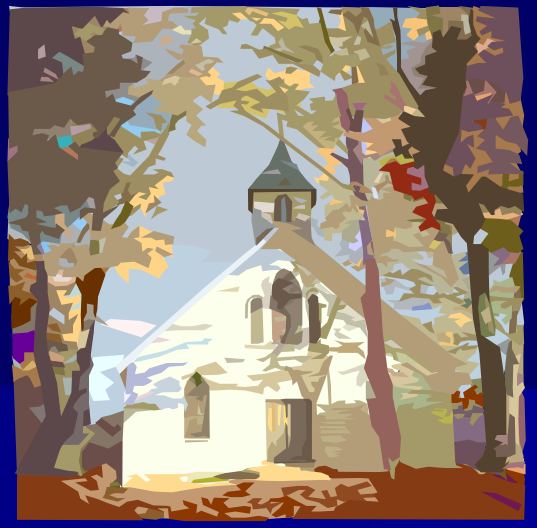
# Hash 在信息学竞赛中的一类应用

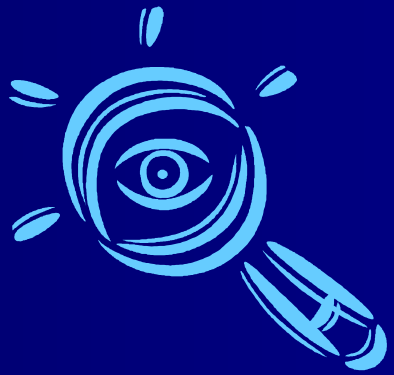
安徽师范大学附属中学　杨弋

# 前言

Hash



Hash



# 前言

CRC32!

Hash

MD5!

SHA-1!

More...

# 例 1. 多维匹配

- 一维：在一个串中找另一个串第一次出现的位置
- 二维：在一个字符矩阵中找另一个字符矩阵第一次出现的位置
- 如果扩展到 $k(k \le 10)$ 维呢?

# 例 1. 多维匹配

- 一维的情况： Rabin-Karp 算法

O(NM)?


# 例 1. 多维匹配

- 一维的情况： Rabin-Karp 算法

$$f(S) = \left[ \sum_{i=1}^{len(S)} S[i] p^{len(S)-i} \right] \bmod q$$

a b c a

$p^3$ $p^2$ $p$ 1

求和

$$f(S_{i+1}) = \left[ p f(S_i) + X[i+M] - p^M X[i] \right] \bmod q$$

$p^2$ $p$ 1

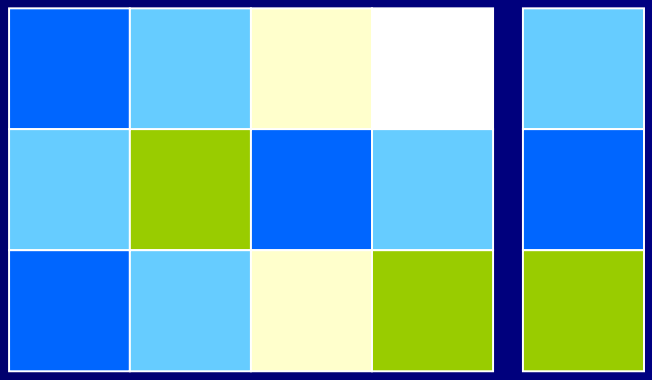
# 例 1. 多维匹配

- 扩展到二维的情况

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a \times p^2 q^3$ | $b \times p^2 q^2$ | $a \times p^2 q$ | $a \times p^2$ |
| $c \times p q^3$ | $b \times p q^2$ | $b \times p q$ | $c \times p$ |
| $a \times q^3$ | $b \times q^2$ | $a \times q$ | $c$ |

# 例 1. 多维匹配

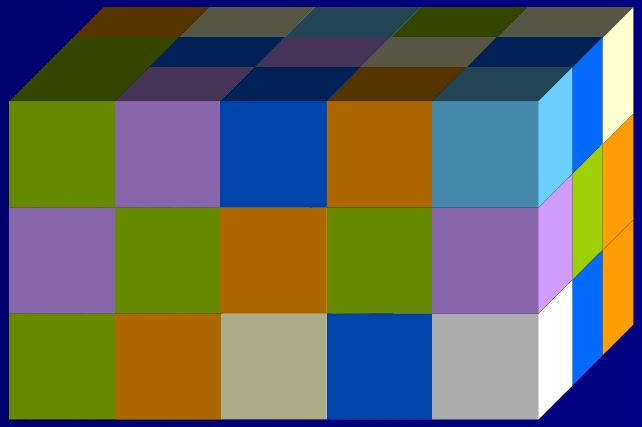
- 扩展到二维的情况



$\times p^3 \quad \times p^2 \quad \times p^1 \quad \times p^0 \quad \times 1$

# 例 1. 多维匹配

- 更高维的情况……



# 例 1. 多维匹配

| 传统算法 | 多维 Rabin-Karp |
| --- | --- |
| O(k(N+M)) | O(kN+M) |
| 难以理解 | 易于理解 |
| 相对实现困难 | 易于编写，不易出错 |

# 例 1. 多维匹配

回顾：我们是怎么计算出 Hash 值的?

部分和?

两端增加或者删除一位后的 Hash 值　　O(1)

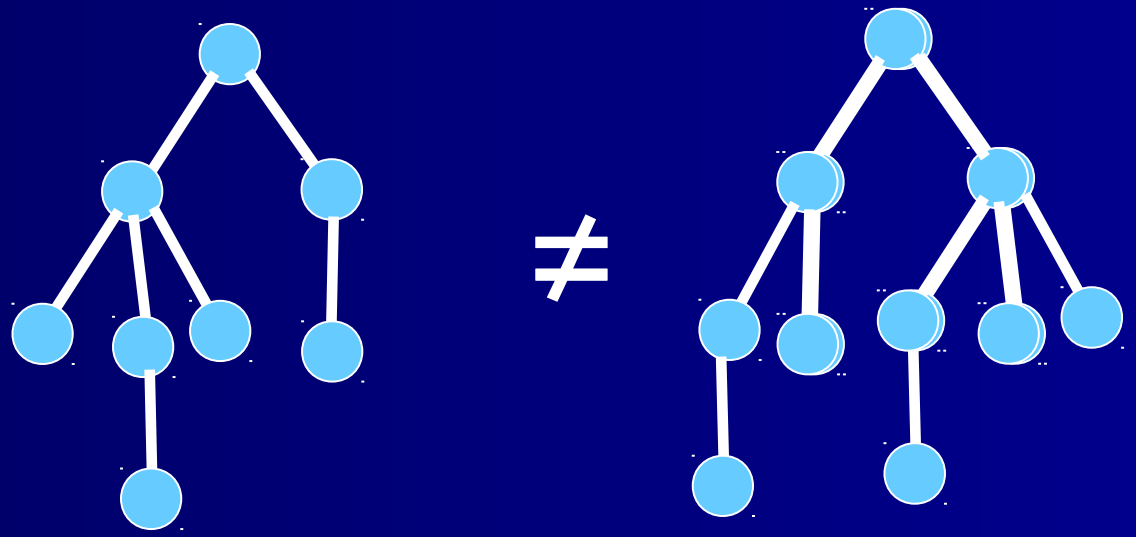
计算两个串连接后的串的 Hash 值　　O(1)

线段树！　　分块！　　平衡树！

Sparse Table!　　预处理！

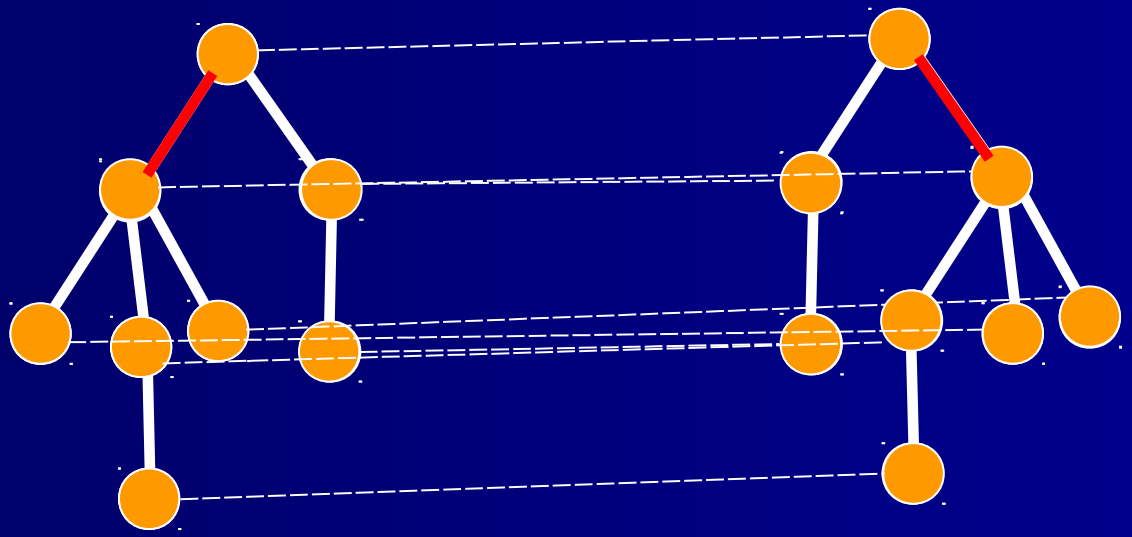
# 例 2. 树和图的同构

有根树



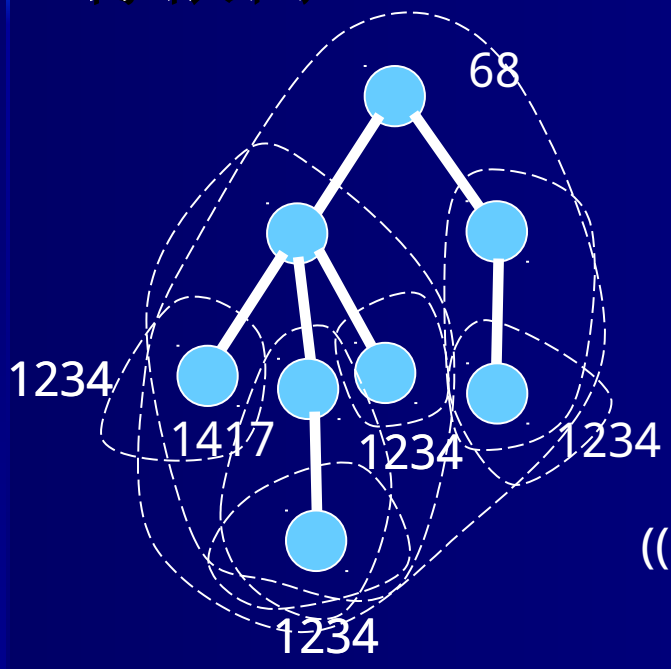
# 例 2. 树和图的同构

有根树



# 例 2. 树和图的同构

有根树



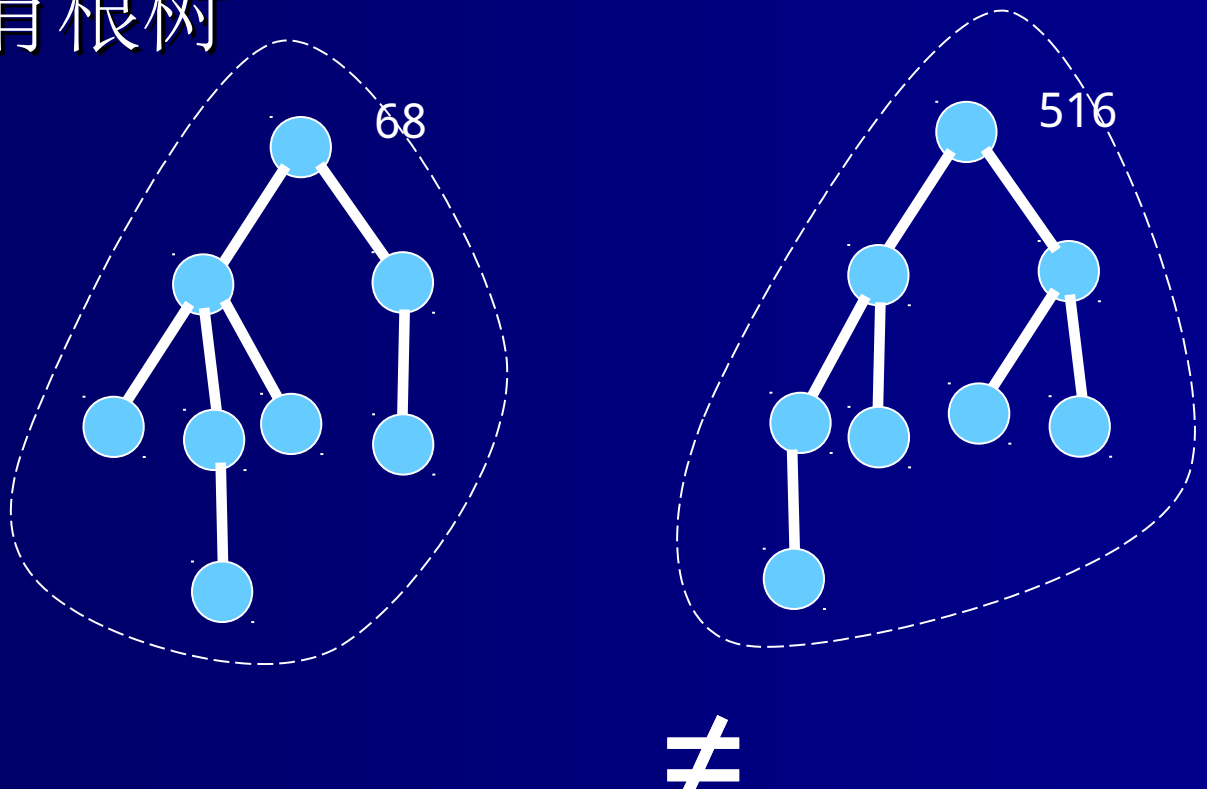

对每一个子树计算一个 Hash 值……

(( ×557)xor ×557)xor × 131 = 1417 (mod 2081)

924 × 131 = 346 (mod 2081)

# 例 2. 树和图的同构

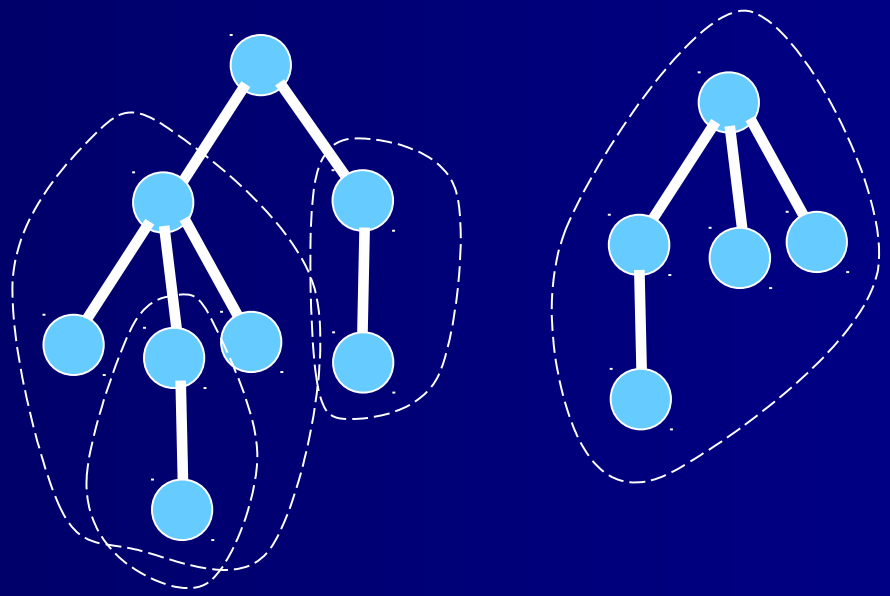
有根树




≠

# 例 2. 树和图的同构

有根树



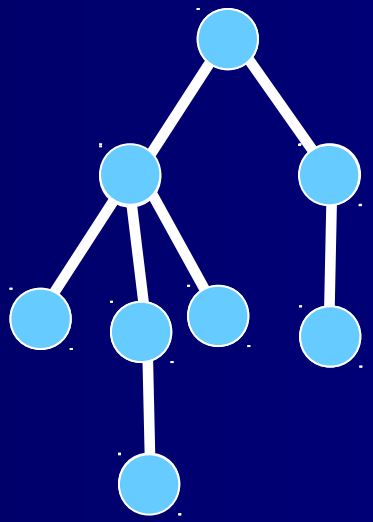
O(n log n)

可以使用 Hash 表在 O(1) 时间内查询

可以给出具体对应方案

# 例 2. 树和图的同构

有根树，另一种办法



树→串

2 3 0 1 0 0 1 0

子树的顺序?

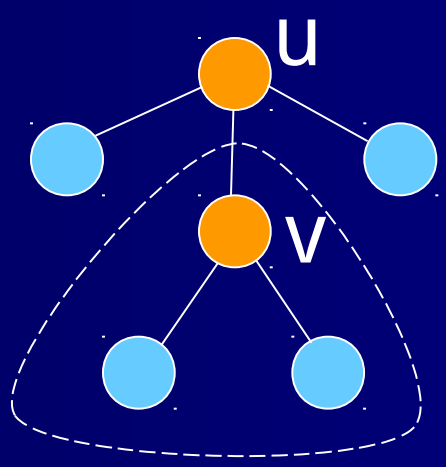
字母序?

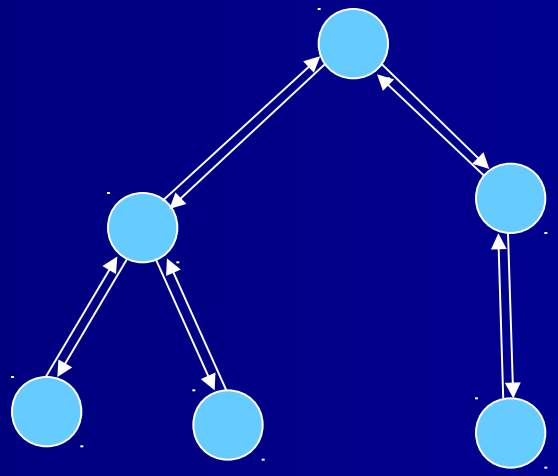
按 Hash 值排序 !

# 例 2. 树和图的同构

无根树

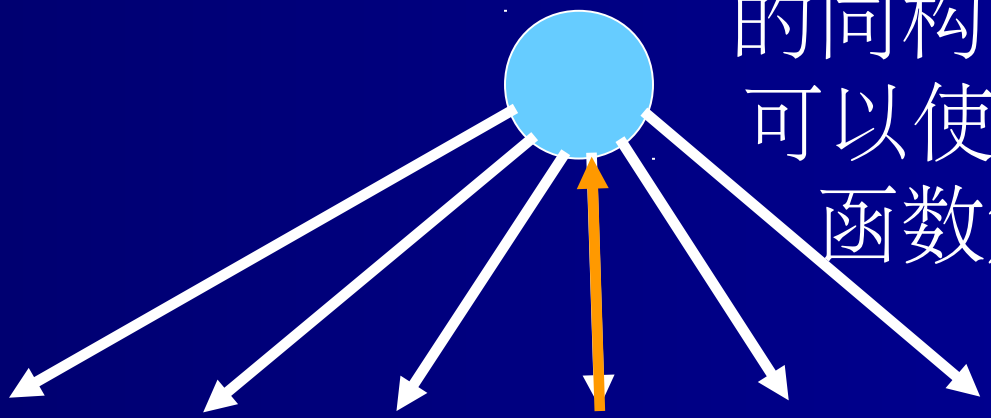
f(u,v) 表示以 u 为 v 的父亲节点时
以 v 为根的子树的 Hash 值



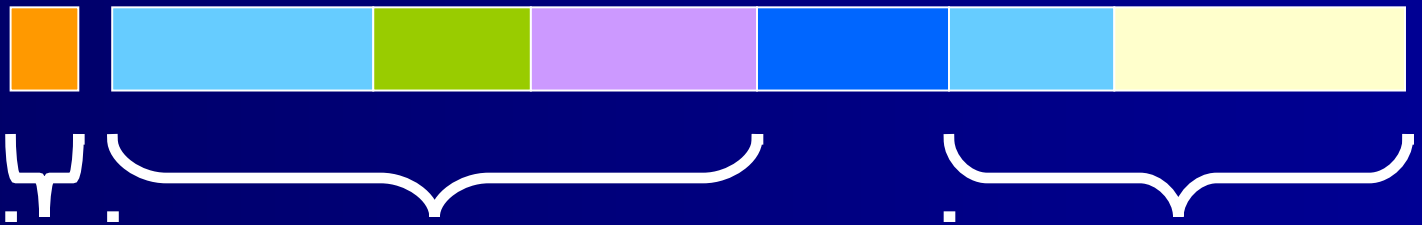



# 例 2. 树和图的同构

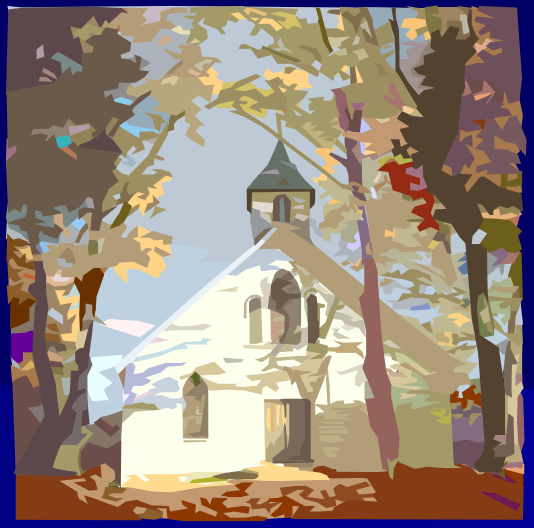
无根树



类似地，有根森林，甚至任意图的同构问题也是可以使用 Hash 函数解决的



# 总结



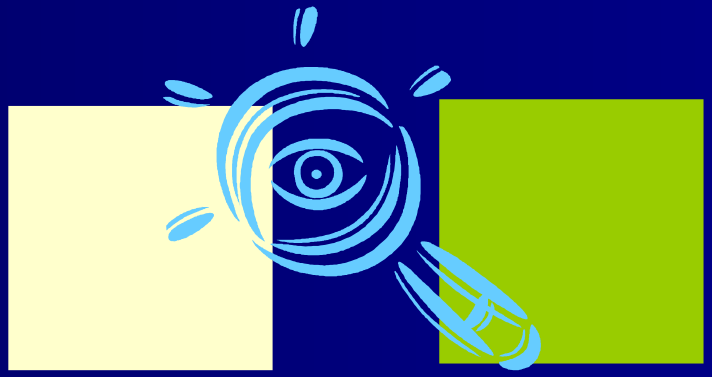
Hash 的本质

信息量大

Hash

“概括” 不易比较

化繁为简



方便高效地比较

# 总结

正确性
优美性

有所舍弃?

适合 { 题目 → 理想的算法
自己

效率
简洁
扩展性

有所收获!

# 结束

谢谢！