

线

订

装

线

订

装

西安邮电大学试题卷标准答案专用纸

西安邮电大学 2023——2024 学年第一学期期中试题（A）卷

标准答案

课程：高等数学 A1 类型：A 卷 专业、年级：通工、电子、计科、自动化等专业 2023 级

题号	一	二	三	四	五	总分
得分	10	10	49	24	7	100

一、判断题（每小题 2 分，共 10 分）

1、×； 2、√； 3、×； 4、√； 5、×.

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

6、D； 7、D； 8、A； 9、D； 10、A.

三、解答题(每小题 7 分，共 49 分)

11、解 令  $x_n = \frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \cdots + \frac{1}{n^2+n}$ ，则  $\frac{1}{n+1} \leq x_n \leq \frac{1}{n}$ ，  $n=1,2,\cdots$ . ..... 4 分

由于  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ , ..... 2 分

所以  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ ，即原式 = 0. .... 1 分

12、解 由  $f(x)$  在  $x=1$  处可导知  $f(x)$  在  $x=1$  处连续，从而  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ，

即  $a=2$ . .... 2 分

此时  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1, \\ x^2 + 1, & x \geq 1. \end{cases}$

$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2 = 2,$

$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2,$  ..... 4 分

所以  $f'(1) = 2$ . .... 1 分

13、解 原式  $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2 + 2 \cos x}{(1 - \cos x)x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2 + 2 \cos x}{1/2x^4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 2 \sin x}{2x^3}$  ..... 3 分

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2}$  ..... 2 分

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1/2x^2}{3x^2} = \frac{1}{6}.$  ..... 2 分

14、解 求导，得  $x'(t) = 3t^2 + 3$ ,  $y'(t) = 2t + 2$ . .... 2 分

所以  $\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{2t + 2}{3t^2 + 3}$ . .... 2 分

再求导，得

$\frac{d^2y}{dx^2} = \left( \frac{2(t+1)}{3(t^2+1)} \right)' \cdot \frac{1}{3t^2+3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(t^2+1) - 2t(t+1)}{(t^2+1)^2} \cdot \frac{1}{3t^2+3} = -\frac{2(t^2+2t-1)}{9(t^2+1)^3}.$  ..... 3 分

15、解 由降幂公式，得  $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(4x + 2)$ . .... 2 分

所以  $y' = \frac{1}{2} \sin(4x + 2) \cdot 4 = -2 \cos\left(4x + 2 + \frac{\pi}{2}\right)$ . .... 1 分

$y'' = 2 \sin\left(4x + 2 + \frac{\pi}{2}\right) \cdot 4 = -2^3 \cos(4x + 2 + \pi)$  ..... 1 分

.....

$y^{(n)} = -2^{2n-1} \cos\left(4x + 2 + \frac{n\pi}{2}\right)$  ..... 3 分

16、解 将  $x=0$  代入方程，得  $y^3 + y = 0$ ，解得  $y=0$ . .... 1 分

方程两端对  $x$  求导，得  $2xy + x^2y' + 3y^2y' + y' = 1$ . .... 3 分

将  $x=0$  及  $y=0$  代入上式，得  $y'=1$ ，即  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 1$ . .... 3 分

说明：1. 标准答案务必要正确无误。 2. 将每道大题得分和总分填入得分栏中。

线

订

装

西安邮电大学试题卷标准答案专用纸

线

订

装

17、解 由导数基本公式及导数运算法则，得

$$y' = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2} + \frac{x}{2} \cdot \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(x/2)^2}} \cdot \frac{1}{2} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4-x^2}{\sqrt{4-x^2}} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= \sqrt{4-x^2} . \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

四、解答题(共 24 分)

18、解 这是一个初等函数，其定义域为  $D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ，且在  $D$  内

$$y' = 1 + \ln|x| . \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

令  $y' = 0$ ，得  $x = \pm e^{-1}$  .  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

列表分析如下：

$x$	$(-\infty, -e^{-1})$	$(-e^{-1}, 0)$	$(0, e^{-1})$	$(e^{-1}, +\infty)$
$y'$	+	-	-	+
$y$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$

故  $y(-e^{-1}) = \frac{1}{e}$  为极大值，  $y(e^{-1}) = -\frac{1}{e}$  为极小值，且函数无其他极值.  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

19、解 函数  $y = (x+1)(x-2)^2$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 且

$$y' = 3(x-2)^2 + 6(x-2), y'' = 6(x-2) + 6 = 6(x-1) . \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

令  $y'' = 0$ ，得  $x = 1$ ，此时  $y = 2$  .  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

列表分析如下：

$x$	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
$y''$	-	+
$y$	凸	凹

故曲线在区间  $(-\infty, 1]$  上是凸的，在区间  $[1, +\infty)$  上是凹的，且曲线的拐点为  $(1, 2)$  .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

20、解 漏斗的半径及高分别为

$$r = \frac{R\varphi}{2\pi}, \quad h = \frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2 - \varphi^2}, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

所以漏斗的容积为

$$V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{R\varphi}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2 - \varphi^2} = \frac{R^3}{24\pi^2}\sqrt{4\pi^2\varphi^4 - \varphi^6} \quad (0 < \varphi < 2\pi) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

记  $u = 4\pi^2\varphi^4 - \varphi^6 \quad (0 < \varphi < 2\pi)$ ，则

$$u' = 16\pi^2\varphi^3 - 6\varphi^5, \quad u'' = 48\pi^2\varphi^2 - 30\varphi^4 .$$

令  $u' = 0$ ，解得唯一驻点  $\varphi = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$  .  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

又，当  $\varphi = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$  时，

$$u'' < 0 ,$$

故  $u$  在该处取得极大值，也取得最大值，此时漏斗的容积最大．因此所求

$$\varphi = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}} . \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

五、计算题(共 7 分)

21、解 令  $y = \left(1 + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}\right)^x$ ，并取对数，得  $\ln y = x \ln\left(1 + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}\right)$  .  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln y = \lim_{x \rightarrow \infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} x\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+1/x} + \frac{1}{1+2/x}\right) = 2 . \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

故原式  $= e^2$  .  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

线

线

订

订

装

装

西安邮电大学试题卷标准答案专用纸

西安邮电大学 2023——2024 学年第一学期期中试题（B）卷

标准答案

课程：高等数学 A1 类型：A 卷 专业、年级：通工、电子、计科、自动化等专业 2023 级

题号	一	二	三	四	五	总分
得分	10	10	49	24	7	100

一、判断题（每小题 2 分，共 10 分）

1、√； 2、×； 3、×； 4、×； 5、×。

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

6、B； 7、D； 8、A； 9、D； 10、C。

三、解答题（每小题 7 分，共 49 分）

11、解 令  $x_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$ ，则  $\frac{n}{\sqrt{n^2+n}} \leq x_n \leq 1$ ， $n=1,2,\cdots$ 。..... 4 分

由于  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1+1/n}} = 1$ ，..... 2 分

所以  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ ，即原式 = 1。..... 1 分

12、解 由  $f(x)$  在  $x=1$  处可导知  $f(x)$  在  $x=1$  处连续，从而  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ，

即  $a=2$ 。..... 2 分

$$\text{此时 } f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 1) = 2,$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2 = 2, \text{ ..... 4 分}$$

所以  $f'(1) = 2$ 。..... 1 分

13、解 原式 =  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin(x^2)}{x^2 \sin(x^2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin(x^2)}{x^4} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t - \sin t}{t^2}$  ..... 3 分

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{2t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{2} \text{ ..... 2 分}$$

$$= 0. \text{ ..... 2 分}$$

14、解 求导，得  $x'(t) = 3t^2 + 3$ ， $y'(t) = 6t + 6$ 。..... 2 分

所以  $\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{6t+6}{3t^2+3} = \frac{2(t+1)}{t^2+1}$ 。..... 2 分

再求导，得

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left( \frac{2(t+1)}{t^2+1} \right)' \cdot \frac{1}{3t^2+3} = 2 \cdot \frac{(t^2+1) - 2t(t+1)}{(t^2+1)^2} \cdot \frac{1}{3t^2+3} = -\frac{2(t^2+2t-1)}{3(t^2+1)^3}. \text{ ..... 3 分}$$

15、解 函数可化为  $y = \cos 2x$ 。..... 2 分

所以  $y' = -\sin 2x \cdot 2 = 2 \cos \left( 2x + \frac{\pi}{2} \right)$ ，..... 1 分

$$y'' = -2 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{2} \right) \cdot 2 = 2^2 \cos(2x + \pi), \text{ ..... 1 分}$$

.....

$$y^{(n)} = 2^n \cos \left( 2x + \frac{n\pi}{2} \right). \text{ ..... 3 分}$$

16、解 将  $x=0$  代入方程，得  $y=0$ 。..... 1 分

方程两端对  $x$  求导，得  $y^2 + 2xyy' + 3x^2 + 1 = y'$ 。..... 3 分

将  $x=0$  及  $y=0$  代入上式，得  $y'=1$ ，即  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 1$ 。..... 3 分

线

订

装

西安邮电大学试题卷标准答案专用纸

线

订

装

17、解 由导数基本公式及导数运算法则，得

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{2}\sqrt{9-x^2} + \frac{x}{2} \cdot \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}} + \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(x/3)^2}} \cdot \frac{1}{3} \cdots \cdots 3 \text{ 分} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{9-x^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{9-x^2}{\sqrt{9-x^2}} \cdots \cdots 2 \text{ 分} \\ &= \sqrt{9-x^2} . \cdots \cdots 2 \text{ 分} \end{aligned}$$

四、解答题(共 24 分)

18、解 这是一个初等函数，其定义域为  $D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ，且在  $D$  内

$$y' = 2x - \frac{2}{x} . \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

令  $y' = 0$ ，得  $x = \pm 1$  .  $\cdots \cdots 2$  分

列表分析如下：

$x$	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
$y'$	-	+	-	+
$y$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

故  $y(-1) = 1$  及  $y(1) = 1$  为极小值，且函数无其他极值.  $\cdots \cdots 4$  分

19、解 函数  $y = (x+1)(x-2)^2$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 且

$$y' = 3(x-2)^2 + 6(x-2), y'' = 6(x-2) + 6 = 6(x-1) . \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

令  $y'' = 0$ ，得  $x = 1$ ，此时  $y = 2$  .  $\cdots \cdots 2$  分

列表分析如下：

$x$	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
$y''$	-	+
$y$	凸	凹

故曲线在区间  $(-\infty, 1]$  上是凸的，在区间  $[1, +\infty)$  上是凹的，且曲线的拐点为  $(1, 2)$  .  $\cdots \cdots 4$  分

20、解 漏斗的半径及高分别为

$$r = \frac{R\varphi}{2\pi} = \varphi, \quad h = \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - \varphi^2} = \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - \varphi^2} = \sqrt{4\pi^2 - \varphi^2}, \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

所以漏斗的容积为

$$V = \frac{1}{3} \pi \varphi^2 \cdot \sqrt{4\pi^2 - \varphi^2} = \frac{1}{3} \pi \sqrt{4\pi^2 \varphi^4 - \varphi^6} \quad (0 < \varphi < 2\pi) \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

记  $u = 4\pi^2 \varphi^4 - \varphi^6$  ( $0 < \varphi < 2\pi$ )，则

$$u' = 16\pi^2 \varphi^3 - 6\varphi^5, \quad u'' = 48\pi^2 \varphi^2 - 30\varphi^4 .$$

令  $u' = 0$ ，解得唯一驻点  $\varphi = 2\pi \sqrt{\frac{2}{3}}$  .  $\cdots \cdots 2$  分

又，在  $\varphi = 2\pi \sqrt{\frac{2}{3}}$  处  $u'' < 0$ ，故  $u$  在该处取得极大值，也取得最大值。此时，漏斗的容积最大，

因此所求  $\varphi = 2\pi \sqrt{\frac{2}{3}}$  .  $\cdots \cdots 2$  分

五、计算题(共 7 分)

21、解 令  $y = \left(\frac{1}{x+1} + \frac{x+1}{x+2}\right)^x$ ，并取对数，得  $\ln y = x \ln \left(1 + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right)$  .  $\cdots \cdots 2$  分

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln y = \lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+1/x} - \frac{1}{1+2/x}\right) = 0 . \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$

故原式  $= e^0 = 1$  .  $\cdots \cdots 1$  分

装 订 线

装 订 线

班内序号

学号

姓名

专业班级

西安邮电大学期中考试试题（A 卷）  
(2023—2024 学年第一学期)

课程名称：高等数学 A1

考试专业、年级：通工、电子、计算机、自动化等专业 2023 级

考核方式： 闭卷 可使用计算器：否

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
评卷人						

得分\_\_\_\_\_一、判断题:1~5 小题，每小题 2 分，共 10 分。请在括号内对正确陈述打“√”，对错误陈述打“×”。

- 1、 无穷小量一定是有界函数。（ ）
- 2、 若函数  $f(x)$  在  $x_0$  处左连续，且右连续，则  $f(x)$  在  $x_0$  处连续。（ ）
- 3、 连续函数一定可导。（ ）
- 4、 初等函数在其定义域闭区间上一定有最小值。（ ）
- 5、 单调递增函数的导数一定大于零。（ ）

得分\_\_\_\_\_二、选择题:6~10 小题，每小题 2 分，共 10 分。以下每小题给出的四个选项 A、B、C 及 D 中只有一个选项是符合题目要求的，请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上。

- 6、  $f'(x_0)=0$  是函数  $f(x)$  在  $x=x_0$  处取得极值的（ ）。
- A. 充分条件；      B. 必要条件；      C. 充要条件；      D. 无关条件。
- 7、 下列式子中正确的是（ ）
- A.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^x = \infty$ ；      B.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt{x^2 + x}) = \infty$ ；      C.  $\lim_{x \rightarrow 0} 2^{\frac{1}{x}} = \infty$ ；      D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln|x| = \infty$ 。

- 8、  $x=\pi$  为函数  $f(x)=\frac{x-\pi}{x \sin x}$  的（ ）

A. 可去间断点；      B. 跳跃间断点；      C. 振荡间断点；      D. 无穷间断点。

- 9、 设函数  $f(x)=\sqrt[3]{x}(1-\cos x)$ ，则（ ）

A.  $f(x)$  在  $x=0$  处不连续；      B.  $f(x)$  在  $x=0$  处连续但不可导；

C.  $f(x)$  在  $x=0$  处可导但不可微；      D.  $f(x)$  在  $x=0$  处可微。

- 10、 在区间（ ）内，函数  $f(x)=\frac{1-\cos x}{x^2(x-1)(x-2)}$  有界。

A.  $(-\infty, 0)$ ；      B.  $(0, 1)$ ；      C.  $(1, 2)$ ；      D.  $(2, +\infty)$ 。

得分\_\_\_\_\_三、解答下列各题：11~17 小题，每小题 7 分，共 49 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。请将答案写在答题纸指定位置上。

- 得分\_\_\_\_\_11、 计算  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \cdots + \frac{1}{n^2+n} \right)$ 。

学号

姓名

专业班级

得分\_\_\_\_\_12、设函数  $f(x)=\begin{cases} ax, & x<1, \\ x^2+1, & x\geq 1 \end{cases}$  在  $x=1$  处可导, 求常数  $a$  及  $f'(1)$ .

得分\_\_\_\_\_13、计算  $\lim_{x\rightarrow 0}\left(\frac{1}{1-\cos x}-\frac{2}{x^2}\right)$ .

得分\_\_\_\_\_14、设  $\begin{cases} x=t^3+3t \\ y=t^2+2t+1 \end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$  及  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

得分\_\_\_\_\_15、设  $y=\sin^2(2x+1)$ , 试计算  $y^{(n)}$ .

得分\_\_\_\_\_16、设函数  $y=y(x)$  由方程  $x^2y+y^3+y=x$  确定, 求  $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}$ .

得分\_\_\_\_\_17、设  $y=\frac{x}{2}\sqrt{4-x^2}+2\arcsin\frac{x}{2}$ , 求  $y'$ .

专业班级

姓名

学号

得分\_\_\_\_\_四、解答下列各题：18~20 小题，每小题 8 分，共 24 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。请将答案写在答题纸指定位置上。

得分\_\_\_\_\_18、求函数  $f(x)=x\ln|x|$  ( $x\neq 0$ ) 的极值。

得分\_\_\_\_\_19、求曲线  $y=(x+1)(x-2)^2$  的凹凸区间与拐点。

得分\_\_\_\_\_20、从一块半径为  $R$  的圆铁片上剪去一个扇形做成一个漏斗，问留下的扇形圆心角  $\varphi$  取多大时，做成的漏斗的容积最大？。

得分\_\_\_\_\_五、计算题：7 分。计算应写出文字说明、证明过程或演算步骤。请将答案写在答题纸指定位置上。

21、求  $\lim_{x\rightarrow\infty}\left(1+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}\right)^x$ 。

装订线

装订线

班内序号

学号

姓名

专业班级

西安邮电大学期中考试试题（B 卷）

(2023—2024 学年第一学期)

课程名称：高等数学 A1

考试专业、年级：通工、电子、计算机、自动化等专业 2023 级

考核方式： 闭卷 可使用计算器：否

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
评卷人						

得分\_\_\_\_\_一、判断题:1~5 小题，每小题 2 分，共 10 分。请在括号内对正确陈述打“√”，对错误陈述打“×”。

- 1、 无穷大量一定是无界函数。（ ）
- 2、 若函数  $f(x)$  在  $x_0$  处左可导，且右可导，则  $f(x)$  在  $x_0$  处可导。（ ）
- 3、 连续函数一定可微。（ ）
- 4、 若函数  $f(x)$  在  $x_0$  处取得极小值，则存在  $\delta > 0$ ，使得函数  $f(x)$  在区间  $(x_0 - \delta, x_0]$  上单调递减而在区间  $[x_0, x_0 + \delta)$  上单调递增。（ ）
- 5、 若  $(x_0, f(x_0))$  为曲线  $y = f(x)$  的拐点，则  $f(x_0)$  一定不是函数  $y = f(x)$  的极值。（ ）

得分\_\_\_\_\_二、选择题:6~10 小题，每小题 2 分，共 10 分。以下每小题给出的四个选项 A、B、C 及 D 中只有一个选项是符合题目要求的，请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上。

- 6、 函数  $f(x) = x + \cos x (-\infty < x < +\infty)$  是（ ）。
- A. 周期函数； B. 单调函数； C. 有界函数； D. 奇函数。
- 7、 设  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  与  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  均存在，则下列说法不正确的是（ ）。
- A.  $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) + g(x)]$  一定存在； B.  $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) - g(x)]$  一定存在；
- C.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x)$  一定存在； D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln f(x)$  一定存在。

8、  $x = 1$  为函数  $f(x) = \frac{x-1}{x \sin \pi x}$  的（ ）

- A. 可去间断点； B. 跳跃间断点； C. 振荡间断点； D. 无穷间断点。

9、 设函数  $f(x) = \sqrt[3]{x} \sin(x^2)$ ，则（ ）。

- A.  $f(x)$  在  $x = 0$  处不连续； B.  $f(x)$  在  $x = 0$  处连续但不可导；
- C.  $f(x)$  在  $x = 0$  处可导但不可微； D.  $f(x)$  在  $x = 0$  处可微。

10、 设函数  $f(x)$  具有二阶导数，且  $f'(x) > 0$ ， $f''(x) < 0$ ， $\Delta x$  为自变量  $x$  在  $x_0$  处的增量， $\Delta y$ ， $dy$  分别为函数  $f(x)$  在  $x_0$  处的增量与微分，则当  $\Delta x > 0$  时，有（ ）。

- A.  $\Delta y < dy < 0$ ； B.  $dy < \Delta y < 0$ ； C.  $0 < \Delta y < dy$ ； D.  $0 < dy < \Delta y$ 。

得分\_\_\_\_\_三、解答下列各题：11~17 小题，每小题 7 分，共 49 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。请将答案写在答题纸指定位置上。

得分\_\_\_\_\_11、 计算  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$ 。



学号

姓名

专业班级

得分\_\_\_\_\_12、设函数  $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x<1, \\ ax, & x\geq 1\end{cases}$  在  $x=1$  处可导, 求常数  $a$  及  $f'(1)$ .

得分\_\_\_\_\_13、计算  $\lim_{x\rightarrow 0}\left(\frac{1}{\sin(x^2)}-\frac{1}{x^2}\right)$ .

得分\_\_\_\_\_14、设  $\begin{cases}x=t^3+3t \\ y=3t^2+6t+1\end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$  及  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

得分\_\_\_\_\_15、设  $y=\cos^4x-\sin^4x$ , 试计算  $y^{(n)}$ .

得分\_\_\_\_\_16、设函数  $y=y(x)$  由方程  $xy^2+x^3+x=y$  确定, 求  $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}$ .

得分\_\_\_\_\_17、设  $y=\frac{x}{2}\sqrt{9-x^2}+\frac{9}{2}\arcsin\frac{x}{3}$ , 求  $y'$ .

专业班级

姓名

学号

得分\_\_\_\_\_四、解答下列各题：18~20 小题，每小题 8 分，共 24 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。请将答案写在答题纸指定位置上。

得分\_\_\_\_\_18、求函数  $f(x)=x^2-2\ln|x|$  ( $x\neq 0$ ) 的极值。

得分\_\_\_\_\_19、求曲线  $y=(x+1)(x-2)^2$  的凹凸区间与拐点。

得分\_\_\_\_\_20、从一块半径为  $R=2\pi$  的圆铁片上剪去一个扇形做成一个漏斗，问留下的扇形圆心角  $\varphi$  取多大时，做成的漏斗的容积最大？。

得分\_\_\_\_\_五、计算题：7 分。计算应写出文字说明、证明过程或演算步骤。请将答案写在答题纸指定位置上。

21、求  $\lim_{x\rightarrow\infty}\left(\frac{1}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}\right)^x$ 。