

A009 質數判別

● 題目

輸入正整數 n ，判斷 n 是否為質數，是的話印出 Yes，不是的話印出 No。

● 解題思惟

1. 質數的特色是除了 1 之外，另外一個唯一的因數就是 n 本身。所以從 1 檢查到 n ，應該有 2 個質數。以下的程式應該就可以判斷了。

```
int cnt=0;
for (i=1; i<=n; i++) if (n%i==0) cnt++; // 檢查到因數，把個數加 1。
if (cnt==2) printf("Yes"); else printf("No");
```

2. 也可以只檢查 $2 \cdots n-1$ 是否為 n 的因數，如果其中有一個因數，那 n 就不是質數了，否則 n 就是質數。在這種情況下，1 和 2 應該要另外處理，1 不是質數，但 2 是質數。
3. 可以設定一個旗標變數，如果沒有因數存在，把值設為 1（表示 n 為質數），當有任一個因數存在時，把它設為 0（表示 n 非質數）。預設值可以為 1，檢查到因數時設為 0。像以下這樣：

```
int flag=1;
for (i=2; i<n; i++) if (n%i==0) { flag=0; break; }
```

4. 綜合 2-3 兩點，也可以用以下方式解此問題。

```
int flag=1; // 預設 flag 為 1
if (n==1) flag=0; // 1 不是質數
else if (n>3) { // 2 和 3 是質數，flag 不用變動，處理 n>3 情況即可
    for (i=2; i<n; i++) if (n%i==0) { flag=0; break; }
}
```

5. 進階思考：實際上檢查 n 的因數只要檢查到 \sqrt{n} 即可，因為如果有個因數 x 超過 \sqrt{n} ，那麼 n/x 就小於 \sqrt{n} ，會先被檢查到。另外 $i \leq \sqrt{n}$ 可以改成 $i*i \leq n$ 。
6. 偶數不是質數，也可以先過濾掉，奇數的部份，只要檢查有沒有奇數的因數就可以了。
7. 綜合以上各點，試寫一個程式如下。

● 程式碼

```
#include <stdio.h>

int main()
{
    int i, n, flag=1;
    scanf("%d", &n);
    if (n==1) flag=0; // 1 非質數
    else if (n>3) { // 2 和 3 是質數，flag 不用變動，處理 n>3 情況即可
        if (n%2==0) flag=0; // 偶數非質數
        else for (i=3; i*i<=n; i+=2) { // 只檢查奇數因數，檢查範圍 i*i<=n 即可
            if (n%i==0) { flag=0; break; } // 發現有因數，設定旗標後跳出
        }
    }
}
```

```
    if (flag) printf("Yes");  
    else printf("No");  
    return 0;  
}
```