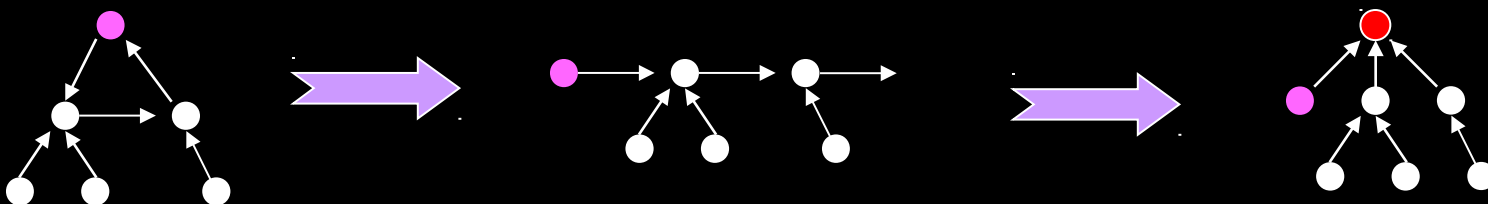
- ◆ 分别求出树 A 与树 B 的最小表示 A' 和 B'
- ◆ 若 $A' = B'$ ，则树 A 与树 B 互为同构；

反之，没有同构关系。

二 . 判断子图的同构

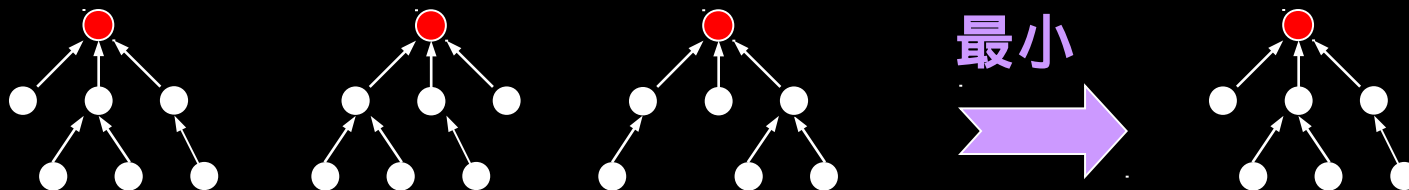
▲ 把所有的树均化为其最小表示；

▲ 把圈断开，把子图化为一棵树；

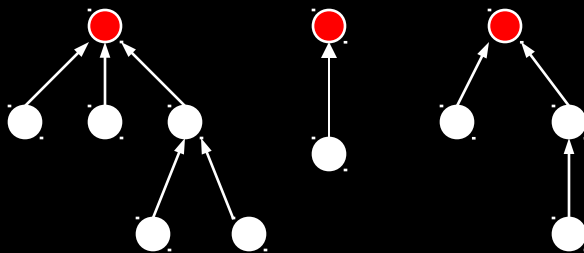
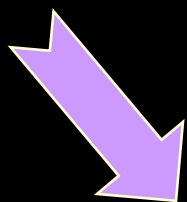
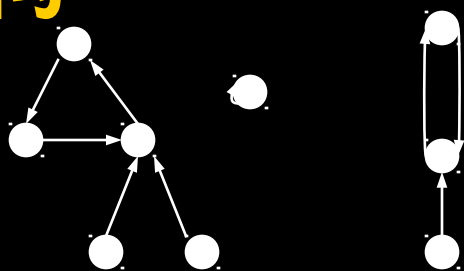


▲ 求出子图的最小表示；

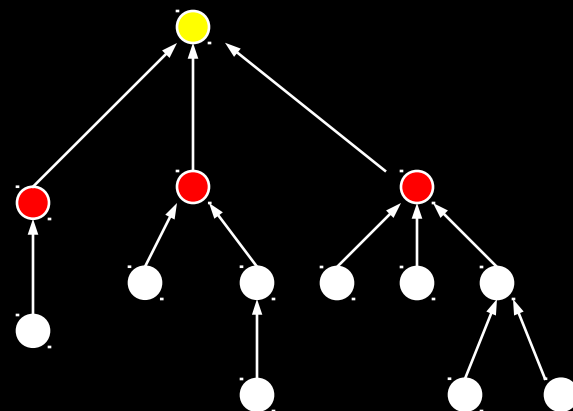
▲ 若两子图最小表示相等，则它们互为同构。



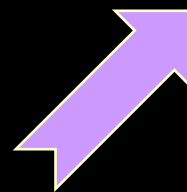
三. 判断图的同构



各子图的最小表示

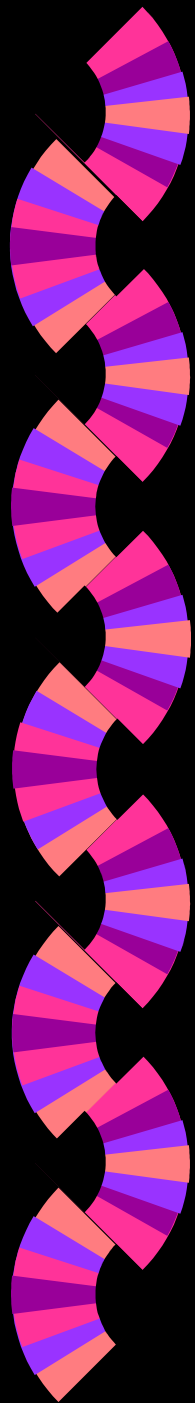


图的最小表示



归纳

- 对图的处理：
 1. 把图分为若干子图；
 2. 把子图分为若干棵树。
- 主过程
 1. 求树的最小表示
求子树的最小表示，对子树排序。
 2. 求子图的最小表示
断圈，化成树，求最小。
 3. 求图的最小表示
给子图排序，合并成一棵树。
- 比较两图的最小表示，判断是否同构。





算法的性能分析

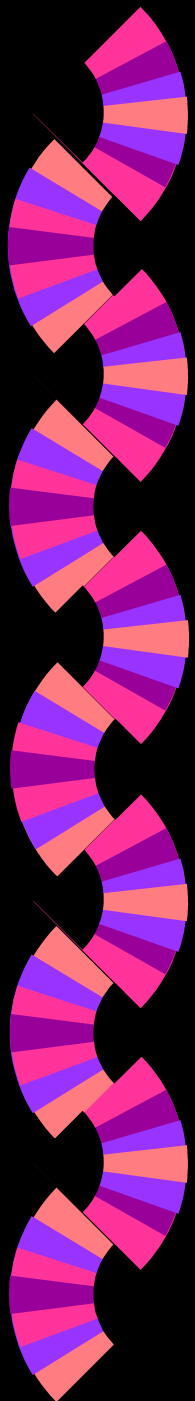
空间复杂度： $O(n)$

时间复杂度：约为 $O(n^3)$ 。
但受到子图个数，各子图规模的影响
，远远达不到 $O(n^3)$ 。



总结

- 触类旁通
- 善于分化问题
- 把握问题的特殊性



谢谢！