一类搜索的优化思想
——数据有序化

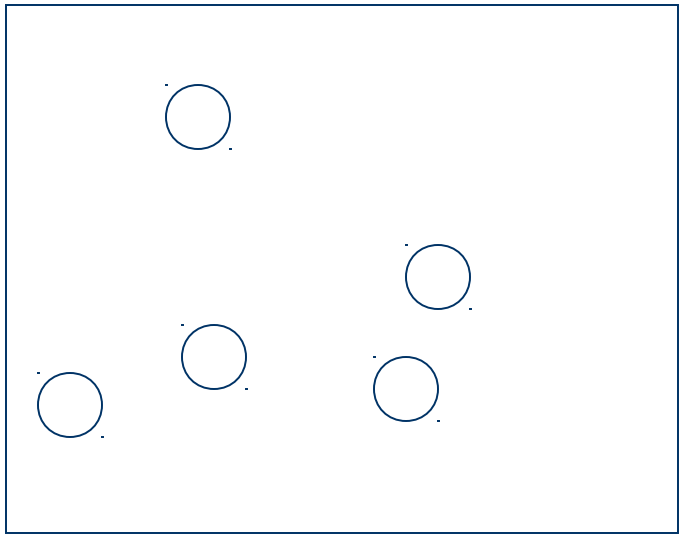
南京市金陵中学　刘一鸣

数据有序化

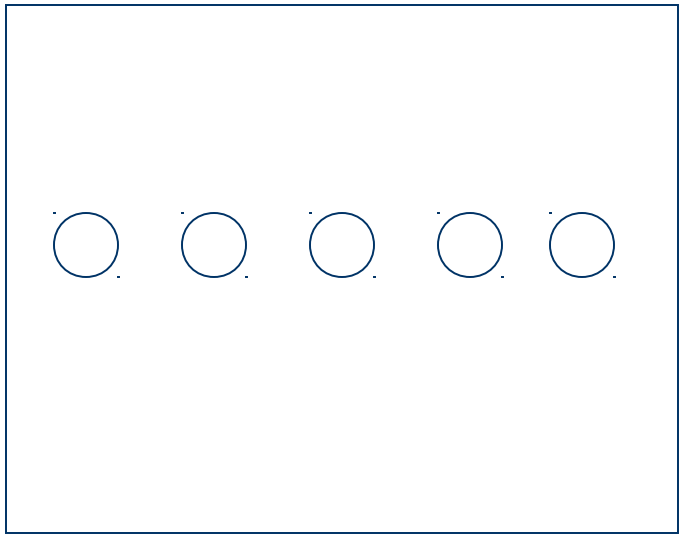
数据有序化的思想，就是将杂乱的数据，通过简单的分类和排序，变成有序的数据，从而加快搜索的速度。

- 为什么要进行数据有序化
- 数据有序化的实现
- 两种实现方法的比较

为什么要进行数据有序化



杂乱的数据



有序的数据

例 1 装箱问题

题目大意：

现有一个体积为 V 的集装箱和 N 种货物，每一种货物都有固定的体积，数量无限。你的任务是：写一个程序，求出最少用多少个货物，就能放满集装箱。

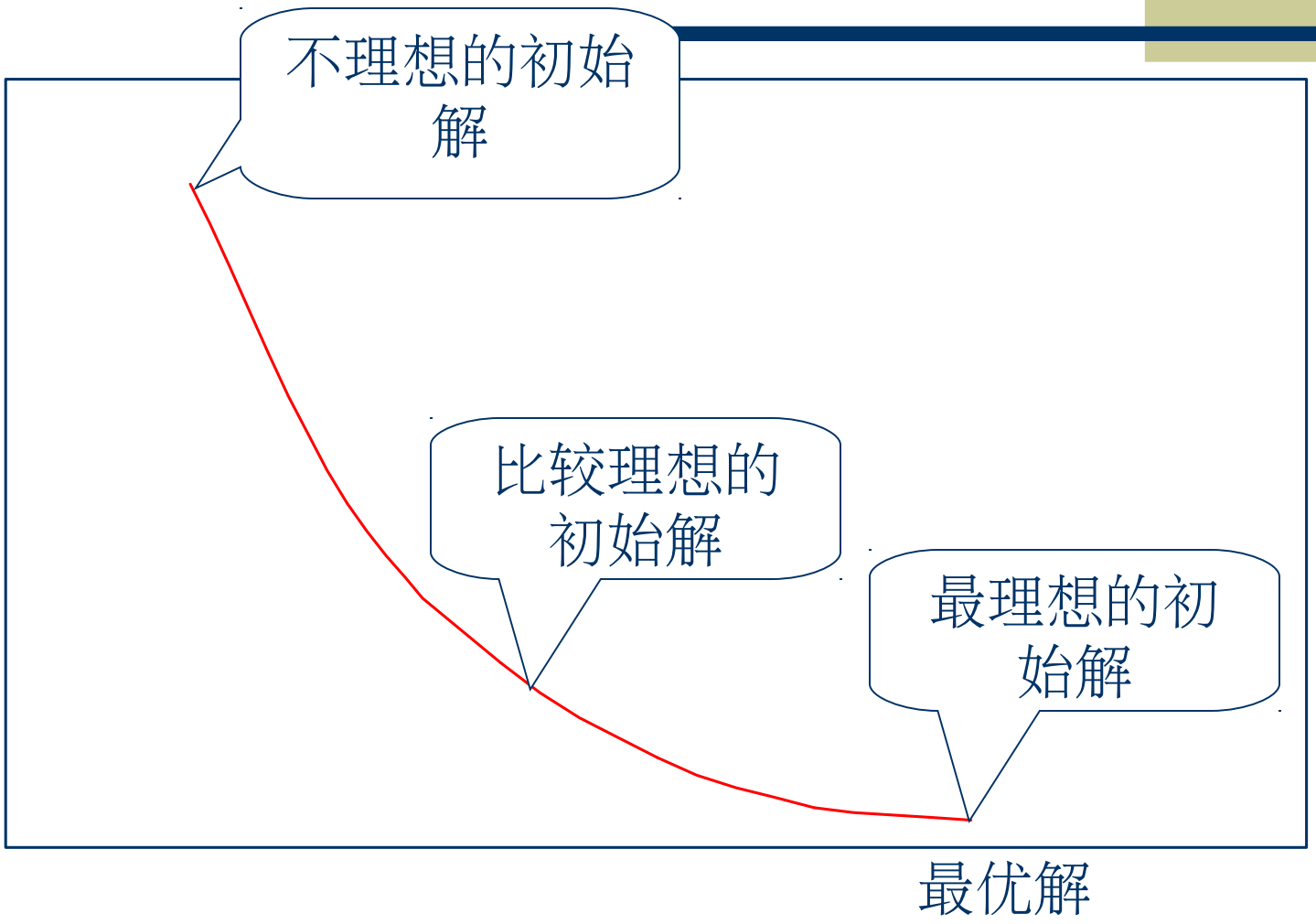
数据规模： $V_{货} \leq V \leq 10^9$

运行时间的对比

测试方法：随机生成 20 个数据，测试运行时间并求平均值。

N	不排序，直接搜索	先按体积从大到小排序，再搜索
10	>160 秒	9.8545 秒
30	>200 秒	0.1356 秒
60	>200 秒	0.1595 秒
100	>200 秒	0.2285 秒

程序效率不同的原因



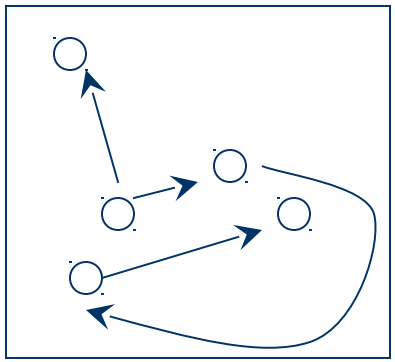
数据有序化的益处

- 对于大多数的数据，都有良好的优化效果；
- 简便易行；
- 和其他类型的优化方法一般都不冲突。

数据有序化的实现

- 预处理阶段的数据有序化
- 实时处理阶段的数据有序化

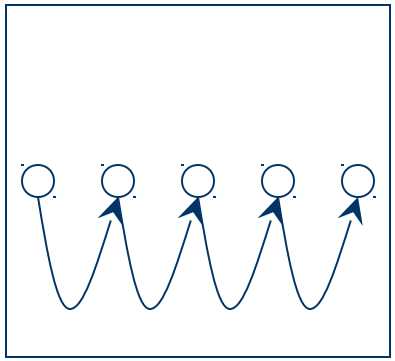
预处理阶段的数据有序化



杂乱的数据

常规方法

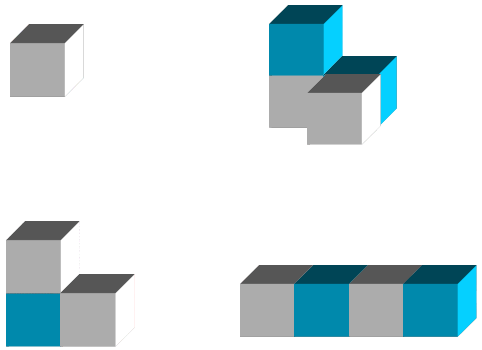
加工



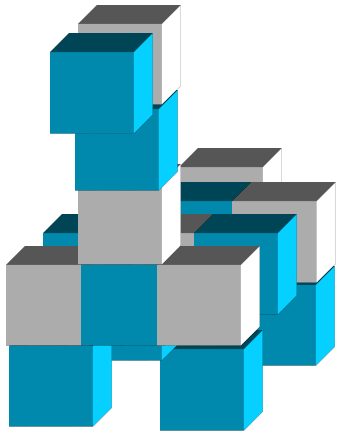
有序的数据

例 2 积木搭建

- 题目大意：给定 12 种积木和一个体积小于 50 的构型，求最少使用多少个积木可以将这个构型搭建起来

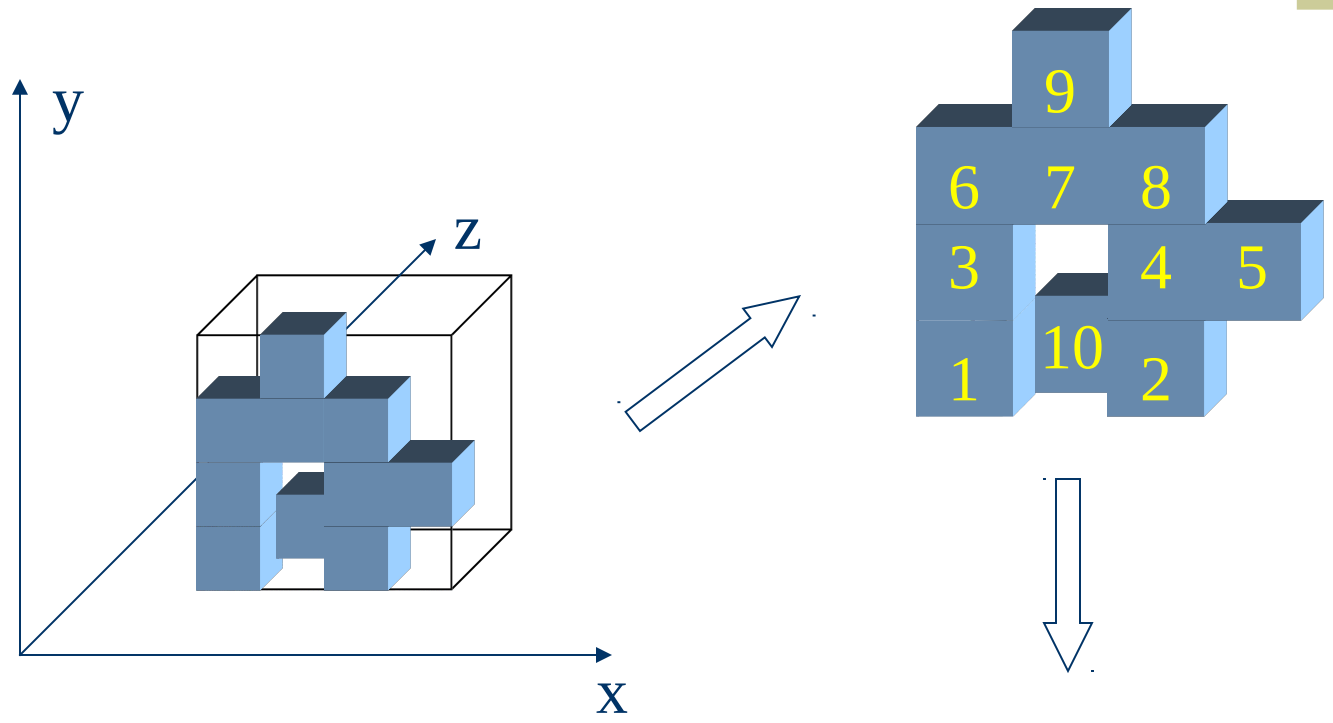


积木示例



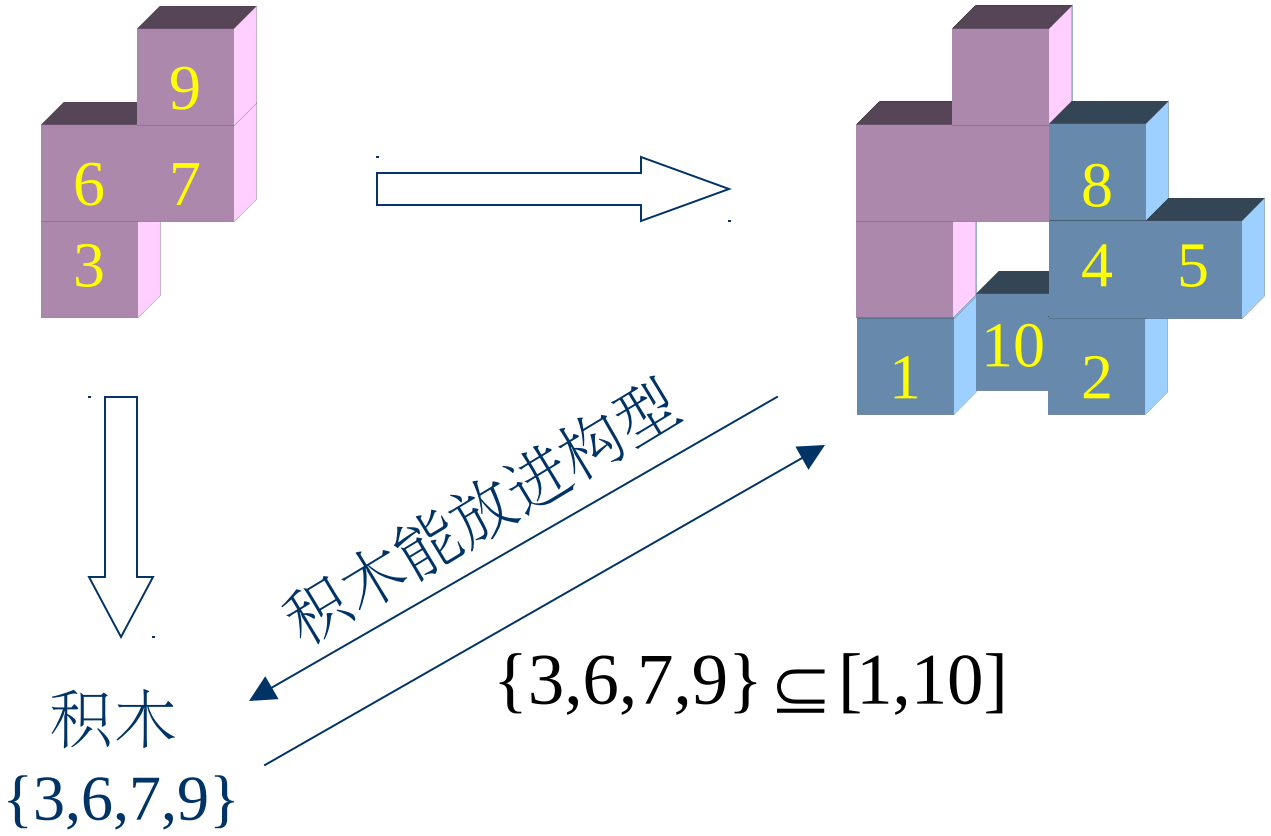
目标构型示例

第 1 步数据有序化

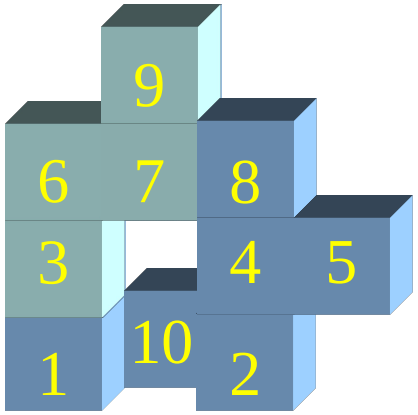


集合 [1,10]

第 2 步数据有序化



从构型中挖去一个积木

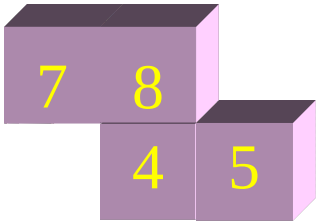


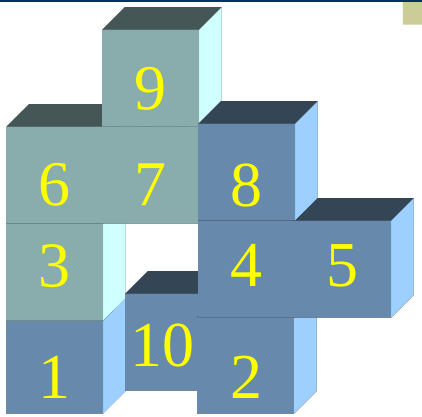
[1,10]

{1,2,4,5,8,10}

[1,10]-{3,6,7,9} = {1,2,4,5,8,10}

试图再放一块积木

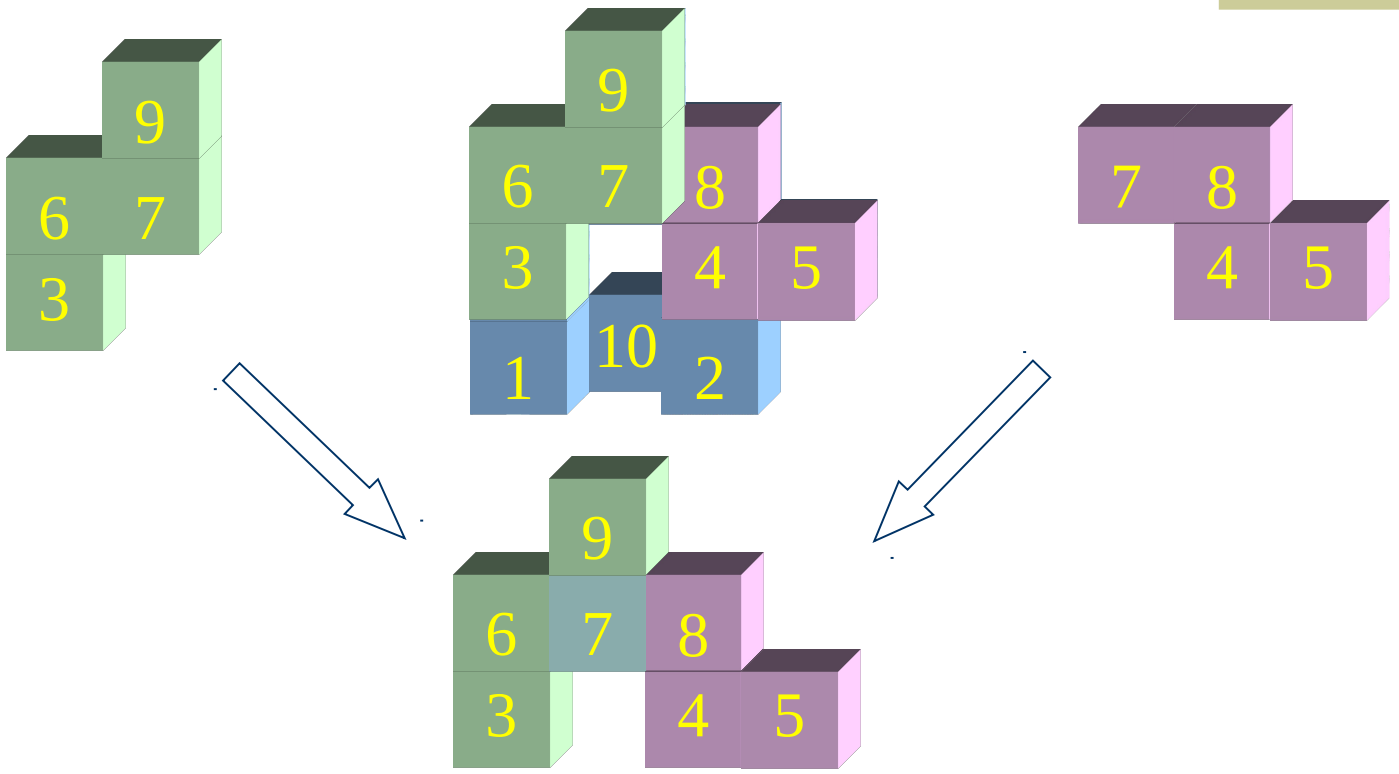




{4,5,7,8} $\not\subset$ {1,2,4,5,8,10}

积木不能放入构型

积木的冲突



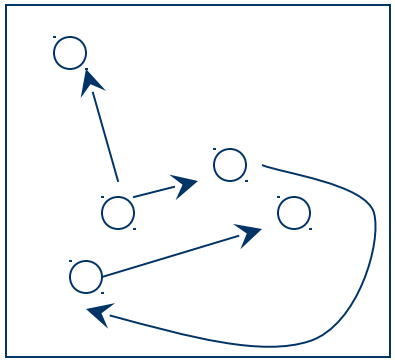
$\{3,6,7,9\} \cap \{4,5,7,8\} = \{7\} \neq \varphi$

数据有序化前后数学模型的对比

数据有序化前	数据有序化后
目标构型（3 维）	目标集合（1 维）
积木（3 维）	小集合（1 维）
积木拼接成为目标构型	小集合的合并成为目标集合
积木在 3 维空间里没有冲突	小集合的交集为空集

数据有序化后，数学模型得到了精简

实时处理阶段的数据有序化



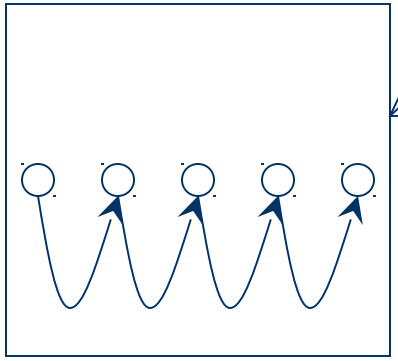
杂乱的数据

常规方法

加工

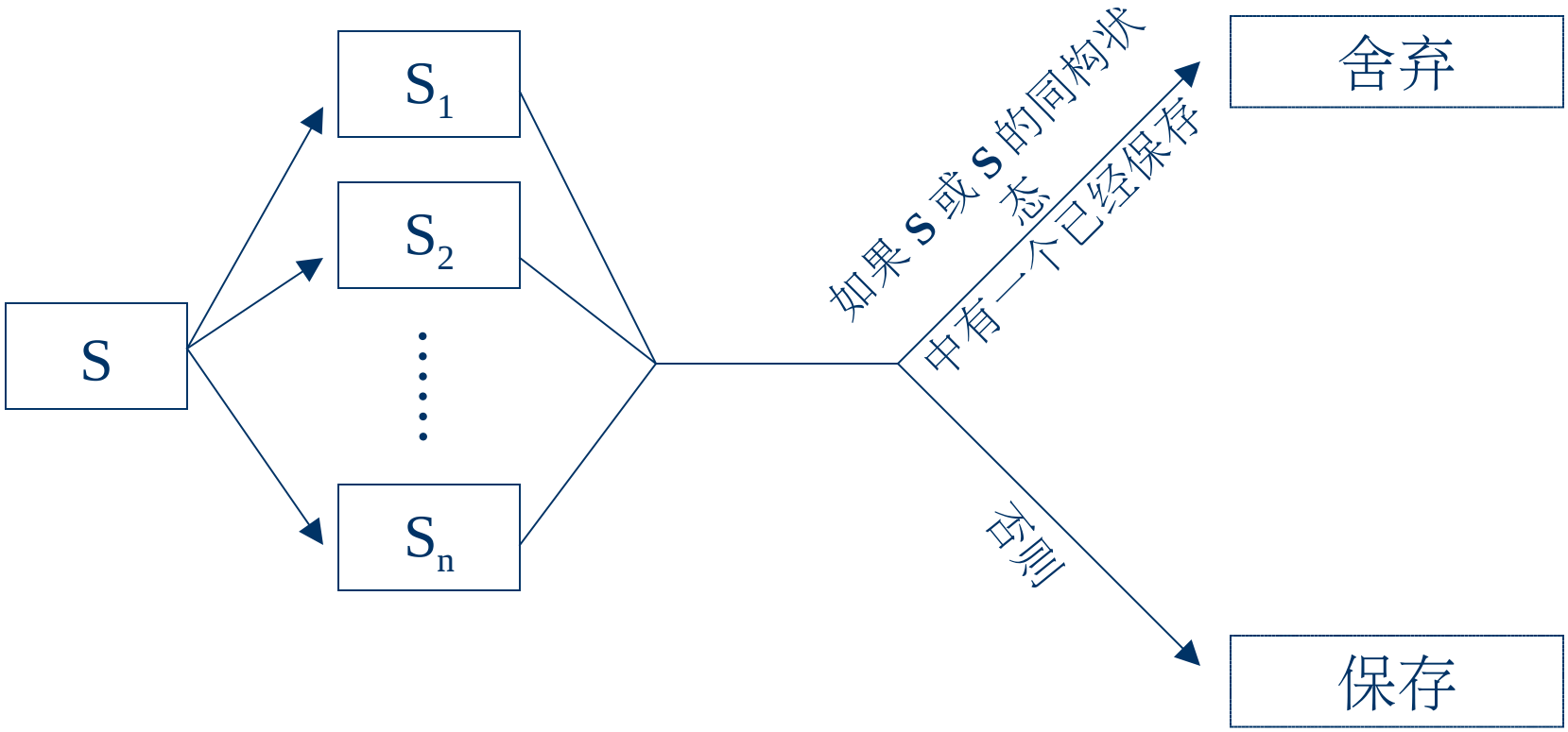
保存

舍弃

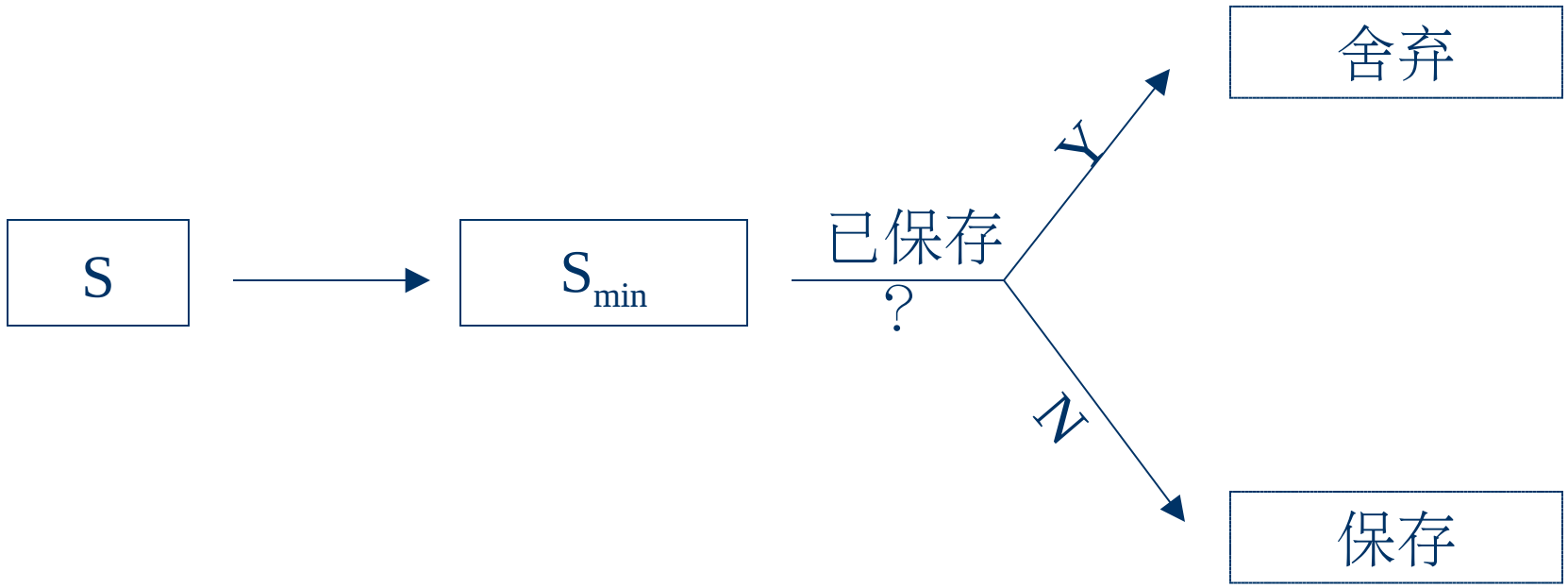


有序的数据

传统表示方法



最小表示法



例 3 N 皇后问题 -2

- 题目大意：假定通过翻转、旋转得到的状态与原状态属于同构状态，求所有不同构的 n 皇后状态总数。

状态表示方法

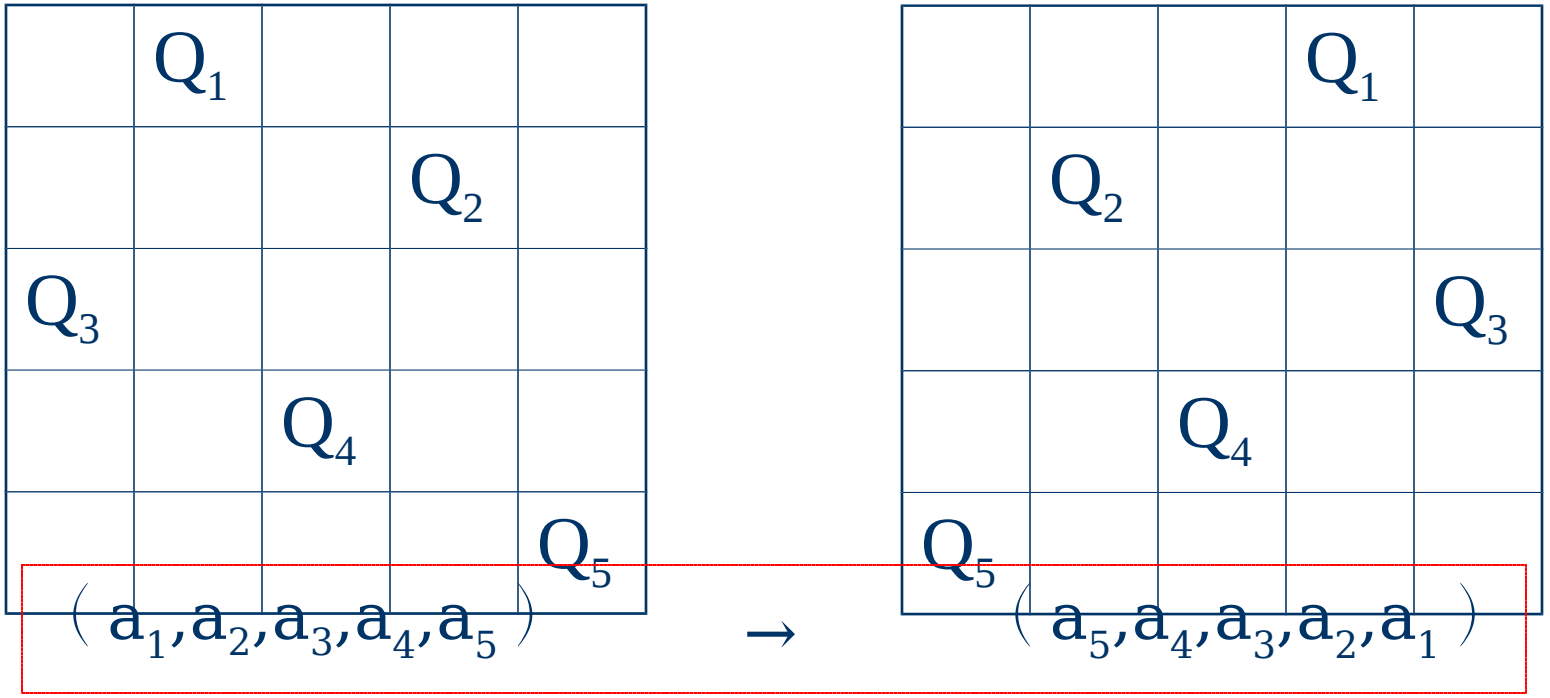
- 由于一行中只能有一个皇后，所以用一个 n 元组 $(a_1,a_2,a_3,\ldots,a_n)$ 表示当前的状态，其中 a_i 表示第 i 列的皇后所在的行。

	Q			
			Q	
Q				
		Q		
				Q

⟹ (3,1,4,2,5)

翻转、旋转的具体过程 (1)

以铅垂线为轴的翻转:



翻转、旋转的具体过程 (2)

以水平线为轴的翻转:

$$(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5) \Rightarrow (6-a_1,6-a_2,6-a_3,6-a_4,6-a_5)$$

$$\Rightarrow (6-a_5,6-a_4,6-a_3,6-a_2,6-a_1)$$

90 度、180 度、270 度的旋转

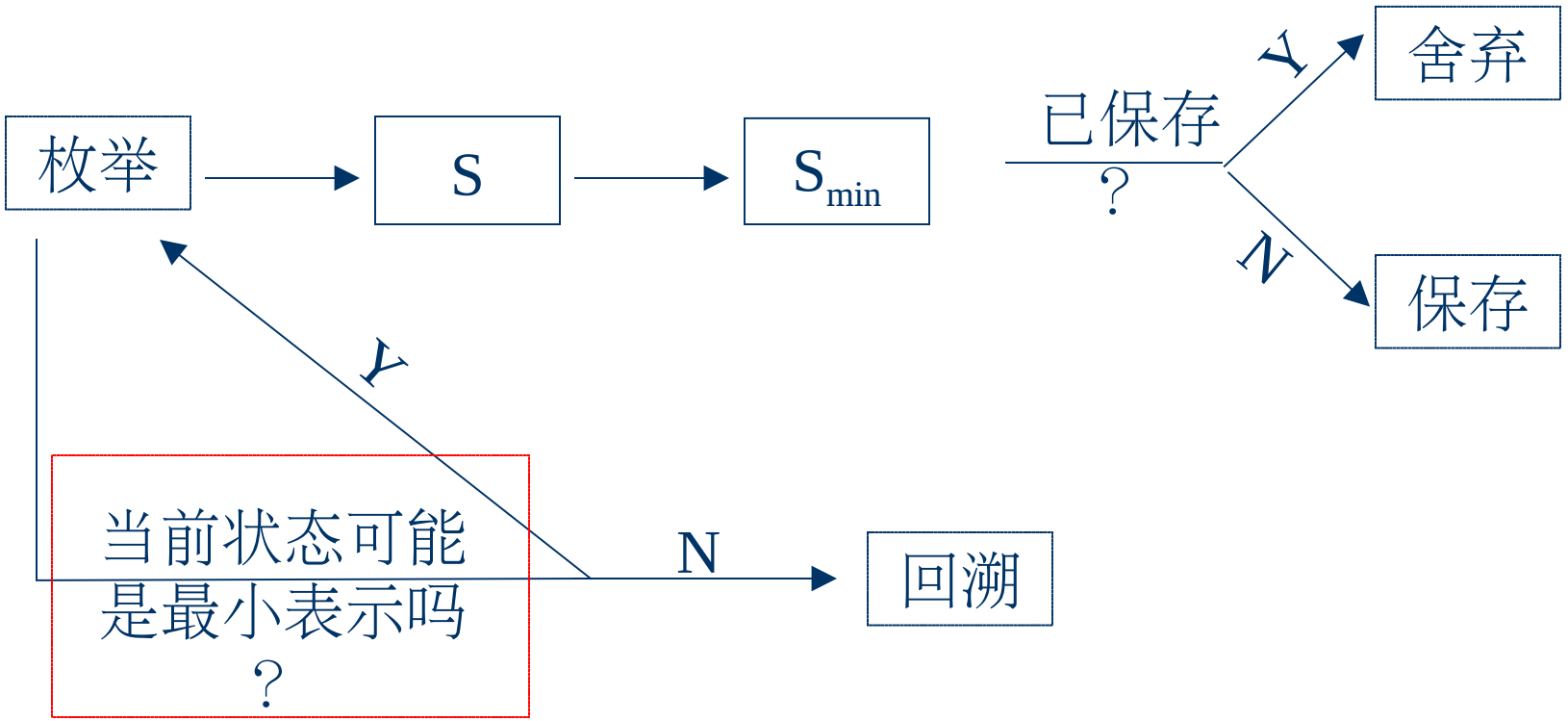
$$(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5) \Rightarrow (b_1,b_2,b_3,b_4,b_5)$$

$$\Rightarrow (6-b_1,6-b_2,6-b_3,6-b_4,6-b_5)$$

$$\rightarrow (b_5,b_4,b_3,b_2,b_1)$$

$$\rightarrow (6-b_5,6-b_4,6-b_3,6-b_2,6-b_1)$$

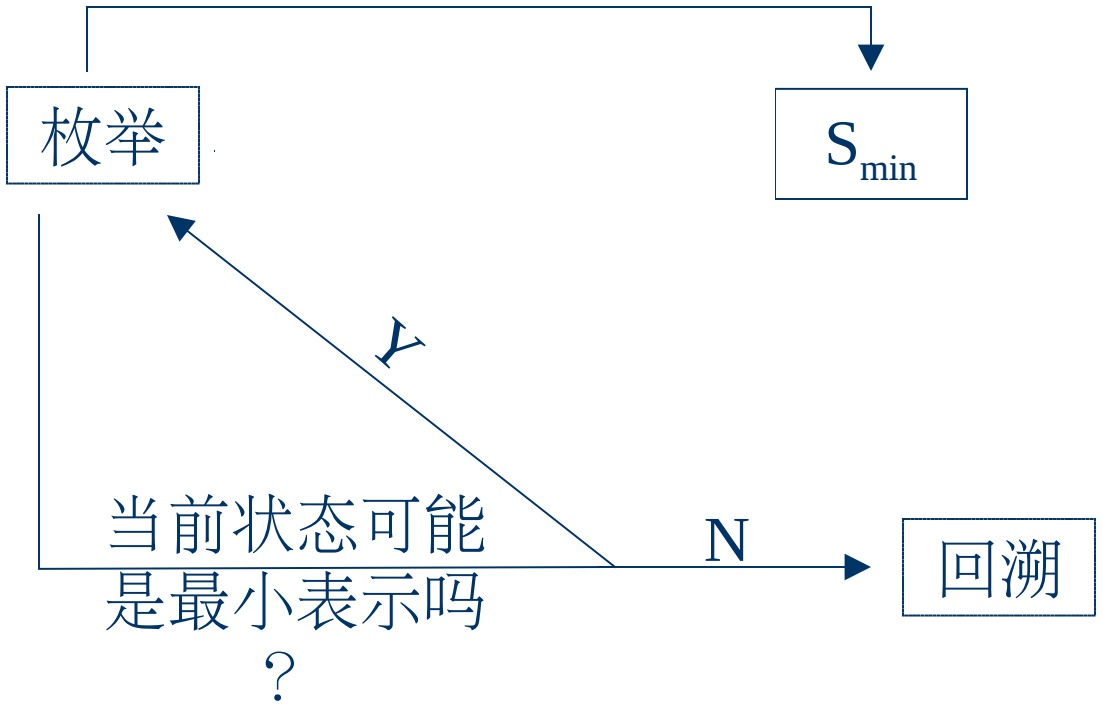
应用数据有序化



新的剪枝条件

$$
\begin{cases}
a_1 \le a_5 \\
a_1 \le 6 - a_1 \\
a_1 \le b_1 \\
a_1 \le b_5 \\
a_1 \le 6 - b_1 \\
a_1 \le 6 - a_5 \\
a_1 \le 6 - b_5
\end{cases}
$$

空间复杂度的降低



应用最小表示法的算法与常规算法的比较

	状态的生成	判断同构的费用（或判断最小表示的费用）	时间复杂度	空间复杂度
常规算法	O(a*N!) (a<1)	O(N*|S|)	O(a*N! *N*|S|)	O(N*|S|)
应用最小表示的算法	O(b*N!) (b<<a)	O(N)	O(b*N! *N)	O(N)

两种实现方法的比较

阶段	预处理	实时处理
优点	精简了数学模型	对空间的要求较低，形式多样，应用广泛
缺点	对空间的要求较高	可能重复处理

总结

- 努力创造符合科学美的数据。
- 追求好的性价比。

谢谢！

请大家多多指教！