

浅析信息学竞赛中 一类与物理有关的问题

——杭州学军中学

方戈

The top of the slide features a decorative header with the title '序言' (Preface) in the center. On either side of the title are two circles each, one solid light blue and one hollow light blue, for a total of four circles.

序言

看上去简单

- 贴近实际
- 实现方法多
- 易转化，易扩展

想起来困难

- 无固定形式
- 特殊情况多
- 数据规模大

趣味性



序言

这类问题所涉及到的知识：

- 模拟 枚举
- 搜索
- 数学
- 计算几何
- 动态规划
- 数据结构

序言

● 一般解决路线

简单实际的
解决办法

更好的办法

1

死胡同

更好的办法

2

算法 **1** 算法 **2** 算法 **3**

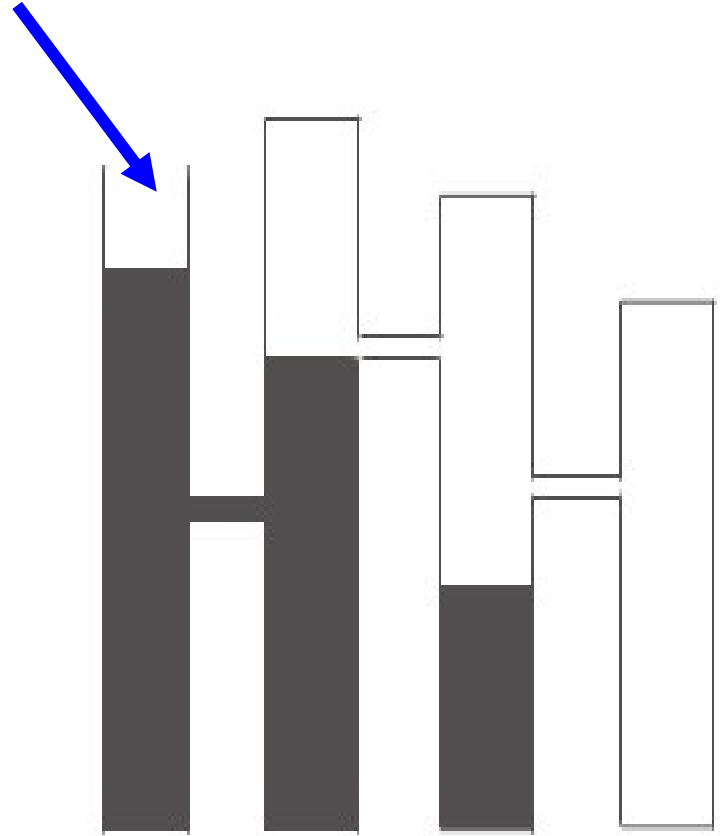
更好的办法

3

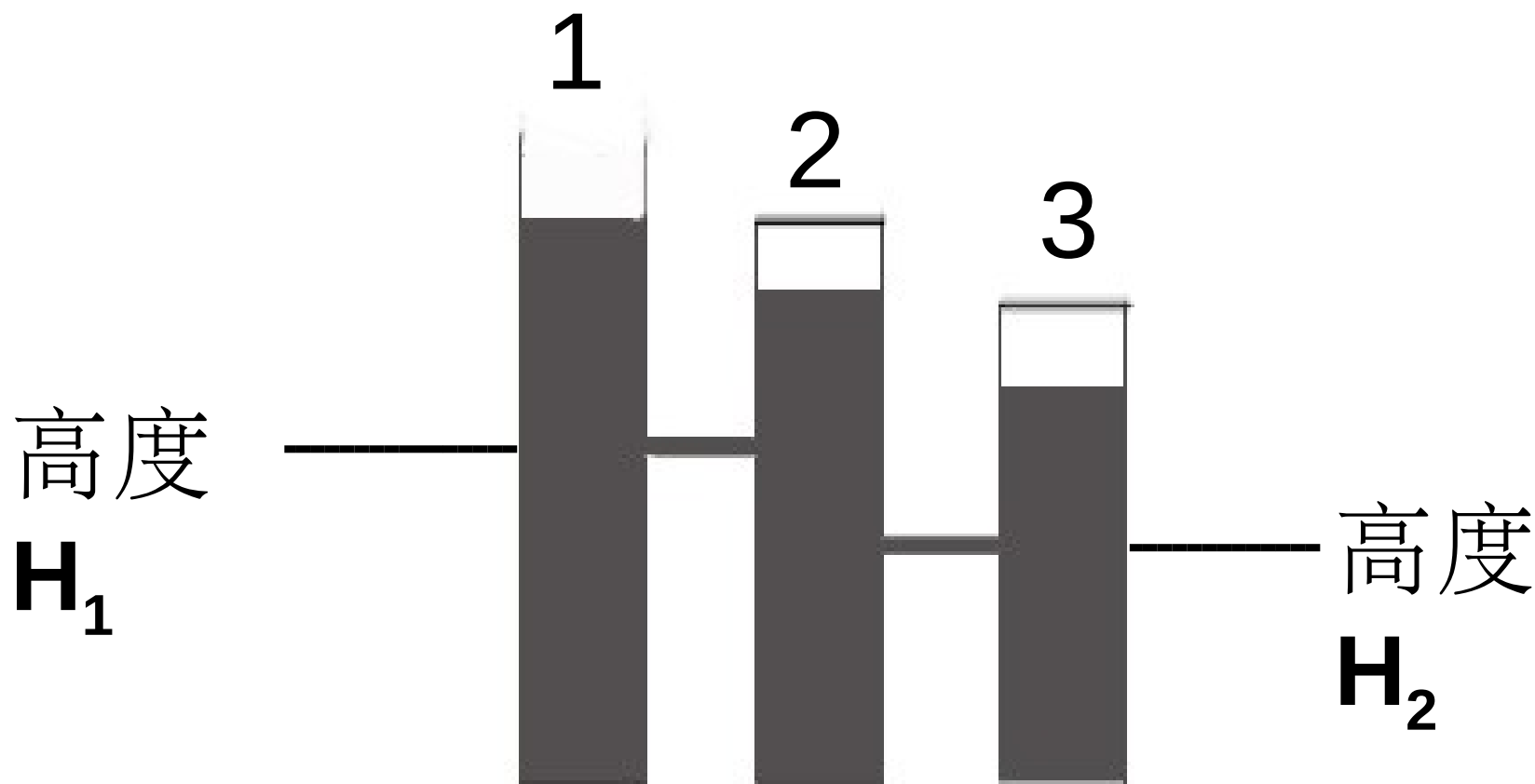
算法 **N**

[例] water tanks (ACM 2007 Final 改编)

- 有许多高低不同的圆柱型容器由一些高低不同的横向的管道连接
- 最多能倒多少体积的水
- 气压变化法则 $P_1V_1=P_2V_2$
- 同一水平面水压处处相等
- 规模：容器数 $N < 1000000$



对样例的解释





初步分析

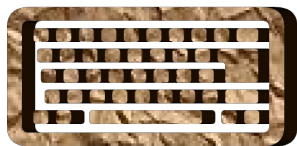
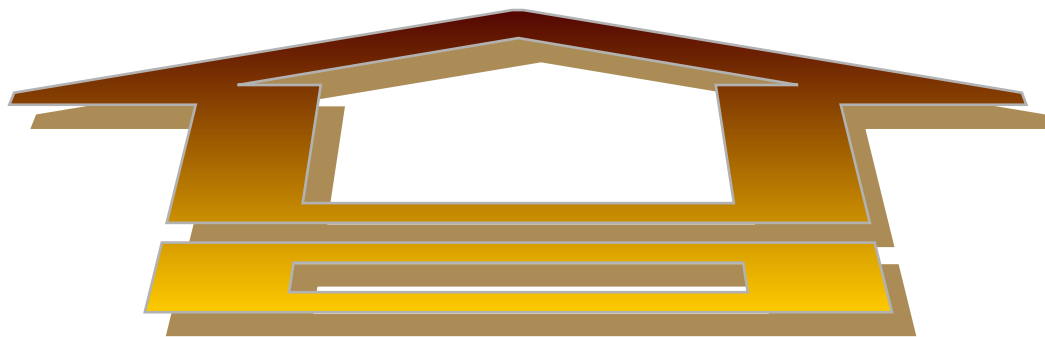
- 第一感觉：简单
 - 题目中元素单一
 - 对水压气压的理解很具体
 - 类似于实验室中的一些容器
 - 日常生活中的经验
- 普通模拟方法
 - 严格按照规律往容器中倒水



初步分析

- 事件点无限，如何解决？
- 方案 1：每次倒一点点水
 - 精度问题
 - 次数惊人，每次的模拟至少要 $O(N)$
 - 显然无法承受
- 方案 2：把某容器水位到达左或右管子当作一个事件点
 - 次数依然有 $O(N)$ ，模拟也要 $O(N)$
 - 依然无法承受

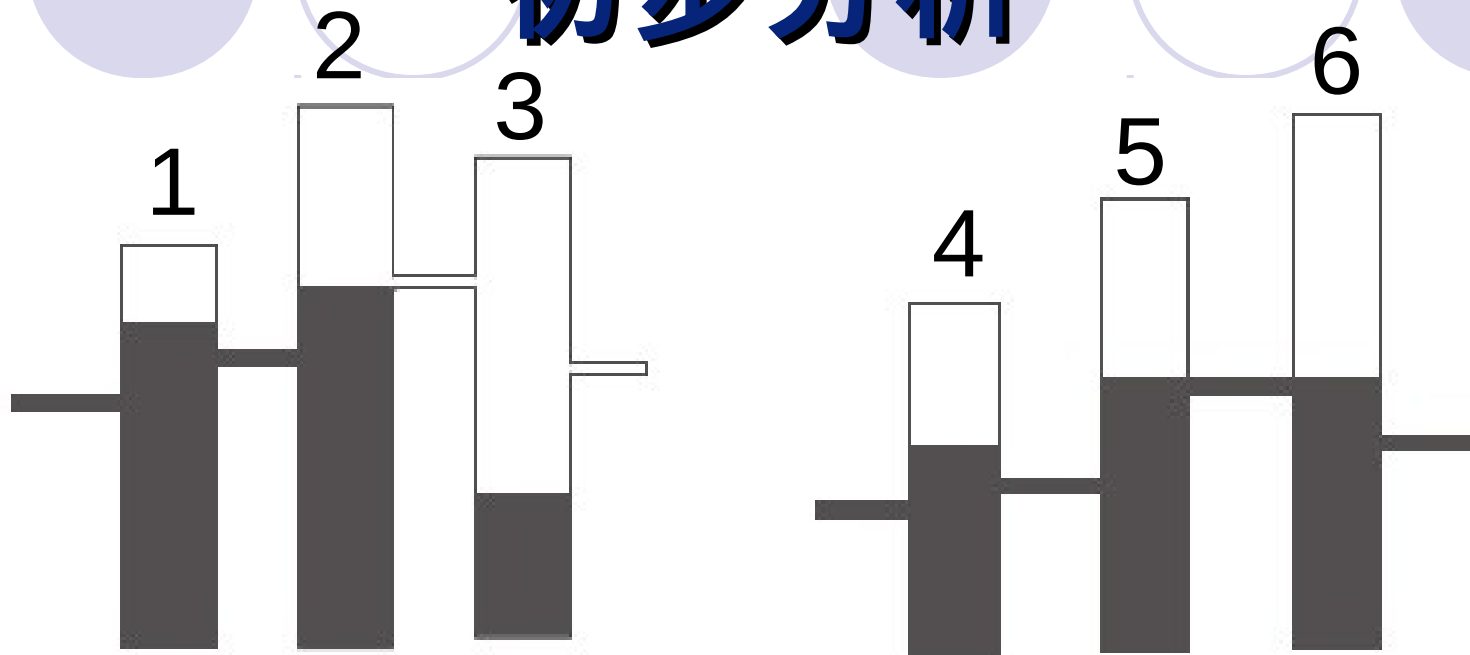
初步分析



初步分析

- 抓住问题特征
 - 只要求倒的水量
 - 最终第一个容器的水柱高度是固定的
 - 最终水压只由该容器水柱高度决定
 - 分别考虑各个容器
- 遇到的问题
 - 若容器中的空气与其他容器连通
 - 此容器气压受其他容器影响，无法单独考虑
 - 称容器的连通为空气的连通

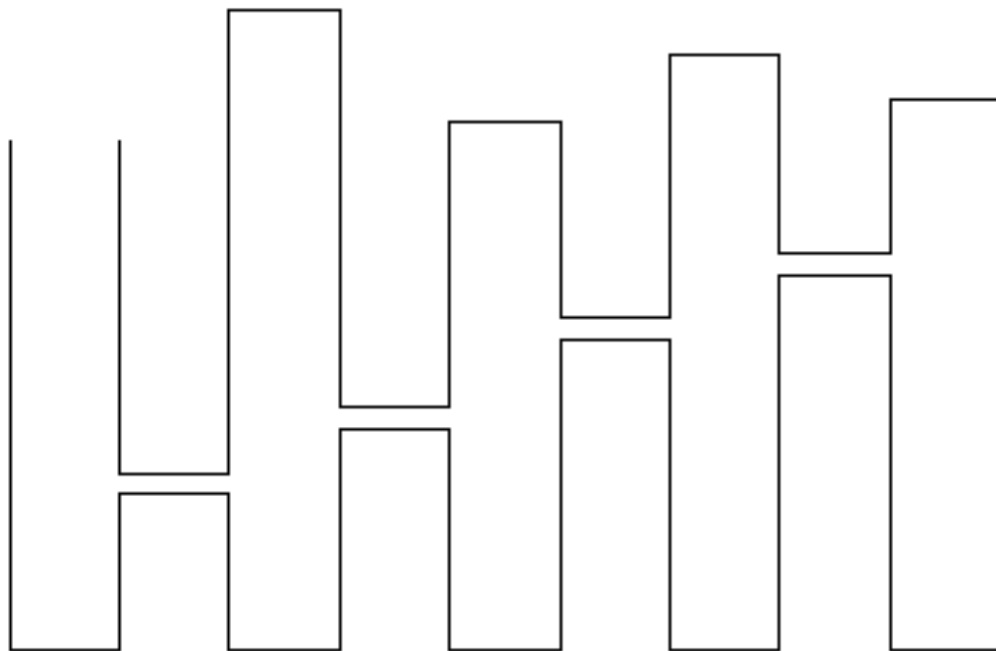
初步分析



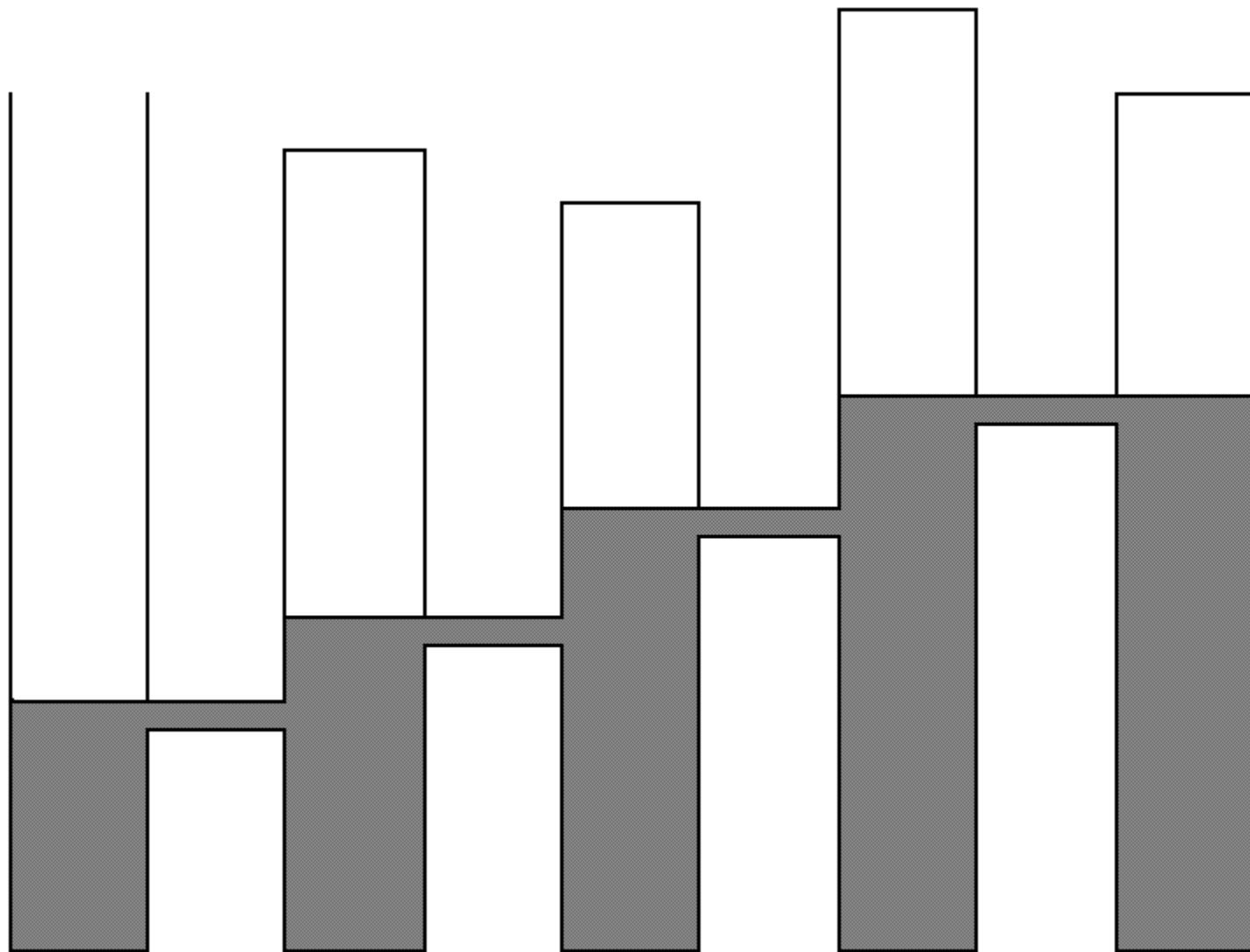
- 称与左右两边都不连通的容器为**独立**的
 - 利用独立容器水压与气压的平衡
 - 直接算出独立容器最终的水位
 - 只需考虑容器独立前水位是如何变化的

一类特殊情况

- 不妨先研究一类简单的情况
- 大胆提出限制：管子的高度递增
- 这种情况下容器间更容易封住

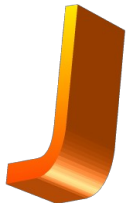


一类特殊情况



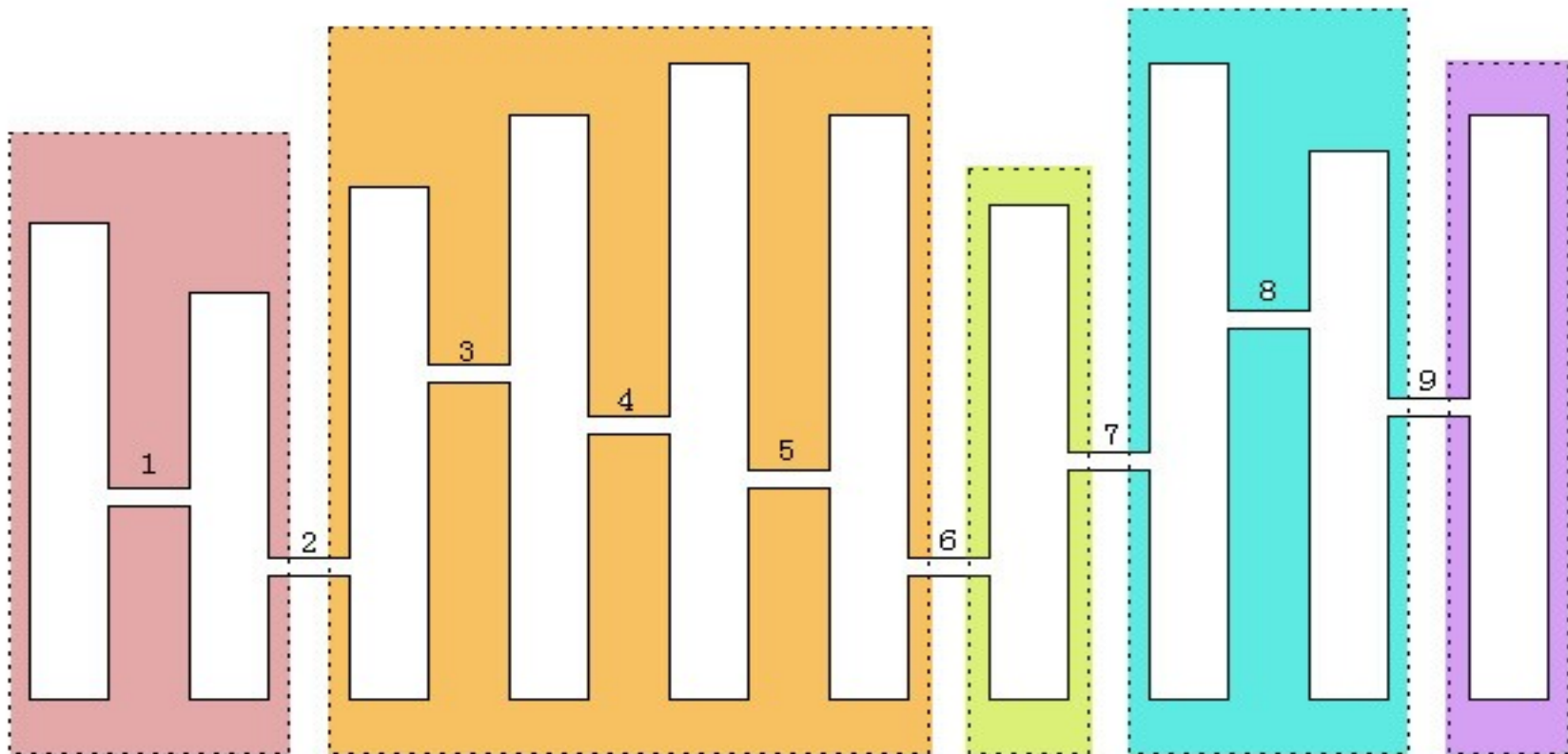
一类特殊情况

- 从左到右对每个容器进行处理
- 总复杂度 $O(N)$
- 特殊情况解决



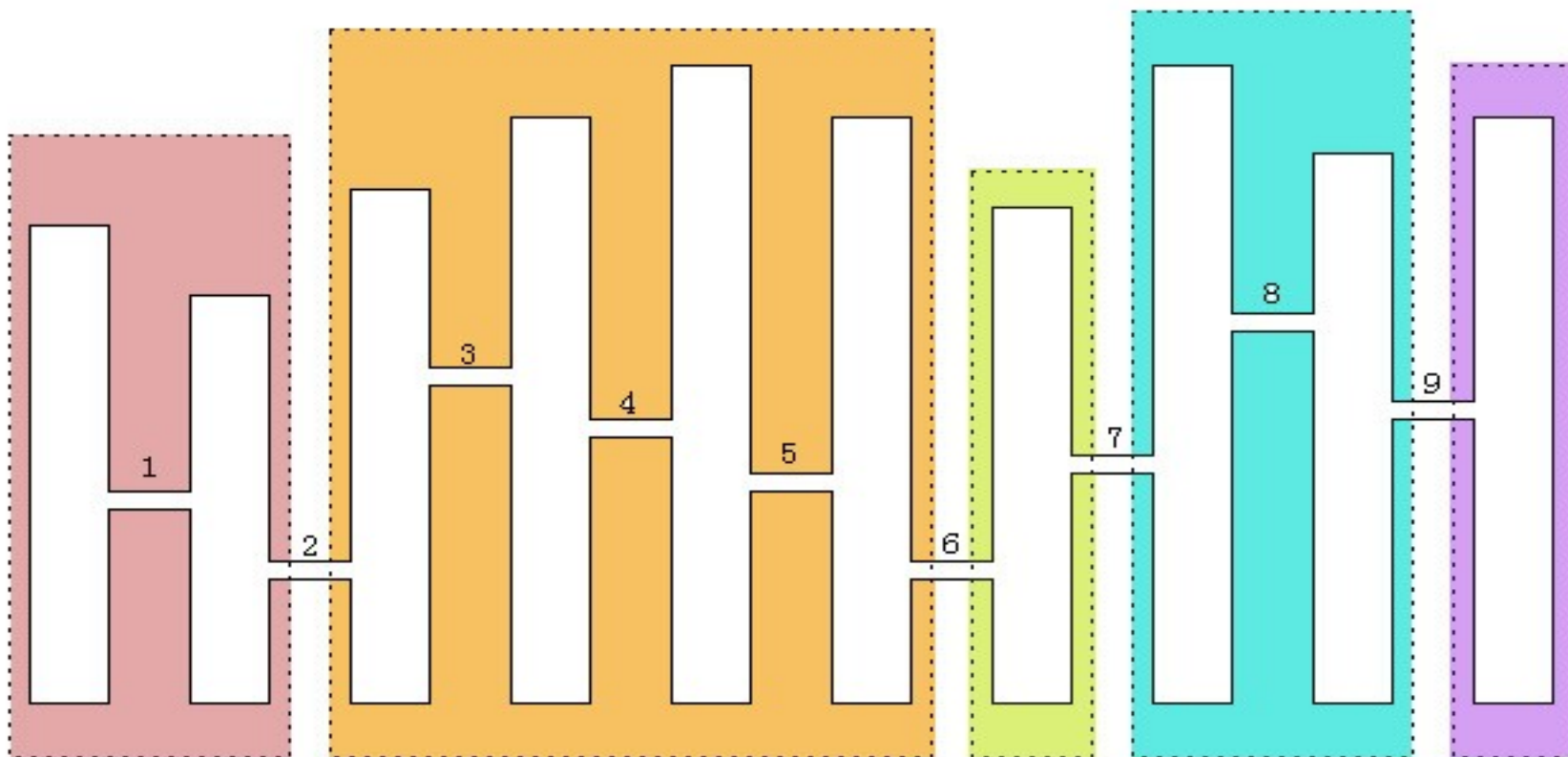
从特殊到一般

- 大胆进行类比，引入块的概念
 - 一个块是一段连续的容器
 - 这段容器间的管子高度递减



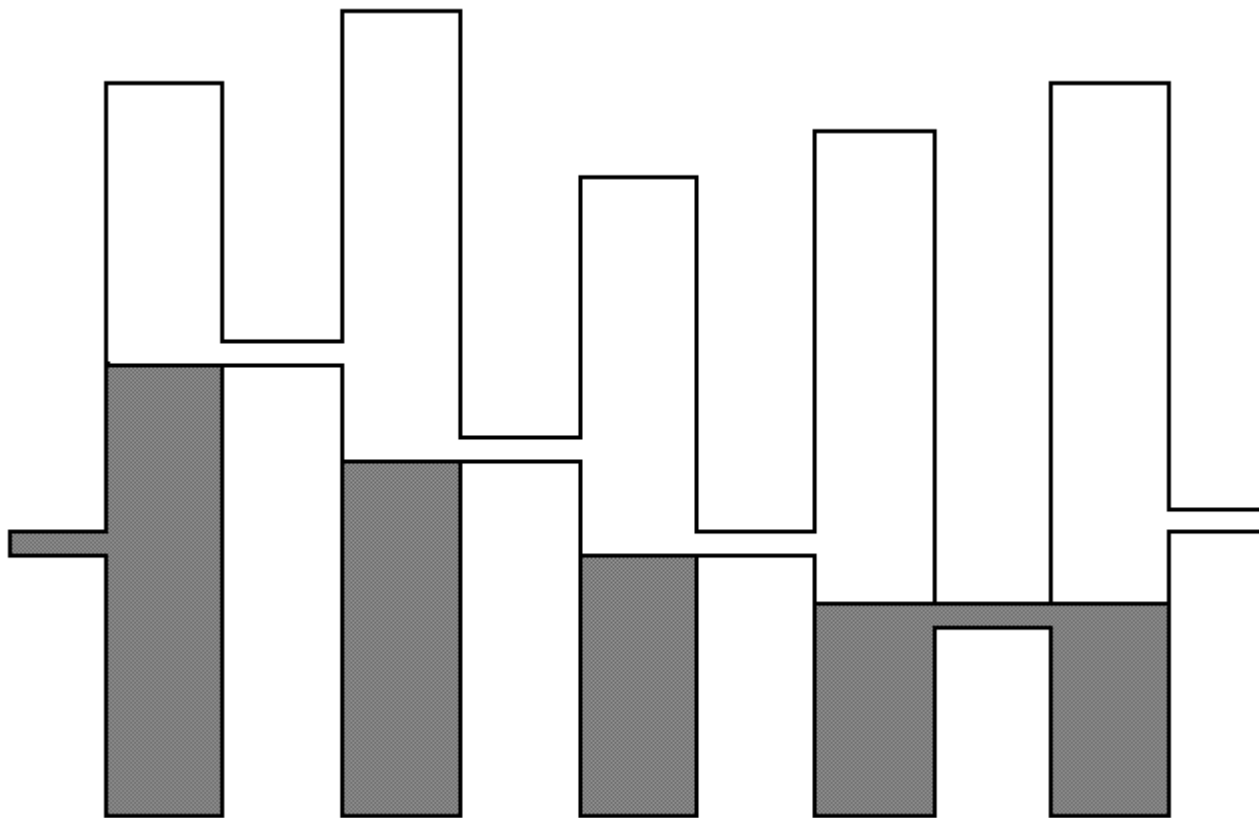
从特殊到一般

- 这样定义块的原因
 - 块内水位上升规律明显
 - 块与块之间容易密封



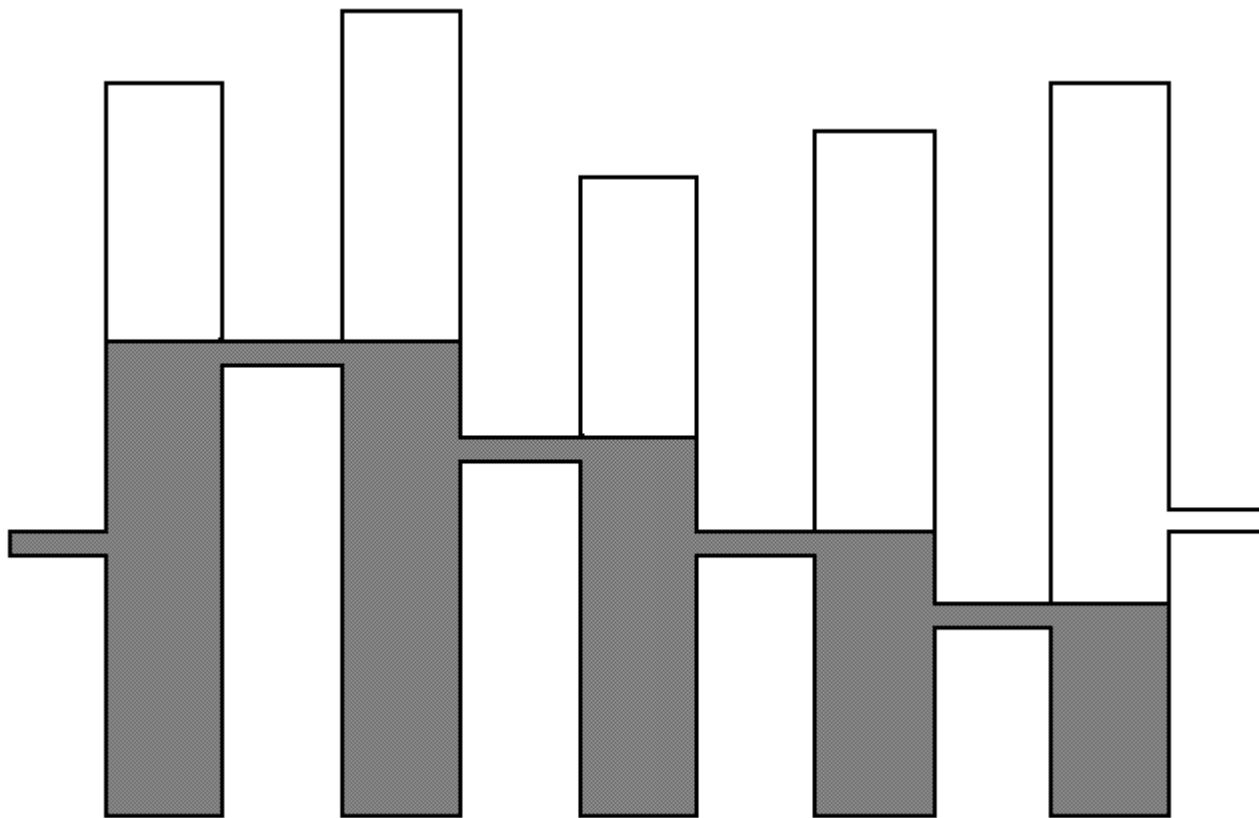
一般情况的解决

- 块水位变化的规律
 - 与右边的块密封前的规律



一般情况的解决

- 块水位变化的规律
 - 与右边的块密封后的规律



一般情况的解决

- 从左到右依次对块进行处理
- 复杂度分析
 - 每个块的处理复杂度为 $O(\text{块的大小})$
 - 总复杂度即为 $O(\text{所有块的大小之和})$ 即为 $O(N)$
- 原问题完美解决
- 拓展
 - 若不只第一个容器是有开口的会怎样?



总结

- 此题的解决路线：
 - 模拟走不通时，抓住问题特点另辟蹊径
 - 大胆提出限制条件解决特殊情况
 - 利用类比解决一般情况

最终的算法——复杂，难以想到

三步之间的衔接——自然，简洁



总结

- 回顾例题并参考其它这类的问题
- 这类问题对我们的要求与培养：
 - 有创造力，勤于实践
 - 理性与感性相结合
 - 思维的多样性和严谨性
 - 灵活应对问题，看清本质
 - 深入研究，举一反三
 - 耐心，永不放弃的品质

